

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE
LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE



UNIVERSITE M'HAMED BOUGUERRA
FACULTE DES HYDROCARBURES ET DE LA CHIMIE

*Laboratoire de Recherche sur l'Electrification
Des Entreprises Industrielles*

*Mémoire
Présenté pour l'obtention du titre de
Magister en Génie Electrique
Option : Economies de l'énergie Electrique
Par : Mr HADDAG Mohand Saïd*

THEME

Mesure indirecte du couple de charge d'un moteur électrique par un observateur
(Cas d'application : moteur à courant continu à excitation séparée à liaison élastique)

Membres du Jury :

Mr Ibtouen R.	Professeur	Ecole Nationale Polytechnique – Alger	Président
Mr Chetate B.	Maître de Conférence	FHC - Université de Boumerdès	Rapporteur
Mr Benaïssa K.	Maître de Conférence	IAP - Boumerdès	Examinateur
Mr Aïssani Z.	Maître de Conférence	FSI - Université de Boumerdès	Examinateur
Mr Khalfi K.	Doctorat Thèse Unique	, Chargé de Cours FSI - Université de Boumerdès	Examinateur

BOUMERDES 2000

DEDICACES

Je dédie ce modeste travail à :

. mes vieux parents

. ma femme

. mes enfants

. mon défunt frère

M.Saïd

REMERCIEMENTS

Ce travail, effectué au Laboratoire de Recherche sur l'Electrification des Entreprises Industrielles (au sein de l'équipe de recherche sur les Economies d'Energie) de l'Université de Boumerdès , sous la direction de Monsieur B. CHETATE , Maître de Conférences , n'aurait pu aboutir sans ses encouragements soutenus , son aide amicale et ses conseils judicieux .

Je tiens à lui exprimer ma gratitude et ma reconnaissance.

Par ailleurs , je tiens à exprimer mes vifs remerciements au Président du Jury Monsieur R. IBTIOUEN , ainsi qu'à Messieurs K. BENAÏSSA , Z. AISSANI et K. KHALFI qui ont bien voulu être membres du Jury de Soutenance .

Mes remerciements vont également à tous ceux qui de près ou de loin m'ont aidé à effectuer ce travail .

Merci.

SOMMAIRE

SOMMAIRE

INTRODUCTION GENERALE.....	1
-----------------------------------	----------

CHAPITRE 1 . ANALYSE DES METHODES ET DES DISPOSITIFS DE MESURE DU COUPLE

A. MESURES DIRECTES DU COUPLE

1. Mesure du couple par des dispositifs mécaniques	3
1.1. Freins mécaniques	3
1.1.1. Frein de Prony	3
1.1.2. Moulinet de Renard.....	3
1.2. Freins électriques.....	3
1.2.1. Dynamo frein.....	3
1.3 Autres freins	4
1.4. Dynamomètres de transmission	4
1.4.1. Dynamomètre de torsion.....	4
1.4.2. Dynamomètre à engrenages	5
2. Mesure du couple par capteur de couple	6
. Liaisons avec contact	6
. Liaisons sans contact	5
2.2.1. Mesure du couple par effet mécano - électrique	5
2.2.2. Mesure du couple par déformation d'un corps d'épreuve	6
2.2.2.a. Couplemètre à mesure d'angle de torsion	6
2.2.2.b. Mesure par capteur magnétique de proximité.....	6
2.2.2.c. Couplemètre à jauge extensiométrique	6
2.2.2.d. Mesure du couple par une pression	6
3. Conclusion.....	6

B. METHODES INDIRECTES DE MESURE DU COUPLE.

1. Généralités.....	10
2. Evaluation des méthodes d'identification des perturbations externes et paramétriques.....	10
2.1. Conception du dispositif de mesure indirecte de perturbation. (D.M.I.P).....	10
3. Mesures indirectes des perturbations dans les systèmes de commande à thyristors.....	13
3.1. Mesure indirecte du couple résistant statique dans le cas d'une liaison rigide moteur – mécanisme.....	13

3.2. Mesure indirecte du couple résistant statique dans un système à une seule masse.....	15
3.3. Mesure indirecte du couple résistant statique dans un système mécanique à deux masses.....	17
3.4. Mesure indirecte du couple résistant statique pour un système élastique à deux masses	19
4. Position du problème.....	22
5. Conclusion du chapitre 1.....	22

CHAPITRE 2 . MODELISATION DANS L'ESPACE D'ETAT D'UN M.C.C. A LIASONS ELASTIQUES

2.1. Analyse de la dynamique des systèmes à liaisons élastiques	23
2.2. Couplage d'un M.C.C. à excitation indépendante à liaison avec une charge.....	25
2.3. Linéarisation du modèle.....	28
2.4. Simulation numérique des caractéristiques d'un M.C.C. à excitation indépendante couplage élastique avec une charge.....	37
2.5. Conclusion du 2 ^e chapitre.....	37

CHAPITRE 3 . NOTIONS SUR LES OBSERVATEURS

3.1. Introduction.....	40
3.2. Le placement des pôles.....	41
3.2.1. Introduction.....	41
3.2.2. Placement des pôles.....	42
3.2.3. Bases théoriques.....	44
. Méthode basée sur la transformation en forme canonique commandable	44
. Méthode basée sur la formule d'Ackermann	48
3.3. Application aux observateurs.....	51
3.3.1. Introduction.....	51
3.3.2. Conception des observateurs entiers pour un système continu	51
3.4. Conclusion du chapitre 3	60

CHAPITRE 4. ELABORATION D'UN OBSERVATEUR DE PERTURBATIONS PERMETTANT LA MESURE INDIRECTE DU COUPLE

4.1.Introduction	61
4.2. Observateur d'état et de perturbation.....	61

4.3. Elaboration du diagramme structurel de l'obsevateur de perturbation.....	65	X
4.4. Analyse et interprétation des résultats.....	65	
4.5. Conclusion du chapitre 4	65	
CONCLUSION GENERALE.....	68	
BIBLIOGRAPHIE.....	70	
REPertoire DES SYMBOLES	73	
ANNEXE A.....	75	
ANNEXE B.....	76	
ANNEXE C.....	77	

INTRODUCTION GENERALE

INTRODUCTION GENERALE

L'objectif du présent travail est de concevoir un dispositif de surveillance des grandeurs internes d'un système et d'une grandeur de perturbation externe non mesurable directement. Ce dispositif consiste en un observateur d'état et de perturbations qui nous permettra de mesurer indirectement le couple résistant constant ou aléatoire d'un système électromécanique, composé d'un moteur à courant continu à excitation indépendante, d'une liaison rigide ou élastique et d'un mécanisme d'exécution.

Il est souvent techniquement difficile ou impossible de mesurer toutes les grandeurs d'état d'un système. Dans ces cas, on utilise des observateurs d'état pour reconstruire les grandeurs d'état à partir de la grandeur de commande et de la grandeur à régler, elles-mêmes, mesurables. Lorsqu'on doit disposer de la grandeur de perturbation pour faire une intervention directe sur le réglage et/ou l'observation d'état ou pour les besoins de surveillance d'un processus, on utilise alors un observateur d'état et de perturbation, qui nous permet de surveiller des grandeurs non directement mesurables.

En général, les observateurs sont réalisés par un algorithme programmé sur un calculateur de processus ou un microprocesseur. Il s'agit alors d'un système discret, nécessitant un traitement similaire à un système échantillonné.

Les observateurs peuvent être aussi réalisés par des moyens analogiques, ce qui permet un traitement par des méthodes continues. Ceci nous amène à réfléchir à l'étude d'un dispositif de mesure indirecte du couple par utilisation de la simulation numérique, associée à la mesure de grandeurs électriques (courant ou tension) et mécanique (vitesse), dans le cas, en particulier, où l'accès à l'arbre du moteur est difficile et/ou impossible.

Pour atteindre ce but, plusieurs étapes sont traitées dans les chapitres suivants :

Chapitre 1.

Une analyse des méthodes et des dispositifs de mesure directe et indirecte du couple est effectuée sur la base de la bibliographie existante. L'analyse de leurs avantages et inconvénients nous permet de situer notre problème.

Chapitre 2.

La modélisation du système composé d'un Moteur à Courant Continu (M.C.C) à Excitation Indépendante, d'une liaison élastique reliée à une charge est effectuée dans l'espace d'état. Par ailleurs une linéarisation du modèle et la détermination d'un modèle linéarisé est étudiée. Sur la base de ce modèle, une simulation numérique des caractéristiques du système est réalisée.

Chapitre 3.

Ce chapitre est consacré aux notions sur les observateurs d'état, le placement des pôles et son application aux observateurs.

Chapitre 4 .

L' objet de ce travail étant d'estimer une perturbation externe , en l'occurrence le couple de charge appliqué , une simulation du modèle d'observateur d'état et de perturbation à l'aide du logiciel Matlab – Simulink est effectuée . Les différentes courbes des variables d'état du système y sont obtenues , de même que la courbe de variation du couple de charge estimé .

En annexe sont joints les différents programmes et calculs utilisés .

CHAPITRE I

*Analyse des méthodes et dispositifs
de mesure du couple*

CHAPITRE 1

ANALYSE DES METHODES ET DES DISPOSITIFS DE MESURE DU COUPLE ET POSITION DU PROBLEME

Ce chapitre est consacré à l'étude et à l'analyse des dispositifs existants de mesure du couple, de même qu'aux méthodes d'évaluation des principales perturbations paramétriques et externes des systèmes. Ces dispositifs et méthodes peuvent être classés en directs et indirects.

A . METHODES DIRECTES DE MESURE DU COUPLE

On peut classer les méthodes existantes de mesure du couple en deux catégories :

1. Mesure du couple par des dispositifs mécaniques

1.1.Freins mécaniques

1.1.1. Frein de Prony

Il est constitué de deux sabots serrés contre une poulie calée sur l'arbre par un système d'écrous et de ressorts ; un bras, qui est rappelé vers le haut par l'action d'un dynamomètre, a ses déplacements étroitement limités par deux butées (Fig.1.1). Le principe de fonctionnement de ce dernier consiste à faire tourner le moteur dans un sens opposé à celui qu'impose la force à l'extrémité du bras. Ce frein présente deux inconvénients majeurs :

- une précision faible ;
- une utilisation limitée aux moteurs à petite puissance.

1.1.2. Moulinet de Renard

Il se compose d'une barre rectangulaire en bois, manchonnée sur l'arbre moteur et portant à la même distance de l'arbre deux plaques en aluminium disposées parallèlement à l'axe du moteur (Fig.1.2). On détermine la puissance (couple) à l'aide de diagrammes et de barèmes établis par le constructeur, d'où sa faible précision [29].

1.2 . Freins électriques

1.2.1. Dynamo frein

C'est une dynamo à excitation indépendante dont l'inducteur tout entier peut tourner librement d'un certain angle autour de l'arbre de l'induit (Fig.1.3). Pour obtenir

CHAPITRE 1 : Analyse des méthodes et dispositifs de mesure du couple

cette mobilité, la carcasse inductrice est montée sur des roulements à billes portés par des paliers. Un bras horizontal, disposé perpendiculairement à l'axe de rotation est muni d'un plateau pour recevoir des poids. L'ensemble est équilibré au repos par un contre-poids. La mesure du couple se fait comme avec un frein de Prony; le couple peut être modifié à volonté en faisant débiter la dynamo frein dans un rhéostat de charge. Ce frein est plus commode qu'un frein de Prony, car la transformation de l'énergie mécanique en chaleur s'y fait par l'intermédiaire du courant électrique, bien plus facile à régler qu'un frottement et que cette chaleur est dissipée dans des rhéostats de charge et non dans des parties actives du frein. Toutefois, la sensibilité est assez faible à cause du poids de l'induit [30].

Dans ce cas, le couple est calculé de la manière suivante :

$$C_m = Pl$$

Où :

P - est le poids ;

l - est la longueur de l'arbre.

1.3 Autres freins

Il existe d'autres types de freins comme :

- les freins magnétiques, utilisant les courants de Foucault ;
- les freins pneumatiques ou à huile dans lesquels le frottement s'exerce entre l'eau (ou l'huile) et une turbine calée sur l'arbre .

1.4. Dynamomètres de transmission

1.4.1. Dynamomètre de torsion

Cette méthode de mesure du couple consiste à mesurer l'angle de torsion de l'arbre. Le couple est alors donné par :

$$C = \frac{GJ\alpha}{L}$$

Où :

$G \rightarrow$ le module d'élasticité transversale de l'arbre ;

$J \rightarrow$ le moment d'inertie ;

$L \rightarrow$ la longueur de l'arbre .

Pour mesurer l'angle α , l'arbre est muni d'une vis à long pas à l'une des extrémités, et à l'autre d'un écrou en prise sur cette vis (Fig.1.4.). Le déplacement longitudinal de l'écrou est proportionnel à α .

1.4.2. Dynamomètre à engrenages

Ils sont constitués , en principe , par un différentiel intercalé dans une coupure de l'arbre (Fig.1.5) . L'inconvénient de ce procédé , est son inertie et l'impossibilité d'accès à l'arbre .

Dans ce cas , le couple est obtenu d'après la formule :

$$C = \frac{PL}{2}$$

Où :

$P \rightarrow$ le contre - poids d'équilibre ;

$L \rightarrow$ la longueur de l'arbre .

2. Mesure du couple par capteur de couple

La nécessité fréquente de mesurer les couples sur des organes en rotation , pose le problème des liaisons électriques entre le capteur mobile et la chaîne de mesure fixe . Les liaisons peuvent être assurées avec ou sans contact .

Liaisons avec contact

On utilise soit des contacts glissants à bagues et balais , soit des contacts tournants à bain de mercure . Ils ont l'avantage de permettre le passage d'un courant continu , mais présentent des problèmes d'échauffement et d'usure mécanique dus aux frottements [31].

Ils présentent aussi , une f. e. m thermoélectrique dans le cas où les parties en contact sont constituées de métaux différents . Pour réduire l'échauffement dû au frottement , et augmenter leur durée de vie , on doit limiter la vitesse de rotation ou bien disposer d'un dispositif de refroidissement pour les vitesses élevées .

Liaisons sans contact

La transmission électrique est dans ce cas , soit capacitive (condensateur tournant), soit inductive (transformateur rotatif) et ne concerne dès lors que les signaux alternatifs .

2.2.1. Mesure du couple par effet mécano - électrique

Cette mesure peut se faire, par un couplemètre soit piézoélectrique , soit magnétostrictif ; bien que d'une précision assez limitée (quelques %) , ce système a l'avantage de la simplicité de sa mise en œuvre .

2.2.2. Mesure du couple par déformation d'un corps d'épreuve

Pour évaluer le couple transmis par l'arbre , on mesure sa déformation . La torsion est évaluée en marche sans contact matériel , soit par un capteur optique (couplemètre Amsler) (Fig.1.6.) , soit par un capteur inductif . La mesure du couple par des moyens d'optique ondulatoire , utilisant le vernis élastique est peu sensible et peu précise (Fig.1.7).

2.2.2.a. Couplemètre à mesure d'angle de torsion

On distingue plusieurs méthodes pour cette mesure.

. Mesure par capteur magnétique de proximité

Chaque extrémité du corps d'épreuve est munie d'une roue dentée magnétique . Les signaux fournis par deux capteurs de proximité placés en regard de chaque roue par exemple en phase en l'absence de couple , sont déphasés d'un angle proportionnel au couple à mesurer .

. On peut aussi mesurer l'angle de torsion , soit par un capteur optique , soit par un capteur inductif .

Ces types de mesure du couple , ont une faible précision et une faible sensibilité .

2.2.2.b. Couplemètre à jauge extensiométrique

Le couple est mesuré sur des pièces fixes (Fig.1.8). Ce même dispositif peut convenir pour la mesure du couple sur des pièces tournantes , sauf qu'il faut transmettre la réponse au moyen d'un contact tournant à bague et balais . Lorsque le corps d'épreuve est un cylindre , les jauges sont disposées à 45° par rapport à son axe .Un montage en pont assure la linéarité du pont de mesure .Un tel couplemètre assure une précision supérieure à celle des autres types de couplemètres .

2.2.2.c. Mesure du couple par une pression

Le couple est mesuré par deux dynamomètres hydrauliques à piston , ou mieux à membranes ou soufflets métalliques de manière à soustraire les réponses (Fig.1.9) & (Fig.1.10). La pression peut être transmise à l'extérieur par un joint tournant.

3. Conclusion

De l' étude de la partie concernant les méthodes directes de mesure du couple , on voit apparaître plusieurs inconvénients :

- . La grande inertie de certains dispositifs ;
- . L'inefficacité des dispositifs dans certaines conditions ;
- . Le manque de précision pour de grandes vitesses ;
- . La nécessité de dispositifs de refroidissement en cas du frottement ;
- . La durée de vie limitée de certains dispositifs à cause du frottement ;
- . La difficulté de leur installation physique (nécessité de placer des plaques ferromagnétiques dans des emplacements sur l'arbre) ;

CHAPITRE 1 : Analyse des méthodes et dispositifs de mesure du couple

- . La non – linéarité des caractéristiques ;
- . La nécessité de tarer les capteurs directement sur l'arbre du moteur.

Il apparaît donc que la construction de dispositifs numériques de mesure du couple , par l'utilisation de méthodes de mesure indirectes , a plus de perspectives . Les perturbations paramétriques peuvent être évaluées en utilisant les méthodes de la théorie d'identification des systèmes dynamiques.

CHAPITRE 1 : Analyse des méthodes et dispositifs de mesure du couple

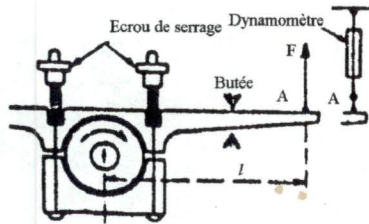


Fig 1.1 - Frein de Prony

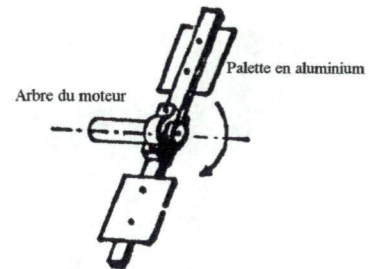


Fig. 1.2 - Schéma d'un moulinet Renard

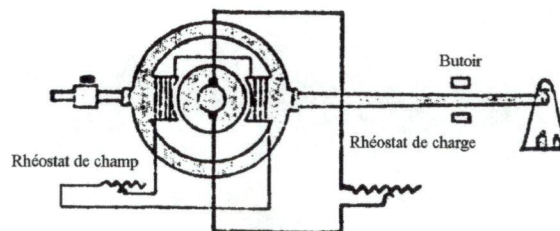


Fig. 1.3 - Schéma d'une dynamo-frein

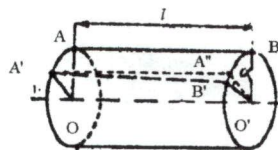


Fig. 1.4 - Dynamo de torsion

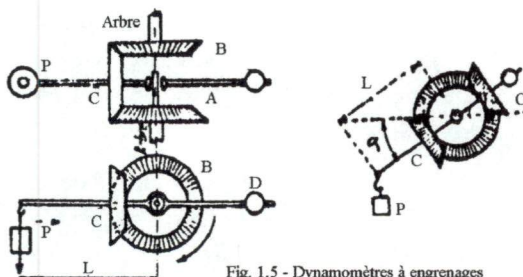


Fig. 1.5 - Dynamomètres à engrenages

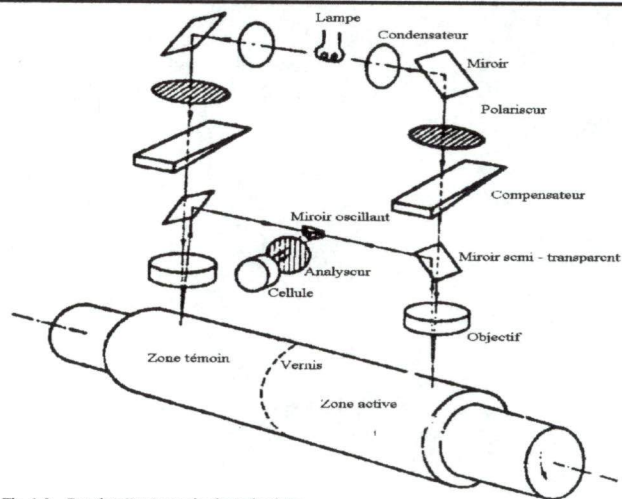


Fig. 1.9 - Couplemètre à vernis photoélastique

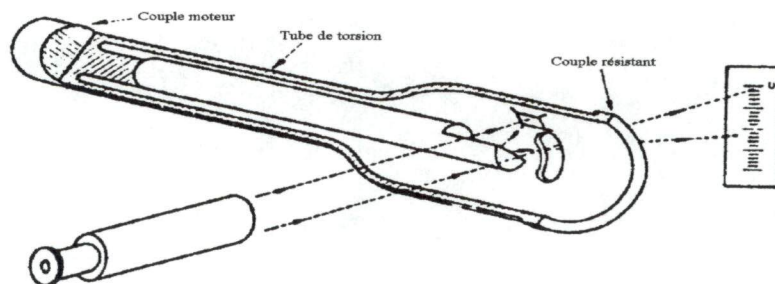


Fig. 1.6 - Couplemètre optique Ansler

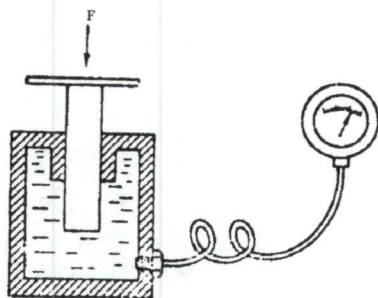


Fig. 1.10 - Dynamomètre hydraulique

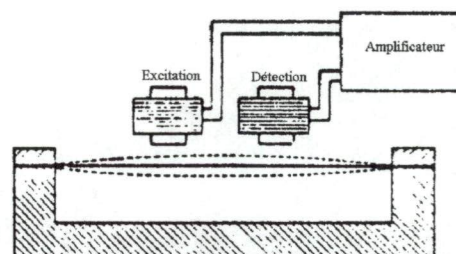


Fig. 1.11 - Extensomètre acoustique

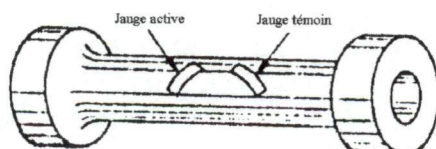


Fig. 1.12 - Couplemètre à jauges extensiométriques

B. METHODES INDIRECTES DE MESURE DU COUPLE.

1. Introduction

Un des moyens pour construire des systèmes de commande , avec des caractéristiques dynamiques élevées , est l'utilisation des principes de la commande invariante , qui permet d'obtenir les indices de qualité demandés , non pas grâce à l'augmentation de la fréquence de coupure de la boucle de vitesse , mais par la compensation de la composante forcée du processus transitoire , due à la variation des facteurs de perturbation . La synthèse d'un système de commande invariant se ramène alors au choix de sa structure et à la détermination des liaisons nécessaires et des paramètres de ses composants [5] , [14], [28]. La particularité de la théorie de l'invariance , est l'hypothèse sur le caractère arbitraire de la variation des forces perturbatrices . Une telle approche ne nécessite pas une information a priori sur les lois de variation de ces forces , qui , par contre , sont nécessaires , par exemple, lorsqu'on utilise les méthodes de la dynamique statistique ; elle permet la synthèse des structures de systèmes de commande , qui assurent une qualité élevée du réglage , sous l'action de forces perturbatrices arbitraires . On peut faire remarquer qu'une réalisation même partielle de la condition d'invariance (invariance jusqu'à epsilon) , permet la construction de systèmes de commande de haute qualité.

D'après les formes d'invariance il est possible de définir les types de systèmes invariants suivants:

- . Les systèmes combinés ;
- . Les systèmes , permettant une augmentation infinie du coefficient d'amplification ;
- . Les systèmes à structure variable ;
- . Le système à mesure indirecte des perturbations.

Les analyses effectuées [14] montrent que la méthode la plus prometteuse de construction des systèmes invariants de commande est celle qui utilise les principes de mesure indirecte des perturbations . Ces systèmes permettent d'obtenir les mêmes indices de qualité que les systèmes de commande combinés mais , en plus , possèdent une plus grande universalité et simplicité de réalisation.

2. Evaluation des méthodes d'identification des perturbations externes et paramétriques

2.1 Conception du dispositif de mesure indirecte de perturbation (D.M.I.P)

Ce dispositif doit permettre de faire apparaître aussi bien les perturbations externes que paramétriques .

Le schéma structurel du D.M.I.P est tracé en Fig.1.11., où sont utilisées les indications suivantes:

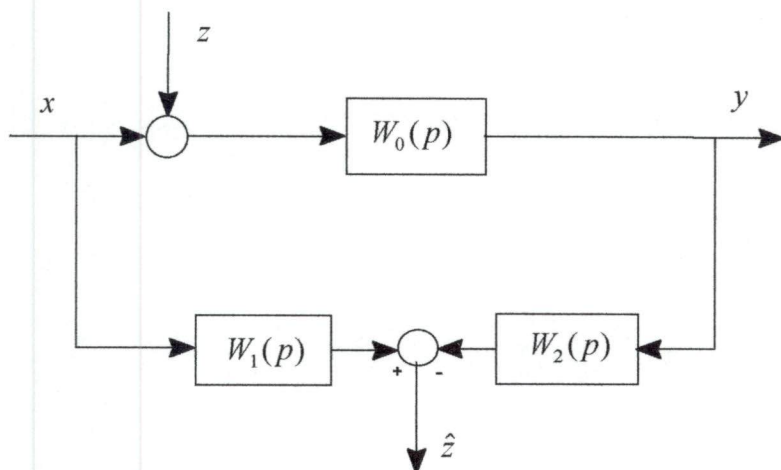


Fig.1.11. Dispositif de mesure indirecte de perturbation

- Fonction de transfert de l'élément du système possédant un paramètre instable.

$$W_0(p) = \frac{a(p)}{d(p)} \quad (1.1)$$

- Fonctions de transfert des blocs du dispositif indirect de mesure de perturbations.

$$W_1(p), W_2(p)$$

- Coordonnées observées du système.

$$x, y$$

- Action perturbatrice.

$$z$$

- Signal de sortie du D.M.I.P

$$\hat{z}$$

CHAPITRE 1 : Analyse des méthodes et dispositifs de mesure du couple

L'expression donnant le signal de sortie du D.M.I.P , d'après la Fig .1.11. , peut s'écrire:

$$\hat{z}(p) = -W_0(p)W_2(p)z(p) + [W_1(p) - W_0(p)W_2(p)]x(p) \quad (1.2)$$

S'il est nécessaire que :

$$W_1(p) - W_0(p)W_2(p) = 0 \quad (1.3)$$

alors pour certaines valeurs nominales des paramètres $a_0(p)$ et $d_0(p)$, on obtiendra :

$$W_2(p) = \frac{W_1(p)}{W_{00}(p)} \quad (1.4)$$

où:

$$W_{00}(p) = a_0(p) / d_0(p)$$

est la fonction de transfert de l'objet , définie pour les valeurs nominales des paramètres . La forme de la fonction de transfert $W_1(p)$ est choisie d'après la condition de faisabilité physique de la fonction de transfert $W_2(p)$.

La perturbation mesurée $\hat{z}$ en l'absence de perturbations paramétriques , c'est - à - dire pour :

$$W_0(p) = W_{00}(p)$$

sera liée à la perturbation réelle z par l'expression:

$$\hat{z}(p) = -W_1(p)z(p) \quad (1.5)$$

Dans le cas où:

$$W_0 \neq W_{00}(p)z(p)$$

Le signal de sortie du D.M.I.P , sera défini par l'expression:

$$\begin{aligned}\hat{z}(p) &= -\frac{W_0(p)}{W_{00}(p)}W_1(p)z(p) + \left[W_1(p) - \frac{W_0(p)}{W_{00}(p)}W_1(p) \right]x(p) = W_1(p)\{-\gamma(p)z(p) + [1-\gamma(p)]x(p)\} = \\ &= W_1(p)[-z_f(p) + z_\delta(p)]\end{aligned}\quad (1.6)$$

où:

$$\begin{aligned}\gamma(p) &= \frac{W_0(p)}{W_{00}(p)} = \frac{a(p)d_0(p)}{a_0(p)d(p)} = \frac{\gamma_2(p)}{\gamma_1(p)} \\ \gamma_1(p) &= \frac{a_0(p)}{a(p)}; \gamma_2(p) = \frac{d_0(p)}{d(p)} \\ z_f(p) &= \gamma(p)z(p); z_\delta(p) = [1-\gamma(p)]x(p)\end{aligned}$$

$\gamma(p), \gamma(p), z_f(p), z_\delta(p) = [1-\gamma(p)]x(p)$ sont des perturbations conditionnées, dues à la variation de $z(p)$ et de $W_0(p)$, respectivement.

Si, $\gamma(p) = 1$, on aura l'expression (1.5). Il convient de signaler, que la méthode de calcul des perturbations paramétriques, n'est physiquement réalisable que pour des éléments dynamiques du système, dont la fonction de transfert $W_0(p)$ possède un numérateur et un dénominateur de même ordre.

3. Mesures indirectes des perturbations dans les systèmes de commande à thyristors

3.1. Mesure indirecte du couple résistant statique dans le cas d'une liaison rigide moteur - mécanisme

Le schéma structurel d'un moteur à courant continu et du dispositif de mesure indirecte du couple résistant est représenté par la Fig. 1.12.

Le D.M.I.P comprend un capteur de courant avec la fonction de transfert suivante:

$$W_1(p) = W_{0i} = \frac{k_i}{(T_{ai}p + 1)} \quad (1.7)$$

et un élément défini par la fonction de transfert, conformément à la relation (1.4) :

$$W_2(p) = \frac{k_i T_{M0}}{T_{ai}p + 1} \quad (1.8)$$

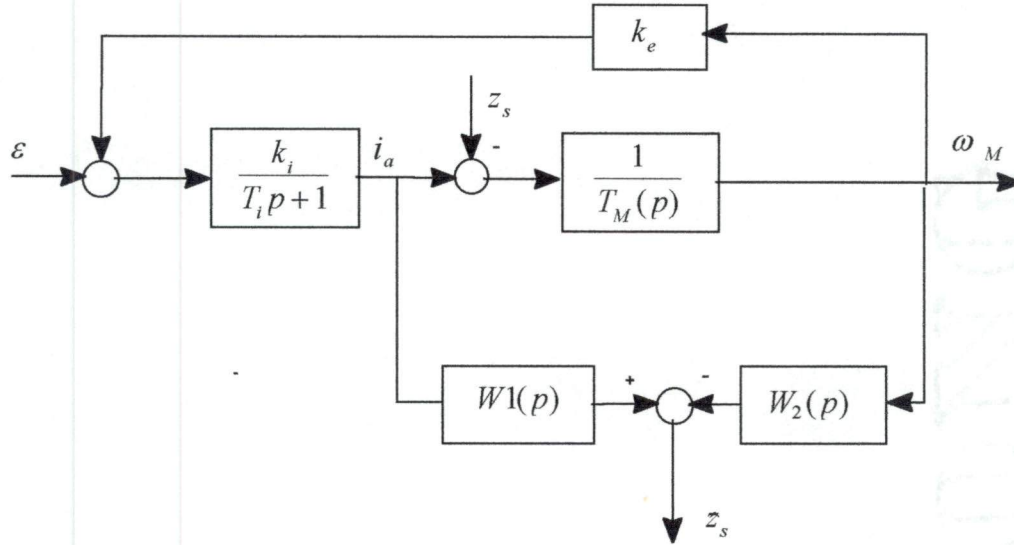


Fig.1.12. Schéma structurel du dispositif de mesure indirecte du couple résistant

Où :

$T_{M0 \rightarrow}$ valeur calculée de la constante de temps de l'entraînement .

La perturbation conditionnelle mesurée $\hat{z}_s$, due à la variation de la constante de temps mécanique et au couple résistant , est définie par (voir Fig. 1.12) :

$$\hat{z}_s = W_1(p) \left\{ \frac{1}{\Delta(p)} [\gamma + k_e W_i(p) W_m(p)] z_s + \frac{W_i(p)}{\Delta(p)} (1 - \gamma) i_a \right\} \quad (1.9)$$

Où :

$W_m(p) = \frac{1}{T_M p}$ → La fonction de transfert de la partie mécanique du moteur ;

$W_i(p) = \frac{k_i}{T_i p + 1}$ → La fonction de transfert de l'induit du moteur .

$$\Delta(p) = 1 + k_e W_i(p) W_m(p)$$

$$\gamma = \frac{T_{M0}}{T_M}$$

D'après l'expression obtenue , on voit que pour $\gamma = 1$, la fonction de transfert du D.M.I.P est :

$$W_{d.m} = \frac{\hat{z}_s(p)}{z_s(p)} = \frac{k_i}{T_{ai}p + 1} \quad (1.10)$$

Si on admet que la constante de temps T_{ai} n'est pas significative , le D.M.I.P permet la mesure dynamique exacte du couple résistant statique .

3.2. Mesure indirecte du couple résistant statique dans un système à une seule masse

Le schéma structurel du moteur à courant continu , avec un dispositif indirect de mesure du couple z_s est représenté en Fig. 1.13.

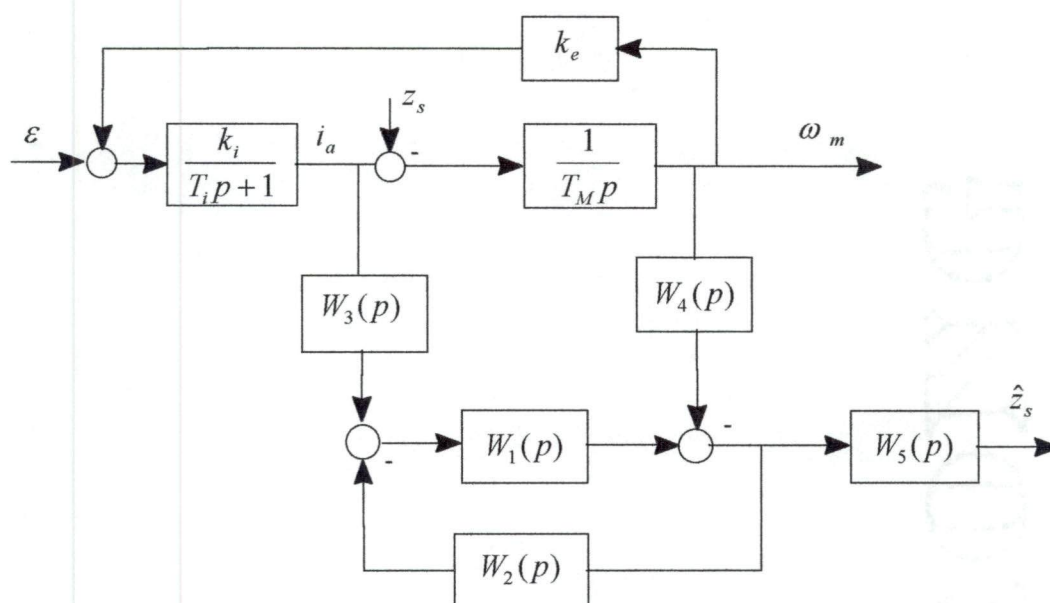


Fig.1.13. Schéma structurel du moteur à courant continu avec un dispositif indirect de mesure du couple

Pour trouver la forme des fonctions de transfert , considérons les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} W_1(p) &= \frac{\hat{z}_s(p)}{z_s(p)} = \frac{[W_1(p)W_3(p) - W_4(p)W_m(p)]W_5(p)}{\Delta(p)} \\ W_z(p) &= \frac{\hat{z}_s(p)}{z_s(p)} = \frac{W_m(p)W_5(p)[W_4(p) + k_e W_a(p)W_1(p)W_3(p)]}{\Delta(p)} \\ \Delta(p) &= [1 + k_e W_a(p)W_m(p)][1 + W_1(p)W_2(p)] \end{aligned} \quad (1.11)$$

CHAPITRE 1 : Analyse des méthodes et dispositifs de mesure du couple

Si on exige que : $W_l(p) = 0$, on obtient alors l'expression suivante :

$$W_1(p)W_3(p) = W_4(p)W_m(p) \quad (1.12)$$

Prenons :

$$W_3(p) = W_4(p) \quad (1.13)$$

alors , d'après les conditions précédentes , il résulte que :

$$W_1(p) = W_m(p) = \frac{1}{T_M p} \quad (1.14)$$

Compte tenu des formules (1.13) et (1.14) , la fonction de transfert du D.M.I du couple résistant peut être écrite de la façon suivante :

$$W_z(p) = \frac{W_m(p)W_5(p)W_4(p)[1 + k_e W_a W_{m0}(p)]}{[1 + k_e W_a(p)W_m(p)][1 + W_{m0}(p)W_2(p)]} \quad (1.15)$$

Où :

$W_{m0}(p) \rightarrow$ Fonction de transfert de l'objet de régulation , définie pour une valeur nominale de la constante de temps T_{M0} .

En supposant que : $T_M = T_{M0}$, la dernière expression peut s'écrire :

$$W_z(p) = \frac{W_m(p)W_5(p)W_4(p)}{1 + W_m(p)W_2(p)} \quad (1.16)$$

Prenons :

$$w_3(p)=w_4(p)=k_i; w_5(p)=w_2(p)=k_2$$

alors , la fonction de transfert du dispositif , d'après la formule (1.16) , aura la forme suivante :

$$W_{m.i}(p) = W_z(p) = \frac{k_i}{T_i p + 1}$$

Où :

$T_i = \frac{T_M}{k_i} \rightarrow$ La constante de temps du D. M. I. du couple résistant ;

$k_i \rightarrow$ Le coefficient de transmission du dispositif.

3.3. Mesure indirecte du couple résistant statique dans un système mécanique à deux masses

Le schéma structurel d'un système à deux masses pour la mesure de z_s est montré sur la Fig. 1.14 .

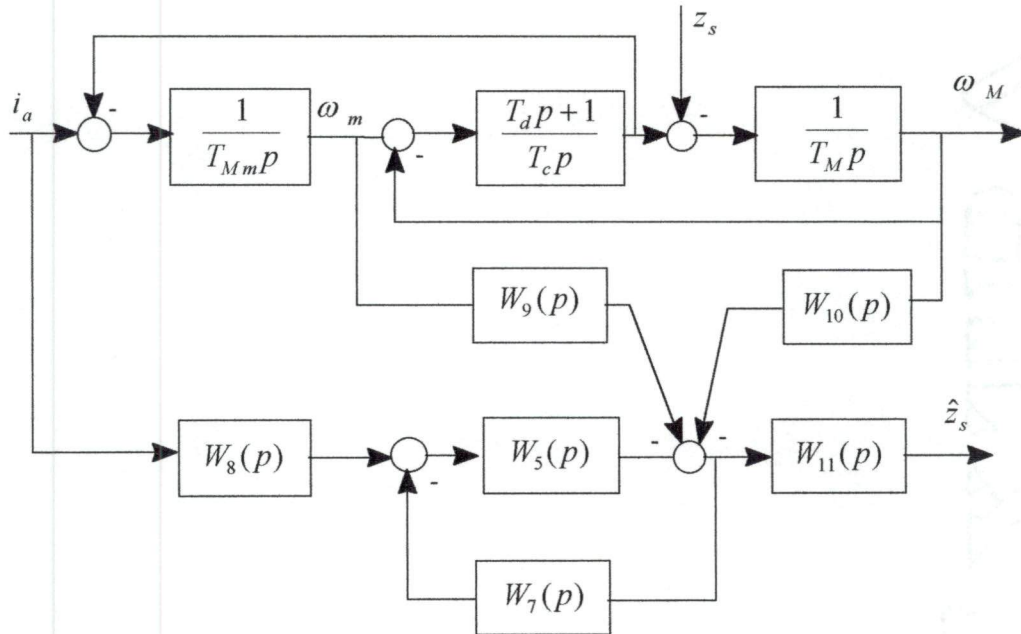


Fig.1.14. Schéma structurel d'un système à deux masses

Pour définir les fonctions de transfert des éléments composant ce dispositif, considérons les fonctions de transfert suivantes du système :

$$\begin{aligned}
 W_l(p) &= \frac{\hat{z}(p)}{i_i(p)} = \\
 &= W_{11}(p) \{ W_6(p)W_8(p)[1 + L_1(p) + L_2(p)] - W_9(p)W_m(p)[1 + L_2(p)] - W_m(p)W_d(p)W_M(p)W_{10}(p) \} \times \\
 &\times [\Delta(p)]^{-1}
 \end{aligned} \tag{1.17}$$

$$W_z(p) = \frac{\hat{z}_s(p)}{z_s(p)} = W_{11}(p) \{ W_M(p)W_{10}(p)[1 + L_1(p)] + W_M(p)W_d(p)W_m(p)W_9(p) \} [\Delta(p)]^{-1} \tag{1.18}$$

Où :

$W_m(p), W_d(p), W_M(p), L_1(p), L_2(p)$, sont définis d'après l'expression (1.25) .

$$\Delta(p) = [1 + L_1(p) + L_2(p)][1 + W_6(p)W_7(p)]$$

Pour réaliser la condition :

$$W_l(p) = 0$$

il est nécessaire que :

$$\begin{aligned}
 W_6(p)W_8(p)[1 + L_1(p) + L_2(p)] = \\
 = W_9(p)W_m(p)[1 + L_2(p)] - W_m(p)W_d(p)W_M(p)W_{10}(p) = 0
 \end{aligned} \tag{1.19}$$

Si on considère que :

$$W_{10}(p) = \frac{W_m(p)}{W_M(p)} W_9(p) = \frac{T_M(p)}{T_{M.m}} W_9(p) \tag{1.20}$$

alors , l'égalité (1.19) sera vraie pour les conditions :

$$W_8(p) = W_9(p); W_6(p) = W_m(p) = \frac{1}{T_{M.m0}P} \tag{1.21}$$

CHAPITRE 1 : Analyse des méthodes et dispositifs de mesure du couple

Compte tenues des conditions obtenues , la fonction de transfert du D. M . I. du couple résistant z_s , peut être mise sous la forme suivante , pour $T_{M.m} = T_{M.m0}$:

$$W_z(p) = \frac{\hat{z}_s(p)}{z_s(p)} = \frac{W_{11}(p)W_m(p)W_9(p)}{1 + W_{m0}(p)W_7(p)}$$

Prenons :

$$W_{11}(p) = W_7(p) = k_1 ; W_9(p) = k_i \quad (1.22)$$

alors la fonction de transfert recherchée sera :

$$W_{di}(p) = W_z(p) = \frac{k_i}{T_i p + 1}$$

Où :

$$T_i = \frac{T_{M.m0}}{k_i} \rightarrow \text{La constante de temps du dispositif .}$$

Compte tenue de la condition (1.22) , les fonctions de transfert du couple résistant auront la forme :

$$W_{10}(p) = \frac{T_{M0}}{T_{M.m0}} k_i ; W_8(p) = k_i \quad (1.23)$$

Où :

$$T_{M.0}, T_{M.m0} \rightarrow \text{Les valeurs nominales des constantes de temps du mécanisme et du moteur .}$$

3.4. Mesure indirecte du couple résistant statique pour un système élastique à deux masses

Le schéma structurel du système équivalent à deux masses moteur - mécanisme , est représenté en Fig. 1.15 .

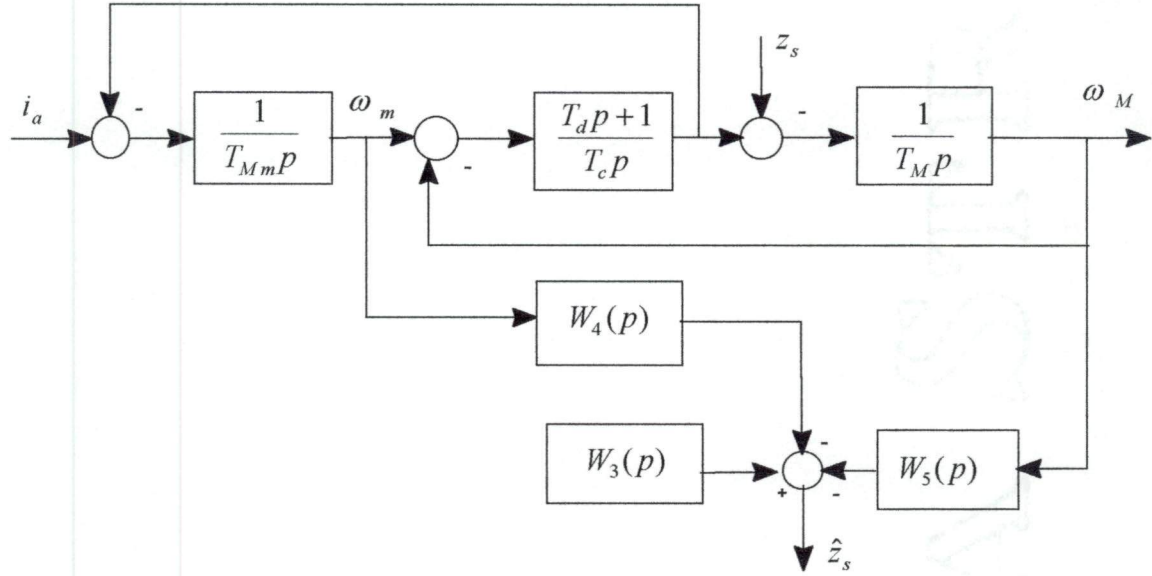


Fig.1.15. Schéma structurel du système équivalent à deux masses moteur – mécanisme

Examinons le choix de la forme et des paramètres des fonctions de transfert des éléments du dispositif, c'est - à dire $W_3(p), W_4(p), W_5(p)$ en partant de la condition dynamique de la mesure exacte de la perturbation z_s .

Le signal de sortie $\hat{z}_s$ du dispositif considéré peut être décrit, d'après le schéma structurel, par la formule suivante :

$$\hat{z}_s = W_l(p)i_a + W_z(p)z_s \quad (1.24)$$

Où :

$$W_l(p) = \frac{W_3(p)\Delta(p) - W_4(p)W_m(p)[1 + L_2(p)] - W_5(p)W_M(p)L_1(p)}{\Delta(p)}$$

$$W_z(p) = \frac{W_4(p)W_m(p)L_2(p) + W_5(p)W_M(p)[1 + L_1(p)]}{\Delta(p)}$$

$$L_1(p) = W_m(p)W_d(p)$$

$$L_2(p) = W_m(p)W_d(p)$$

$$W_m(p) = \frac{1}{T_{Mm}p} \quad (1.25)$$

$$W_d(p) = \frac{T_d p + 1}{T_c p}$$

$$W_M(p) = \frac{1}{T_M p}$$

$$\Delta(p) = 1 + L_1(p) + L_2(p) = \frac{qT_M T_c p^2 + 1}{qT_M T_c p^2}$$

Supposons que :

$$\begin{aligned}W_4(p)W_m(p) &= W_5(p)W_M(p) \\ W_4(p) &= 0\end{aligned}$$

Alors la condition suivante doit être satisfaite :

$$W_3(p) = W_4(p)W_m(p) = W_5(p)W_M(p) \quad (1.26)$$

D'après la dernière expression , on peut définir les fonctions de transfert $W_4(p)$ et $W_5(p)$, si on se donne la forme de la fonction de transfert .Par exemple , si :

$$W_4(p) = \frac{1}{(\tau_{k1}p + 1)}$$

Les fonctions de transfert recherchées seront :

$$\begin{aligned}W_4(p) &= \frac{k_1 T_{Mm} p}{\tau_{k1} p + 1} \\ W_5(p) &= \frac{k_1 T_M p}{\tau_{k1} p + 1}\end{aligned} \quad (1.27)$$

Compte tenu des conditions ci-dessus , la fonction de transfert du D.M.I.P. est égale à :

$$W_{d.m}(p) = W_z(p) = \frac{\hat{z}_s(p)}{z_s(p)} = \frac{k_1}{\tau_{k1} p + 1} \quad (1.28)$$

L'inertie du dispositif est définie par la constante de temps τ_{k1} , dont la valeur doit être de préférence choisie lors de la synthèse du système invariant de régulation de l'entraînement électrique.

L'inconvénient principal des D.M.I.P. , ci-dessus considérés , pour la mesure du couple statique , est la nécessité de différencier les signaux, proportionnels à la vitesse angulaire du moteur pour un système mécanique à une masse , et à la vitesse angulaire du moteur et du mécanisme pour un système à deux masses . Les vitesses angulaires sont mesurées à l'aide de tachymètres , dont les signaux de sortie , en plus du signal utile , contiennent aussi des bruits parasites .C'est pourquoi au moment du choix du degré de forçage des signaux , proportionnels aux vitesses angulaires du moteur et du mécanisme , c'est - à dire , au moment du choix des valeurs de la constante de temps τ_{k1} , il y a lieu de tenir compte de la composante spectrale du bruit .

CHAPITRE 1 : Analyse des méthodes et dispositifs de mesure du couple

La méthode proposée ci-dessous de construction des dispositifs de mesure du couple résistant exclut l'inconvénient précité, par suite de l'exécution indirecte de l'opération de différenciation

4. Position du problème

Les méthodes directes de mesure du couple sont des méthodes particulières dont les principes de fonctionnement sont divers (mécanique, optique, hydraulique et électrique). Elles nécessitent l'introduction de bobines exploratrices, de sondes Hall à l'intérieur du moteur ou l'utilisation de capteurs pour la mesure du flux, par ailleurs très encombrants [19], [3], [7].

L'étude des avantages et des inconvénients des différents types de dispositifs existants actuellement permet de constater qu'ils ne correspondent pas totalement aux exigences de mesure, compte tenu de la nécessité d'accès à l'arbre du moteur.

Par ailleurs, les méthodes indirectes de mesure du couple, ci-dessus étudiées, ne permettent pas de répondre à toutes les situations. En particulier, dans certains mécanismes, la mesure directe de la vitesse de la deuxième masse est difficile.

Ceci nous amène à réfléchir à l'étude d'un dispositif de mesure indirecte du couple par utilisation de la simulation numérique, associée à la mesure de grandeurs électriques (courant, tension) et mécanique (vitesse), dans le cas, en particulier, où l'accès à l'arbre du moteur est impossible.

Dans ce travail, il est procédé à l'élaboration d'un observateur d'état et de perturbation qui permet de surveiller les grandeurs internes d'un système et la grandeur de perturbation non mesurable directement. Un tel observateur nous donne la possibilité de mesurer indirectement le couple résistant aléatoire d'un système électromécanique, dans le cas particulier où l'accès à l'arbre du moteur est impossible, et de pouvoir ainsi reconstituer, par exemple, la courbe d'évolution de la charge avec une bonne précision.

5. Conclusion du chapitre 1.

Dans ce chapitre, nous avons fait l'étude bibliographique des dispositifs directs et indirects de mesure du couple de charge existants. Il en ressort un certain nombre d'inconvénients qui sont principalement :

- . une grande inertie pour certains dispositifs ;
- . l'inefficacité des dispositifs dans certaines conditions de fonctionnement ;
- . un manque de précision pour les grandes vitesses de rotation ;
- . la présence de dispositifs de refroidissement en cas de frottement ;
- . une durée de vie limitée pour certains dispositifs à cause du frottement.

Pour évaluer la perturbation, on propose une méthode indirecte de mesure qui consiste à faire l'estimation du couple de perturbation externe (qui est ici le couple de charge), par un observateur d'état et de perturbation.

CHAPITRE II

*Modélisation dans l'espace d'état
d'un M.C.C. à liaisons élastiques*

CHAPITRE 2

MODELISATION DANS L'ESPACE D'ETAT D'UN M.C.C A LIASONS ELASTIQUES

Dans une analyse approximative des systèmes de commande , on suppose que les masses et les charges des éléments en rotation sont couplées mécaniquement par l'intermédiaire d'arbres parfaitement rigides . Ainsi , par une telle simplification , les masses en rotation de l'ensemble d'un système de commande , peuvent être réduites à une seule masse équivalente . En pratique, cependant , les arbres sont élastiques . Cela génère les phénomènes suivants :

- . une influence des oscillations mécaniques des éléments élastiques sur le couple et la vitesse angulaire des moteurs pendant les états transitoires .
- . l'existence d'oscillations libres additionnelles pendant les états transitoires .
- . l'instabilité des systèmes .

2.1. Analyse de la dynamique des systèmes à liaisons élastiques

Dans la plupart des cas , un système à liaisons élastiques peut être représenté comme étant composé de trois éléments :

- . le rotor du moteur avec les enroulements , les réducteurs , les accouplements , les tambours .
- . un arbre élastique non inerte .
- . la partie rotative du système d'exécution .

Un tel système possède deux degrés de liberté . Le coefficient de rigidité k a une certaine valeur finie . Nous adopterons les simplifications suivantes les déformations dues aux contraintes mécaniques sont à l'intérieur des limites élastiques et correspondent à la loi de Hooke .

- . les masses d'inertie du rotor du moteur et des éléments en rotation du système exécutif sont concentrées et parfaitement rigides .
- . les forces et les couples agissent sur les masses d'inertie .
- . les masses partielles sont connectées par des contraintes élastiques avec des masses négligeables.

Ainsi , toutes les masses du système de commande sont réduites à deux masses , où la première , de moment d'inertie J_1 , est couplée rigidement au moteur et la seconde de moment d'inertie J_2 , est séparée du moteur par un arbre élastique . On construit l'équation du mouvement du système en considérant la première et la deuxième masses comme indépendantes et en leur appliquant (avec le signe approprié) le moment d'élasticité des liaisons élastiques - M_{el} .

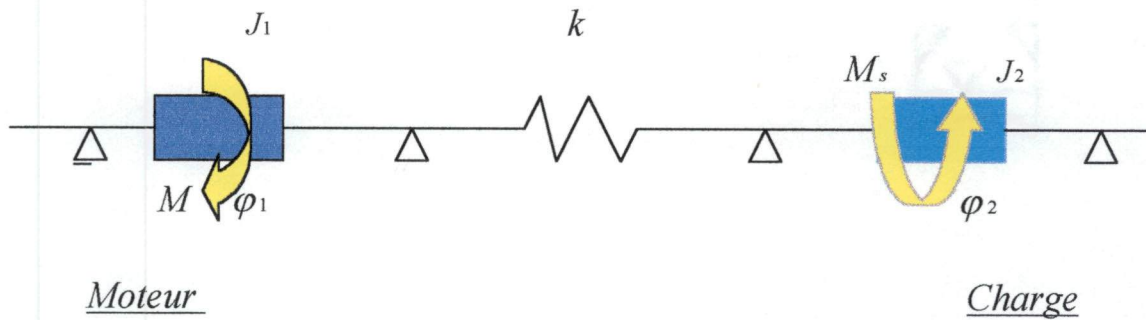


Fig. 2.1. Schéma de calcul équivalent à deux masses

Ainsi, selon la Fig.2.1., et en négligeant les résistances au mouvement, on obtient les équations de balance des couples suivantes :

$$M - M_{e1} = J_1 \frac{d^2 \varphi_1}{dt^2} \quad (2.1)$$

$$M_{e1} - M_s = J_2 \frac{d^2 \varphi_2}{dt^2} \quad (2.2)$$

où :

M - couple moteur ;

M_s - couple de charge statique ;

M_{e1} - moment d'élasticité de l'arbre ;

J_1, J_2 - moments d'inertie axiaux des éléments rotatifs du moteur et de la charge ;

φ_1, φ_2 - déplacements angulaires aux deux bouts d'arbre .

Le couple transmis par la liaison élastique peut être exprimée par l'équation suivante :

$$M_{e1} = k(\varphi_1 - \varphi_2) = k \int_0^t (\omega_1 - \omega_2) dt \quad (2.3.)$$

où, k est le coefficient de rigidité et ω_1, ω_2 sont les vitesses angulaires aux deux bouts de l'arbre .

Le coefficient de rigidité est donné par la formule :

CHAPITRE 2 : Modélisation dans l'espace d'état d'un m.c.c. à liaisons élastiques

$$k = \frac{J_0 G}{l} \quad (2.4.)$$

Où J_0 est le moment d'inertie de l'arbre, G est le module de rigidité et l est la longueur de l'arbre.

Le moment axial d'inertie de l'arbre est :

$$J_0 = \frac{\pi d^4}{32} \quad (2.5)$$

Où, d est le diamètre de l'arbre.

Le module de rigidité est calculé d'après la formule :

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (2.6)$$

Où, E est le module d'élasticité.

$$E = 2.10^6 - 2.1.10^6 \quad (2.7)$$

ν est un coefficient, tel que :

$$\nu = 0.25 - 0.30 \quad (2.8)$$

2.2. Couplage d'un M.C.C. à excitation indépendante avec une charge par une liaison élastique

Les équations précédentes ignorent le caractère de la source du couple M ; ce couple, pour un courant d'excitation constant, et dans une large gamme de variation du courant d'induit, peut être représenté par l'équation :

$$M(t) = M_e(t) = c i_a(t) \quad (2.9)$$

Où :

- c - la constante du couple moteur ;
- $i_a(t)$ - le courant d'induit.

La fonction $i_a(t)$ dépend des paramètres équivalents R_a et L_a du circuit d'induit et de la vitesse limite $\frac{di_a(t)}{dt}$ qui résulte du processus physique de commutation.

Le schéma d'un M.C.C. à excitation indépendante couplé à une charge par une liaison élastique est donné par la Fig. 2.2

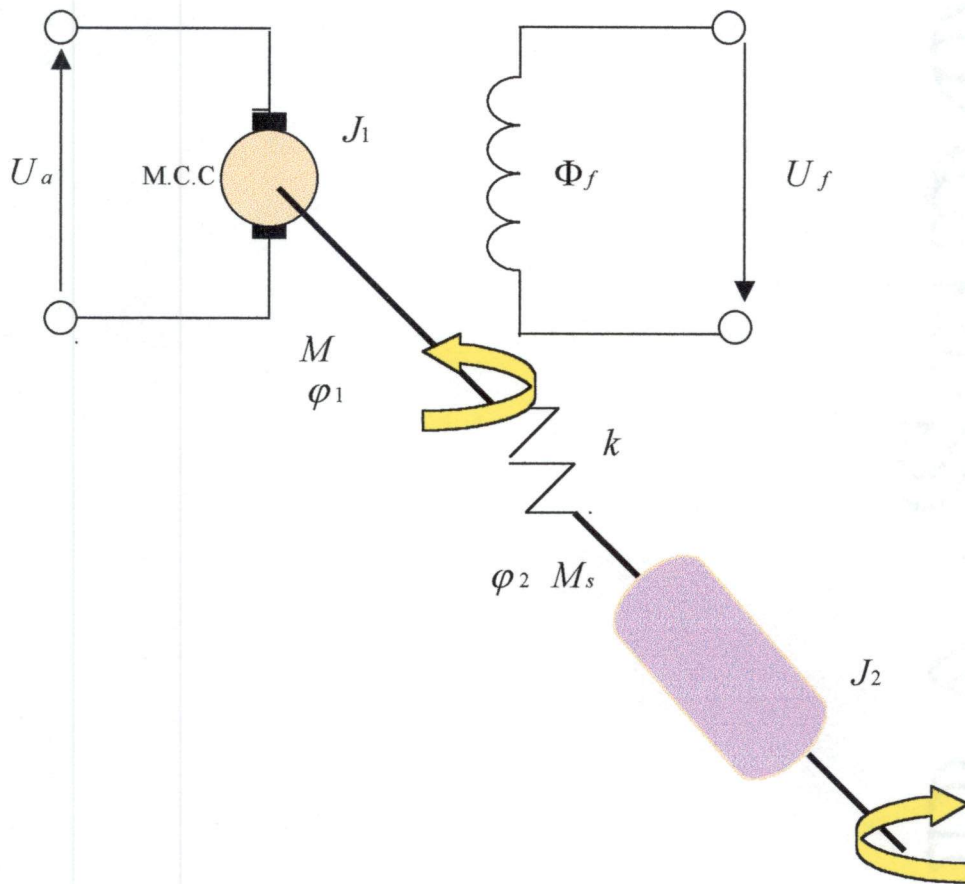


Fig.2.2. M.C.C à excitation séparée couplé à une charge par une liaison élastique

Nous adopterons , ici, les simplifications suivantes :

- le flux d'excitation est constant ;
- l'influence des courants de Foucault , de l'hystérésis et de la réactance d'induit est négligée ;
- la valeur de l'inductance des enroulements additionnels et des enroulements de compensation est constante ;
- il n'y a pas de frottement dans le système ;
- l'arbre de couplage a une masse d'inertie nulle .

CHAPITRE 2 : Modélisation dans l'espace d'état d'un m.c.c. à liaisons élastiques

Durant l'analyse du système on utilisera les notations suivantes :

$u_a(t)$	- la tension d'alimentation de l'induit ;
$u_f(t)$	- la tension d'excitation ;
$i_a(t)$	- le courant d'induit ;
R_a	- la résistance du circuit d'induit ;
L_a	- l'inductance du circuit d'induit ;
$e_a(t)$	- la force électromotrice du moteur ;
$k_e=k_m=c$	- la constante du moteur ;
Φ_f	- le flux magnétique d'excitation ;
J_1	- le moment d'inertie axiale de l'induit ;
J_2	- le moment d'inertie des masses en rotation de charge appliquée sur l'axe de l'arbre ;
φ_1, φ_2	- les déplacements angulaires en début et en bout d'arbre ;
ω_1, ω_2	- les vitesses angulaires en début et en bout d'arbre ;
$T_a = \frac{L_a}{R_a}$	- la constante de temps électromagnétique du moteur ;
$T_{1em} = \frac{J_1 R_a}{c^2}$	- la constante de temps électromécanique de l'induit du moteur ;
$T_{2em} = \frac{J_2 R_a}{c^2}$	- la constante de temps électromécanique des masses en rotation de la charge ;
$T_{em} = \frac{(J_1 + J_2) R_a}{c^2}$	- la constante de temps électromécanique du système de commande ;
M_e	- le couple électrique du moteur ;
M_e	- le couple statique de charge du système ;
k	- le coefficient de rigidité de la liaison élastique ;

L'application des lois de Kirchhoff au circuit d'induit nous donne les équations suivantes :

$$e_a(t) + R_a i_a(t) + L_a \frac{di_a(t)}{dt} = u_a(t) \quad (2.10)$$

$$e_a(t) = c \frac{d\varphi_1(t)}{dt} \quad (2.11)$$

En combinant ces deux équations , nous aurons :

$$c \frac{d\varphi_1(t)}{dt} + R_a i_a(t) + L_a \frac{di_a(t)}{dt} = u_a(t) \quad (2.12)$$

Le couple électromagnétique du moteur et le courant d'induit sont reliés par l'équation :

$$M(t) = M_e(t) = c i_a(t) \quad (2.13)$$

A partir des équations (2.1) et (2.2) de balance des couples , nous obtenons :

$$M(t) - k[\varphi_1(t) - \varphi_2(t)] = J_1 \frac{d^2 \varphi_1(t)}{dt^2} \quad (2.14)$$

$$k[\varphi_1(t) - \varphi_2(t)] - M_s(t) = J_2 \frac{d^2 \varphi_2(t)}{dt^2} \quad (2.15)$$

2.3. Linéarisation du modèle

Les équations de base du système sont les suivantes :

$$u_a(t) = c \frac{d\varphi_1(t)}{dt} + R_a i_a(t) + L_a \frac{di_a(t)}{dt} \quad (2.16)$$

$$M(t) = c i_a(t) \quad (2.17)$$

$$M(t) - k[\varphi_1(t) - \varphi_2(t)] = J_1 \frac{d^2 \varphi_1(t)}{dt^2} \quad (2.18)$$

$$k[\varphi_1(t) - \varphi_2(t)] - M_s(t) = J_2 \frac{d^2 \varphi_2(t)}{dt^2} \quad (2.19)$$

Le système d'équations (2.16 – 2.19) peut être transformé comme suit :

$$\frac{di_a(t)}{dt} = -\frac{R_a}{L_a} i_a(t) - \frac{c}{L_a} \omega_1(t) + \frac{1}{L_a} u_a(t) \quad (2.20)$$

$$\frac{d\omega_1(t)}{dt} = \frac{c}{J_1} i_a(t) - \frac{k}{J_1} \varphi_1(t) + \frac{k}{J_1} \varphi_2(t) \quad (2.21)$$

$$\frac{d\omega_2(t)}{dt} = \frac{k}{J_2} \varphi_1(t) - \frac{k}{J_2} \varphi_2(t) - \frac{1}{J_2} M_s(t) \quad (2.22)$$

$$\frac{d\varphi_1(t)}{dt} = \omega_1(t) \quad (2.23)$$

$$\frac{d\varphi_2(t)}{dt} = \omega_2(t) \quad (2.24)$$

CHAPITRE 2 : Modélisation dans l'espace d'état d'un m.c.c. à liaisons élastiques

Dans la réalité des phénomènes , tous les systèmes sont non linéaires : multiplication de grandeurs variables , fonction non linéaire due à la caractéristique d'aimantation inverse , limitations , ou d'autres types de non-linéarités .Le traitement des systèmes non linéaires est très compliqué .On doit traiter cas par cas et l'application de méthodes générales n'est pas possible .Ainsi , les résultats obtenus ne sont valables que dans un certain domaine de fonctionnement . La présence de non-linéarités rend difficile la solution analytique .C'est pourquoi , lorsqu'on fait l'étude de nombreux régimes dynamiques , il est intéressant de linéariser les équations dans les limites de petites variations des variables autour d' un point, correspondant au régime statique de fonctionnement .

En décomposant la fonction non-linéaire se trouvant dans le membre droit des équations , en série de Taylor au point de fonctionnement en régime permanent on obtient un système d'équations différentielles linéaires , pour lesquelles on doit calculer les coefficients constants . La validité d'une telle linéarisation est limitée par les conditions suivantes :

1) Elle n'est applicable que pour de petites variations , c'est - à - dire pour les régimes dans lesquels les grandeurs variables à l'entrée des éléments présentent des variations suffisamment faibles .Dans ces conditions la précision augmente avec la diminution des variations .

2) Cette méthode étant basée sur la décomposition en série de Taylor de fonctions , elle n'est applicable que pour des linéarités continûment différentiables .

Le M.C.C est un système non - linéaire dont les équations , exprimées sous forme de grandeurs relatives , seront soumises à une linéarisation .

Une fois établi le système d'équations linéarisé , il faut mettre ces équations sous une forme qui permette un traitement ultérieur pour la synthèse , le dimensionnement et l'analyse des systèmes d'observation et/ou de réglage .Pour cela on utilise les équations d'état et les fonctions de transfert .

Les équations d'état tiennent compte de la structure interne du système qu'elles décrivent dans le domaine temporel à l'aide d'un système d'équations différentielles du 1^{er} ordre.

Par contre les fonctions de transfert ne donnent que des relations entre les entrées et les sorties d'un système , sans mettre en évidence la structure interne de ce dernier .Il s'agit d'une représentation dans le domaine fréquentiel (c -à -d complexe) , à l'aide de la transformation de Laplace .

Les grandeurs internes du système , appelées grandeurs d'état $x_1, x_2, \dots, x_n$, sont réunies dans un vecteur d'état :

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

CHAPITRE 2 : Modélisation dans l'espace d'état d'un m.c.c. à liaisons élastiques

Le nombre n de grandeurs d'état ne doit pas être plus élevé que l'ordre du système. Les équations d'état sont des équations différentielles du 1^{er} ordre réunies à l'aide de la notation matricielle.

Il y a, d'une part, l'équation différentielle :

$$\frac{dx(t)}{dt} = \dot{x} = f[x(t), u(t), v(t)] \quad (2.27)$$

Et, d'autre part, l'équation de sortie, qui est une équation algébrique :

$$y(t) = g[x(t), u(t)] \quad (2.28)$$

La procédure de linéarisation autour d'un point de fonctionnement spécifique se fait en trois étapes :

1. Définir un point de fonctionnement nominal

$$\dot{x}_0 = f(x_0, u_0)$$

$$\dot{y}_0 = g(x_0, u_0)$$

2. Considérer une perturbation d'entrée :

$$u \rightarrow u_0 + \delta u$$

3. Linéariser autour de :

$$(x_0, u_0, y_0)$$

La linéarisation se fait par application des séries de Taylor aux équations différentielles non-linéaires (2.27) :

$$\begin{aligned} \dot{x}_0 + \delta \dot{x} = f(x_0, u_0) &+ \frac{\partial f(x_0, u_0)}{\partial x^T} \delta x + \delta x^T \frac{\partial^2 f(x_0, u_0)}{\partial x^2} \delta x + \dots + \frac{\partial f(x_0, u_0)}{\partial u^T} \delta u + \\ &+ \delta u^T \frac{\partial^2 f(x_0, u_0)}{\partial u^2} \delta u + \dots \end{aligned} \quad (2.29)$$

CHAPITRE 2 : Modélisation dans l'espace d'état d'un m.c.c. à liaisons élastiques

En négligeant les termes d'ordre élevés et compte tenu de :

$$\dot{x}_0 = f(x_0, u_0)$$

on aura :

$$\delta \dot{x} = \left. \frac{\partial f(x_0, u_0)}{\partial x^T} \right|_{x=x_0} \delta x + \left. \frac{\partial f(x_0, u_0)}{\partial u^T} \right|_{x=x_0} \delta u$$

et ce pour de petites variations autour du point nominal de fonctionnement .

La dérivé d'un vecteur , en respectant le vecteur transposé , est une matrice Jacobienne .

L'équation ci-dessus peut aussi s'écrire :

$$\begin{bmatrix} \delta \dot{x}_1 \\ \vdots \\ \delta \dot{x}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta x_1 \\ \vdots \\ \delta x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial u_1} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial u_m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial u_1} & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial u_m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta u_1 \\ \vdots \\ \delta u_m \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

La même chose est faite pour l'équation de sortie :

$$\delta y = \left. \frac{\partial g(x_0, u_0)}{\partial x^T} \right|_{x=x_0} \delta x + \left. \frac{\partial g(x_0, u_0)}{\partial u^T} \right|_{x=x_0} \delta u \quad (2.31)$$

Ainsi , le système linéaire dans l'espace d'état sera décrit par :

$$\begin{aligned} \delta \dot{x} &= A \delta x + B \delta u \\ \delta y &= C \delta x + D \delta u \end{aligned} \quad (2.32)$$

Si on considère seulement les systèmes linéaires , il est pratique de remplacer l'équation ci-dessus par :

$$\begin{aligned} \frac{dx(t)}{dt} &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t) \end{aligned} \quad (2.33)$$

CHAPITRE 2 : Modélisation dans l'espace d'état d'un m.c.c. à liaisons élastiques

La solution de ce système d'équations différentielles linéaires est :

$$y(t) = Ce^{At}x_0 + C \int_0^t e^{A(t-\tau)} Bu(\tau) d\tau + Du(t) \quad (2.34)$$

dont le résultat est essentiellement le même que pour une simple équation différentielle de 1^{er} ordre à coefficients constants , les facteurs scalaires étant remplacés par des matrices et la fonction exponentielle par une expression matricielle .

Pour un système discret :

$$x(k+1) = f[x(k), u(k), k] \quad (2.35)$$

$$y(k) = g[x(k), u(k), k] \quad (2.36)$$

$$x(0) = x_0$$

qui peut être simplifié , dans le cas linéaire en :

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) \quad (2.37)$$

$$y(k) = Cx(k) + Du(k) \quad (2.38)$$

$$x(0) = x_0$$

On aura la solution suivante :

$$y(k) = CA^k x_0 + C \sum_{i=1}^k A^{i-1} Bu(k-i) + Du(k) \quad (2.39)$$

La structure des matrices A, B, C, D peut varier largement .Les formes canoniques sont d'une signification particulière dans la manipulation des systèmes sous forme d'espace d'état.

Certaines structures peuvent être particulièrement utiles dans le traitement numérique des systèmes dynamiques .

Considérons en particulier , la forme canonique de l'observateur , qui est duale de la forme canonique de commande , mais avec une approche différente .Pour éviter les dérivations de la valeur d'entrée , l'équation différentielle :

$$\frac{d^n y}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y = b_0 u + b_1 \frac{du}{dt} + \dots + b_n \frac{d^n u}{dt^n} \quad (2.40)$$

sera intégrée n fois , ce qui donne :

$$y(t) = b_n u(t) + \int_0^t [b_{n-1} u(\tau) - a_{n-1} y(\tau)] d\tau + \dots + \int_0^t \dots \int_0^t [b_0 u(\tau) - a_0 y(\tau)] d\tau^n \quad (2.41)$$

Si les sorties d'intégrateurs sont de nouveau définies comme des variables d'état , les équations d'état peuvent être écrites sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -a_0 y + b_0 u \\ \dot{x}_2 &= x_1 - a_1 + b_1 u \\ &\vdots \\ \dot{x}_n &= x_{n-1} - a_{n-1} + b_{n-1} u \end{aligned} \quad (2.42)$$

Et :

$$y = x_n + b_n u \quad (2.43)$$

Ainsi y peut être éliminé et les matrices d'état sous forme observables s'écrivent :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & \dots & 0 & 0 & -a_0 \\ 1 & 0 & \dots & \dots & 0 & 0 & -a_1 \\ 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \dots & \dots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \dots & \dots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \dots & \dots & 0 & 0 & 1 & 0 & -a_{n-2} \\ 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & 1 & -a_{n-1} \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} b_0 - b_n a_0 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ b_{n-1} - b_n a_{n-3} \\ b_{n-2} - b_n a_{n-2} \\ b_{n-1} - b_n a_{n-1} \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

$$C^T = [0 \quad 0 \quad \dots \quad \dots \quad 0 \quad 1] \quad (2.45)$$

$$d = [b_n] \quad (2.46)$$

CHAPITRE 2 : Modélisation dans l'espace d'état d'un m.c.c. à liaisons élastiques

Ainsi , les équations (2.43-46) , sont non-linéaires , à cause de la multiplication des variables. Ce modèle doit donc être linéarisé autour d'un point de fonctionnement permanent ou d'un état nominal .

Pour une variable d'état x :

$$x = X + \Delta x \quad (2.47)$$

Où:

$X \rightarrow$ La valeur de x en régime permanent ;

$\Delta x \rightarrow$ perturbation autour de cette valeur .

Ainsi , en appliquant cette formule aux variables d'état :

$$i_a, \omega_1, \omega_2, \varphi_1, \varphi_2 \quad (2.48)$$

On obtiendra :

$$\begin{aligned} i_a &= I_a + \Delta i_a \\ \omega_1 &= \Omega_1 + \Delta \omega_1 \\ \omega_2 &= \Omega_2 + \Delta \omega_2 \\ \varphi_1 &= \Phi_1 + \Delta \varphi_1 \\ \varphi_2 &= \Phi_2 + \Delta \varphi_2 \end{aligned} \quad (2.49)$$

Les termes de 1^{er} ordre , après réarrangement , s'écrivent :

$$\frac{d\Delta i_a}{dt} = -\frac{R_a}{l_a} \Delta i_a - \frac{c}{l_a} \Delta \omega_1 + \frac{\Delta u}{l_a} \quad (2.50.a)$$

$$\frac{d\Delta \omega_1}{dt} = \frac{c}{J_1} \Delta i_a - \frac{k}{J_1} \Delta \varphi_1 + \frac{k}{J_1} \Delta \varphi_2 \quad (2.50b)$$

$$\frac{d\Delta \omega_2}{dt} = \frac{k}{J_1} \Delta \varphi_1 - \frac{k}{J_2} \Delta \varphi_2 - \frac{1}{J_2} M_s \quad (2.50c)$$

$$\frac{d\Delta \varphi_1}{dt} = \Delta \omega_1 \quad (2.50d)$$

$$\frac{d\Delta \varphi_2}{dt} = \Delta \omega_2 \quad (2.50.e)$$

Ces équations linéarisées s'écrivent , dans le format standard des équations d'état , de la façon suivante :

$$\frac{dx}{dt} = Ax + Bu + B_z z \quad (2.51)$$

Où , Le vecteur d'état est :

$$x = \begin{bmatrix} \Delta i_a \\ \Delta \omega_1 \\ \Delta \omega_2 \\ \Delta \varphi_1 \\ \Delta \varphi_2 \end{bmatrix} \quad (2.52)$$

Le vecteur d'entrée est :

$$u = \begin{bmatrix} \Delta u_a \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.53)$$

Le vecteur de perturbation est :

$$z = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{-1}{J_2} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.54)$$

Le vecteur de sortie est :

$$y = \begin{bmatrix} \Delta i_a \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.55)$$

La matrice de sortie est alors :

$$C = [10000] \quad (2.56)$$

Et le système matriciel :

$$A = \begin{bmatrix} a_{00} & a_{01} & a_{02} & a_{03} & a_{04} \\ a_{10} & a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{20} & a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{30} & a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{40} & a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} \quad (2.57)$$

Avec :

$$\begin{aligned} a_{00} &= -\frac{R_a}{L_a} ; & a_{01} &= -\frac{c}{L_a} ; & a_{02} &= 0 ; & a_{03} &= 0 ; & a_{04} &= 0 ; & a_{10} &= \frac{c}{J_1} ; & a_{11} &= 0 ; & a_{12} &= 0 ; \\ a_{13} &= -\frac{k}{J_1} ; & a_{14} &= \frac{k}{J_1} ; & a_{20} &= 0 ; & a_{21} &= 0 ; & a_{22} &= 0 ; & a_{23} &= \frac{k}{J_2} ; & a_{24} &= -\frac{k}{J_2} ; & a_{30} &= 0 ; \\ a_{31} &= 1 ; & a_{32} &= 0 ; & a_{33} &= 0 ; & a_{34} &= 0 ; & a_{40} &= 0 ; & a_{41} &= 0 ; \end{aligned}$$

Comme le système utilise des données échantillonnées , le système d'équations doit être reformulé par un système d'équations aux différences .

Ainsi , si $\Delta i_a(k)$ et $\Delta i_a(k+1)$ sont les valeurs successives du courant d'induit , séparées par l'intervalle d'échantillonnage t_s , le taux d'accroissement du courant sera :

$$\frac{d\Delta i_a}{dt} = \frac{\Delta i_a(k+1) - \Delta i_a(k)}{t_s} \quad (2.58)$$

Ou bien :

$$\Delta i_a(k+1) = \Delta i_a(k) + \left\{ \frac{d\Delta i_a}{dt} \right\} t_s \quad (2.59)$$

La substitution de l'équation (2.59) dans l'équation (2.50a) , produit les relations suivantes :

$$i_a(k+1) = a_{00}i_a(k) + a_{01}\omega(k) + a_{02}v(k) \quad (2.60)$$

Le même processus de discrétisation peut être appliqué aux deux autres équations (2.50b) et (2.50c) pour produire les équations suivantes :

$$\omega(k+1) = a_{10}i_a(k) + a_{11}\omega(k) + a_{12}T_L \quad (2.61)$$

2.4. Simulation numérique des caractéristiques d'un M.C.C. à excitation indépendante couplé avec une charge par une liaison élastique

A l'aide du logiciel Matlab , nous allons simuler , maintenant , les caractéristiques dynamiques d'un système moteur – charge à liaison élastique .

Les courbes de simulation numérique des vitesses , couple et courant d'induit sont représentées par les figures suivantes : $U_a = 220$ (Volt) , $M_s = 3750$ (Nm)

On constate , d'après les courbes obtenues de fortes oscillations dues à l'élasticité des liens mécaniques .

Conclusion du chapitre 2

Dans ce chapitre , la modélisation du système composé d'un Moteur à Courant Continu (M.C.C.) à excitation séparée , d'une liaison élastique reliée à une charge a été effectuée dans l'espace d'état . Par ailleurs une linéarisation du modèle et la détermination d'un modèle linéarisé est étudiée . Sur la base de ce modèle , une simulation numérique des caractéristiques du système est réalisée .

Dans le chapitre n° 3 sera introduite la notion d'observateur d'état permettant l'estimation des variables d'état non mesurables du système étudié .

CHAPITRE 2 : Modélisation dans l'espace d'état d'un m.c.c. à liaisons élastiques

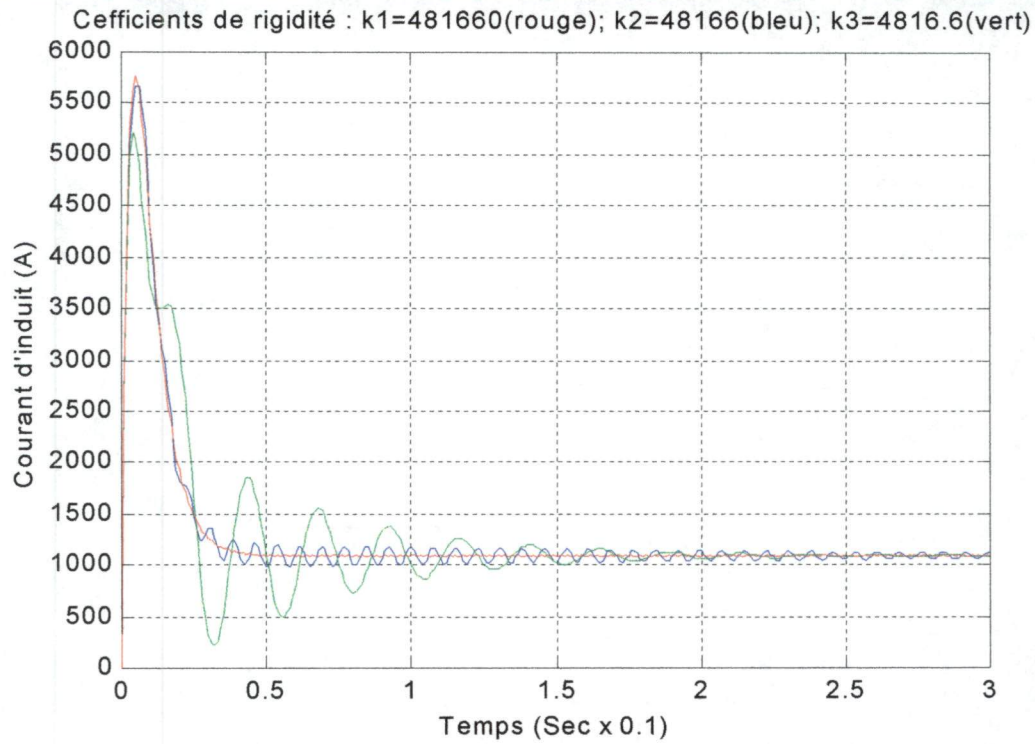


Fig. 2.3 . Courbes du courant d'induit pour différents k

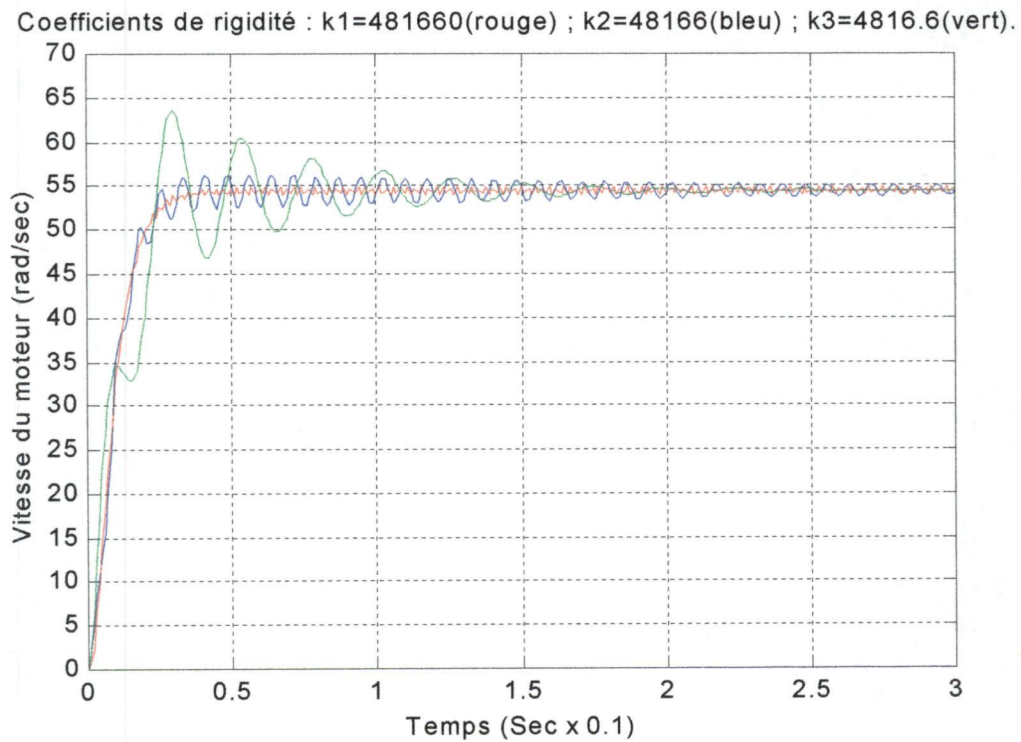


Fig. 2.4. Courbes de vitesse w_1 du moteur pour différentes valeurs de k

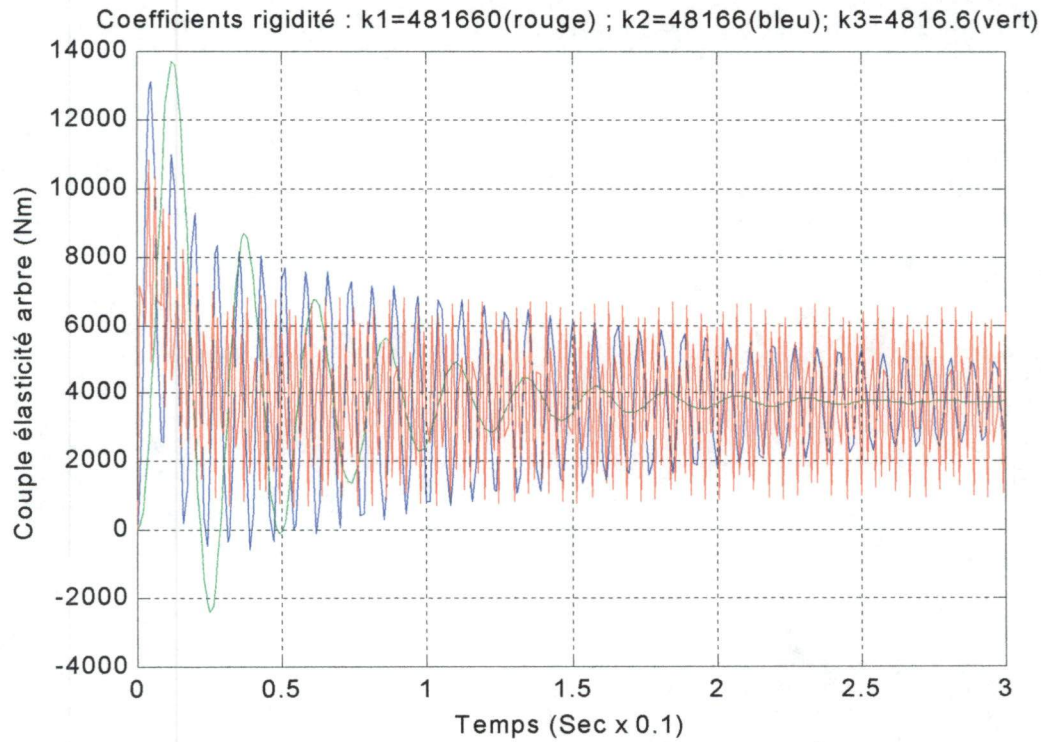


Fig. 2.5. Courbes du couple d'élasticité pour différentes valeurs de k

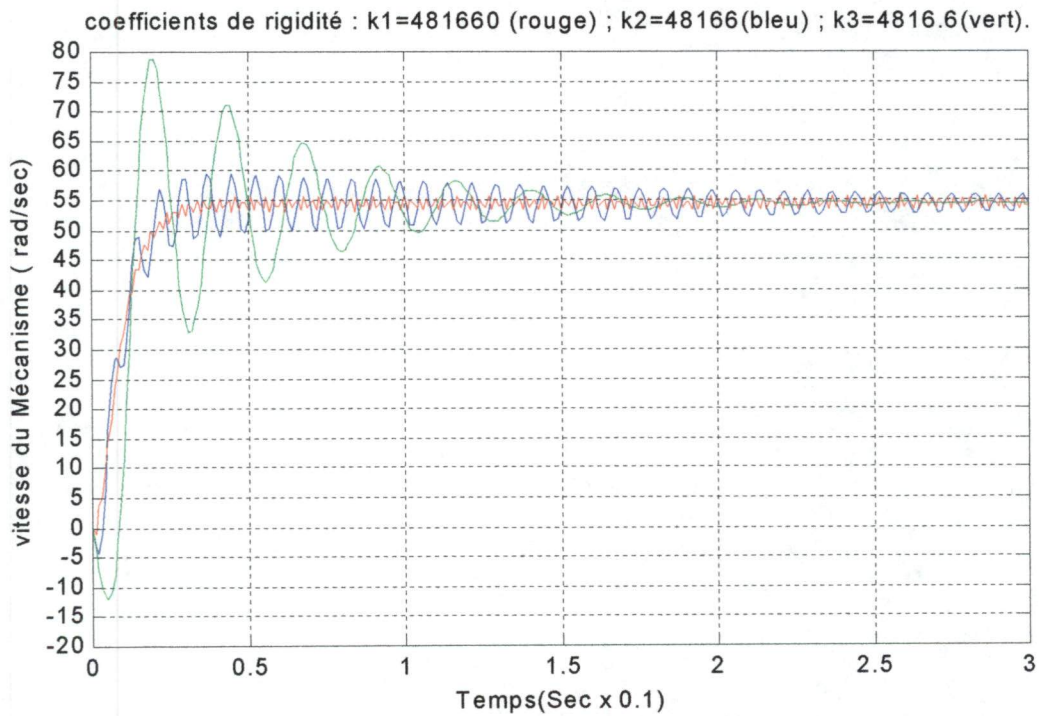


Fig. 2.6. Courbes de vitesse w_2 pour différentes valeurs de k

CHAPITRE III

Notions sur les observateurs d'état

CHAPITRE 3

NOTIONS SUR LES OBSERVATEURS

3.1. Introduction

Dans beaucoup de systèmes de commande , les composants du vecteur d'état ne sont pas tous mesurables . Certaines variables peuvent être difficiles à mesurer alors que , pour d'autres , les capteurs peuvent être chers ou peu fiables .

Il est souvent techniquement impossible ou difficile de mesurer toutes les grandeurs d'état. Dans ces cas , on utilise des observateurs d'état pour reconstruire les grandeurs d'état à partir de la grandeur de commande et de la grandeur à régler , elles-mêmes mesurables. Lorsqu'on doit disposer de la grandeur de perturbation pour faire une intervention directe sur le réglage et/ou une observation d'état ou pour les besoins de surveillance d'un processus , on utilise alors un observateur d'état et de perturbation , qui nous permet de surveiller des grandeurs non directement mesurable (Fig.3.1) [8] .

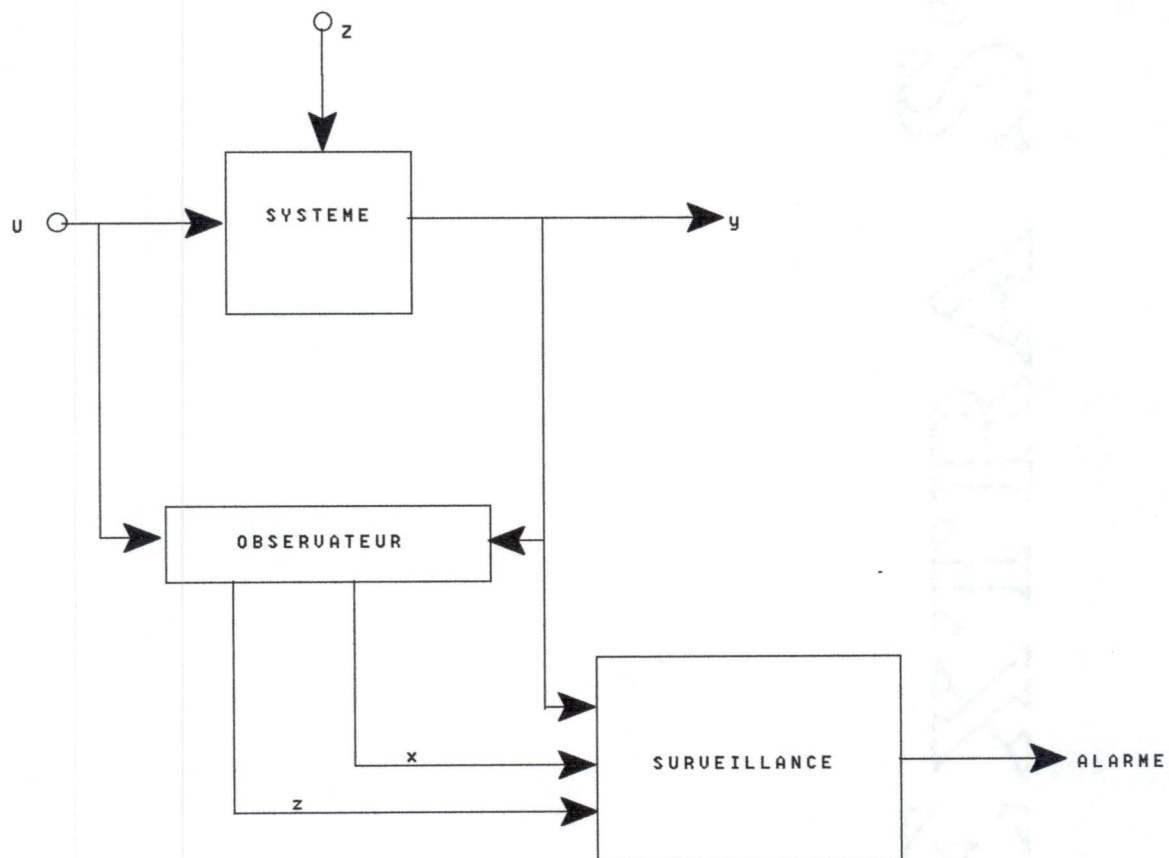


Fig.3.1 Schéma de principe de surveillance d'un processus par un observateur.

En général, les observateurs sont réalisés par un algorithme programmé sur un calculateur de processus ou un microprocesseur. Il s'agit alors d'un système discret, nécessitant un traitement similaire à un système échantillonné. Les observateurs peuvent être aussi réalisés par des moyens analogiques, ce qui permet un traitement par des méthodes continues.

L'objectif signalé du présent travail est de concevoir un observateur d'état et de perturbation qui puisse nous permettre de surveiller les grandeurs internes d'un système et la grandeur de perturbation non mesurable directement. En particulier, il s'agit d'un observateur d'état qui nous permettra de mesurer indirectement le couple résistant aléatoire d'un système électromécanique, composé d'un moteur à C.C à Excitation Indépendante, d'un lien élastique et d'un mécanisme d'exécution.

3.2. Le placement des pôles

3.2.1. Introduction

Dans l'approche classique de la conception de la commande d'un système à une seule entrée, une seule sortie (SISO), on conçoit le contrôleur (compensateur) de telle sorte que le pôle dominant de la boucle fermée, ait un pourcentage d'amortissement ξ et une fréquence naturelle ω non - amortie désirés. Dans cette approche, on néglige les effets sur la réponse des pôles non - dominants de la boucle fermée.

Différente est la conception par placement des pôles où les pôles de toutes les boucles fermées sont pris en compte. Les pôles de la boucle fermée désirée sont déterminés en se basant sur la réponse transitoire et/ou les exigences de la réponse fréquentielle. En choisissant une matrice de gain appropriée pour la réaction d'état, il est possible de forcer le système à avoir les pôles de la boucle fermée, dans les positions désirées. Néanmoins, il y a un prix à payer en plaçant tous les pôles de la réaction d'état, car un tel placement exige des mesures réussies de toutes les variables d'état, ou même, l'introduction d'un observateur d'état dans le système. Une autre exigence, pour que les pôles de la contre - réaction d'état soient placés dans des positions arbitrairement choisies, est que le système soit entièrement commandable [1], [25].

Dans l'approche par placement des pôles pour la conception des systèmes de commande, on suppose que toutes les variables d'état sont candidates à une boucle de contre - réaction. En pratique, cependant, on doit estimer les variables d'état non - mesurables en évitant de différencier une variable d'état pour en générer une autre, car le bruit fluctue en général beaucoup plus rapidement que le signal de commande.

L'estimation des variables d'état non - mesurables est communément appelée observation. Un dispositif (ou un programme sur ordinateur) qui estime ou observe les variables d'état est appelé observateur d'état ou observateur. Si l'observateur d'état observe toutes les variables d'état du système, sans se soucier si certaines d'entre elles peuvent être directement mesurées, il est appelé observateur d'état d'ordre entier.

Parfois , il n'est pas nécessaire d'observer toutes les variables d'état , mais seulement les variables non - accessibles à la mesure . Un tel observateur est appelé observateur d'état réduit .

Les observateurs d'état ne peuvent être conçus que si la condition d'observabilité est satisfaite . Dans beaucoup de cas pratiques , le vecteur d'état observé est utilisé dans la réaction d'état pour générer le vecteur de commande désiré .

Dans l'approche par placement des pôles , on examine différentes séries de pôles de boucles fermées pour déterminer les gain K des contre - réactions correspondantes . Après avoir procédé aux simulations du système par ordinateur et examiné les courbes de réponses , on choisit la matrice K , qui donne les meilleures performances pour tout le système [27] .

3.1.2. Placement des pôles

Considérons le système suivant :

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (3.1)$$

Où :

- $x \rightarrow$ le vecteur d'état (ordre n) ;
- $u \rightarrow$ le vecteur de commande (scalaire) ;
- $A \rightarrow$ la matrice constante (ordre $n \times n$) ;
- $B \rightarrow$ la matrice constante (ordre $n \times 1$) .

Le signal de commande choisi , déterminé pour un état instantané du système sera, pour u non - forcé :

$$u = -Kx \quad (3.2)$$

La matrice K d'ordre $1 \times n$ est appelée matrice - gain de la contre - réaction d'état
Par substitution de (3.2) dans (3.1) , on obtient :

$$\dot{x}(t) = (A - BK)x(t) \quad (3.3)$$

La solution de cette équation est donnée par :

$$x(t) = e^{(A-BK)t} x(0) \quad (3.4)$$

Où $x(0)$ est l'état initial dû aux perturbations externes . Les caractéristiques de stabilité et de la réponse transitoire sont déterminées par les valeurs propres de la matrice $A - BK$. Si la matrice K est convenablement choisie , alors la matrice $A - BK$ serait une matrice asymptotiquement stable , et pour tout $x(t) \neq 0$, il serait possible d'obtenir que $x(t)$ approche de 0 quand t tend vers ∞ .

La Fig. 3.2 représente un système de commande à boucle ouverte , parce que x n'est pas bouclé sur le vecteur de commande u .

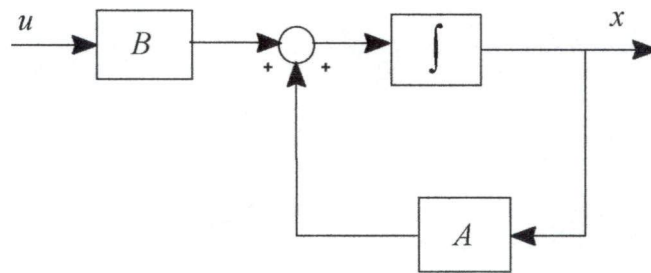


Fig. 3.2. Système de commande à boucle ouverte

La Fig. 3.3 , montre un système avec une contre - réaction d'état . C'est un système de commande à boucle fermée , parce que x est bouclé sur le signal de commande u . On démontre qu'un placement des pôles arbitraire est possible , pour un système donné , si et seulement si le système est complètement commandable .

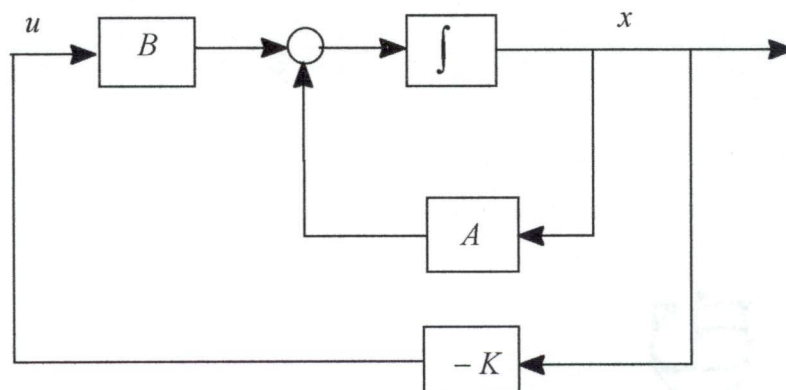


Fig. 3.3. Système de commande à boucle fermée

3.1.3. Bases théoriques

Deux approches peuvent être faites pour déterminer la matrice - gain K de la contre - réaction d'état [28] , [34] .

La première consiste à transformer l'équation d'état en une forme canonique commandable par le biais de la matrice de transformation T pour ensuite comparer l'équation caractéristique désirée avec l'équation comportant le gain K . L'égalisation des coefficients des termes correspondants dans les deux équations, permet de déterminer le gain de la contre - réaction d'état .

La deuxième approche , basée sur le théorème de Caylay-Hamilton , affirme que la matrice $A - BK = \hat{A}$, satisfait sa propre équation caractéristique . Le gain K est obtenu en modifiant le polynôme caractéristique matriciel $\phi(\hat{A})$. L'équation pour la détermination du gain M , basée sur cette méthode , est communément appelée la formule d'Ackermann .

Dans ce qui suit , on suppose que le système est complètement commandable .

. Méthode basée sur la transformation en forme canonique commandable

Le système d'équations et l'équation de commande sont données par (3.1) et (3.2) respectivement . On définit la matrice de transformation T par :

$$T = MW \quad (3.5)$$

où M est la matrice de commandabilité :

$$M = [B \quad AB \quad \dots \quad A^{n-1}B] \quad (3.6)$$

Et W est donné par :

$$W = \begin{bmatrix} a_{n-1} & a_{n-2} & \dots & a_1 & 1 \\ a_{n-2} & a_{n-3} & \dots & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ a_1 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

Où les a_i sont les coefficients du polynôme caractéristique :

$$|sI - A| = s^n + a_1s^{n-1} + \dots + a_{n-1}s + a_n \quad (3.8)$$

CHAPITRE 3 : Notions sur les observateurs

Définissons un nouveau vecteur $\hat{x}$ par :

$$x = T \hat{x} \quad (3.9)$$

Puisqu'on considère que le système est complètement commandable , le rang de la matrice de commande M est n . Ainsi , l'inverse de la matrice T existe et l'équation (3.1) peut être modifiée en :

$$\dot{\hat{x}} = T^{-1} A T \hat{x} + T^{-1} B u \quad (3.10)$$

Où :

$$T^{-1} A T = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_n & -a_{n-1} & -a_{n-2} & \dots & -a_1 \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

$$T^{-1} B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

Choisissons une série de valeurs propres : $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n$.

L ' équation caractéristique désirée devient :

$$(s - \mu_1)(s - \mu_2) \dots (s - \mu_n) = s^n + \alpha_1 s^{n-1} + \dots + \alpha_{n-1} s + \alpha_n \quad (3.13)$$

Soit :

$$\hat{K} = KT = [\delta_n \quad \delta_{n-1} \quad \dots \quad \delta_1] \quad (3.14)$$

Lorsque :

$$u = -\hat{K}\hat{x} = -KT\hat{x} \quad (3.15)$$

est utilisée pour commander le système donné par l'équation (3.10) , le système d'équation devient :

$$\dot{\hat{x}} = T^{-1}AT\hat{x} - T^{-1}BKT\hat{x} \quad (3.16)$$

L'équation caractéristique est :

$$|sI - T^{-1}AT + T^{-1}BKT| = 0 \quad (3.17)$$

Cette équation caractéristique est la même que l'équation caractéristique pour le système défini par l'équation (3.1) , quand $u = -Kx$ est utilisé comme un signal de commande . Car puisque nous avons :

$$\dot{x} = Ax + Bu = (A - BK)x \quad (3.18)$$

L' équation caractéristique pour ce système est :

$$|sI - A + BK| = |T^{-1}(sI - A + BK)T| = |sI - T^{-1}AT + T^{-1}BKT| \quad (3.19)$$

Simplifions maintenant l'équation caractéristique du système sous la forme canonique commandable .En se référant aux équations (3.11) , (3.12) , et (3.13) nous avons :

$$\begin{aligned}
 |sI - T^{-1}AT + T^{-1}BKT| &= \left| sI - \begin{bmatrix} 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_n & -a_{n-1} & \dots & -a_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_n & \delta_{n-1} & \dots & \delta_1 \end{bmatrix} \right| \\
 &= \begin{vmatrix} s & -1 & \dots & 0 \\ 0 & s & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_n + \delta_n & a_{n-1} + \delta_{n-1} & \dots & s + a_1 + \delta_1 \end{vmatrix} = s^n + (a_1 + \delta_1)s^{n-1} + \dots + (a_{n-1} + \delta_{n-1})s + (a_n + \delta_n) = 0
 \end{aligned}
 \tag{3.20}$$

C'est l'équation caractéristique pour le système avec réaction d'état. Elle doit être, par conséquent, égale à l'équation (3.18), l'équation caractéristique désirée. En égalisant les coefficients, comme des puissances de s , on obtient :

$$\begin{aligned}
 a_1 + \delta_1 &= \alpha_1 \\
 a_2 + \delta_2 &= \alpha_2 \\
 &\vdots \\
 a_n + \delta_n &= \alpha_n
 \end{aligned}
 \tag{3.21}$$

La résolution des équations précédentes pour les δ_i et leur substitution dans l'équation (3.14), donne :

$$\begin{aligned}
 K &= \hat{K}T^{-1} = \begin{bmatrix} \delta_n & \delta_{n-1} & \dots & \delta_1 \end{bmatrix} T^{-1} \\
 &= \begin{bmatrix} \alpha_n - a_n & \vdots & \alpha_{n-1} - a_{n-1} & \vdots & \dots & \vdots & \alpha_2 - a_2 & \vdots & \alpha_1 - a_1 \end{bmatrix} T^{-1}
 \end{aligned}
 \tag{3.22}$$

Ainsi, si le système est complètement commandable, toutes les valeurs propres peuvent être placées dans les positions désirées, en choisissant K selon l'équation (3.22)

En se basant sur ce qui vient d'être dit, les étapes de conception du placement des pôles sont les suivantes :

1°. Vérifier la matrice de commandabilité. Le rang de la matrice de commandabilité doit être égal à n . Sinon, l'équation (3.22) ne peut pas être utilisée.

2°. A partir du polynôme caractéristique pour la matrice A :

CHAPITRE 3 : Notions sur les observateurs

$$|sI - A| = s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n$$

on détermine les valeurs de a_1, a_2, a_3 .

3°. On détermine la matrice de transformation T qui transforme le système d'équations d'état, en une forme canonique commandable. Cette matrice est donnée par :

$$T = MW$$

où M est donné par (3.6) et W par (3.7).

4°. En utilisant les valeurs propres désirées (pôles des boucles fermées désirés), on écrit le polynôme caractéristique désiré :

$$(s - \mu_1)(s - \mu_2) \dots (s - \mu_n) = s^n + \alpha_1 s^{n-1} + \dots + \alpha_{n-1} s + \alpha_n$$

et on détermine les valeurs de $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$

5°. La matrice - gain de la réaction d'état requise K est donnée par l'équation suivante :

$$K = [\alpha_n - a_n \quad \alpha_{n-1} - a_{n-1} \quad \dots \quad \alpha_2 - a_2 \quad \alpha_1 - a_1] T^{-1}$$

. Méthode basée sur la formule d'Ackermann

Considérons le système d'équation et l'équation de commande données par (3.1) et (3.2) respectivement. En remplaçant (3.2) dans (3.1), on obtient :

$$\dot{x} = (A - BK)x \quad (3.23)$$

Soit :

$$\hat{A} = A - BK \quad (3.24)$$

L' équation caractéristique désirée est :

$$\begin{aligned} |sI - A + BK| &= |sI - \hat{A}| = (s - \mu_1)(s - \mu_2) \dots (s - \mu_n) \\ &= s^n + \alpha_1 s^{n-1} + \dots + \alpha_{n-1} s + \alpha_n = 0 \end{aligned} \quad (3.25)$$

CHAPITRE 3 : Notions sur les observateurs

Posons :

$$\phi(s) = s^n + \alpha_1 s^{n-1} + \dots + \alpha_{n-1} s + \alpha \quad (3.26)$$

Alors :

$$\phi(A) = A^n + \alpha_n A^{n-1} + \dots + \alpha_{n-1} A + \alpha_n I \quad (3.27)$$

Puisque le théorème de Cayley-Hamilton dit que $\hat{A}$ satisfait sa propre équation caractéristique, nous aurons :

$$\phi(\hat{A}) = \hat{A}^n + \alpha_1 \hat{A}^{n-1} + \dots + \alpha_{n-1} \hat{A} + \alpha_n I = 0 \quad (3.28)$$

L'équation (3.28) sera utilisée pour dériver la formule d'Ackermann. Pour simplifier la dérivation, on considère le cas où $n = 3$.

Soit les identités suivantes :

$$\begin{aligned} I &= I \\ \hat{A} &= A - BK \\ \hat{A}^2 &= (A - BK)^2 = A^2 - ABK - BK\hat{A} \\ \hat{A}^3 &= (A - BK)^3 = A^3 - A^2BK - A^2BK - ABK\hat{A} - BK\hat{A}^2 \end{aligned} \quad (3.29)$$

En multipliant les précédentes équations, dans l'ordre, par $\alpha_3, \alpha_2, \alpha_1, \alpha_0$, où $\alpha_0 = 1$, respectivement et en additionnant les résultats, nous obtenons :

$$\begin{aligned} \alpha_3 I + \alpha_2 \hat{A} + \alpha_1 A^2 + A^3 &= \\ = \alpha_3 I + \alpha_2 (A - BK) + \alpha_1 (A^2 - ABK - BK\hat{A}) + A^3 - A^2BK - ABK\hat{A} - BK\hat{A}^2 \\ = \alpha_3 I + \alpha_2 A + \alpha_1 A^2 + A^3 - \alpha_2 BK - \alpha_1 ABK - \alpha_1 BK\hat{A} - A^2BK - ABK\hat{A} - BK\hat{A}^2 \end{aligned} \quad (3.30)$$

En se référant à l'équation (3.28), on obtient :

$$\alpha_3 I + \alpha_2 \hat{A} + \alpha_1 \hat{A}^2 + A^3 = \phi(\hat{A}) = 0 \quad (3.31)$$

En outre, nous avons aussi :

$$\alpha_3 I + \alpha_2 A + \alpha_1 A^2 + A^3 = \phi(A) \neq 0 \quad (3.32)$$

CHAPITRE 3 : Notions sur les observateurs

En remplaçant les deux dernières équations dans (3.30), on obtient :

$$\phi(\hat{A}) = \phi(A) - \alpha_2 BK - \alpha_1 BK\hat{A} - BK\hat{A}^2 - \alpha_1 ABK - ABK\hat{A} - A^2 BK \quad (3.33)$$

Puisque $\phi(\hat{A}) = 0$, on aura :

$$\begin{aligned} \phi(A) &= B(\alpha_2 K + \alpha_1 K\hat{A} + K\hat{A}^2) + AB(\alpha_1 K + K\hat{A}) + A^2 BK \\ &= \begin{bmatrix} B & AB & A^2 B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_2 K + \alpha_1 K\hat{A} + K\hat{A}^2 \\ \alpha_1 K + K\hat{A} \\ K \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.34)$$

Le système étant complètement commandable, l'inverse de la matrice de commandabilité existe.

$$\begin{bmatrix} B & AB & A^2 B \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

En multipliant les deux parties de (3.34) par l'inverse de la matrice de commandabilité, on obtient :

$$\begin{bmatrix} B & AB & A^2 B \end{bmatrix}^{-1} \phi(A) = \begin{bmatrix} \alpha_2 K + \alpha_1 K\hat{A} + K\hat{A}^2 \\ \alpha_1 K + K\hat{A} \\ K \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

En multipliant les deux membres de l'équation ci-dessus par $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, on aura :

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B & AB & A^2 B \end{bmatrix}^{-1} \phi(A) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_2 K + \alpha_1 K\hat{A} + K\hat{A}^2 \\ \alpha_1 K + K\hat{A} \\ K \end{bmatrix} = K \quad (3.37)$$

Cette équation peut être réécrite sous la forme :

$$K = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B & AB & A^2 B \end{bmatrix}^{-1} \phi(A) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix} M^{-1} \phi(A) \quad (3.38)$$

Où :

$$M = \begin{bmatrix} B & AB & \dots & A^{n-1} B \end{bmatrix} \quad (3.39)$$

L' équation (3.39) , est la formule d'Ackermann pour la détermination du gain K de la réaction d'état .

3.3. Application aux observateurs

3.3.1. Introduction

La configuration de principe d'un observateur est la suivante . La grandeur de commande u et de sortie y d'un système S sont dirigées vers un observateur O , permettant ainsi l'observation du vecteur d'état $\hat{x}$ ainsi que celle de la grandeur de perturbation $\hat{z}$.

Les grandeurs observées de même que la grandeur de sortie y , mesurée , sont alors soumises à une surveillance , afin de détecter un éventuel dépassement des valeurs maximales et minimales admissibles . Dans le cas affirmatif, la surveillance déclenche une alarme ou provoque des interventions sur la conduite du processus (réglage et commande logique) , afin de le garder dans ses limites de fonctionnement.

La détection d'une mauvaise allure des grandeurs internes , y compris d'éventuelles défaillances de composants , permet une intervention préventive.

La fiabilité et la disponibilité d'une installation sont alors augmentées de manière notable . Le cas échéant , on pourrait travailler plus près d'un point de fonctionnement critique , ce qui est souvent nécessaire pour augmenter le rendement d'un procédé , c'est-à-dire pour réduire sa consommation en énergie.

Cette surveillance par un observateur est implantée , le plus souvent , dans un calculateur de processus ou un microprocesseur [1] , [28] , [34] .

3.3.2. Conception des observateurs entiers pour un système continu .

Considérons le système défini par:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx\end{aligned}\tag{3.40}$$

Où :

$A \rightarrow$ la matrice constante du système de commande , d'ordre $n \times n$;

$B \rightarrow$ la matrice constante de commande , d'ordre $n \times m$;

$C \rightarrow$ la matrice constante de sortie du système , d'ordre $1 \times n$;

$C \rightarrow$ le vecteur d'état à n lignes;

$u \rightarrow$ le vecteur de commande à m colonnes;

$y \rightarrow$ le signal de sortie scalaire du système de commande , accessible à la mesure.

CHAPITRE 3 : Notions sur les observateurs

L'observateur doit assurer l'évaluation du vecteur d'état , sur la base des informations sur les signaux $y(t)$ et $u(t)$, ainsi que sur les matrices A et B .

Compte tenu du fait que A et B peuvent varier au cours du fonctionnement et que le vecteur $u(t)$ est habituellement déterminé avec une certaine erreur , le problème d'évaluation du vecteur d'état peut être résolu par un observateur , décrit par l'équation suivante:

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + K_e(y - C\hat{x}) \quad (3.41)$$

Ou bien:

$$\dot{\hat{x}} = (A - K_e C)\hat{x} + Bu + K_e y \quad (3.42)$$

Où:

$\hat{x} \rightarrow$ la valeur estimée du vecteur d'état ;

$K_e \rightarrow$ la matrice d'ordre $n \times 1$.

Ainsi donc, la particularité évidente des observateurs dynamiques fermés est l'introduction dans chaque équation modélisée du système :

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu \quad (3.43)$$

d'un terme supplémentaire , proportionnel à l'erreur :

$$(y - C\hat{x}) \quad (3.44)$$

En fait , il apparaît dans le modèle du système considéré , n boucles supplémentaires , grâce auxquelles , la sensibilité du modèle aux variations des paramètres des matrices A et B est nettement diminuée .

Lorsqu'on soustrait l'équation (3.41) de l'équation (3.40) , l'erreur d'observation du vecteur d'état est définie par :

$$\tilde{x} = \hat{x} - x \quad (3.45)$$

tandis que sa dérivée est définie par l'équation:

$$\dot{\tilde{x}} = (A - K_e C)\tilde{x} \quad (3.46)$$

CHAPITRE 3 : Notions sur les observateurs

$(A - K_e C)$ représente la matrice fondamentale de l'observateur .

Pour que l'erreur $\tilde{x}$ tende vers zéro, les valeurs propres de la matrice:

$$A - K_e C \quad (3.47)$$

doivent être négatives . Par conséquent , la matrice K_e doit être choisie de telle façon que l'on puisse donner des valeurs déterminées aux racines de l'équation caractéristique de l'observateur (3.41).

On sait que pour des matrices réelles A et C , les valeurs propres de la matrice $(A - K_e C)$ ne peuvent prendre une distribution voulue que pour un système complètement observable , décrit par l'équation (3.40).

Un système complètement observable signifie qu'à n'importe quel moment (t_0) , on peut , d'une façon univoque , déterminer tout le vecteur d'état $x(t_0)$, grâce aux données de mesure $y(t_0)$ et $u(t_0)$.

Pour cela , il est nécessaire que la matrice d'observabilité:

$$N = [C' \quad A'C' \quad (A')^2 C' \quad \dots \quad (A')^{n-1} C'] \quad (3.48)$$

ait un rang égal à l'ordre de l'équation du système , c'est-à-dire:

$$\text{rang} N = n \quad (3.49)$$

Si le rang N est inférieur à n , cela veut dire que le système n'est pas complètement observable; autrement dit , à travers les résultats de mesure , on ne peut observer qu'une partie du vecteur d'état.

Considérons la configuration du système telle que représentée sur la Fig. (3.4) , dans le cas d'un système complètement observable .

Définissons la matrice de transformation par:

$$Q = (WN')^{-1} \quad (3.50)$$

Où N est la matrice d'observabilité:

$$N = [C' \quad A'C' \quad \dots \quad (A')^{n-1} C'] \quad (3.51)$$

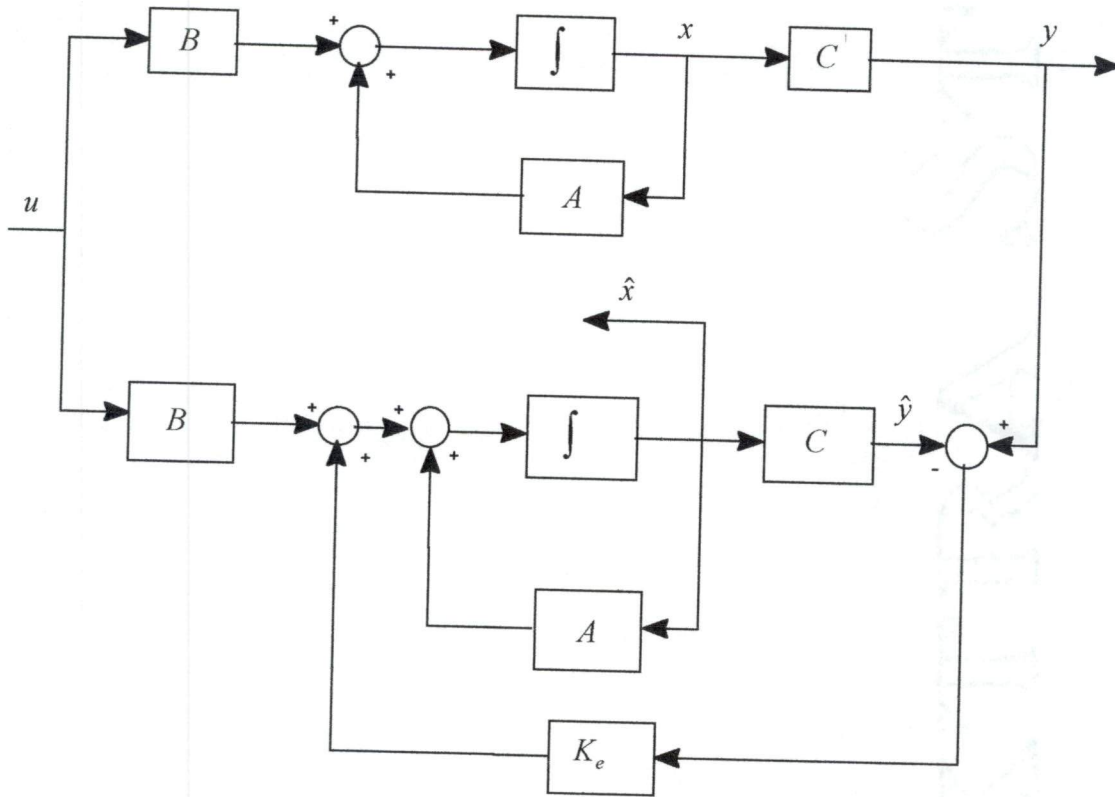


Fig. 3.4. Schéma d'un observateur d'état entier

et W est définie par l'équation:

$$W = \begin{bmatrix} a_{n-1} & a_{n-1} & \cdots & a_1 & 1 \\ a_{n-2} & a_{n-3} & \cdots & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ a_n & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.52)$$

Où $a_1, a_2, \dots, a_{n-1}$ sont les coefficients de l'équation caractéristique de l'équation d'état initiale donnée par :

$$|sI - A| = s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n = 0 \quad (3.53)$$

CHAPITRE 3 : Notions sur les observateurs

Puisque l'on suppose que le système est complètement observable, l'inverse de la matrice WN' existe.

Définissons un nouveau vecteur d'état, d'ordre n, ξ par :

$$x = Q\xi \quad (3.54)$$

Alors, les équations (3.40) deviennent :

$$\dot{\xi} = Q^{-1}AQ\xi + Q^{-1}Bu \quad (3.55)$$

$$y = CQ\xi \quad (3.56)$$

Où:

$$Q^{-1}AQ = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & -a_n \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & -a_{n-1} \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & -a_{n-2} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & -a_1 \end{bmatrix} \quad (3.57)$$

$$Q^{-1}B = \begin{bmatrix} b_n - a_nb_0 \\ b_{n-1} - a_{n-1}b_0 \\ \vdots \\ b_1 - a_1b_0 \end{bmatrix} \quad (3.58)$$

$$CQ = [0 \quad 0 \quad \cdots \quad 0 \quad 1] \quad (3.59)$$

Les équations (3.55) et (3.56) sont sous la forme canonique observable. Ainsi, étant données une équation d'état et une équation de sortie, elles peuvent être transformées en une forme canonique observable si le système est complètement observable et si le vecteur d'état initial x est transformé en un nouveau vecteur d'état ξ en utilisant la transformation donnée par (3.54). Il faut noter que si la matrice A est déjà sous forme canonique, alors $Q = I$.

D'après la Fig. (3.1), la dynamique de l'observateur d'état est donnée par :

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}} &= A\tilde{x} + Bu + K_e(y - C\tilde{x}) \\ &= (A - K_eC)\tilde{x} + Bu + K_eCx \end{aligned} \quad (3.60)$$

CHAPITRE 3 : Notions sur les observateurs

Définissons:

$$\tilde{x} = Q\tilde{\xi} \quad (3.61)$$

En substituant (3.61) dans (3.60), nous obtenons :

$$\dot{\tilde{\xi}} = Q^{-1}(A - K_e C)Q\tilde{\xi} + Q^{-1}Bu + Q^{-1}K_e CQ\xi \quad (3.62)$$

En soustrayant (3.62), de (3.55), on obtient :

$$\dot{\xi} - \dot{\tilde{\xi}} = Q^{-1}(A - K_e C)Q(\xi - \tilde{\xi}) \quad (3.63)$$

Si nous posons:

$$\zeta = \xi - \tilde{\xi}$$

Alors l'équation (3.63) devient :

$$\dot{\zeta} = Q^{-1}(A - K_e C)Q\zeta \quad (3.64)$$

Il est, par ailleurs, exigé que l'erreur dynamique soit asymptotiquement stable et que $\zeta(t)$ atteigne zéro avec une vitesse suffisante. La procédure pour déterminer la matrice K_e est de sélectionner en premier lieu les pôles désirés de l'observateur (autrement dit les valeurs propres de $(A - K_e C)$), pour ensuite déterminer la matrice K_e de telle sorte qu'elle nous donne les pôles désirés de l'observateur.

En posant:

$$Q^{-1} = WN'$$

On obtient :

$$Q^{-1}K_e = \begin{bmatrix} a_{n-1} & a_{n-2} & \cdots & a_1 & 1 \\ a_{n-2} & a_{n-3} & \cdots & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ a_1 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-2} \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ \vdots \\ k_{n-1} \\ k_n \end{bmatrix} \quad (3.65)$$

Où:

$$K_e = \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ \vdots \\ k_n \end{bmatrix} \quad (3.66)$$

Sachant que $Q^{-1}K_e$ est un vecteur d'ordre n , on peut écrire :

$$Q^{-1}K_e = \begin{bmatrix} \delta_n \\ \delta_{n-1} \\ \vdots \\ \delta_1 \end{bmatrix} \quad (3.67)$$

Ce qui , compte tenu de l' équation (3.59) , donne :

$$Q^{-1}K_e C Q = \begin{bmatrix} \delta_n \\ \delta_{n-1} \\ \vdots \\ \delta_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & \delta_n \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \delta_{n-1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \delta_1 \end{bmatrix} \quad (3.68)$$

et:

$$Q^{-1}(A - K_e C)Q = Q^{-1}AQ - Q^{-1}K_e C Q$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & -a_1 - \delta_n \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & -a_{n-1} - \delta_{n-1} \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & -a_{n-2} - \delta_{n-2} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & -a_1 - \delta_1 \end{bmatrix} \quad (3.69)$$

CHAPITRE 3 : Notions sur les observateurs

L' équation caractéristique:

$$|sI - Q^{-1}(A - K_e C)Q| = 0$$

devient:

$$\begin{bmatrix} s & 0 & 0 & \cdots & 0 & a_n + \delta_n \\ -1 & s & 0 & \cdots & 0 & a_{n-1} + \delta_{n-1} \\ 0 & -1 & s & \cdots & 0 & a_{n-2} + \delta_{n-2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -1 & s + a_1 + \delta_1 \end{bmatrix} = 0$$

Ou bien :

$$s^n + (a_1 + \delta_1)s^{n-1} + (a_2 + \delta_2)s^{n-2} + \cdots + (a_n + \delta_n) = 0 \quad (3.70)$$

On peut voir que chacun des $\delta_n, \delta_{n-1}, \dots, \delta_1$ est associé avec un seul des coefficients de l'équation caractéristique.

Supposons que l' équation caractéristique désirée pour l'erreur dynamique soit :

$$(s - \mu_1)(s - \mu_2) \dots (s - \mu_n) = s^n + \alpha_1 s^{n-1} + \alpha_2 s^{n-2} + \dots + \alpha_{n-1} s + \alpha_n = 0 \quad (3.71)$$

Les valeurs propres désirées μ_i montrent à quelle vitesse l' état observé converge vers l' état actuel du dispositif.

En comparant les coefficients des termes en s dans (3.70) et (3.71), on obtient:

$$\begin{aligned} a_1 + \delta_1 &= \alpha_1 \\ a_2 + \delta_2 &= \alpha_2 \\ &\vdots \\ a_n + \delta_n &= \alpha_n \end{aligned}$$

A partir de là, on trouve:

$$\begin{aligned} \delta_1 &= \alpha_1 - a_1 \\ \delta_2 &= \alpha_2 - a_2 \\ &\vdots \\ \delta_n &= \alpha_n - a_n \end{aligned}$$

CHAPITRE 3 : Notions sur les observateurs

Compte tenu de l'équation (3.67), on obtient :

$$Q^{-1}K_e = \begin{bmatrix} \delta_n \\ \delta_{n-1} \\ \vdots \\ \delta_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_n - a_n \\ \alpha_{n-1} - a_{n-1} \\ \vdots \\ \alpha_1 - a_1 \end{bmatrix} \quad (3.72)$$

D'où :

$$K_e = Q \begin{bmatrix} \alpha_n - a_n \\ \alpha_{n-1} - a_{n-1} \\ \vdots \\ \alpha_1 - a_1 \end{bmatrix} = (WN')^{-1} \begin{bmatrix} \alpha_n - a_n \\ \alpha_{n-1} - a_{n-1} \\ \vdots \\ \alpha_1 - a_1 \end{bmatrix} \quad (3.73)$$

L'équation (3.73) est celle du gain nécessaire de l'observateur d'état.

Pour un système dual, il est possible, en utilisant l'équation d'Ackermann, d'obtenir K_e à partir de K , qui est la matrice - gain de la contre - réaction d'état K_e . Il sera alors donné par K' .

Si le système dual est défini par :

$$\begin{aligned} \dot{z} &= A'z + C'v \\ n &= B'z \end{aligned}$$

La formule (3.38), réécrite ci-dessous :

$$K = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B & AB & \dots & A^{n-1}B \end{bmatrix}^{-1} \Phi(A)$$

est modifiée pour devenir :

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C' & A'C' & \dots & (A')^{n-1}C' \end{bmatrix}^{-1} \phi(A') \quad (3.74)$$

Comme il a été statué auparavant, la matrice - gain K_e de l'observateur d'état est donnée par K' .

Ainsi:

$$K_e = K' = \phi(A')' \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-2} \\ CA^{n-1} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \phi(A) \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-2} \\ CA^{n-1} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.75)$$

Où, $\phi(s)$ est le polynôme caractéristique désiré pour l'observateur d'état, c'est-à-dire:

$$\phi(s) = (s - \mu_1)(s - \mu_2) \dots (s - \mu_n)$$

Où: $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n$ sont les valeurs propres désirées. L'équation (3.75), est appelée formule d'Ackermann pour la détermination de la matrice - gain K_e de l'observateur d'état.

Pour choisir le meilleur K_e , on doit se rappeler qu'il dépend de l'équation caractéristique désirée, c'est-à-dire de :

$$(s - \mu_1)(s - \mu_2) \dots (s - \mu_n) = 0$$

Le choix d'un ensemble de $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n$ est dans beaucoup de cas non - unique. Les valeurs propres désirées de l'équation caractéristique, devraient être choisies de telle façon que l'observateur d'état réponde au moins deux à cinq fois plus vite que le système bouclé considéré. Dans beaucoup de cas pratiques, la sélection du meilleur K_e se ramène à un compromis entre la rapidité de la réponse et la sensibilité aux perturbations et bruits.

3.4. Conclusion du chapitre 3

Dans ce chapitre, nous avons développé les fondements de la théorie sur les observateurs d'état, basés sur les notions, de placement des pôles, d'observabilité ainsi que sur les approches de calcul de la matrice - gain de l'observateur.

Les composants du vecteur d'état du système n'étant pas directement mesurables, le choix du type d'observateur s'est porté sur un observateur d'état entier.

Dans le chapitre suivant, nous allons développer un observateur de perturbation à partir du système décrit au Chapitre 2, qui nous permettra de tracer, par simulation, la courbe de la variable perturbatrice, ici le couple de charge.

CHAPITRE IV

Elaboration d'un observateur de perturbations permettant la mesure indirecte du couple de charge

CHAPITRE 4

ELABORATION D'UN OBSERVATEUR DE PERTURBATIONS PERMETTANT LA MESURE INDIRECTE DU COUPLE DE CHARGE

4.1. Introduction

Les grandeurs de perturbation peuvent être évaluées en utilisant des dispositifs d'observation. Leur utilisation devient nécessaire dans les cas où la mesure directe de certains paramètres du système de commande est difficile ou impossible. Dans le Chapitre 1, nous avons abordé différents dispositifs de mesure indirects de la perturbation. Ceux-ci sont des dispositifs à cycle ouvert, alors que l'observateur est, lui, un système dynamique bouclé qui est par conséquent caractérisé par une sensibilité moindre aux variations des paramètres.

En présence de perturbations du système $z_s(t)$ et de bruit de mesure $z_m(t)$, l'observateur n'observe plus correctement le vecteur d'état. Le système doit être augmenté par les états représentant les perturbations non mesurables pour ainsi former un observateur d'état et de perturbation.

4.2. Observateur d'état et de perturbation

Les équations du système en temps continu sont alors, après avoir ajouté un terme $Fz(t)$:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + Fz(t) \\ y(t) &= Cx(t) + z_m(t)\end{aligned}\tag{4.1}$$

Où :

- A : matrice du système de commande ($n \times n$) ;
- B : matrice de commande ($n \times m$) ;
- C : matrice de sortie ($1 \times n$) ;

CHAPITRE 4 : Elaboration d'un observateur de perturbations permettant la mesure indirecte du couple de charge

x : n -vecteur ligne d'état ;

u : m -vecteur colonne d'entrée ;

y : signal de sortie scalaire du système de commande (ω_1) ;

F : matrice de perturbation de dimensions $(n \times 1)$, dont un seul élément est différent de zéro ;

z : perturbation externe (couple de charge) ;

Pour évaluer la perturbation inconnue (ici , le couple) , il suffit d'introduire, dans l'observateur d'état , correspondant à l'équation du système de commande contenant la perturbation z , l'intégrale d'erreur :

$$e = y - c\hat{x} \quad (4.2)$$

La perturbation sera obtenue à la sortie d'un intégrateur qui intègre l'écart d'observation . Par conséquent, l'équation de l'observateur aura la forme suivante :

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + K_e(y - c\hat{x}) + K_{-1} \int_0^t (y - c\hat{x})dt \quad (4.3)$$

Où :

K : matrice de dimension $(n \times 1)$;

K_{-1} : matrice $(n \times n)$, dont tous les éléments sont nuls, sauf un ; cet élément, égal à

K_{ii} , est situé sur la diagonale principale , à la i ème ligne , correspondant au numéro de l'équation du système contenant la perturbation z .

De l'expression (4.3) , on peut conclure que l'équation de l'observateur ne diffère de l'équation (4.1) , que par le dernier élément intégral, qui est justement l'évaluation de la perturbation externe (couple de charge) :

$$\hat{z} = K_{-1}F \int_0^t (y - c\hat{x})dt \quad (4.4)$$

CHAPITRE 4 : Elaboration d'un observateur de perturbations permettant la mesure indirecte du couple de charge

On suppose maintenant que l'entrée perturbatrice z_s peut être représentée comme une solution à l'équation différentielle connue :

$$\begin{aligned}\dot{q} &= Dq + \delta_q \\ z_s &= Mq\end{aligned}\tag{4.5}$$

Où son entrée δ_q est un bruit blanc , c'est-à-dire une séquence d'impulsions indépendante. Parce que rien n'est connu d'avance sur δ_q , il est pris égal à zéro . On n'est maintenant intéressé que par la détermination de l'actuel état q , qui a été développé sous l'influence de la forme antécédente de δ_q . Pour une perturbation périodique , l'équation (4.5) est un oscillateur de fréquence connue.

Cela signifie que D a des valeurs propres purement imaginaires . L'amplitude et la phase des composants de z_s dépendent alors de la variable d'état , encore inconnue , q .

L'observateur peut ainsi être étendu de telle sorte qu'il construise aussi le vecteur d'état q . Le système continu de l'équation (4.4) est par conséquent connecté avec le générateur de perturbation de l'équation (4.5) pour former le système augmenté suivant :

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & F \\ 0 & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} \delta_q\tag{4.6}$$

$$y = \begin{bmatrix} C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ q \end{bmatrix}$$

effet sur la dynamique du générateur de perturbation , parce qu'il n'est pas contrôlable à partir de u .

Pour un tel observateur d'état et de perturbation , on peut établir les équations suivantes :

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}} &= A\hat{x} + Bu + K_e(y - C\hat{x}) + F\hat{z} \\ \dot{\hat{z}} &= K_{-1}(y - C\hat{x})\end{aligned}\quad (4.7)$$

Le diagramme structurel correspondant est présenté en (Fig. 4.1) :

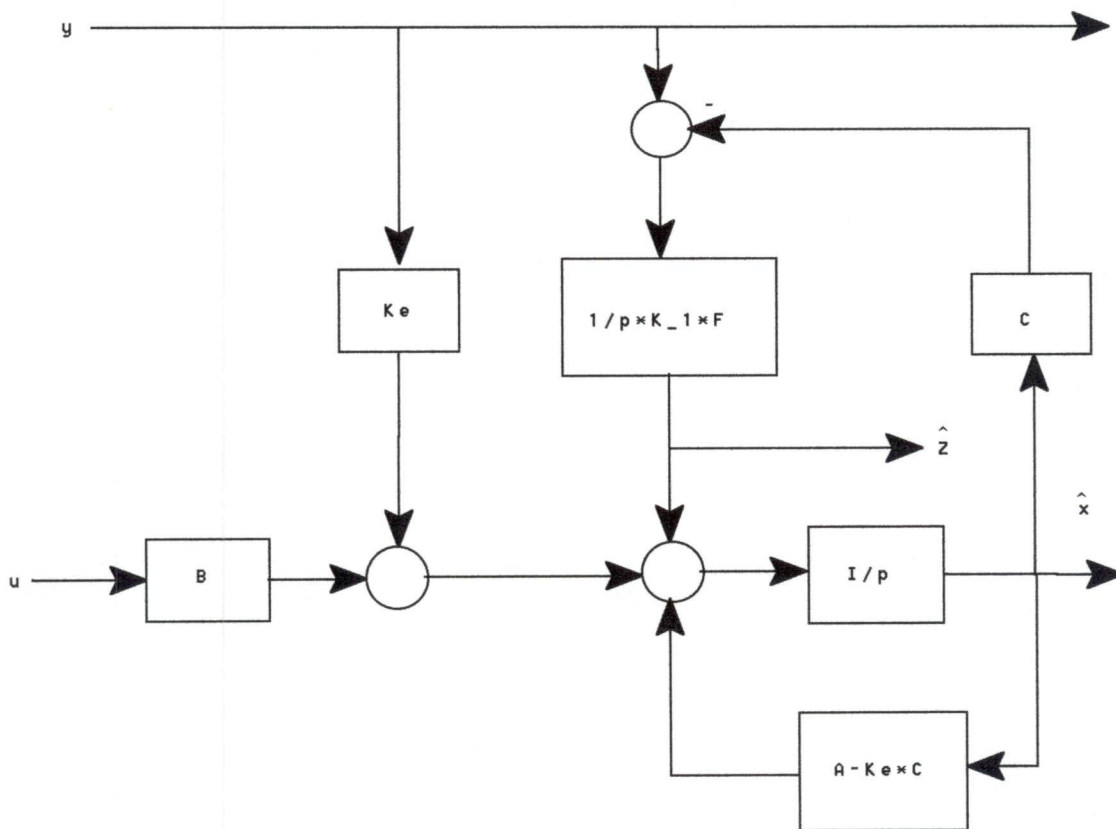


Fig. 4.2. Diagramme structurel de l'observateur d'état et de perturbation

CHAPITRE 4 : *Elaboration d'un observateur de perturbations permettant la mesure indirecte du couple de charge*

4.3. Elaboration du diagramme structurel de l'observateur de perturbations

Le diagramme structurel correspondant aux paramètres calculés de l'observateur est représenté sur la Fig.4.3.

Il a été élaboré à partir des équations d'état du système augmenté et des équations d'état de l'observateur .

4.4. Analyse et interprétation des résultats

Les résultats obtenus , à savoir les courbes $C=f(t)$, pour différentes valeurs du couple donnent des estimations conformes au couple appliqué . Il est à remarquer , toutefois , que la valeur du couple s'établit à partir de 0.9 seconde .

4.5. Conclusion du chapitre 4

Ce chapitre a été consacré à l'élaboration d'un observateur de perturbations permettant la mesure indirecte du couple de charge . En effet , en présence de perturbations $z_s(t)$ et de bruits de mesure $z_m(t)$, le système doit être augmenté par les états représentant les perturbations non mesurables , pour ainsi former un observateur d'état et de perturbations. De cette façon , les équations décrivant le système en temps continu ont été déduites , le diagramme structurel de l'observateur d'état et de perturbations a été présenté et de bons résultats d'estimation de la valeur du couple de charge ont été obtenus par simulation numérique .

CHAPITRE 4 : Elaboration d'un observateur de perturbations permettant la mesure indirecte du couple de charge

$U_a=220\text{volt}$, $M_s=3750\text{Nm}$

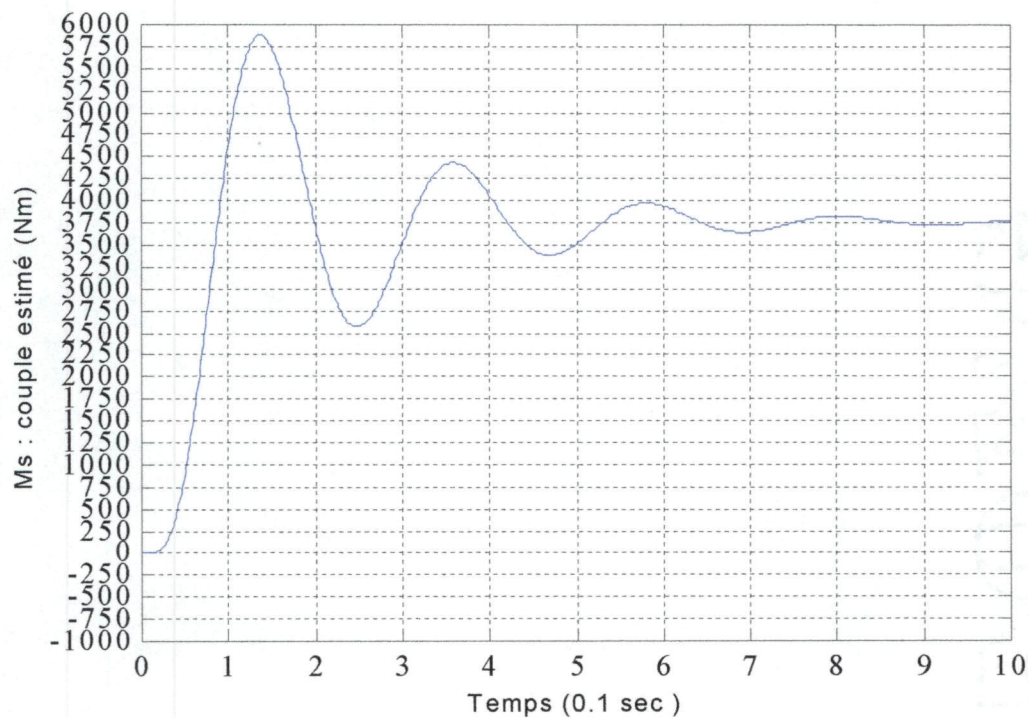


Fig. 4.4. Courbe du couple estimé .

$U_a=220\text{volt}$, $M_s=1000\text{Nm}$

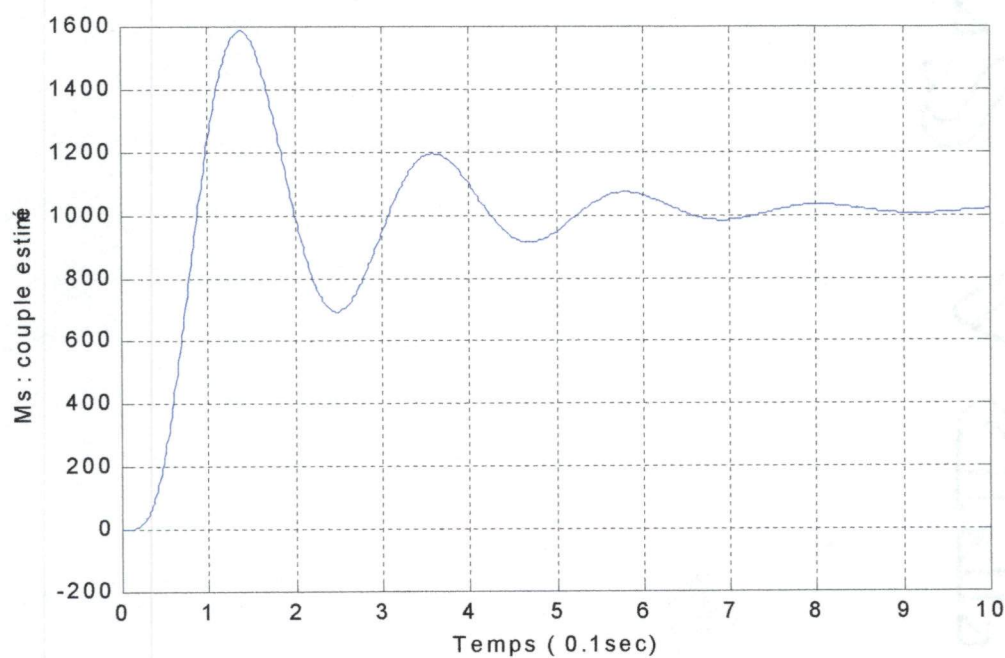


Fig. 4.5. Courbe du couple estimé .

CONCLUSION GENERALE

CONCLUSION GENERALE

L'étude effectuée a été consacrée à l'élaboration d'un observateur d'état et de perturbation permettant la mesure indirecte du couple de charge . A cet effet , les résultats obtenus peuvent être présentés de la manière suivante :

1. A la lumière de l'étude bibliographique sur les méthodes directes et indirectes de mesure du couple , il a été constaté que les méthodes directes sont caractérisées par :

- . une grande inertie de certains dispositifs ;
- . l'inefficacité des dispositifs dans certaines conditions ;
- . un manque de précision pour de grandes vitesses ;
- . la nécessité de la présence de dispositifs de refroidissement en cas de frottement ;
- . Une durée de vie limitée de certains dispositifs à cause du frottement ;
- . La difficulté de leur installation physique (nécessité de placer des plaques ferromagnétiques dans des emplacements sur l'arbre) ;
- . des caractéristiques non – linéaires ;
- . La nécessité de tarer les capteurs directement sur l'arbre du moteur .

Tandis que , les méthodes indirectes nécessitent la mesure de la vitesse de la deuxième masse , ce qui , dans notre cas , est impossible .

Ainsi , l'objectif de recherche a été formulé comme suit , à savoir :

- . Mesure indirecte du couple de charge d'un moteur électrique par un observateur (cas d'application : moteur à courant continu à excitation séparée couplé à une charge par une liaison élastique) .

2. L'objet étudié qui est , dans notre cas , un moteur à courant continu à deux masses et à liaison élastique , a été simulé .

3. L'accès à l'arbre reliant le moteur et les mécanismes industriels étant dans la plupart des cas impossible , notre choix s'est porté sur l'utilisation d'un observateur d'état et de perturbation . Par ailleurs , le type d'observateur est celui dit entier car il nous permet de simuler toutes les variables d'état du système .

4. Les étapes d'élaboration du dispositif de mesure indirecte de la perturbation (D.M.I.P) sont les suivantes :

- . Modélisation du système avec observateur ;
- . Présentation du modèle sous le logiciel Matlab – Simulink ;
- . Simulation du comportement du système en vue d'obtenir les valeurs instantanées du couple de charge appliqué sur l'arbre du moteur , en sortie de l'observateur .

5. Les résultats obtenus , à savoir les courbes $C=f(t)$, pour différentes valeurs du couple donnent des estimations conformes au couple appliqué . Il est à remarquer , toutefois , que la valeur du couple s'établit à partir de 0.9 seconde .

CONCLUSION GENERALE

6. La mesure précise du couple permet : le choix optimal des paramètres de la chaîne cinématique , le choix rationnel des ensembles machines électriques , convertisseurs et commande , ainsi que l'optimisation de leurs régimes de fonctionnement (surtout avec le développement des techniques modernes de contrôle et de commande).

Par conséquent , les économies d'énergie électrique induites sont considérables .

BIBLIOGRAPHIE

BIBLIOGRAPHIE

BIBLIOGRAPHIE

- [1] **ACKERMANN J.** , "Sampled - data control systems", Springer - Verlag , Berlin , 1989 .
- [2] **ALANGRIN G.** , "Méthodes de synthèse de correcteurs numériques" , Techniques de l'ingénieur , traité de mesures et de contrôle , R7420 .
- [3] **ASH G.** , " Capteurs en instrumentation industrielle " , Dunod , Paris , 1983 .
- [4] **ASTROM K . J .** , "Computer - controlled systems , theory and design " , Prentice - Hall International , Inc. 1990 .
- [5] **BACHARIN A . V . , POSTNIKOV Y . V .** , " Primyér rachyota avtomatizirovannava élektroprivoda na é.v.m " , Léninegrad , énergoavtomizdat , 1990 . (in russian)
- [6] **BASSIERE M.** , " Métrologie générale " , Dunod , Paris , 1966 .
- [7] **BRIKI S .** , " Banc d'essai d'éléments de transmission mécaniques " , thèse de Ph.D., Minsk , 1987 .
- [8] **BUHLER H .** , " Electronique de réglage et de commande " , Dunod , Paris , 1988 .
- [9] **CARVALHO G.L .M de** , " Dynamical systems and automatic control " , Prince Hall International , 1993 .
- [10] **CHEN C.T.** , " Linear system theory and design " , New york , Holt , Rinehart and Winston , 1984.
- [11] **CHETATE B . , HADDAG M . S .** , " Elaboration d'un procédé et d'un dispositif numérique de mesure indirecte du couple " , conférence on modeling and simulation of electrical systems , (CMSES - 95) , Guelma , Algérie , 7 - 8 nov. 1995 , pp 342 - 348 .
- [12] **CHI - TSONG CHEN** , " Analog and digital control system design ; transfer functions , state - space and algébraic methods " , Senders college publishing . 1993 .
- [13] **EGOROV A.V. , CHESTAKOV V.M .** , " Dinamika sistem élektroprivoda " , Léninegrad , énergoavtomizdat . 1983 . (in russian)
- [14] **FOSSARD A .** , "Techniques de l'ingénieur " , R7220 - 21 .
- [15] **HADDAG M.S.** , " Mini projet de recherche " , I.N.H.C. , Boumerdes . 1995 .

BIBLIOGRAPHIE

- [16] **HARWAL SAB , S.C MURTHY S.S , BERG G.I ,** " A digital torque angle transducer " , I.E.E.E Trans. vol. IE3 . 1984 .
- [17] **HASNAOUI O. ,** " Etude des différentes méthodes de mesure du couple d'une machine à induction triphasée en régime transitoire et permanent " , thèse de spécialité , E.N.S.E.T. ,Tunis.1987.
- [18] **HASNAOUI O. ,** " Mesure instantanée du couple électromagnétique d'une machine à induction par utilisation du bobinage principal comme capteur", 1^{er} colloque sur l'électrotechnique et l'automatique , Hôtel Aurassi , Alger , 8 - 9 mai 1990 .
- [19] **KOHLI D.R. , SHAMS U.Ahmed ,** " Performance of a chopper – controlled DC drive with elastic coupling and periodically varying load torque " , IEEE . Proc. – control , 1982 , p.712 – 728 .
- [20] **KUSOSHI S. , ATSUO K. , HIROSHI I. ,** " Chattering of disturbance observer band sliding mode control " , IEEE.Proc. – control ., 1994 , p.456 – 461.
- [21] **LABARRERE M. , KRIEF J.P. , GIMONET B. ,** " Le filtrage et ses applications " , Cepanudes , éditions . 1982 .
- [22] **LEONHARD W. ,** " Control of electrical drives " , Springer . 1996 .
- [23] **LYUNG L. , TORHEL G. ,** " Modeling of dynamic systems " . 1995 .
- [24] **MATLAB** , logiciel versions 4.2 , 5.0 , 5.1 , 5.2 .
- [24] **MOS'CINSKI J. , OGONONOWSKI Z. ,** "Advanced control with Matlab and Simulink", Ellis Horwood . 1995 .
- [26] **MING RAO , QIYUN XIA , YIGUNG YING ,** " Modeling and advanced control for process industries " , Springer - Verlag . 1994 .
- [27] **NUSSBAUMER H. ,** " Informatique industrielle 3 , automates programmables , commande et réglage , capteurs " , Presses polytechnique romandes .1987 .
- [28] **OGATA K. ,** " Designing linear control systems with Matlab " , Printice Hall . 1993 .
- [29] **POPOV E . P. ,** " Тэорія лінійных сістэм автаматічэскава рэгуліраванія і оуправлэнія " , Moscou , ed.Naouka . 1989 . (in Russian)
- [30] **PASTOURIAUX L. , VAROQUAUX A. , BELLIER M. , GALICHON A. ,** « Electricité industrielle . Mesures et essais électriques » Dunod , Paris , 1966.
-

BIBLIOGRAPHIE

- [31] **PAPIN M.D. , FOUILLE A. ,** « Métrologie appliquée » Dunod , Paris ,1966.
- [32] **RIOUT J. ,** « Capteurs industriels . Technologies et méthodes de choix ». Senlis , Cetim , Paris ,1986.
- [33] **SILVA CLARENCE W . De ,** " Control sensors and actuators " , Prentice Hall .1989
- [34] **SHAHIAN B . , HASSUL M . ,** " Control systems design using Matrix " . 1992 .
- [35] **YUKSEL Y.O , BONGIORNO J . J ,** " Observers for linear multivariable systems with applications " , I.E.E.E. Trans. Automat. contr.,1971, 16 , pp 603 - 613 .
- [36] **YANG F. , WILDE R.W. ,** " Observers for linear systems with unknown inputs " , I.E.E.E. Trans. Automat. control , 1983 , 28 , pp . 1120 - 22 .

***REPERTOIRE
DES
SYMBOLES***

REPertoire DES SYMBOLES

K	: matrice du système de commande ($n \times n$) ;
a_i	: coefficients du polynôme caractéristique ;
B	: matrice de commande ($n \times m$) ;
C	: matrice de sortie ($1 \times n$) ;
c	: constante du couple moteur ;
d	: diamètre de l'arbre moteur ;
E	: module d'élasticité ;
$e_a(t)$	: force électromotrice du moteur ;
F	: matrice de perturbation de dimensions ($n \times 1$) ;
G	: module de rigidité ;
$i_a(t)$	: courant d'induit ;
J_1	: moment d'inertie axiale de l'induit ;
J_2	: moment d'inertie des masses en rotation de la charge ;
J_0	: moment d'inertie de l'arbre moteur ;
$k_e=k_m=c$	: constante du moteur ;
K	: matrice de la boucle de régulation d'ordre ($n \times 1$) ;
K_{-1}	: matrice d'ordre ($n \times n$) ;
K_e	: matrice d'ordre $n \times 1$;
k	: coefficient de rigidité de la liaison élastique ;
l	: longueur de l'arbre moteur ;
L_a	: inductance du circuit d'induit ;
L	: Longueur de l'arbre ;
M_s	: couple de charge statique ;
M_{el}	: moment d'élasticité de l'arbre ;
M_e	: couple électrique du moteur ;
M	: matrice de commandabilité ;
N	: matrice d'observabilité ;
Q	: matrice de transformation N est la matrice d'observabilité ;
R_a	: résistance du circuit d'induit ;
T_a	: constante de temps électromagnétique du moteur ;
T_{1em}	: constante de temps électromécanique de l'induit du moteur ;

REPertoire DES SYMBOLES

- T_{2em} : constante de temps électromécanique des masses en rotation de la charge
- T_{em} : constante de temps électromécanique du système de commande ;
- T : matrice de transformation ;
- $u_a(t)$: tension d'alimentation de l'induit ;
- $u_f(t)$: tension d'excitation ;
- u : m -vecteur colonne d'entrée ;
- x : n -vecteur ligne d'état ;
- $\hat{x}$: valeur estimée du vecteur d'état ;
- y : signal de sortie scalaire du système de commande (ω_1) ;
- z : perturbation externe (couple de charge) ;
- Φ_f : flux magnétique d'excitation ;
- φ_1, φ_2 : déplacements angulaires en début et en bout d'arbre ;
- ω_1, ω_2 : les vitesses angulaires en début et en bout d'arbre ;
- $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n$: valeurs propres ;
- $\phi(s)$: le polynôme caractéristique désiré ;

ANNEXE

ANNEXE A

. Paramètres du système

Tension nominale : $U_N=220\text{volt}$

Courant nominal : $I_N=1090A$

Puissance nominale : $P_N=220kW$

Couple résistant : $M_S=3750Nm$

Couple nominal : $M_N=3750Nm$

Résistance d'induit : $R_a=30.1m\Omega$

Inductance d'induit : $L_a=0.655mH$

Constante de Couple : $c=3.44V\text{sec/rad}$

Moment d'inertie 1ère masse : $J_1=27.6kg.m^2$

Moment d'inertie 2ème masse : $J_2=10kg.m^2$

Coefficient de rigidité : $k=48166Nm/rad$

ANNEXE B

. Equations d'état du système :

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} ; B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1/L_a \end{bmatrix} ; F = \begin{bmatrix} -1/J_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} ; C = [0010] ; D = [0]$$

$$\begin{aligned} a_{11} &= 0 & a_{12} &= 1/J_2 & a_{13} &= 0 & a_{14} &= 0 \\ a_{21} &= -k & a_{22} &= 0 & a_{23} &= k & a_{24} &= 0 \\ a_{31} &= 0 & a_{32} &= -1/J_1 & a_{33} &= 0 & a_{34} &= c/J_1 \\ a_{41} &= 0 & a_{42} &= 0 & a_{43} &= -c/L_a & a_{44} &= -R_a/L_a \end{aligned}$$

. Equations d'état du système augmenté

$$A_1 = \begin{bmatrix} A & F \\ 0 & 1 \end{bmatrix} ; B_1 = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} ; C_1 = [C \ 0] ; D_1 = [0]$$

. Matrice d'observabilité :

$$N = \begin{bmatrix} C_1' & A_1' * C_1' & (A_1')^2 * C_1' & (A_1')^3 * C_1' & (A_1')^4 * C_1' \end{bmatrix}$$

. Equations d'état de l'observateur

$$K_e = \begin{bmatrix} 47.01 \\ 154794.82 \\ -25.954 \\ -1958.624 \end{bmatrix} ; K_{-1} = [0.5535] ; a_1 = [A - K_e * C] ; a_2 = [K_{-1} * C] ; A_2 = \begin{bmatrix} A - K_e * C & F \\ -K_{-1} * C & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} ; K = \begin{bmatrix} K_e \\ K_{-1} \end{bmatrix}$$

ANNEXE C

*** Programme 1 ***

```
% #####
% Paramètres du système :
% #####

Pn=220.000;Un=220;In=1090;Wn=62.9;Mn=3750;c=3.44;Ra=0.0301;
La=0.000655;j1=27.6;j2=10;k=48166;
a11=0;a12=1/j2;a13=0;a14=0;
a21=-k;a22=0;a23=k;a24=0;
a31=0;a32=-1/j1;a33=0;a34=c/j1;
a41=0;a42=0;a43=-c/La;a44=-Ra/La;

% #####
% Equations d'état du système sans perturbation externe:
% #####

A=[a11 a12 a13 a14
   a21 a22 a23 a24
   a31 a32 a33 a34
   a41 a42 a43 a44 ]
B=[0;0;0;1/La]
F=[-1/j2;0;0;0]
C=[0 0 1 0]
D=[0]

% #####
%           Système augmenté
% #####

A1=[A F;0 0 0 0 1],pause
B1=[B;0],pause
C1=[C 0],pause
D1=0,pause

% #####
%           Détermination de l'observateur d'état entier
% #####

% Ce programme sert à déterminer la matrice Ke d'observation
% par l'utilisation de la matrice de transformation Q.
```

ANNEXE C : programmes

```
% Soit N , la matrice d'observabilité :

N=[C1' A1'*C1' (A1')^2*C1' (A1')^3*C1' (A1')^4*C1'];

% Calculons son rang :

rank(N);

%Puisque le rang de la matrice d'observabilité est 4, la
détermination
% d'un observateur est possible .
% Soit J le polynôme caractéristique désiré défini par :

J=[-2+2*sqrt(3)*i    0    0 0 0
    0    -2-2*sqrt(3)*i    0 0 0
    0    0    -5 0 0
    0    0    0 -5 0
    0    0    0 0 -5];
JJ=poly(J);

Phi=polyvalm(poly(J),A1);
K=Phi*(inv(N'))*[0;0;0;0;1]

% #####
% Paramètres de l'observateur entier
% #####

Ke =[47.01142
    154794.8158
    -25.9542
    -1958.6244];
K_1=[0.55356];
a1=[A-Ke*C],pause
a2=-K_1*C,pause
A2=[A-Ke*C F; -K_1*C 0],pause
B2=[B;0],pause
K=[Ke;K_1],pause

% #####
```

ANNEXE C : programmes

*** Programme 2 ***

function xq=mag(t,x)

global Ua Ms

% #####

% Paramètres du système :

% #####

Pn=220.000;Un=220;In=1090;Wn=62.9;Mn=3750;c=3.44;Ra=0.0301;

La=0.000655;j1=27.6;j2=10;k=48166;

a11=0;a12=1/j2;a13=0;a14=0;

a21=-k;a22=0;a23=k;a24=0;

a31=0;a32=-1/j1;a33=0;a34=c/j1;

a41=0;a42=0;a43=-c/La;a44=-Ra/La;

% #####

% Equations d'état du système

% #####

A=[a11 a12 a13 a14
a21 a22 a23 a24
a31 a32 a33 a34
a41 a42 a43 a44];

B=[0;0;0;1/La];

E=[-1/j2;0;0;0];

C=[0 0 1 0];

D=[0];

xq=[A*[x(1);x(2);x(3);x(4)]+B*Ua+E*Ms];

.....

ANNEXE C : programmes

*** Programme 3 ***

```
% #####  
% Simulation d'un M.C.C. à liaisons élastiques  
% #####
```

```
[t,x]=ode45('mag',[0 3],[0;0;0;0]);  
x1=[1 0 0 0]*x';  
x1;  
x2=[0 1 0 0]*x';  
x2;  
x3=[0 0 1 0]*x';  
x3;  
x4=[0 0 0 1]*x';  
x4;
```

```
plot(t,x1),pause  
plot(t,x2),pause  
plot(t,x3),pause  
plot(t,x4),pause
```