الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'enseignement supérieur
Et de la recherche scientifique

Université M'Hamed BOUGARA de Boumerdès
Faculté Des Sciences Economiques , Commerciales
Etdes Sciences De Gestion

وزارة التعليم العالي و البحث العلمي
جامعة أمحمد بوقرة بومرداس
كلية العلوم الاقتصادية ، التجارية
و علوم التسيير

مطبوعة بيداغوجية تحت عنوان:

محاضــرات
في مادة الإحصاء 3

موجهة لطلبة: السنة الثانية

كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير

من إعداد :

الدكتورة : رزاز رتيبة **أستاذة محاضرة -أ-** **قسم :علوم التسيير**

السنة الجامعية : 2022/ 2021

فهرس المطبوعة

الفصل الثالث: التقدير الاحصائي

الفصل الرابع: اختبار الفروض الاحصائية

قائمة الجداول و الأشكال

قائمة الجداول

قائمة الأشكال

المقدمة العامة

مقدمة :

يمثل علم الاحصاء ركنا اساسيا في حياة الافراد و المؤسسات باعتباره رياضيات جمع البيانات تلخيصها و تحليلها و صولا الى قرارات مبنية على جزئيات لتعمم بصورة اجمالية،. فهو يساعد في تصميم التجارب وتحليل البيانات و تفسيرها. كما يساهم في اتخاذ القرارات المناسبة على ضوء ما يتوصل له الباحث من نتائج. فأهمية المعرفة بعلم الإحصاء لا ينحصر على الراغبين بتطبيقه في مجال دراساتهم فقط، إنما يمتد ذلك إلى كل باحث. فعلم الإحصاء وسيلة لقراءة نتائج الأبحاث الأخرى والقدرة على تمييز الجيد منها والأقوى.

يقسم علم الإحصاء وفقًا لآلية عرض نتائج التحليل وطرق التعبير عنها إلى نوعين: الوصفي والاستدلالي، اما الوصفي فقد تم تناوله في السنة الأولى او ما يعبر عنه بالإحصاء 1 و2، اما الاستدلالي او الاحصاء 3 فهو ما ستتضمنه هذه المطبوعة و هي موجهة لطلبة أقسام السنة الثانية علوم اقتصادية، علوم التسيير والعلوم التجارية والعلوم المالية والمحاسبية، وإلى كل المستويات باختلاف تخصصاتها. لقد حاولنا قدر الامكان تقديم هذا المقياس بأدق تفاصيله و لكن اعتمدنا البساطة و الايجاز و اعتماد الامثلة و التمارين المحلولة ليسهل على الطالب فهم و استيعاب كل ما قدم له.

و تضمنت هذه المطبوعة اربعة فصول، خصص الفصل الأول للاطار المفاهيمي للإحصاء فتم من خلاله تعريف علم الاحصاء، اقسامه، المجتمع الإحصائي، العينة الاحصائية، طرق جمع البيانات و طرق إختبار العينات؛ اما الفصل الثاني فتناولنا فيه مفهوم المعاينة سواء

كانت بالارجاع أو عدم الارجاع لننتقل الى توزيعاتها في اخر الفصل؛ في حين خصص الفصل الثالث لدراسة التقدير الاحصائي و فصل فيه كل من التقدير النقطي او بمجال ثقة، فترة ثقة لمتوسط المجتمع، و فترة ثقة لتباين مجتمع ليليه دراسة فترة ثقة لنسبة خاصية المجتمع والفرق بين نسبتين ليتم اخيرا تفصيل اختبار الفرضيات في الفصل الرابع بغية التحقق من ادعاء (فرضية) ما أو التحقق من معلومة معينة عن المجتمع الإحصائي. حيث قمنا بدراسة مفاهيم أساسية حول اختبار الفرضيات وعناصر الاختبار الاحصائي وأخطاء اختبار الفرضيات وأنواعها الى جانب دراسة مستوى الخطر الاحصائية ومنطقة الرفض ليله خطوات عملية اختبار الفرضيات الاحصائية وفي الأخير أنواع الاختبارات.

وفي الأخير أمل أن أكون قد وفقت في تقديم هذا العمل ، وأن يساهم في إثراء مكتباتنا الجامعية وأن يكون مفيدا لطلبتنا الأعزاء.

الفصل الأول:

الإطار المفاهيمي للإحصاء الاستدلالي

تمهيد:

يتناول هذا الفصل مجموعة من المفاهيم التي ترتكز عليها دراسة الإحصاء الاستدلالي خاصة في مجال العلوم، فهي بمثابة القواعد التي لابد من إرسائها قبل متابعة الدراسة وهي إن بدت منفصلة عن بعضها إلا أنها تتكاتف لخدمة محتوى المحاور الأخرى.

فالإحصاء يعتبر الأداة الرئيسية للتعبير الكمي عن مختلف الظواهر الاقتصادية والاجتماعية، يستعمل في القياس، التحليل والتنبؤ.

إن التمييز بين المجتمع والعينة هو أول ما ينبغي أن ينتبه إليه الطالب خاصة عند استخدامه للطرق الإحصائية والاستدلال الإحصائي، وهذا ما سيتم التطرق اليه في هذا الفصل

1. تعريف علم الاحصاء وأقسامه:

سنحاول تعريف علم الاحصاء وأقسامه:

1.1 تعريف علم الاحصاء:

يعرف الاحصاء بأنه ذلك العلم الذي يعمل على استخدام الأسلوب العلمي في طرق جمع البيانات أو النتائج، ثم تصنيفها وتبويبها وعرضها وتحليلها بهدف الحصول منها على استنتاجات وقرارات مناسبة. أو هو العلم الذي يبحث في طرق جمع البيانات الصحيحة والدقيقة عن ظاهرة ما، ثم تلخيص ووصف وتحليل هذه البيانات بغية استخراج النتائج منها واتخاذ القرارات المناسبة. لقد أصبح علم الاحصاء في الوقت الحاضر أداة ووسيلة فعالة في البحث العلمي وتصنيف البيانات ومعالجتها في جميع العلوم.[1]

كما يعرف بأنه ذلك الفرع من العلوم الذي يختص بجمع البيانات وتنظيمها وتلخيصها وعرضها وتحليلها بالطرق العلمية، والتنبؤ بقيم الظاهرة المدروسة مستقبلا، وذلك للوصول الى نتائج مقبولة وقرارات سليمة وفق شروط معينة من أجل اتخاذ القرار المناسب.[2]

2.1 أقسام علم الاحصاء:

وعلى ضوء هذه التعريفات يمكن تقسيم علم الاحصاء الى قسمين هما:

[1] غازي عطية زراك، **علم الإحصاء التطبيقي لغير الاختصاص**، الطبعة الأولى،2015، العراق، ص 01.

[2] تيلولت سامية، مبادئ في الاحصاء، الطبعة الثالثة، دار الحديث للكتاب، القبة، الجزائر، 2016، ص 08.

- الاحصاء الوصفي؛
- الاحصاء الاستدلالي.

1.2.1 الاحصاء الوصفي:

يشتمل الاحصاء الوصفي على جمع البيانات وعرضها ومعالجتها ووصفها بصورة قياسات رقمية وحسابات رياضية وبيانية، ثم تنظيمها وعرضها وحساب بعض المقاييس الاحصائية لها بدون اعطاء أي استنتاجات حول الظاهرة المدروسة كليا.[1]

2.2.1 الاحصاء الاستدلالي:

وهو الوسائل العلمية التي تجرى لسبر معالم المجتمع بناء على المعلومات التي تم الحصول عليها من العينة المأخوذة من البداية وفق الطرق الاحصائية للظاهرة المدروسة، فهو يشتمل على عمل استنتاجات حول المصدر الذي جمعت منه البيانات أو النماذج ويعتمد اعتمادا كبيرا على نظرية الاحتمال، هذا الاستنتاج لا يكون مؤكد بصورة مطلقة وقد يكون خطأ. اذن يختص الاحصاء الاستدلالي باستخلاص وتفسير النتائج واتخاذ القرارات.[2]

[1] غازي عطية زراك، مرجع سبق ذكره، ص 01.

[2] تيلولت سامية، مرجع سبق ذكره، ص 09.

2. المجتمع الإحصائي والعينة الاحصائية:

سنقوم فيما يلي بتعريف كل من المجتمع الاحصائي ومعالمه الى جانب تعريف العينة الاحصائية ومزايا دراستها.

1.2 المجتمع الاحصائي ومعالمه:

سنتطرق الى تعريف المجتمع الاحصائي وتريف معالمه.

1.1.2 المجتمع الاحصائي:

هو المجال العام لكل الملاحظات الممكن التعرف عليها وفق شروط محددة. كما يمكن تعريف المجتمع العام على أنه كل وحدة تتوفر فيها الخصائص المدروسة مهما كان عددها كبيرا ويرمز لها بالرمز N، ويمكن أن يكون المجتمع الاحصائي محددا أو غير محدد، حقيقيا أو نظريا.[1]

2.1.2 معالم المجتمع:

هي عبارة عن خاصية أو مقياس يتم حسابها من المجتمع محل الدراسة، فهي مقاييس تحدد خصائص المجتمع، اذن معالم المجتمع هي مجموعة من الخصائص مثل المتوسط، التباين،.... ومن خصائص المجتمع أيضا طبيعة توزيعه الاحتمالي$f(x)$ كأن يكون طبيعيا

[1] عبد الكريم بوحفص، **الأساليب الاحصائية وتطبيقاتها يدويا وباستخدام برنامج SPSS**، الجزء الأول، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 2013، ص 20.

أو غيره من التوزيعات الاخرى سواء كانت متقطعة أو مستمرة و لتقدير معالم المجتمع من متوسط وتباين فإننا ننطلق من بيانات العينة، ونسمي كل قيمة تحسب انطلاقا من هذه البيانات بإحصائية المعاينة، ونظريا فان احصائية المعاينة هي كل دالة في المتغيرات العشوائية التي تمثل القيم المحصل عليها في العينة

و سنرمز للمتوسط المجتمع بالرمز μ :[1]

$$\mu = \frac{\sum xi}{N}$$

أما تباين المجتمع سنرمز له σ^2:

$$\sigma^2 = \frac{\sum(xi - \mu)2}{N}$$

2.2 العينة الإحصائية:

سنطرق لتعريف العينة الاحصائية ومزايا دراستها

1.2.2 تعريف العينة الاحصائية

تعرف العينة على أنها جزء من المجتمع يختار بحسب موصفات معينة بهدف استخدامها لدراسة المجتمع، وهناك من النظريات والطرق الإحصائية التي تمكننا من تقدير معلمات المجتمع الإحصائي أو مقارنتها أو إصدار قرارات بشأنها عن طريق فحص ودراسة عينات

[1] جبار عبد مضحي، **مقدمة في نظرية الاحتمالات**، دار المسيرة للنشر والتوزيع، الطبعة الأولى، 2011، ص 277

مأخوذة منه. ولذا يجب ان تختار العينة بحيث تمثل المجتمع أفضل تمثيل ممكن، إلا أن التحليل الإحصائي يتطلب ضرورة أن تكون العينة عشوائية وذلك لضمان عدم وجود تحيز من أي نوع قد يؤثر في عملية اختيار العينة، وبحيث يكون لكل مفردة من مفردات المجتمع احتمال معلوم.[1]

كما يمكن تعريفها على أنها ذلك الجزء من المجتمع الذي يعبر عن مجموعة من المشاهدات التي اختيرت بطريقة ما من المجتمع ففي بعض الأحيان دراسة المجتمع ككل قد يكون صعبا أو يحتاج الى وقت وجهد ومال فيستعاض عن دراسة المجتمع بدراسة العينة وصفاتها ومنها يستنتج خواص المجتمع الاصلي الذي اخذت منه العينة.[2]

كما تعرف بأنها مجموعة صغيرة نسبيا من المجتمع العام ويرمز لها بالرمز n، ويشترط في تكوينها ما يلي:[3]

- أن تعكس كل صفات المجتمع العام؛

[1] زروخي صباح، **محاضرات في مادة الإحصاء الاستدلالي (إحصاء 3)**، موجهة الى طلبة السنة الثانية كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير، جامعة محمد بوضياف، المسيلة، 2018، الجزائر، ص4.

[2] عماد توما كرش ولاء أحمد القزاز وفاء يونس حمودي، **علم الاحصاء**، وزارة التعليم العالي والبحث العلمي، هيئة التعليم التقني، العراق، 2014، ص 13.

3 عبد الكريم بوحفص، مرجع سبق ذكره، ص 20.

- أن يعطى لكل فرد من المجتمع العان نفس الفرصة للانتماء اليها قصد القضاء على عامل التحيز؛
- أن تكون كبيرة نسبيا بحيث تعكس كل صفات المجتمع العام.

ومن أمثلة ذلك:

رغبة مدرسة ابتدائية في تقدير متوسط ذكاء التلاميذ، فتقوم بأخذ عينة من ثمانين تلميذ من بين تلاميذ المدرسة (المجتمع).

رغبة هيئة معينة بالبحوث السياسية في تقدير نسبة الناخبين المساندين لمرشح معين في عشرة ولايات، فتقوم باستجواب مئة ناخب من كل ولاية، الناخبون في الولايات العشر يمثلون المجتمع بينما الألف ناخب المستجوبون يمثلون العينة

2.2.2 مزايا دراسة العينات:

تفضل دراسة العينات عن دراسة المجتمع لأسباب عدة، من بينها:[1]

تقليص التكاليف:

ان دراسة العينات تحتاج أقل من وقت الدراسات الشاملة وبالتالي تسمح بتقليص التكاليف اللازمة لهذه العملية.

---

[1] موساوي عبد النور، بركان يوسف، **الاحصاء 2**، دار العلوم للنشر والتوزيع، 2010، ص 120.

ربح الوقت:

ان المعلومات المحصل عليها بواسطة العينات هي قليلة بكثير مقارنة بالمعلومات المحصل عليها في الدراسات الشاملة وبالتالي تمكن دراسة العينات من الحصول بسرعة على المعلومات الاحصائية التي تتعلق بالدراسة وهذا ينعكس ايجابا على عملية تلخيص وتحليل المعلومات.

تجاوز بعض الصعوبات:

ان دراسة العينات تسمح في بعض الحالات بتجاوز بعض الصعوبات الراجعة لاستحالة تحديد أفراد المجتمع بدقة أو لكبر حجم المجتمع أو لطبيعة بعض التجارب كمعرفة متوسط مدة أشغال المصابيح لأن اجراء هذه الدراسة على الانتاج الاجمالي يؤدي حتما الى اتلاف كل الانتاج.

3. طرق جمع البيانات الاحصائية:

ان مجتمع الدراسة هو مفهوم احصائي يقصد به جملة العناصر أو الأفراد تستند اليها الدراسة، ولما يتعذر عمليا اجراء البحث على كافة أفراد المجتمع يلجأ الباحث الى اختيار عينة أو عينات من هذا المجتمع، ان دراسة مجتمع احصائي ما يقتضي جمع البيانات بإحدى الطرق التالية:[1]

[1] أحمد سلامي، **مقدمة في الاحتمالات والاحصاء التطبيقي**، دار الحامد للنشر والتوزيع، 2020، ص 172.

1.3 طريقة المسح الشامل:

وفيها تجمع البيانات من جميع مفردات المجتمع دون استبعاد أي مفردة، فمثلا اذا أردنا التعرف على مستوى طلاب الجامعة في مادة الاحصاء نقوم برصد درجات جميع طلاب القسم في مادة الاحصاء وهكذا.... وهذه الطريقة عادة تكون طويلة ومكلفة وتحتاج الى الكثير من الوقت ناهيك عن عدم امكانية تطبيقاتها في الحالات الني تؤدي فيها جمع البيانات عن مفردات البحث الى فناء هذه المفردات.

2.3 طريقة العينة:

وفيها يتم اختيار عينة تمثل المجتمع وتجرى عليها الدراسة وتعمم النتائج على المجتمع وكلما كانت العينة مختارة بطريقة صحيحة وممثلة تمثيلا صادقا للمجتمع كلما كانت النتائج صادقة ودقيقة. وقد يتعذر اجراء العديد من البحوث دون الاعتماد على أسلوب المعاينة، وذلك لتمتع هذا الأخير ببعض الخصائص غير المتوفرة في طريقة الحصر الشامل لمفردات المجتمع المستهدف دراسته.

4. طرق اختيار العينات:

توجد عدة طرق وأساليب يتم من خلالها اختيار العينة المراد دراستها والتي يمكن أن تنتظم في مجموعتين رئيسيتين تتمثلان في: [1]

-العينات العشوائية (الاحتمالية)

-العينات غير العشوائية (غير الاحتمالية)

1.4 العينات العشوائية (الاحتمالية):

ويمكن تعريفها كما يلي:

1.1.4 تعريف العينات العشوائية (الاحتمالية):

هي العينات التي يكون لكل مفردة من مفردات عناصر مجتمع البحث نفس الفرصة للظهور في عينة الدراسة باحتمال معين، يتوفر هذا الأسلوب على العديد من المزايا تلخص أهمها فيما يلي :

- حذف التحيز

هذا الأسلوب يؤكد أن مفردات العينة تم اختيارها بدون تحيز، ولكن إذا تم اختيار مفردات العينة تحكميا، فهناك دائما إمكانية لوجود تحيز، وعلى الرغم من أن الاختيار العشوائي لا

[1] جورج كانافوس، دون ميلر، ترجمة سلطان محمد عبد المجيد، محمد توفيق البلقيني، **الإحصاء للتجاريين**، مدخل حديث، دارالمريخ، الرياض، المملكة العربية السعودية، 2004، ص 34

يضمن بأن تكون العينة ممثلة للمجتمع، إلا انه يحذف مخاطر الاختيار المتحيز.

- تحديد الثقة

أسلوب العينات العشوائية يضع الأساس الإحصائي لتحديد الثقة المقترنة بالاستنتاج الإحصائي، والاستنتاج الاحصائي لا يمكن تنفيذه إذا كانت مفردات العينة تم اختيارها بطريقة أخرى خلاف الطريقة العشوائية.

- التحكم في خطأ المعاينة

أسلوب العينات العشوائية يسمح بالتحكم في خطأ المعاينة من خلال اختيار حجم العينة، ولكن مع الطرق غير العشوائية في اختيار العينة فإنه لا يمكن أن يتحقق مستوى مقبول من خطأ المعاينة

2.1.4 أنواع العينات العشوائية (الاحتمالية):

ويمكن تصنيف هذه العينات وفق منهج وأسلوب تحديها الى الأنواع التالية:[1]

أ.العينة العشوائية البسيطة:

هي العينة التي يتم اختيار مفرداتها عشوائيا وتتوافر فيها الخصائص التالية:

---

[1] محمد فريد الصحن، **بحوث التسويق مدخل تطبيقي لفعالية القرارات التسويقية**، الدار الجامعية، الإسكندرية، جمهورية مصر العربية، 2002، ص 150.

- احتمال متساوي لكل مفردات المجتمع للظهور ضمن مفردات العينة؛
- عدم تقسيم مجتمع الدراسة الى أي نوع من الطبقات أو الفئات؛
- الاختيار يتم لوحدات فردية.

وتستخدم في حالة المجتمعات المتجانسة والمحدودة، ويتم اختيار أفراد العينة بكتابة أرقام أفراد المجتمع على بطاقات متشابهة وخلطها بشكل جيد ثم تتم عملية السحب عن طريق القرعة، أو باستخدام جداول الأرقام العشوائية أو باستخدام الحاسب الآلي...

ب. العينة العشوائية المنتظمة

يقوم الباحث في هذه الطريقة بترتيب مفردات المجتمع بطريقة عشوائية، بحيث يتم اختيار مفردات العينة وفق نسق معين يحافظ على مسافة معينة بين كل مفردة وأخرى (ومن هنا جاءت التسمية، تتميز بـ: [1]

- اختيار المفردة الأولى من العينة بصورة عشوائية؛
- يتم اضافة رقم ثابت الى المفردة الأولى التي سبق اختيارها عشوائيا.

[1] زياد بركات أمين، **تصميم البحث وأساليبه الإحصائية**، الوراق للنشر والتوزيع، عمان، الأردن، 2018، ص 229.

ويمكن تلخيص خطوات سحب العينة العشوائية المنتظمة في تقسيم المجتمع الى عدد من الفئات المتساوية الطول ثم يتم اختيار مفردة عشوائية من المجموعة الاولى ونحدد ترتيبها في المجموعة ثم نحصل على بقية المفردات بإضافة طول الفئة على التوالي.[1]

ج. العينة العشوائية الطبقية:

في هذا النوع من العينات يقوم الباحث بدراسة المجتمع وتقسيمه الى طبقات وفق متغيرات الدراسة المهمة والتي سوف يختار العينة على أساسها، وبما يتناسب وحجم هذه الطبقات لذا تسمى هذه العينة بالعينة النسبية. والهدف الرئيسي من هذا النوع هو تقليل احتمالات خطأ المعاينة.[2]

د.العينة العشوائية العنقودية (المتعددة المراحل)

تستخدم في حالة المجتمعات الكبيرة أو لما تكون مفرداتها متباعدة جغرافيا، حيث يقسم المجتمع إلى مجموعات وتختار من هذه المجموعات عينة عشوائية بسيطة ثم نأخذ جميع الأفراد في المجموعات المختارة فتسمى عينة عشوائية عنقودية من مرحلة واحدة، أما إذا اخترنا عينة عشوائية بسيطة من الأفراد من كل مجموعة مختارة فتسمى عينة عشوائية عنقودية ذات

---

[1] جابر أحمد سينوني، **الاحصاء العام**، دار الوفاء دنيا للطباعة والنشر، الاسكندرية، الطبعة الاولى ،2014، ص 22.

[2] نفس المرجع السابق، ص 230.

مرحلتين، وهكذا. أما اختيار مفردات العينة المراد دراستها فإنه يتم بنفس الطريقة المنتهجة في أسلوب العينة العشوائية.[1]

2.4 العينات غير العشوائية (غير الاحتمالية)

ويمكن تعريفها كما يلي:

1.2.4 تعريف العينات غير العشوائية (غير الاحتمالية):

هي تلك العينات التي لا تكفل لجميع وحدات المجتمع احتمال ثابت ومحدد للاختيار، وغالبا يتدخل الباحث في عملية الاختيار بصورة أو بأخرى. أي تلك العينات التي لا يستخدم اختيارها قانون الصدفة أو الأسلوب العشوائي. [2]

رغم أهمية العينات العشوائية وتبني العديد من الباحثين لاستخدامها، فإنها توجد بعض البحوث التي تتجه إلى اختيار العينات غير عشوائية خاصة في البحوث النوعية، حيث يسعون إلى التركيز على جوانب أخرى مهمة في عينات البحث النوعي مثل[3]:

-غزارة البيانات والمعلومات المتوفرة عند أفراد العينة

-قربهم من الأحداث والموضوعات المعنية بالبحث.

---

[1] بن البار موسى، **محاضرات في الاحصاء 3**، موجهة لطلبة السنة الثانية جذع مشترك علوم التسيير، جامعة المسيلة، ص 14.

[2] أحمد سلامي، مرجع سبق ذكره، ص 178.

[3] بن البار موسى، مرجع سبق ذكره، ص 15.

-استعدادهم للتعاون وإعطاء المعلومات الوافية.

فالعينات غير العشوائية إذن تقوم على مبدأ عدم تحكم الباحث في اختيار مفردات العينة، وعدم معرفة مفردات مجتمع البحث، وهذا ما يؤدي إلى عدم تساوي الفرصة لمفردات مجتمع البحث لتكون ضمن مفردات العينة، وبالتالي عدم تمثيل المجتمع، وتعميم النتائج المتوصل إليها من خلال تلك العينة على المجتمع.

2.2.4 أنواع العينات العشوائية (الاحتمالية):

ومن أهم العينات غير العشوائية نجد:

أ.العينة الميسرة:

وتسمى أحيانا بالعينة العرضية أو الصدفة او المتوفرة للباحث، وهي العينات التي يكون معيار اختيارها الوحيد هو سهولة حصول الباحث على مفردات العينة، وهي كثرة الاستعمال في البحوث الاستطلاعية التي تهدف الى الحصول على بعض المعلومات الأولية التي لا تتصف بالدقة الكاملة لكنها تتميز بالسرعة للحصول عليها وقلة تكلفة الحصول عليها أيضا.[1]

حيث لا يخضع اختيار الباحث لمفردات العينة لأي اعتبار وإنما يكون على سبيل المصادفة، كأن يشرع الباحث في توزيع الاستبيان على مجموعة من العاملين بمؤسسة ما وذلك بتسليم

[1] أحمد سلامي، مرجع سبق ذكره، ص 178.

الاستمارة على يلتقيه صدفة أثناء زيارته الميدانية. أو كأن يقف أمام مدخل المؤسسة محل الدراسة ويختار الثلاثين الأوائل الذين يلتقي بهم عند دخولهم إليها.[1]

ب. العينة الحصصية:

هي العينات التي يتم فيها تقسيم المجتمع المدروس الى عدة طبقات، ثم يتم اختيار عدد من المفردات من كل طبقة بشكل غير عشوائي، معتمدين في ذلك على بعض المعايير الخاصة بالظاهرة المدروسة، [2]اذن هي تلك العينات التي يتم اختيارها عن عمد قصد اظهار تلك الخصائص ذات الأهمية للباحث، وينبغي أن يتوافر في العينة الحصصية الشروط التالية:[3]

- أن تكون الخصائص الخاصة بالمجتمع والتي تؤثر على موضوع البحث متوافرة في العينة؛
- أن تكون هذه الخصائص من الممكن استخدامها في تقسيم المجتمع الى مجموعات مثل: الدخل، السن.....الخ؛
- أن تكون هذه الخصائص مؤثرة تأثيرا ملحوظا على الموضوع محل البحث والدراسة؛
- أن يكون عدد هذه العوامل محدودا حتى لاتوجد مجموعات كثيرة يصعب التعامل معها.

[1] بن البار موسى، مرجع سبق ذكره، ص 16.

[2] اموري هادي كاظم، خالد ضاري الطائي، عبد المنعم كاظم الشكري، الاحصاء التطبيقي أسلوب تحليلي باستخدام، الذاكرة للنشر والتوزيع، عمان، الأردن،2013، ص 13

[3] أحمد سلامي، مرجع سبق ذكره، ص 178.

ج.العينة العمدية (الهدفية)

هي عينة يختار الباحث عينة من المجتمع المدروس بشكل قصدي أو متعمد وذلك لاعتقاده بأن مفردات هذه العينة هي خير من يمثل المجتمع المدروس.[1]

أي عينة يتم اختيار أفرادها بشكل مقصود ومستهدف لتوفر بعض الخصائص فيها بما يخدم أهداف الدراسة، يلجأ الباحث إلى هذه الطريقة إذا كان مجتمع الدراسة كبيرا جداً وكانت إمكانياته لا تسمح له إلا بدراسة عينة حجمها صغير جداً بالنسبة للمجتمع الأصلي، حيث تتوفر البيانات اللازمة للدراسة فيها، في هذه الحالة يتعمد الباحث اختيار مفردات معينة كعينة لمجتمع الدراسة يرى بخبرته السابقة أن هذه العينة يمكن أن تعطي تمثيلاً مقبولاً لمجتمع الدراسة. مثلاً إذا أراد باحث دراسة خصائص اقتصادية أو اجتماعية معينة عن ريف دولة ما ، وكانت إمكانياته المالية والإدارية لا تسمح له سوى بعينة لسكان قرية واحدة ، فإنه في هذه الحالة إذا ما تم اختيار القرية عشوائياً من بين آلاف القرى بتلك الدولة فإن الصدفة قد تأتي بقرية بعيدة في خصائصها عن خصائص معظم قرى تلك الدولة، كأن تأتي بالصدفة قرية ساحلية معظم سكانها من الصيادين أو قرية قريبة من مشروع صناعي ضخم يستوعب في قواه العاملة معظم سكانها، هذه القرية أو تلك قد يأخذ النمط المعيشي لسكناها طابعاً خاصاً بعيداً عن النمط المعيشي المعتاد لبقية القرى، لذلك فأي منها لا يمكن أن يعطي تمثيلاً مقبولا

[1] اموري هادي كاظم، خالد ضاري الطاني، عبد المنعم كاظم الشكري، مرجع سبق ذكره، ص 13.

لريف تلك الدولة، لهذا فإن الباحث وعلى ضوء خبراته السابقة يتعمد اختيار قرية معينة يرى أنها يمكن أن تمثل الريف[1].

ففي هذا النوع من العينات يستخدم الباحث حكما شخصيا مسبقا لاختيار العينة نتيجة لمعرفته وخبرته السابقة بأفراد العينة، لأنه يعرف مسبقا بتوفر خصائص لديهم تناسب الدراسة ويلاحظ أن هذه العينة لا تمثل المجتمع الكلي للدراسة. ويؤخذ على هذه العينة تحيزها الواضح في اختيار العينة وبالتالي تحيز نتائجها وانخفاض مستوى تعميمها.[2]

5. تحديد حجم العينة وأساليب توزيعها على الطبقات

يتم تحديد اتجاهات حجم العينة كما يلي:

1.5 اتجاهات تحديد حجم العينة

قبل الشروع في عملية اختيار العينة، يحتاج الباحث إلى تحديد حجم العينة المناسب حتى تزوده بالبيانات والمعلومات التي يعتمد عليها في تعميم النتائج على المجتمع كله. وهناك اتجاهان يمكن السير فيهما لتحديد حجم العينة:

[1] زروخي صباح، مرجع سبق ذكره، ص 7.

[2] زياد بركات، مرجع سبق ذكره، ص 233.

أ.الاتجاه الأول:

حيث يعتمد الباحث عند تحديد حجم العينة المطلوب على خبراته السابقة في هذا المجال، أو قد يسترشد الباحث برأي وخبرة الآخرين. وهذا الأسلوب في اختيار العينة يفيد الباحثين الذين لا يميلون إلى استخدام الأسلوب الرياضي في اختيار العينة. ففي الدراسات المسحية يكون من الناسب 20% من أفراد لمجتمع الكلي إذا كان عدد أفراد هذه المجتمع معتدلا (ما بين 500 إلى 1000) ، وتقل هذه النسبة كلما كبر حجم المجتمع الأصلي لتصل إلى حوالي 5%.وفي الدراسات التجريبية ذات المعالجة الواحدة) متغير مستقل واحد(يكون حجم العينة الوحدة مناسبا إذا زاد عدد أفرادها عن 30فردا) لكل مستوى من مستويات هذه المعالجة.(أما في الدراسات التجريبية ذات المعالجتين أو أكثر، فأن من المستحسن أن لا يقل عدد أفراد الخلية الواحدة في التصميم الإحصائي عن خمسة أفراد.

ب. الاتجاه الثاني

ويأخذ بعين الاعتبار بعض القواعد الاحتمالية لتحديد حجم العينة، كاحتمال الوقوع في الخطأ من النوع الأول واحتمال حدوث الخطأ من النوع الثاني، بالإضافة إلى بعض الأمور الأخرى المرتبطة بالتكلفة وبعض المقاييس الإحصائية

وهناك فكرة خاطئة عند البعض بأنه كلما كبر حجم المجتمع يجب أن يزيد حجم العينة المسحوبة منه. وهذا خطأ شائع لأنه في مجتمع متجانس الصفات والخصائص تكفي عينة صغيرة لدراسته.

إن التباين بين أفراد المجتمع، وليس حجم المجتمع، هو العامل الحاسم في تقرير حجم العينة. فكلما كبر التباين بين مفردات المجتمع كلما استوجب ذلك أن يكون حجم العينة كبيرا بغض النظر عن حجم ذلك المجتمع.

ومن أهم المبادئ التي يجب مراعاتها عند تحديد حجم العينة ما يلي: [1]

- تحديد الهدف من اختيار العينة، وبناء على هذا الهدف تعطى حدود الخطأ المسموح به، ونوع القرار المتوقع اتخاذه بناء على البيانات التي ستوفرها العينة.
- إعطاء علاقة تربط بين الحجم العينة المطلوب ومدى الدقة المطلوبة من العينة (حدود الخطأ المسموح به). وتختلف هذه العلاقة باختلاف طبيعة الإحصائية الذي سيستعمل لتقدير معلمة التوزيع. ومثل هذه العلاقة قد تحتوي على بعض المعالم التوزيع المجهولة، ومن هنا لا بد أولا من تقديرها بناء على خبرة سابقة.
- في بعض الحالات، مثل العينة الطبقية، تحتاج إلى تقدير حجم العينة في كل طبقة، وبالتالي يكون حجم العينة الكلي هو تلك الحجوم الجزئية.

[1] سعيد التل واخرون، مناهج البحث العلمي، **تصميم البحث والتحليل الاحصائي**، دار المسيرة، عمان، الاردن، 2007، ص106

- في بعض الحالات قد نقيس أكثر من متغير واحد عل نفس الفرد من أفراد العينة، ويجب أن يتم حساب العينة المطلوبة بناء على التقدير المطلوب لكل متغير، مع ملاحظة أن الحجوم الناتجة قد تختلف عن الحسابات المبنية على متغير ما تلك المبنية على متغير آخر، وأحدالطرق لحل هذه الأشكال أخذ اكبر حجم ناتج.
- يجب ربط حجم العينة مع التكلفة المتاحة للدراسة والزمن، وما شابه ذلك من عوامل قد تؤثرفي حجم المجتمع.

2.5 أساليب توزيع العينة على الطبقات

يتم توزيع العينة على الطبقات وفقا لـ[1] :

- أسلوب التخصيص المتساوي:

ويقوم على اختيار أعداد متساوية من المفردات من كل طبقة، بغض النظر عن حجمها وتجانس مفرداتها أمام الظاهرة موضوع الدراسة. ورغم بساطة هذا الأسلوب، إلا إنه غير دقيق لاختلاف فرص الاختيار من طبقة أو فئة لأخرى.

-أسلوب التخصيص النسبي :

يقوم على اختيار عدد من المفردات من كل طبقة أو فئة تبعا لوزنها النسبي في المجتمع الأصلي.

[1] عبد المجيد قدي، **أسس البحث العلمي في العلوم الاقتصادية**، دار الأبحاث، الجزائر، 2009، ص 89.

- أسلوب نيمان :

يستخدم هذا الأسلوب لتخفيض حجم التباين، حيث يؤخذ في الاعتبار تباين كل طبقة فيكون حجم العينة في الطبقة يتناسب طردا مع الانحراف المعياري لتلك الفئة أو الطبقة.وهذا قصد جعل تصميم العينة أكثر فعالية من أسلوب التخصيص النسبي. يستخدم أسلوب نيمان في العادة، عندما يكون الانحراف المعياري مختلفا من طبقة أو فئة لأخرى،

وعندما يكون حجم العينة محددا سلفا وتكلفتها ثابتة لمختلف الطبقات أو الفئات. وبناء على ذلك يقدر حجم العينة للطبقة، حسب المعادلة التالية:

$$n_h = \frac{N_h S_h}{\sum_{h=1}^{l} N_h S_h}$$

حيث :

l عدد الطبقات

N عدد وحدات المعاينة في الطبقة n.

h عدد العينات لجميع الطبقات

Shالانحراف المعياري على مستوى كل طبقة

يمكن الحصول على الانحراف المعياري على مستوى كل طبقة من خلال تعداد سابق أو يتم تقديره من عينات سابقة.

-أسلوب التخصيص الأمثل:

يقوم هذا الأسلوب على الأخذ في الحسبان درجة تجانس الظاهرة داخل كل طبقة أو فئة. وبالتالي يتم زيادة حجم و عدد المفردات الطبقة أو الفئة التي تقل فيها درجة التجانس ضمن العينة. ويهدف هذا الأسلوب إلى تخفيض التباين لأقل قدر ممكن بكلفة محددة أو تقليل الكلفةاقل ما يمكن بمستوى دقة معين.حيث يدخل عامل الكلفة في توزيع العينات على الطبقات.[1]

يستخدم هذا الأسلوب عادة، عند وجود تفاوت في كلفة جمع المعلومات بين الطبقات او الفئات (ككلفة جميع المعلومات من المناطق البعيدة وكلفة جمعها من المناطق القريبة).

[1] عبد المجيد قدي، **مرجع سبق ذكره**، ص 89.

خلاصة:

يتم جمع البيانات الاحصائية المتعلقة بمشكلة أو ظاهرة ما من طرف الباحث وفق أسلوبين عند استخدامه للطرق الإحصائية والاستدلال الإحصائي، حيث يتمثل الأسلوب الأول في الحصر الشامل وذلك بدراسة جميع مفردات المجتمع الاحصائي دون استثناء وهذا يمثل أسلوب المسح الشامل، والذي يتطلب جهدا ووقتا اضافيا وتكلفة مرتفعة مقارنة مع الأسلوب الثاني والمتمثل في أسلوب العينة والتي فيها يتم اختيار عينة تمثل المجتمع وتجرى عليها الدراسة ثم تعمم نتائج الدراسة على المجتمع، لذلك يجب اختيار العينة بطريقة صحيحة وان تكون ممثلة تمثيلا صادقا للمجتمع وهذا في دقة وصدق النتائج.

الفصل الثاني:

مفهوم المعاينة وتوزيعاتها

تمهيد :

الهدف من الاحصاء الاستدلالي هو استنتاج خصائص المجتمع من خصائص عينة سحبت منه، فالمعاينة تحقق الربط أو العلاقة بين بيانات العينة وقيم المجتمع، لذلك نقوم باستخدام بيانات العينة للاستدلال عن المجتمع وبذلك نتمكن من تقدير معالم المجتمع المجهولة. وللحصول على تقديرات دقيقة للمجتمع المدروس ينبغي الاهتمام بطريقة المعاينة بغية الحصول على احصاءات أكثر دقة يمكن الاعتماد عليها لاتخاذ القرارات المثلى او التنبؤ بقيم معلمات المجتمع.

يعتبر تقدير معالم المجتمع انطلاقا من معايير أو احصائيات العينة أحد أهداف الاستدلال الاحصائي، الأسلوب المعتمد عليه يرتكز على معرفة توزيع معايير العينات، فالمعاينة تحقق الربط أو العلاقة بين بيانات العينة وقيم المجتمع، اذ يمكن تقدير المتوسط الحسابي أو الانحراف المعياري أو النسبة أو فترات الثقة لمعلمات المجتمع باستخدام مقاييس أو مؤشرات محسوبة من مشاهدات العينة يطلق عليها بالاحصاءات، وللحصول على تقديرات دقيقة للمجتمع المدروس ينبغي الاهتمام بطريقة المعاينة الاحصائية بهدف الحصول على احصاءات دقيقة يمكن الاعتماد عليها لأغراض اتخاذ القرارات او التنبؤ بقيم معلمات المجتمع، وتعرف الاحصاءة بأنها متغير عشوائي تحسب قيمته من كافة العينات بحجم معين والمسحوبة من مجتمع ما.[1]

نفرض مثلا أنه لدينا مجتمع حجمه N واخترنا منه عينة عشوائية حجمها n مفردة وحسبنا وسطها الحسابي وليكن X_1 ثم عينة عشوائية ثانية لها نفس الحجم n وحسبا الوسط الحسابي وليكن X_2 ، ثم عينة ثالثة لها نفس الحجم n، وحسبنا وسطها الحسابي وليكنX_3، وهكذا بالنسبة لجميع العينات التي يمكن سحبها من هذا المجتمع، سيتوفر لدينا عدد كبير من القيم للوسط الحسابي، لا نتوقع أن تكون كلها متساوية وعلى ذلك يمكن النظر الى هذا الوسط

[1] حسن ياسين طعمة، ايمان حسين حنوش، الاحصاء الاستدلالي، الطبعة الأولى، دار صفاء للنشر والتوزيع، عمان، الأردن، 2012، ص 201.

الحسابي على أنه متغير عشوائي له توزيع احتمالي ويسمى هذا المجتمع الجديد بمجتمع المتوسطات الحسابية أو توزيع المعاينة.[1]

1.مفهوم توزيع المعاينة

يعتمد أسلوب المعاينة على تقدير المعالم الرئيسية للمجتمع من خلال بيانات أخذت من عينة ممثلة لمجتمع ما أي تتوافر فيها خصائص المجتمع الأصلي، وهذا لتخفيض أخطاء المعاينة إلى حدها الأدنى ويرتبط تمثيل العينة في المجتمع بعوامل عديدة كحجم العينة، تباين وخصائص المجتمع وكذا طريقة اختيار العينة، وسيتم التطرق الى كل هذه العناصر في هذا الفصل.

1.1 المعاينــة بالإرجاع والمعاينــة بدون إرجــاع

ونميز بين نوعين من المعاينة:

[1] توات عثمان، **محاضرات في مقياس الاحصاء 3 (الاحصاء الاستدلالي) مع تطبيقات للأعمال الموجهة**، مطبوعة موجهة لطلبة السنة الثانية، جامعة الجزائر 3، 2018، ص 6.

1.1.1 المعاينــة بالإرجاع Echantillonnage avec remise

هي التي يتم فيها اختيار كل عنصر من مجتمع أكثر من مرة، ويُمكن اعتبار هذا المجتمع الذي تمت فيم المعاينة بالإرجاع بالمجتمع غير منته أو المجتمع غير المحدود طالما انه يمكن أن نسحب منه عينة أياً كان حجمها دون استنفاذ المجتمع.[1]

وهناك قاعدة لمعرفة هل المعاينة تمت بالإرجاع (Tirage sans remise) أو بدون إرجاع (Tirage avec remise) وذلك كما يلي:

المجتمع غير محدود أي أن المعاينة بالإرجاع $\Longrightarrow$ $n < 0{,}05N$

2.1.1 المعاينــة بدون إرجــاع Echantillonnage sans remise

هي التي يتم فيها اختيار كل عنصر من مجتمع مرة واحدة فقط، ويُمكن اعتبار هذا المجتمع الذي تمت فيم المعاينة بدون إرجاع بالمجتمع المنته أو المجتمع المحدود[2].

المجتمع محدود أي أن المعاينة بدون إرجاع $\Longrightarrow$ $n \geq 0{,}05N$

[1] خليفة الحاج، **دروس وأعمال موجهة في الإحصاء 3**، مطبوعة موجهة إلى طلبة السنة الثانية والسنة الثالثة LMDعلوم اقتصادية، جامعة عبد الحميد بن باديس، مستغانم، الجزائر،2019، ص 3.

[2] نفس المرجع السابق، ص 3.

2. العلاقة بين توزيع العينة وتوزيع المجتمع:

إذا كان X يخضع لتوزيع وسطه μ وتباينه σ^2 وكان $\overline{X}$ يمثل الوسط الحسابي للعينة ذات الحجم n والمحسوبة من هذا المجتمع فإن:

- مع شرط السحب بالارجاع: [1]

وسط $\overline{X}$: $\mu_{\bar{X}} = \mu$

تباين $\overline{X}$: $\sigma_{\bar{X}}^2 = \frac{\sigma^2}{n}$

الانحراف المعياري: $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

حيث أن المتغير العشوائي $Z = \frac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}$ يخضع لتوزيع طبيعي معياري.

- مع شرط السحب بدون ارجاع: [2]

وسط $\overline{X}$: ويحسب كمايلي:

$$\mu_{\bar{X}} = \mu$$

[1] توات عثمان، مرجع سبق ذكره، ص 06.

[2] زروخي صباح، مرجع سبق ذكره، ص 12.

تباين $\overline{X}$: ويحسب كمايلي:

$$\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{\sigma^2}{n}\left(\frac{N-n}{N-1}\right)$$

وتسمى النسبة $\left(\frac{N-n}{N-1}\right)$ بمعامل التصحيح أو معامل الارجاع.

الانحراف المعياري: ويحسب كما يلي:

$$\sigma_{x} = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}\left(\frac{N-n}{N-1}\right)}$$

حيث أن:

المتغير العشوائي $Z = \frac{\overline{X}-\mu}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}\left(\frac{N-n}{N-1}\right)}}$ يخضع لتوزيع طبيعي معياري.

مثال1 :

سحبت عينة عشوائية من مجتمع لا نهائي وسطه 70 وتباينه 40. إذا كان حجم العينة 10، فأوجد:

- الوسط الحسابي للعينة.
- تباين العينة.
- الانحراف المعياري للعينة.

الحل:

- الوسط الحسابي للعينة هو:

$$\mu_{\bar{X}} = \mu = 70$$

- تباين العينة هو:

$$\sigma_{\bar{X}}^2 = \frac{\sigma^2}{n} = \frac{40}{10} = 4$$

- الانحراف المعياري للعينة هو:

$$\sigma_{\bar{X}} = \sqrt{\sigma_{\bar{X}}^2} = \sqrt{4} = 2$$

مثال2:

ليكن لدينا المجتمع المتكون من المفردات التالية : 1، 3، 5.

- أحسب وسط المجتمع μ وتباينه.
- ما هي القيمة المتوقعة لوسط عينة مسحوبة من المجتمع في حالة السحب بالإرجاع

وفي حالة السحب بدون ارجاع مكونة من مفردتين n=2.

- قارن بين μ و μ_x؟
- قارن بين $\sigma_{\bar{x}}^2$ σ^2؟

الحل: من المعطيات لدينا:

N=3 , n=2

- حساب معالم المجتمع:

- حساب وسط المجتمع μ:

$$\mu=\frac{\sum_1^3 x}{N}$$

اذن:

$$\mu=\frac{1+3+5}{3}=3$$

- حساب تباين المجتمع σ^2:

$$\sigma^2=\frac{\sum(xi-\mu)2}{N}$$

$$\sigma^2=\frac{(1-3)^2+(3-3)^2+(5-3)^2}{3}=2.66$$

- حساب الانحراف المعياري للمجتمع:

$$\sigma=\sqrt{\sigma^2}=1.6309$$

- القيمة المتوقعة لوسط عينة مسحوبة من المجتمع في حالة السحب بالإرجاع، وفي

حالة السحب بدون ارجاع مكونة من مفردتين n=2.

أولا :حالة السحب بالارجاع

عدد العينات الممكنة $N^n = 3$

تحديد عدد الحالات الممكنة:

عدد الحالات الممكنة		
(5,1)	(3,1)	(1,1)
(5,3)	(3,3)	(1,3)
(5,5)	(3,5)	(1,5)

- حساب الوسط للعينات:

وسط كل عينة		
3	2	1
4	3	2
4	4	3

وسط المعاينة لكل العينات الممكنة يحسب كما يلي:

$$\mu = \frac{\sum xi}{N} = \frac{1+2+3+2+3+4+3+4+5}{9} = \frac{27}{9} = 3$$

- حساب تباين توزيع المعاينة لوسط العينات:

يحسب التباين من خلال العلاقة التالية:

$$\boldsymbol{\sigma_{\bar{x}}}^{2} = \frac{\sum(\boldsymbol{xi} - \mu)2}{\boldsymbol{N}}$$

انطلاقا من جدول وسط العينات:

$$\boldsymbol{\sigma_{\bar{x}}}^{2} = \frac{\begin{matrix}(1-3)^2+(2-3)^2+(3-3)^2+(2-3)^2+(3-3)^2\\ +(4-3)^2+(3-3)^2+(4-3)^2+(5-3)^2\end{matrix}}{9}$$

$$= \frac{12}{9} = 1.33$$

تباين كل عينة		
4	1	0
1	0	1
0	1	4

- المقارنة بين μ و μ_x :

في حالة السحب بالإرجاع فان الوسط الحسابي للعينة هو نفسه الوسط الحسابي للمجتمع.

- المقارنة بين $\sigma_{\bar{x}}^2$ σ^2:

في حالة السحب بالإرجاع فان تباين توزيع العينة تجمعه العلاقة التالية مع تباين المجتمع:

$$\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{12}{9} = 1.33$$

$$\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{\sigma 2}{n} = \frac{2.66}{2} = 1.33$$

ثانيا: حالة السحب بالارجاع

عدد العينات الممكنة N^n

$$C^n_N = C_3^2 = \frac{3!}{(3-2)!} = 3$$

- حساب وسط العينات الممكنة:

وسط كل عينة	
2	
3	4

وسط العينات الممكنة:

يحسب من خلال العلاقة التالية :

$$\mu_{\bar{x}} = \frac{\sum \bar{x}i}{C_3^2} = \frac{2+3+4}{3} = \frac{9}{3} = 3$$

- حساب تباين توزيع العينات الممكنة:

$$\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{\sum(\mathrm{xi} - \mu)2}{\mathrm{N}^{\mathrm{n}}}$$

انطلاقا من الجدول أعلاه:

$$\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{(2-3)^2 + (3-3)^2 + (4-3)^2}{3} = \frac{2}{3} = 0.666$$

تباينات كل العينة	
	$(2-3)^2 = 1$
1	0

يحسب من خلال العلاقة التالية:

- المقارنة بين μ و μ_x :

في حالة السحب بالإرجاع فان الوسط الحسابي للعينة هو نفسه الوسط الحسابي للمجتمع.

- المقارنة بين $\sigma_{\bar{x}}^2$ σ^2:

في حالة السحب بالإرجاع فان تباين توزيع العينة تجمعه العلاقة التالية مع تباين المجتمع:

$$\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{2}{3} = 0.66$$

$$\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{\sigma^2}{n}\left(\frac{N-n}{N-1}\right) = \frac{2.66}{2}\left(\frac{3-2}{3-1}\right) = 0.66$$

3. توزيعات المعاينــة

يعبر توزيع المعاينة عن قيم المقياس المحسوبة (متوسط حسابي أو نسبة أو تباين ...) لكل عينة من العينات العشوائية التي لها نفس الحجم n، والتي يمكن سحبها من المجتمع قيد الدراسة، إذن يعتبر توزيع المعاينة توزيع احتمالي لجميع القيم الممكنة لإحصاءة ما في كل العينات العشوائية الممكنة والتي لها نفس الحجم.[1]

وبالتالي فان توزيع المعاينة للإحصاءة هو التوزيع الاحتمالي لهذه الإحصائية المحسوب لكل العينات الممكنة والتي حجمها n والمأخوذة من المجتمع الإحصائي المدروس أياً كان حجمه وأياً كانت طريقة السحب.

1.3 توزيــع المعاينـــة للوســط الحسابي $\bar{X}$

إذا أخذنا عينات متكررة من مجتمع ما وقمنا بحساب الوسط لكل عينة، فإننا نجد أن معظمها تختلف عن بعضها البعض، ويسمى التوزيع الاحتمالي لمتوسطات العينات بـ **توزيــع المعاينة للوسط**، ولكن **توزيع المعاينة للوسط** له أيضاً وسط يعبر عنة بالرمز $\mu_{\bar{x}}$ وانحراف معياري $\sigma_{\bar{x}}$.[2]

[1] بن البار موسى، مرجع سبق ذكره، ص 22.

[2] توات عثمان، مرجع سبق ذكره، ص 6.

فتوزيع المعاينة للوسط الحساب هو عبارة عن التوزيع التكراري للوسط الحسابي لعدد كبير من العينات العشوائية المتساوية الحجم ومن مجتمع إحصائي واحد.

كما أن الوسط الحسابي لتوزيع معاينة إحصائيات العينة يتفق تماماً مع المعلمة الذي أخذت منه هذه العينات.

اذا كان μ يمثل وسط مجتمع ما و μ_x يمثل وسط عينة مسحوبة من ذات المجتمع، فان القيمة المتوقعة لوسط العينة $\mu_{\bar{x}}$ يعبر عنها كما يأتي: [1]

$$\mu_{\bar{X}} = \mu = \frac{\sum_{i=1}^{n} Xi}{N}$$

1.1.3 توزيع المعاينة للوسط الحسابي في حالة مجتمع طبيعي تباينه معلوم

والتي تمثل توزيع المعاينة للوسط الحسابي $\bar{X}$ عند المعاينة من مجتمع طبيعي، إذا كان $X_1, X_2, \dots, X_n$ عينة عشوائية من مجتمع طبيعي وسطه μ وتباينه σ^2 .

فإن توزيع $\bar{X}$ يكون التوزيع الطبيعي ذا الوسط μ والتباين $\frac{\sigma^2}{n}$ أي:

وسط $\bar{X}$: $\mu_{\bar{X}} = \mu$

[1] جبار عبد مضحي، مرجع سبق ذكره، ص 277

تباين $\overline{X}$: $\sigma_{\bar{X}}^{2} = \frac{\sigma^{2}}{n}$

الانحراف المعياري: $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

حيث أن المتغير العشوائي $\frac{\overline{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} = Z$ يخضع لتوزيع طبيعي معياري.

مثال :

تخضع علامات الطلاب في أحد المقررات لتوزيع طبيعي وسطه 65 وانحراف معياري 18.

اخذت عينة عشوائية حجمها 36 طالب، احسب:

- احتمال أن يزيد وسط علامات العينة على 74 ؟

الحل:

الوسط الحسابي :

$$\mu_{\bar{X}} = \mu \quad = 65$$

التباين:

$$\sigma_{\bar{X}}^{2} = \frac{\sigma^{2}}{n} = \frac{18^{2}}{36} = 9$$

حساب $P(\overline{X} > 74)$:

$$P(\overline{X} > 74) = P(\frac{\overline{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} > \frac{74 - 65}{18/\sqrt{36}}) = P(Z > \frac{74 - 65}{18/\sqrt{36}})$$

$$= P(Z > 3)$$

$$= 1 - P(Z < 3)$$

$$= 1 - 0.9987$$

$$= 0.0013$$

- احتمال أن يقل وسط علامات العينة على 60 ؟

$$P(\overline{X} < 60) = P\left(\frac{\overline{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < \frac{60 - 65}{\frac{18}{\sqrt{36}}}\right)$$

$$= P(Z < -1.67)$$

$$= 0.0475$$

2.1.3 توزيع المعاينة للوسط الحسابي في حالة مجتمع طبيعي تباينه مجهول

والتي تمثل المعاينة من مجتمع طبيعي وسطه $\boldsymbol{\mu}$ وتباينه σ^2 غير معلوم، حيث إذا اخذت عينة عشوائية من توزيع طبيعي وسطه μ وتباينه σ^2 غير معلوم بحيث كان $\overline{X}$ (الوسط الحسابي للعينة) لعينة حجمها n أصغر من 30 وانحرافها المعياري s .

حيث أن:

المتغير العشوائي $T_\nu = \frac{\overline{X}-\mu}{s/\sqrt{n}}$ يخضع لتوزيع t بدرجات حرية $\nu = n - 1$

مثال :

تخضع أطوال 500 طالب للتوزيع الطبيعي بوسط $\mu = 158\ cm$، اذا أخذنا عينة من 20 طالب وكان الانحراف المعياري لهذه العينة $s = 18\ cm$.

- ماهو توزيع المعاينة ل $\overline{X}$
- احسب الاحتمال $P(\overline{X} > 153)$
- احسب الاحتمال $P\ (158 < \overline{X} < 162)$

الحل:

بما أن المجتمع يتبع التوزيع الطبيعي، وتباين المجتمع مجهول، وحجم العينة 20 أصغر من 30 . اذن توزيع المعاينة ل $\overline{X}$ يتبع توزيع ستيودنت بدرجة حرية n=20−1=19

الوسط الحسابي :

$$\mu_{\overline{X}} = \mu \quad = 158$$

التباين:

$$\sigma_{\bar{X}}^2 = \frac{s^2}{n} = \frac{18^2}{20} = 16.2$$

الانحراف المعياري:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{18}{\sqrt{20}} = 16.2$$

لا نستعمل معامل تصحيح المجتمعات لأن:

$$\frac{n}{N} = \frac{20}{500} = 0.04 < 0.05$$

حساب $P(\bar{X} > 153)$:

$$P(\bar{X} > 153) = P\left(\frac{\bar{X} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} > \frac{153 - 158}{\frac{18}{\sqrt{20}}}\right)$$

$$= P(t > \frac{-5}{4.02})$$

$$= P(t > -1.24)$$

$$= 1 - P(t < 1.24)$$

$$= 1 - 0.10$$

$$= 0.90$$

حساب $P\ (158 < \overline{X}\ < 162)$

$$P\left(158 < \overline{X}\ < 162\right) = \ P\left(\frac{158 - 158}{4.02} < \frac{\overline{X} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}\ < \frac{162 - 158}{4.02}\right)$$

$$= P\ (0 < \mathrm{t}\ < 1)$$

$$= \ P(t\ > 0) - P(t\ > 1)$$

$$= 0.40 - 0.15$$

$$= 0.25$$

3.1.3 نظرية النهاية المركزيـة

إذا كانت ($x_1\ x_2\ \ldots\ldots\ , x_n$)هي مشاهدات عينة عشوائية حجمها n أخذت من مجتمع إحصائي متوسطه μ وتباينه σ^2، فإن توزيع المعاينة للمتوسط الحسابي x يقترب من التوزيع الطبيعي بمتوسط μ وتباين σ^2 كلما زاد حجم العينة تدريجياً، ويكفي لذلك أن يصل حجم العينة إلى 30 مشاهدة، بعبارة أخرى فإن المتغير Z يقترب من التوزيع الطبيعي.

المعياري كلما كان حجم العينة أكبر أو يساوي 30 أي أن[1]

المتغير العشوائي $Z\ = \ \frac{\overline{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}$ يخضع لتوزيع طبيعي معياري.

[1] موساوي عبد النور، بركان سفيان، مرجع سبق ذكره، ص 105.

مثال:

شركة مختصة في صناعة الحافلات وتقترح 70 كغ لوزن الراكب بانحراف معياري 10كغ، إذا علمت أنها قامت بتصميم حافلة لنقل العمال حمولتها القصوى هي 2880كغ وتتسع إلى 36عاملا.

ما هو احتمال أن تحمل هذه الحافلة أكبر من حمولتها؟

الحل:

نلاحظ أن:

$$\overline{X = \frac{3600}{36} = 80}$$

بما أن توزيع المجتمع مجهول و حجم العينة 36 أكبر من 30 وبالاستناد على نظرية النهاية المركزية نستنتج بأن متوسطات أوزان العمال تقترب من التوزيع الطبيعي.

$$Z = \frac{\overline{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

$$= \frac{\overline{80} - 70}{\frac{24}{\sqrt{36}}}$$

$$= 2.5$$

$$P(\overline{X} > 80) = P\left(\frac{\overline{X}-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} > \frac{80-70}{\frac{24}{\sqrt{36}}}\right)$$

$$= P(Z > 2.5)$$

$$= 0.0062$$

2.3 توزيع المعاينة للفرق بين وسطين

والتي تمثل توزيع المعاينة للفرق بين وسطي عينين $(\mathbf{\overline{X}-\overline{Y}})$. إذا اخذت عينة عشوائية حجمها n_1 من مجتمع طبيعي معدله μ_1 وتباينه σ_1^2، ثم اخذت عينة عشوائية اخرى حجمها n_2 من مجتمع طبيعي معدله μ_2 وتباينه σ_2^2 بحيث كان مستقل عن المجتمع الأول، ورمزنا للوسط الحسابي للعينة الأولى بالرمز $\overline{X}$ والوسط الحسابي للعينة الثانية $\overline{Y}$ فإن توزيع الفرق وسطي العينة بين $(\overline{X}-\overline{Y})$ يتبع التوزيع الطبيعي بمعدل $(\mu 1 - \mu 2)$ والتباين $\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}$ بحيث تعطى القيمة المعيارية كما يلي:[1]

$$Z = \frac{(\overline{X}-\overline{Y})-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

[1] زروخي مصباح، مرجع سبق ذكره ، ص 15.

ويخضع للتوزيع الطبيعي المعياري

مثال :

تخضع علامات الناجحين من امتحان الدراسة الثانوية العامة في احدى المدارس (أ) لتوزيع طبيعي معدله 70 وانحرافه المعياري 12، وفي مدرسة ثانية (ب) تخضع العلامات للتوزيع الطبيعي معدله 74 وانحرافه المعياري 16، اخذت عينة عشوائية حجمها 16 من المدرسة (أ) وعينة عشوائية اخرى حجمها 9 من المدرسة (ب)، على فرض أن الوسط الحسابي للعينة الأولى $\overline{X}$، وللعينة الثانية $\overline{Y}$،

أوجد احتمال الفرق بين وسطين عينين :

- $P((\overline{Y}-\overline{X}) > 8)$ ؟
- $P((\overline{X}-\overline{Y}) < 3)$ ؟

الحل:

ايجاد الاحتمال $P((\overline{Y}-\overline{X}) > 8)$:

$$P\left(\left(\overline{Y}-\overline{X}\right)>8\right)$$

$$=P\left(Z=\frac{\left(\overline{Y}-\overline{X}\right)-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}}>\frac{8-(74-70)}{\sqrt{\frac{(12)^2}{16}+\frac{(16)^2}{9}}}\right)$$

$$=P\left(Z>\frac{8-4}{\sqrt{9+28.4}}\right)$$

$$=P(Z>0.65)$$

$$=\ 1-P(z<0.65)$$

$$=1-\ 0.7422$$

$$=\ 0.2578$$

ايجاد الاحتمال $P\left(\left(\overline{X}-\overline{Y}\right)<3\right)$:

$$P\left(\left(\overline{X}-\overline{Y}\right)<3\right)$$

$$=P\left(Z=\frac{\left(\overline{X}-\overline{Y}\right)-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}}<\frac{3-(70-74)}{\sqrt{\frac{(12)^2}{16}+\frac{(16)^2}{9}}}\right)$$

$$P\left(Z < \frac{3-(-4)}{\sqrt{9+28.4}}\right)$$

$$= P\left(Z < \frac{7}{\sqrt{37.4}}\right)$$

$$= P\ (Z < 1.14)$$

$$= 0.8729$$

3.3 توزيع المعاينة للنسبة

نفرض أن لدينا مجتمعا ما موزعا توزيع ذي الحدين باحتمال وجود صفة معينة هيp ولتكن p هي نسبة الأفراد في المجتمع الذين يحملون هذه الصفة، فإن هذه النسبة تتغير من عينة لأخرى ، فان توزيع المعاينة يقترب من التوزيع الطبيعي حسب نظرية النهاية المركزية لما $n \geq 30$ و $np > 5$ و $n(1-p) > 5$.[1]

ففي حالة السحب بالإرجاع تكون المعلمات الاحصائية كالتالي:

الوسط : $\mu_{\hat{p}} = P$

التباين : $\sigma_{\hat{p}}^2 = \frac{p(1-p)}{n}$

[1] تمار لمين، محاضرات وتمارين في الاحصاء 3، جامعة البليدة 2 ، الجزائر، 2021، ص 36.

الانحراف المعياري: $\delta_{\hat{P}} = \sqrt{\sigma_{\hat{p}}^2}$

باختصار $\hat{P} \sim N\ (\ P\ ,\ \frac{p(1-p)}{n}\ )$

وتكون العلامة المعيارية للنسبة $\widehat{P}$ هي :

$$Z = \frac{\widehat{\mathrm{P}} - \mathrm{P}}{\sqrt{\frac{\mathrm{Pq}}{\mathrm{n}}}} \sim \mathrm{N}(0, 1)$$

اما في حالة السحب بدون ارجاع تكون المعلمات الاحصائية كالتالي:

الوسط : $\mu_{\hat{\mathrm{p}}} = \mathrm{P}$

التباين : $\sigma_{\hat{p}}^2 = \frac{p(1-p)}{n}\left(\frac{N-n}{N-1}\right)$

باختصار $\hat{P} \sim N\ (\ P\ ,\ \frac{p(1-p)}{n}\left(\frac{N-n}{N-1}\right)\ )$

مثال:

اذا كانت نسبة نجاح طلبة في مقياس الاحصاء 3 في احدى الكليات هو 70 %، أخذت عينة عشوائية من 80 طالب من بين 500 طالب.

- مانوع توزيع المعاينة ل $\overline{P}$.
- ما هو احتمال ان تكون نسبة نجاح الطلبة أقل من 60 %.

الحل:

- توزيع المعاينة ل $\overline{P}$:

n=80، N=500 $\frac{n}{N}=\frac{80}{500}=016$

نلاحظ ان حجم العينة $30 \leq 80$ =n   n p= 80 0.7= 56 > 5 و

n (1−P) =80 (1−0.7)= 24 > 5

وعليه فان توزيع المعاينة ل $\overline{P}$ يقترب من التوزيع الطبيعي حسب نظرية النهاية المركزية

الوسط الحسابي:

$$\mu_p = P = 0.4$$

بما اننا في حالة السحب بدون ارجاع اذن:

التباين:

$$\sigma_{\overline{P}}^2 = \frac{p(1-p)}{n} \left(\frac{N-n}{N-1}\right)$$

$$= \frac{0.7(1-0.7)}{0.7} \left(\frac{500-80}{500-1}\right)$$

$$= 0.0022$$

الانحراف المعياري:

$$\delta_{\overline{P}} = \sqrt{\delta_{\overline{P}}^2} = \sqrt{0.0022} = 0.05$$

ومنه توزيع المعاينة يتبع التوزيع الطبيعي:

$$\overline{p} \sim N\ (\ 0.7\ ,\ 0.0022\ )$$

- ما هو احتمال ان تكون نسبة نجاح الطلبة أكبر من 60 %.

$$P\ (\overline{p} > 0.5\ ) = p\ (\ z > \frac{0.6-0.7}{0.05})$$

$$= p\ (\ z > 2)$$

$$= p\ (\ z < -2)$$

$$= 0.0228$$

4.3 توزيع المعاينة للفرق بين نسبتين

إذا أخذت عينتان عشوائيتان حجمها n_2، n_1 من مجتمعين مستقلين الأول نسبة النجاح فيه P_1 والثاني نسبة النجاح فيه P_2 فإن الفرق بين النسبتين من العينتين $\overline{p}_1 - \overline{p}_2$ يخضع تقريبا لتوزيع طبيعي [1]

وسطه $$\mu_{\overline{p}_1 - \overline{p}_2} = \rho_1 - \rho_2$$

وتباينه $$\sigma^2_{\overline{p}_1 - \overline{p}_2} = \frac{\rho_1(1-P_1)}{n_1} + \frac{\rho_2(1-p_2)}{n_2}$$

عندما تكون n_1 ، n_2 كبيرتين $\left(n_1 \geq 30 \,,\, n_2 \geq 30\right)$

وتكون العلامة المعيارية بين النسبتين هي:

$$Z = \frac{(\overline{p}_1 - \overline{p}_2) - (P_1 - P_2)}{\sqrt{\frac{P_1 q_1}{n_1} + \frac{P_2 q_2}{n_2}}} \sim N(0, 1)$$

[1] تمار امين، مرجع سبق ذكره، ص 40.

مثال:

إذا كانت نسبة الطالبات في جامعة ما هي 0.2 ، ونسبة الطالبات في هذه الجامعة هي 0.4، أخذت عينة عشوائية من طالبات الجامعة حجمها 100 ، وعينة من طالبات الجامعة حجمها 200 .[1]

إذا فرضنا :

أن $\overline{p}_2$ تمثل نسبة الاناث في العينة المأخوذة من جامعة المجمعة

أن $\overline{p}_1$ تمثل نسبة الاناث في العينة المأخوذة من جامعة الملك سعود

أوجد:

- $\mu_{\overline{p}_1-\overline{p}_2}$
- $\sigma_{\overline{p}_1-\overline{p}_2}$
- $(\overline{p}_1 - \overline{p}_2 \leq 0.1)$

[1] عبد الرحمن محمد ، **مقدمة في المعاينة الإحصائية**، دار المريخ للنشر، الرياض،1995، ص 122.

5.3 توزيع المعاينة لتباين العينة S^2

نظرية إذا أخذت عينة عشوائية حجمها n من توزيع طبيعي $N\left(\mu,\ \sigma^2\right)$ ، وكان S^2 يمثل تباين العينة ، فإن $\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}$ يخضع لتوزيع كاي تربيع بدرجات حرية $v=n-1$

باختصار:

$$\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2_{(n-1)}$$

مثال:

أخذت عينه عشوائية حجمها $n=10$ من توزيع طبيعي $N(\mu,9)$ ، إذا كان تباين هذه العينة هو S^2

أوجد:

- $\rho\left(S^2 \leq 16.919\right)$

6.3 توزيع المعاينة للنسبة بين تبايني عينتين

نظرية إذا كانت S_1^2 تمثل تباين عينة عشوائية مأخوذة من توزيع طبيعي $N\left(\mu_1,\sigma_1^2\right)$ ،

وكانت S_2^2 تباين عينة عشوائية مأخوذة من توزيع طبيعي $N\left(\mu_2,\sigma_2^2\right)$ ، ومستقل عن الأول

، فإن $\frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2} \cdot \frac{s_1^2}{s_2^2}$ يخضع لتوزيع F1

بدرجات حرية : $V_1 = n_1 - 1,\ V_2 = n_2 - 1$

[1] إبراهيم محمد العلي، مرجع سبق ذكره، ص 15.

خلاصة

على ضوء ما سبق يمكن القول أن نظرية المعاينة ترتكز على تقدير المعالم الرئيسية للمجتمع من خلال بيانات أخذت من عينة ممثلة لهذا المجتمع تمثيلا دقيقا وتتوفر فيها خصائص المجتمع الأصلي، فهي أسلوب ملائم يتميز بتوفير الوقت وقلة تكلفته مقارنة بالمسح الشامل. لذلك لتقدير معالم المجتمع من متوسط وتباين ونسبة..، ننطلق من بيانات العينة ونسمي كل قيمة تحسب انطلاقا من هذه البيانات بإحصائية المعاينة. اذن للحصول على تقديرات دقيقة للمجتمع المدروس ينبغي الاهتمام بطريقة المعاينة الاحصائية بهدف الحصول على احصاءات دقيقة يمكن الاعتماد عليها لأغراض اتخاذ القرارات او التنبؤ بقيم معلمات المجتمع.

تمارين مقترحة

التمرين الأول:

إذا كان لدينا مجتمع يتكون من المفردات التالية: 1،3،5،7 نسحب عينة من هذا المجتمع ذات الحجم $n=2$.

المطلوب:

- ✓ أوجد متوسط وتباين المجتمع؛
- ✓ أحسب عدد العينات الممكنة ومتوسط وتباين العينة وقارن بينها وبين متوسط وتباين المجتمع العينة في حالة السحب مع الإرجاع، وحالة السحب دون إرجاع.

التمرين الثاني:

إذا كان لدينا مجتمع يتكون من المفردات التالية:

$$x_1= 2, \quad x_2= 1, \ x_3= 3$$

المطلوب:

- ✓ أوجد متوسط وتباين المجتمع.
- ✓ اوجد توزيع المعاينة للوسط الحسابي للعينات ذات الحجم $n=2$ التي يمكن سحبها من هذا المجتمع في كل من الحالات التالية:

أ-إذا كان السحب بالإرجاع.

ب-إذا كان السحب بدون إرجاع.

- ✓ أوجد توزيع المعاينة للوسط الحسابي في الحالات التالية:

أ-إذا كان السحب بالإرجاع.

ب-إذا كان السحب بدون إرجاع.

- ✓ حقق العلاقة التي تربط متوسط وتباين المجتمع مع متوسط وتباين توزيع المعاينة للوسط الحسابي $\bar{x}$.

التمرين الثالث:

اذا تم اختيار عينة عشوائية من مجتمع يتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط μ وتباين $\boldsymbol{\sigma}^2$ ، قم بإيجاد المتوسط والتباين لتوزيع المعاينة للوسط الحسابي $\bar{x}$

التمرين الرابع:

اذا تم اختيار عينه عشوائية من مجتمع له متوسط $\mu\bar{x}$ وتباين σ^2، والسحب بإرجاع، قم بإيجاد الوسط والتباين لتوزيع المعاينة للوسط الحسابي $\bar{x}$

اذا تم اختيار عينه عشوائية من مجتمع له متوسط $\mu_{\bar{x}}$ وتباين σ^2، والسحب بدون إرجاع قم بإيجاد المتوسط والتباين لتوزيع المعاينة للوسط الحسابي $\bar{x}$

التمرين الخامس:

إذا كان درجات طلبة الجامعة لمقياس الذكاء تتبع توزيع طبيعي بمتوسط $\mu = 100$ وانحراف معياري $\sigma = 75$. تم اختيار 25 طالباً عشوائيا من بين طلبة الجامعة.

أوجد مايلي:

احتمال أن يكون متوسط الذكاء المحسوب من العينة أكبر من 125.

احتمال أن يكون متوسط الذكاء المحسوب من العينة أصغر من 80.

احتمال أن يكون متوسط الذكاء المحسوب من العينة محصورا بين 70 و 130.

التمرين السادس:

مجتمع مكون من 70 شخص من بينهم 42 شخص غير مدخن.

أوجد:

توزيع المعاينة لنسبة للأشخاص الغير مدخنين في عينة عشوائية حجمها 10 مسحوبة من هذا المجتمع.

إذا سحبنا عينة عشوائية حجمها 10 من هذا المجتمع، ما هو احتمال أن تزيد نسبة الغير مدخنين في العينة عن 0.43 .

التمرين السابع:

أخذت عينة عشوائية حجمها $n=400$ من مجتمع نسبة النجاح فيه $P=0.6$ ، إذا كانت $\overline{p}$ تمثل نسبة النجاح في العينة .

أوجد ما يلي:

- وسط $\overline{p}$
- تباين $\overline{p}$
- الخطأ المعياري لِ $\overline{p}$
- $P(0.5 < \overline{p} < 0.72)$

التمرين الثامن:

اذا كان احتمال نجاح الطالب الذي يدرس احد المقررات الاقتصاد هو 0.9 ، اخذت عينة حجمها 49 طالباً من أولئك الذي يدرسون هذا المقرر.

أوجد :

$P (\hat{\overline{p}} \geq 0.8)$

حيث:

$\overline{p}$ هي نسبة الطلبة الناجحين في العينة.

الفصل الثالث:

التقدير الاحصائي

تمهيد:

ان اتخاذ القرارات الإحصائية يعتمد على أساليب الإحصاء الاستدلالي الذي ينقسم الى قسمين رئيسيين تقدير معالم المجتمع واختبارات فروض بشأن صحة قيم معالم المجتمع، وذلك عن طريق سحب عينات من المجتمعات المراد تقدير معالمها أو اجراء اختبارات فروض بشأنها، وسنتطرق في هذا الفصل الى القسم الاول من الاستدلال الاحصائي. الذي يعتمد على اختبار عينة عشوائية من مجتمع ما ومشاهدة تقديرات تلك العينة ومن ثم حساب المقاييس المراد اجراءها وتعميم ذلك على المجتمع.

1.مفهوم التقدير وأنواعه:

كثيراً ما يتم تقدير معالم المجتمع باستخدام إحصائيات العينة بسبب ارتفاع التكلفة والوقت والإمكانيات المتاحة لتقدير معالم المجتمع. وتسمى إحصائية العينة المستخدمة في تقدير معلمة المجتمع المقدر، وتسمى القيمة المعينة المشاهدة تقدير. وعندما نعبر عن تقدير معلمة المجتمع بعدد واحد فإنه يسمى تقدير نقطي كوسط العينة، والانحراف المعيارى للعينة S كتقدير نقطي للانحراف المعيارى للمجتمع... ، اما اذا كان التقدير بمجال معرف بحدين نسمي ذلك التقدير بمجال وهذا ماسنتناوله في هذا الفصل .

1.1 مفهوم التقدير:

المقصود بالتقدير هو تقدير معالم المجتمع الإحصائي (أو التوزيع الاحتمالي) والتي غالًبا ما تكون مجهولة ويكون المطلوب هو الحصول على تقديرات لها من بيانات العينة[1].

2.1 **انواع التقدير:**

قد نحتاج إلى تقدير لمعلمة مجتمع بقيمة واحدة ونقول عن هذا التقدير أنه **تقدير نقطي**، و أحيانا أخرى نحتاج إلى تقدير معلمة المجتمع بنقطتين يحددان مجال لقيمة المعلمة ونقول عن هذا النوع من التقدير أنه **تقدير بمجال.**

[1] Olive Jean dunn ,Virginia A Clarck , Basic Staistics, Fourth Edition , A John Wiley & Sons, Publication, the United States of America,2009,P79.

اذن هناك نوعان للتقدير :[1]

- **التقدير النقطي**
- **التقدير بمجال ثقة**

1.2.1 التقدير النقطي:

هو تقدير معلمة المجتمع (التوزيع) بقيمة وحيدة تحسب هذه القيمة بالاعتماد على بيانات العينة. نحصل على قيمة واحدة فقط،[2] يأخذها الثابت الإحصائي المقدر بدلالة التابع الإحصائي المقابل والمحسوب من تلك العينة المسحوبة من المجتمع الإحصائي والمراد تقدير أحد ثوابته الإحصائية أي تقدير الثابت بقيمة واحدة مثلا : يكون أفضل تقدير لمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي هو الوسط الحسابي المحسوب من عينة عشوائية سحبت من ذلك المجتمع على اعتبار أن هناك احتمالا كبيرا أن يكون الوسط الحسابي لمعينة قريبا جدا من الوسط الحسابي للمجتمع غير المعلوم، وما ينطبق على الوسط الحسابي ينطبق على الثوابت الإحصائية الأخرى.

[1] زروخي صباح، مرجع سبق ذكره، ص 21.

[2] موساوي عبد النور، بركان يوسف، الإحصاء 2، دار العلوم للنشر والتوزيع، الجزائر، 2010، ص 128.

مثال:

التقدير النقطي هو أبسط طرق التقدير، وتتمثل في تقدير المعلمة بقيمة واحدة، كأن نقول أن متوسط دخل أفراد أسرة ما هو 30000 دج ، فيكون $\bar{x} = 30000$ هو تقدير نقطي لمتوسط المجتمع.[1]

1.2.1 التقدير بمجال ثقة

التقدير بفترة يشير إلى أن تقع معلمة داخل هذه الفترة، أي نحصل على مدى أو فترة تتحدد بحدين (حد أدنى وحد أعلى) نحصل عليهما من العينة. ونلاحظ هنا أن التقدير بمجال (أو تقدير الفترة) يحتوي على أكثر من قيمة بل قد يكون عدد القيم غير محدود أو لا نهائياً في كثير من الحالات.

فمثلاً :

إذا قدرنا أن الوسط الحسابي لأعمار الناخبين يتراوح بين: 34 سنة كحد أدنى و 46 سنة كحد أعلى نكون قد حصلنا على تقدير مجال للوسط الحسابي لأعمار الناخبين في المجتمع ونلاحظ أن هذا المجال يحتوي على عدد لا نهائي من الاعمار، بمعنى أن العدد لا يقتصر فقط على الأعداد الصحيحة والتي تشمل السنوات، ولكنها تشمل أيضا كسور السنوات، والأيام والشهور، والساعات... الخ وسوف نرى كيف نحدد التقدير بمجال في بعض الحالات. وتتميز التقديرات بمجال ثقة بالإضافة إلى انها تحتوي على عدد كبير من جدا من القيم، بأنه يمكن حساب

[1] بن البار موسى، مرجع سبق ذكره، ص 46.

احتمال أن يكون التقدير صحيحا، وبالتالي فإنه يمكن معرفة مدى دقة التقديرات، لذا فإن التقدير بمجال يسمى أيضا "مجال الثقة" لأن هذه الفترات تعتمد في تكوينها الإحصائي على درجات أو مستويات ثقة معينة مثل 95 % أو 99 % وغيرها بمعنى أن احتمال أن تكون فترة التقدير صحيحة هي 0.95 أو ......0.99 .

فإذا كان متوسط أعمار الناخبين يتراوح ما بين 34 و 46 سنة، ودرجة الثقة هي 95 % فإن معناه أنه إذا تكررت التجربة مائة مرة، فان التقدير سيكون محصورا بين هذين الرقمين في 95 من الحالات.[1]

مثال :

إذا قدرنا دخل الأسرة في منطقة ما بـ 18000 دج، نكون قد قدرنا دخل الأسرة تقديرا نقطيا. يكون تقديرنا بمجال إذا قلنا مثلا أن الدخل يساوي 18000 ± 2000 أي أنه يتراوح بين 16000 و20000دج.

2.خصائص المقدر الجيد

لتقدير معلمة من معالم مجتمع محل دراسة، نحتاج إلى اختيار الإحصائية المناسبة في العينة لتقدير هذه المعلمة. غالبا ما تكون المعلمة المناظرة في العينة هي أحسن مقدر، كأن نقدر متوسط المجتمع μ من خلال متوسط العينة μ_m تسمى الإحصائية المستخدمة في تقدير المقدر.

[1] أحمد سلامي، مرجع سبق ذكره، ص 211.

- **عدم التحيز**

التحيز هو ذلك الفرق بين مقدرة ما ومتوسط توزيعها، فاذا كان هذا الفرق يختلف عن الصفر، نقول عن ذلك المقدر أنه متحيز، أما اذا كان الفرق مساو للصفر فإننا نقول عن ذلك المقدر بأنه مقدر غير متحيز.[1] اذن نقول عن إحصائية ما بأنها مقدر غير متحيز sans biais لمعلمة المجتمع إذا كان متوسطها أو توقعها الرياضي مساويا لمعلمة المجتمع.

فالمقدر يعتبر غير متحيز إذا أعطى توزيع المعاينة النظرية، النتائج عن المعاينة العشوائية المتكررة من المجتمع، إحصائية مساوية لمعلمة المجتمع. أو بعبارة أخرى فإن المقدر يكون غير متحيز إذا كانت قيمة المتوقعة مساوية لمعلمة المجتمع موضع التقدير.[2]

مثال:

نقول عن متوسط العينة $\bar{x}$ أنه مقدر غير متحيز لمتوسط المجتمع μ لأن $E(\bar{x}) = \mu$ ،

في المقابل نقول عن الإحصائية σ^2 التي تمثل تباين المجتمع في حالة المعاينة بالإرجاع أنها مقدر متحيز ل σ^2 لأن $E(\sigma^2) = \sigma^2 \frac{n}{n-1} \neq \sigma^2$.

[1] تومي صالح، مدخل لنظرية الاقتصاد القياسي، الجزء الأول، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 1999، ص 40.

[2] أحمد سلامي، مرجع سبق ذكره، ص 208.

- **الاتساق:**

يقال عن مقدر أنه متسق لمعلمة المجتمع اذا كانت المعلمة المقدرة تؤول الى معلمة المجتمع، أي تقترب منها كلما زاد حجم المجتمع.[1]

مثال:

من علاقة التباين $\sigma_{\bar{X}}^{2}=\frac{\sigma^{2}}{n}$ نجد بان تباين العينة يقترب من الصفر عندما يقترب حجم العناية من ما لانهاية، ولهذا نقول بان $\sigma_{\bar{X}}^{2}$ تقدير متسق لتباين المجتمع.

- **التقارب**

نقول عن مقدر أنه متقارب إذا كان يؤول إلى قيمة المعلمة المقدرة عندما يؤول حجم العينة إلى ما لا نهاية.[2]

- **الكفاءة**

ان خاصية عدم التحيز تبقى غير كافية أو غير كاملة لأنها لا تأخذ بعين الاعتبار تشتت وتوزيع المقدر، وهو ما يدفعنا للبحث عن خاصية أخرى، تتمثل في خاصية الكفاءة. تتعلق كفاءة (efficacité) مقدر ما بمقدار التباين لتوزيع المعاينة للإحصائية، فإذا كان لمقدرين (إحصائيتين) نفس المتوسط نقول عن المقدر ذو توزيع المعاينة الأقل تباينا أنه الأكثر كفاءة. حيث يكون مقدر ما كفؤا اذا وفقط اذا كان غير متحيز وفي نفس الوقت أصغر تباين وبالتالي

[1] بن البار موسى، مرجع سبق ذكره، ص 45.

[2] زروخي صباح، مرجع سبق ذكره، ص 22.

فان المقدر غير المتحيز وبأكبر تباين حول القيمة الحقيقية للمعلمة يكون ذا أهمية أقل من ذلك المقدر غير المتحيز وبأقل تباين.[1]

مثال:

لكل من توزيعي المعاينة للمتوسط والوسيط نفس المتوسط هو متوسط المجتمع µ ، لكن يعتبر المتوسط $\bar{x}$ مقدرا أكثر كفاءة لمتوسط المجتمع µ من الوسيط لأن تباين توزيع المعاينة للمتوسطات $\sigma_{\bar{X}}^2 = \frac{\sigma^2}{n}$ أقل من تباين توزيع المعاينة للوسيط .

من البديهي أن استخدام مقدرات فعالة وغير متحيزة هو الأفضل، إلا أنه قد يلجأ لمقدرات أخرى لسهولة الحصول عليها.

- **درجة التأكد**

لكي يكون التقدير علميا ينبغي تقييم احتمال أن تكون المعلمة تنتمي فعلا إلى المجال المحدد، لذلك نلحق بالمجال ما يسمى بدرجة أو مستوى الثقة، ويرمز له بـ $1-\alpha$. الاحتمال المعاكس يسمى احتمال الخطأ ويرمز له بـ α ، ويسمى أيضا مستوى المعنوية".[2]

مثال:

دخل الأسرة في منطقة ما ينتمي إلى المجال [16000، 20000] بمستوى معنوية 5 % أي بمستوى ثقة 95 % . وتسمي الحدود 16000 و20000 حدود الثقة.

[1] تومي صالح، مرجع سبق ذكره، ص 41.

[2] زروخي صباح، مرجع سبق ذكره، ص 22.

3. تعيين حدود مجال الثقة

تعتبر فترة الثقة من الأدوات القوية التي تعطي معلومات عن المعلمة المجهولة باستعمال العينة، لذا فان التقدير بفترة لأي معلمة $\boldsymbol{\theta}$ يعطي تقديرا للمعلمة $\boldsymbol{\theta}$ على الصورة التالية:[1]

$$P(\theta_1 < \theta < \theta_2) = 1 - \alpha \quad ; 0 < \alpha < 1$$

حيث

θ_1 : حد من حدود الثقة

θ_2: حد من حدود الثقة

$1 - \alpha$ درجة او مستوى الثقة

اذن تحدد حدود الثقة من خلال معاملات الثقة التي بدورها تحدد من خلال مستوى المعنوية (مستوى الثقة). ففي حالة استخدام التوزيع الطبيعي للتقدير تكون القيمتين ± 1.96 معاملات الثقة من أجل مستوى ثقة 95% بينما القيمتين 2.58± تمثلان معاملات الثقة من أجل مستوى ثقة 99 %.[2]

4. فترة أو مجال الثقة لمتوسط المجتمع:

في هذه الحالة لا نكتفي بتقدير معلمة المجتمع بنقطة بل نلجأ لاستخدام عينة من المجتمع لحساب مجال نأمل أن تقع فيم معلمة المجتمع بمستوى ثقة محدد مسبقاً يُرمز لم بالرمز

[1] موساوي عبد النور، بركان يوسف، مرجع سبق ذكره، ص 130.

[2] زروخي صباح، مرجع سبق ذكره، ص 22.

$1-\alpha$ حيث تسمى α مستوى الخطر ، ويطلق على هذه الفترة فترة الثقة للمعلمة بمستوى ثقة $(1-\alpha)\%$.[1]

و فيما يلي سنوضح كيفية إيجاد فترة الثقة لمتوسط مجتمع طبيعي في الحالات التالية :

1.4 الحالة الأولى: المجتمع طبيعي، تباين المجتمع σ^2 معلوم

إذا أخذت عينة عشوائية حجمها n من مجتمع طبيعي $N(\mu, \sigma^2)$ بحيث كانت σ^2 معلومة أو كانت العينة كبيرة (أي حجمها ثلاثون مفردة أو أكبر، حتى وان لم يكن التوزيع طبيعيا)، فإن فترة $(1-\alpha)\%$ أو نقول فترة الثقة عند مستوى خطر α بأنها الفترة التي تحقق ما يلي هي :

$$(\overline{X} - Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} , \overline{X} + Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$$

حيث:

$\overline{X}$: الوسط الحسابي للعينة

$Z_{1-\frac{\alpha}{2}}$: هي القيمة على محور Z والتي تقع على يسارها مساحة $1-\frac{\alpha}{2}$

مثال :

عينة عشوائية حجمها $n = 25$ ، أخذت من مجتمع طبيعي انحرافه المعياري $\sigma = 4$ فأعطت المعدل $\overline{X} = 60$. أوجد فترة 98% ثقة الوسط المجتمع μ ؟

[1] توات عثمان، مرجع سبق ذكره، ص24.

الحل:

قبل البدء بتطبيق نص النظرية يجب أن نقوم بعملية التحويل

$1-\alpha = 98\% \rightarrow 1-\frac{\alpha}{2} = ?$ اذن: $\alpha = 2\%$ ومنه:

$$1-\frac{\alpha}{2} = 0.99$$

ومن الجدول الموضح في الملحق نجد $Z_{0.99} = 2.33$

وبما أن حجم العينة n=25، و $\sigma = 4$ ، وبتعويض القيم المعطاة في فترة الثقة المصاغة أعلاه نحصل على ما يلي:

$$(\overline{X} - Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{X} + Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}})$$

$$(60 - Z_{0.99}\frac{4}{\sqrt{25}}, 60 + Z_{0.99}\frac{4}{\sqrt{25}})$$

$$(60 - 2.33 \times \frac{4}{5}, 60 + 2.33 \times \frac{4}{5})$$

$$(58.14 , 61.86)$$

مثال:

لو سحبت عينة عشوائية من مجموع الناخبين في دولة ما حجمها 100 ناخب، فاذا كان الوسط الحسابي للدخل اليومي بالعينة هو 90 دولار والانحراف المعياري لدخل الناخبين في المجتمع 25 دولار، أوجد فترة تقدير المتوسط الحسابي للدخل اليومي لمجموع الناخبين في هذه الدولة بدرجة ثقة 95 % ؟

الحل:

بما أن فترة تقدير الوسط الحسابي للمجتمع هي :

$$(\overline{X} - Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} ,\overline{X} + \ Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}})$$

وحجم العينة n=100، والانحراف المعياري $\sigma \ = 25$

وبما أن درجة الثقة هي 95 % معناه :

$$\alpha = 95\ \% \rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = ?$$

اذن: $\alpha \ = \ 5\ \%$ ومنه: $1 - \frac{\alpha}{2} = \ 0.975$

ومن الجدول الموضح في الملحق نجد $Z_{0.975} \ = 1.96$

بعد التعويض في الصيغة نجد:

$$(90 - Z_{0.975}\frac{25}{\sqrt{100}} ,90 + \ Z_{0.975}\frac{25}{\sqrt{100}})$$

$$(90 - 1.96 \ \times \frac{25}{\sqrt{100}} ,90 + \ 1.96 \ \times \frac{25}{\sqrt{100}})$$

$$(58.1 \ , \ 94.9)$$

أي أن الوسط الحسابي للدخل اليومي لمجتمع الناخبين يتراوح بين 85.1 دولار كحد أدنى و 94.9 دولار كحد أعلى وذلك بدرجة ثقة 95 %.

ملاحظة :

كما أشرنا سابقا يمكن تطبيق الحالة السابقة في حال كان السحب من مجتمع غير طبيعي وذلك من خلال استخدام نظرية التقارب بشرط ان يكون حجم العينة (n) كبيراً أي أن

. $(n \geq 30)$

2.4 الحالة الثانية: المجتمع طبيعي، تباين المجتمع σ^2 مجهول، $n \geq 30$

إذا أخذت عينة عشوائية حجمها n من مجتمع وسطه μ وتباينه σ^2 بحيث كان تباين المجتمع σ^2 مجهول، فإن فترة الثقة لمتوسط المجتمع يكتب وفق العلاقة التالية:[1]

$\left(\overline{X} - Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{S}{\sqrt{n}}, \overline{X} + Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{S}{\sqrt{n}}\right)$ بشرط أن $n \geq 30$.

حيث نستخدم الانحراف المعياري للعينة S بدلا من الانحراف المعياري للمجتمع σ لأنه مجهول.

مثال :

سحبت عينة عشوائية حجمها 36 من مجتمع طبيعي تباينه مجهول، بلغ الوسط الحسابي 12 بتباين يقدر ب 16، اوجد فترة ثقة 99% لتقدير متوسط المجتمع ؟

الحل :

$\overline{X} = 12$ ،$S^2 = 16$ ، $n = 36$

$$1 - \alpha = 99\% \rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = 0.495$$

ومن الجدول الموضح في الملحق نجد $Z_{0.495} = 2.58$

وبتطبيق العلاقة نحصل على ما يلي:

$$\overline{X} - Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{S}{\sqrt{n}}, \overline{X} + Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{S}{\sqrt{n}}$$

[1] محمد صبحي أبو صالح، مبادئ الحصاء، دار اليازوري، الأردن،2007، ص 312.

$$\left(12 - Z_{0.495} \times \frac{4}{\sqrt{36}}\ , 12\ +\ Z_{0.495} \times \frac{4}{\sqrt{36}}\right)$$

$$\left(12 - 2.58 \times \frac{4}{6}\ , 12\ +\ 2.58 \times \frac{4}{6}\right)$$

$$(10.28\ , 13.72)$$

3.4 الحالة الثالثة: المجتمع طبيعي، تباين المجتمع σ^2 مجهول، $n < 30$

ان تحديد فترة الثقة للمتوسط في العينات الصغيرة والمأخوذة من مجتمعات طبيعية مجهولة التباين يقودنا الى الحديث عن توزيع احتمالي يدعى توزيع ستيودنت. وهو أحد التوزيعات الاحتمالية المتصلة تكمن تطبيقاته في العينات الصغيرة المسحوبة من مجتمعات مجهولة التباين.[1] فإذا أخذت عينة عشوائية صغيرة حجمها n من مجتمع طبيعي تباينه غير معلوم فإن فترة 1 ثقة للوسط μ تعطى كالتالي :[2]

$$\overline{X} - t_{\frac{\alpha}{2},v=n-1}\frac{S}{\sqrt{n}}\ ,\overline{X} +\ t_{\frac{\alpha}{2},v=n-1}\frac{S}{\sqrt{n}}$$

حيث:

S : الانحراف المعياري للعينة.

v : درجة الحرية ويمثل n−1

ومنه يمكن تحديد الشروط الثلاثة اللازمة لاستخدام توزيع ستيودنت كما يلي:

– أن يكون المجتمع المسحوبة منه العينة مجتمع طبيعي.

---

[1] بن البار موسى، مرجع سبق ذكره، ص 54.

[2] زروخي صباح، مرجع سبق ذكره، ص 25.

– الانحراف المعياري للمجتمع σ مجهول.

– حجم العينة صغير أي حجمها أقل من 30 مفردة.

مثال :

اذا كان دخل مجموعة من الأفراد في دولة ما يتبع التوزيع الطبيعي، وسحبت منهم عينة عشوائية حجمها 10 أفراد بوسط حسابي يقدر بـ 72 دولار وانحراف معيار يبلغ 6.4 . ماهي فترة تقدير الوسط الحسابي للدخل اليومي لجميع الأفراد بدرجة ثقة 95 %.

الحل :

نلاحظ ان المجتمع طبيعي، حجم العينة صغير، الانحراف المعياري للمجتمع مجهول، اذن لتقدير فترة الثقة نستخدم توزيع ستيودنت.

بما أن $n=10$ فان درجة الحرية $v=n-1=10-1=9$

وحيث أن درجة الثقة المطلوبة هي $1-\alpha = 95\%$ اذن $\alpha = 5\%$ وبالتالي:

$$\frac{\alpha}{2} = 2.5\%$$

ومن الجدول المدرج في الملحق عند درجة حرية 9 نجد $t_{\frac{\alpha}{2}}=t_{0.025}=2.262$

وبالتعويض في العلاقة نجد:

$$\overline{X} - t_{\frac{\alpha}{2},v=n-1}\frac{S}{\sqrt{n}}\ ,\overline{X} + t_{\frac{\alpha}{2},v=n-1}\frac{S}{\sqrt{n}}$$

$$\left(72 - 2.262 \times \frac{6.4}{\sqrt{10}}\ , 17.4 + 2.262 \times \frac{6.4}{\sqrt{10}}\right)$$

(67. 42 , 76.54)

أي أن الوسط الحسابي للدخل اليومي يتراوح بين 67.42 دولار كحد أدنى و 76.54 دولار كحد أعلى بدرجة ثقة 95%

4.4 الحالة الرابعة: فترة الثقة للفرق بين وسطين مع معلومية تباين المجتمعين

إذا كانت $X_1, X_2 \dots, X_{n_1}$ عينة عشوائية من مجتمع طبيعي $N(\mu_1; \sigma_1^2)$، وكانت $Y_1, Y_2, \dots, Y_{n_2}$ عينة عشوائية أخرى من مجتمع طبيعي $N(\mu_2; \sigma_2^2)$، مستقل عن الأول، بحيث كانت σ_1^2, σ_2^2 معلومتين فإن هذه الثقة للفرق بين الوسطين $(\mu 1\ , \mu 2)$ هي [1]:

$$\left[\left(\overline{X}-\overline{Y}\right)-Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}\ ,\qquad \left(\overline{X}-\overline{Y}\right)+Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}\ \right]$$

مثال :

أخذت عينة عشوائية حجمها 9 من مجتمع طبيعي $N(\mu_1\ , 25)$ ثم أخذت عينة عشوائية حجمها 10 من مجتمع طبيعي $N(\mu_2\ , 40)$ مستقل عن الأول، فإذا أعطيت العينة الأولى وسطاً حسابياً 32، بينما أعطيت العينة الثانية وسطاً حسابياً = 47 أوجد :

- فترة ثقة 95% للفرق بين الوسطين $(\mu 1 - \mu 2)$ ؟
- فترة ثقة 90% للفرق بين الوسطين $(\mu 2 - \mu 1)$ ؟

---

[1] تمار أمين، مرجع سبق ذكره، ص 60.

الحل:

أولا نلخص معطيات المثال في ما يلي:

المجتمع الأول: لدينا حجم العينة $n_1 = 9$ ، الوسط الحسابي $\bar{x} = 32$ ، تباين المجتمع $25 = \sigma_1^2$

المجتمع الأول: لدينا حجم العينة $n_2 = 10$ ، الوسط الحسابي $\bar{y} = 47$ ، تباين المجتمع $40 = \sigma_2^2$

– فترة ثقة 95% للفرق $\mu1 - \mu2$ ؟

$$1 - \alpha = 95\% \rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = 97.5\%$$

ومن الجدول الموضح في الملحق نجد $Z_{0.975} = 1.96$

وبتطبيق العلاقة نجد أن فترة الثقة للفرق بين متوسطي المجتمعين هي:

$$[(32 - 47) - Z_{0.975} \times \sqrt{\frac{25}{9} + \frac{40}{10}} , (32 - 47) + Z_{0.975} \sqrt{\frac{25}{9} + \frac{40}{10}}]$$

$$(-15 - 1.96 \times \sqrt{\frac{25}{9} + 4} , -15 - 1.96 \times \sqrt{\frac{25}{9} + 4})$$

$$(-20.1 , -9.9)$$

أي عند مستوى ثقة 95% تكون قيمة الفرق بين متوسط المجتمعين ضمن المجال التالي $(-20.1 , -9.9)$

– فترة ثقة 90% للفرق بين $\mu2 - \mu1$ ؟

$$1 - \alpha = 90\% \rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = 95\%$$

ومن الجدول الموضح في الملحق نجد $Z_{0.95} = 1.64$

وبتطبيق نص العلاقة نجد أن فترة الثقة للفرق بين متوسطي المجتمعين هي:

$$[(47-32) - Z_{0.95} \times \sqrt{\frac{25}{9}+\frac{40}{10}}\ ,\ (47-32) + Z_{0.95}\sqrt{\frac{25}{9}+\frac{40}{10}}]$$

$$(\ 15 - 1.64 \times \sqrt{\frac{25}{9}+4}\ ,\ 15 + 1.64 \times \sqrt{\frac{25}{9}+4})$$

$$(\ 10.73\ ,\ 19.27\ )$$

أي عند مستوى ثقة 95 % تكون قيمة الفرق بين متوسط المجتمعين ضمن المجال التالي

$$(\ -20.1\ ,\ -9.9\ )$$

5. فترة أو مجال الثقة لتباين المجتمع:

إذا كانت $X_1, X_2, \dots, X_n$ عينة عشوائية من توزيع طبيعي $N(\mu\ ,\ \sigma^2)$ فإن فترة ثقة للتباين σ^2 تتم باستخدام توزيع الكاي مربع بدرجة حرية n−1 تعطى بالعلاقة التالية هي :[1]

$$\left(\frac{(n-1)S^2}{\chi^2\left[\ (1-\frac{\alpha}{2}; n-1)\right]}, \frac{(n-1)S^2}{\chi^2\left[(\frac{\alpha}{2}; n-1)\right]}\right)$$

حيث:

S^2: هو تباين العينة

n : حجم العينة

ولإيجاد فترة الثقة للانحراف المعياري، نأخذ الجذر التربيعي لطرفي فترة الثقة للتباين.

[1] تمار أيمن، مرجع سبق ذكره، ص 63.

مثال:

عينة عشوائية حجمها 20 أخذت من مجتمع طبيعي $N(\mu, \sigma^2)$ فأعطت التباين $S^2 =$ 15 ، أوجد فترة 90% ثقة للتباين σ^2؟

الحل :

$$1 - \alpha = 90\% \ , \alpha = 10\% \ , \frac{\alpha}{2} = 5\% = 0.05 \ ,$$

ومنه $\frac{1-\alpha}{2} = 1 - 0.05 = 0.95$

من خلال جدول توزيع كاي تربيع نجد أن :

$$\chi^2 \, [0.95 \, , 19] = 30.144 \quad , \chi^2 \, [\, 0.05 \, , \, 19] = 10.117$$

وحسب العلاقة السابقة، فإن فترة الثقة هي:

$$\frac{(n-1)S^2}{\chi^2 \left[\ (1 - \frac{\alpha}{2} ; n-1) \right]} , \frac{(n-1)S^2}{\chi^2 \left[(\frac{\alpha}{2} ; n-1) \right]}$$

$$[\frac{19 \times 15}{30.144} , \frac{19 \times 15}{10.117}]$$

$$[9.45 \ , \ 28.17]$$

أي نحن متأكدون بـ 90 % بأن تباين المجتمع يقع بين هاتين القيمتين [9.45 , 28.17]

أما فترة 90% ثقة الانحراف المعياري فهي كالتالي:

$$[\ \sqrt{9.45} , \sqrt{28.17}\ ] = [3.07 \ , \ 5.31]$$

مثال:

أوجد فترة الثقة 95% لتباين مجتمع سحبت منه عينة حجمها 8 وتباينها 12.6.

الحل:

$$1 - \alpha = 95\% \ ,\alpha = 5\% \ , \frac{\alpha}{2} = 0.025$$

ومنه $\frac{1-\alpha}{2} = 1 - 0.025 = 0.975$

من خلال جدول توزيع كاي تربيع نجد أن :

$$\chi^2 \ [0.975\ , 7] = 16 \quad , \chi^2 \ [\ 0.025\ ,\ 7] = 1.69$$

وحسب العلاقة السابقة، فإن فترة الثقة هي:

$$\frac{(n-1)S^2}{\chi^2\left[\ (1-\frac{\alpha}{2};n-1)\right]}\ ,\frac{(n-1)S^2}{\chi^2\left[(\frac{\alpha}{2};n-1)\right]}$$

$$[\ \frac{7\times 12.6}{16}\ ,\ \frac{7\times 12.6}{1.69}]$$

$$[5.51\ ,\ 52.18]$$

أي نحن متأكدون بـ 95 % بأن تباين المجتمع يقع بين هاتين القيمتين [5.51 , 52.18]

6. فترة أو مجال الثقة لنسبة خاصية المجتمع والفرق بين نسبتين:

سنطرق أولا الى:

- **فترة أو مجال الثقة لنسبة خاصية المجتمع**

اذا كانتP تمثل النسبة في المجتمع وهي تمثل تحقق خاصية معينة، و $\overline{P}$ تمثل النسبة في العينة التي تحقق نفس الخاصية فان توزيع المعاينة يقترب من التوزيع الطبيعي حسب نظرية

النهاية المركزية أي لما $n \geq 30$ و$n(1-p) > 5$ فإن فترة الثقة للنسبة تحقق العلاقة التالية:[1]

$$\left(\overline{P} - Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{P(1-P)}{n}}\ , \qquad \overline{P} + Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{P(1-P)}{n}} \right)$$

مثال :

لإيجاد فترة 95% ثقة لنسبة عدد طلاب أحد المدارس الأساسية الذين لديهم ضعف في البصر، أخذت عينة عشوائية حجمها 100 طالب ووجد أن من لديهم ضعف في البصر كان 15 طالب. أوجد فترة الثقة المطلوبة ؟

الحل :

$$1 - \alpha = 95\% \rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = 97.5\%$$

ومن الجدول الموضح في الملحق نجد $Z_{0.975} = 1.96$

وأيضاً يجب إيجاد $\overline{P}$ والذي يمثل التقدير النقطي لنسبة النجاح

$$\overline{P} = \frac{15}{100} = 0.15$$

وبتطبيق نص العلاقة نجد أن:

$$\left(\overline{P} - Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{P(1-P)}{n}}\ , \qquad \overline{P} + Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{P(1-P)}{n}} \right)$$

[1] تمار أمين، مرجع سبق ذكره، ص 66.

$$\left(0.15 - 1.96 \times \sqrt{\frac{0.15(0.85)}{100}}\ , 0.15 + 1.96 \times \sqrt{\frac{0.15(0.85)}{100}}\right)$$

$$(0.08\ , 0.22)$$

أي أن عند درجة ثقة 95% تكون نسبة الطلبة الذين لديهم ضعف افي البصر تقع ضمن المجال $(0.08\ , 0.22)$

- فترة أو مجال الثقة للفرق بين نسبتين:

إذا كانت $X_1\ , X_2\ , \dots\ X_{n_1}$ عينة عشوائية من مجتمع برنوللي $B(1\ .\ P_1)$ وكانت $Y_1\ , Y_2\ , \dots\ Y_{n_2}$ عينة عشوائية أخرى مستقلة عن الأولى من مجتمع برنوللي $B(1\ .\ P_2)$ ، فإن فترة ثقة للفرق بين النسبتين $(P_1 - P_2)$ تعطى بالعلاقة التالية :[1]

$$\left[(\overline{P}_1 - \overline{P}_2) - Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\overline{P}_1(1-\overline{P}_1)}{n_1} + \frac{\overline{P}_2(1-\overline{P}_2)}{n_2}}\ ,\quad (\overline{P}_1 - \overline{P}_2) + Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\overline{P}_1(1-\overline{P}_1)}{n_1} + \frac{\overline{P}_2(1-\overline{P}_2)}{n_2}}\right]$$

مثال :

أخذت عينة عشوائية حجمها 100 طالبة من المدرسة (1)، ووجد أن 27 طالبة لديهن تسوس في الأسنان، ثم أخذت عينة عشوائية أخرى حجمها 80 من المدرسة (2) ووجد أن 12 طالبة لديهن تسوس في الأسنان. أوجد فترة 95% ثقة للفرق بين $(P_2\ , P_1)$؟

الحل :

$$1 - \alpha = 95\% \rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = 97.5\%$$

[1] خليفة الحاج، مرجع سبق ذكره، ص 49.

بما أن $n_2،n_1 > 30$ اذن فالمجتمعان يتبعان توزيع طبيعي، ومن القيمة المتواجدة في

الجدول: $Z_{1-\frac{\alpha}{2}} = Z_{0.975} = 1.96$

وأيضاً يجب إيجاد $\overline{P}$ والذي يمثل التقدير النقطي لنسبة النجاح

$$\overline{P}_1 = \frac{27}{100} = 0.27 \qquad \overline{P}_2 = \frac{12}{80} = 0.15$$

اذن: $\overline{P}_1 - \overline{P}_2 = 0.27 - 0.15 = 0.12$

حسب العلاقة السابقة نجد أن:

$$\left[(\overline{P}_1 - \overline{P}_2) - Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\overline{P}_1(1-\overline{P}_1)}{n_1} + \frac{\overline{P}_2(1-\overline{P}_2)}{n_2}},\ (\overline{P}_1 - \overline{P}_2)\, Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\overline{P}_1(1-\overline{P}_1)}{n_1} + \frac{\overline{P}_2(1-\overline{P}_2)}{n_2}}\right]$$

بعد التعويض العددي في العلاقة نجد:

$$[0.12 - Z_{0.975}\sqrt{\frac{0.27(0.83)}{100} + \frac{0.15(0,85)}{80}}\ ,0.12 + Z_{0.975}\sqrt{\frac{0.27(0.83)}{100} + \frac{0.15(0.85)}{80}}]$$

$(0.003\ ,\ 0.237)$

أي أن عند مستوى ثقة 95 % تكون قيمة الفرق بين نسبتي مجتمعين تقع ضمن المجال

$(0.003\ ,\ 0.237)$

تمارين مقترحة :

تمرين:

أخذت عينة عشوائية حجمها 400 من معلمي المرحلة الإبتدائية فوجد أن 80 منهم حاصلون على شهادة الليسانس:

- قدر نسبة المعلمين في المرحلة الابتدائية الحاصلين على شهادة الليسانس.
- أوجد فترة 99% ثقة للنسبة الحقيقية للمعلمين في هذه المرحلة الحاصلين على شهادة الليسانس؟

تمرين:

أنتج احد المصانع مصابيح كهربائية تخضع أعمارها تقريبا لتوزيع طبيعي انحرافه المعياري 35 ساعة . أخذت عينه عشوائية حجمها 25 مصباحا فكان الوسط الحسابي لأعمار هذه المصابيح 890 ساعة .

أوجد فترة 98% ثقة لمعدل أعمار المصابيح !

اعتمادا على التمرين السابق ،اذا كان تباين المجتمع غير وكان الانحراف المعياري يساوي 17 للعينة .

أوجد فترة 98% ثقه لمعدل أعمار المصابيح ؟

تمريـن

سحبت عينة عشوائية حجمها 10من مجتمع إحصائي فكان متوسطها 8,5وانحرافها المعياري 1,58.أوجد فترة الثقة عند مستوى خطر α =5 %

تمريـن:

سحبت عينة عشوائية من مجتمع طبيعي مجهول التباين بحجم 36مشاهدة، حيث بلغ متوسطها الحسابي 12بتباين 16.أوجد فترة الثقة بنسبة 99 %لتقدير متوسط المجتمع μ

خلاصة:

ان تقدير معالم أي مجتمع احصائي ما يكون وفق شكلين من أشكال التقدير الاحصائي وهما: التقدير النقطي وذلك بإعطاء قيمة وحيدة لمعالم المجتمع. أو التقدير بمجال والذي يعتمد على تحديد مجال ثقة تنتمي اليها المعلمة المجهولة مع تحديد مستوى الثقة لهذه المعلومات.

الفصل الرابع:

اختبار الفروض الاحصائية

تمهيد

ينقسم الإحصاء إلى قسمين الإحصاء الوصفي والإحصاء الاستدلالي، ويتفرع هذا الأخير بدوره إلى فرعين، الأول يعرف بنظرية التقدير والثاني باختبار الفرضيات.

فعند الرغبة في التحقق من ادعاء (فرضية) ما أو التحقق من معلومة معينة عن المجتمع الإحصائي يتم عادةً سحب عينة عشوائية من هذا المجتمع وحساب بعض الإحصاءات لها ثم نستخدم طرق إحصائية معينة للتحقق من صحة أو عدم صحة هذا الادعاء.

لذلك قبل الخوض في هذه الاختبارات سنخصص هذا الفصل لشرح بعض المفاهيم الخاصة التي ستمكننا من فهم الاختبارات وتطبيقها.

1. مفاهيم اساسية حول اختبار الفرضيات :

1.1 مفهوم الفرضية الإحصائية:

هو عبارة عن إدعاء أو تخمين معين حول معلمة من معالم المجتمع ويكون المطلوب اختبار صحة هذا الادعاء أو التخمين[1].

2.1 **اختبار الفروض** :يشير اختبار الفروض إلى قبول أو رفض ما عن خاصية غير معلومة للمجتمع مثل أحد المعالم أو شكل توزيع المجتمع.

3.1 **المنطقة الحرجة** :هي مجموعة قيم إحصاء الاختبار التي تؤدي إلى رفض الفرضية الصفرية ، حيث أن كل حد من حدود المنطقة الحرجة يسمى قيمة حرجة لإحصاء الاختبار.

4.1 مستوى الدلالة (مستوى المعنوية) : هو احتمال رفض فرضية صفرية، وهو صحيح ويرمزله بالرمز α فعند استخدامنا لمستوى دلالة 5% فهذا يعني أننا سوف نرفض الفروض عندما يجب أن نقبله وأننا سوف نكون واثقين بنسبة % 95 في أننا سنتخذ القرار السليم.

2.عناصر الاختبار الإحصائي :

[1] بن البار موسى ، مرجع سبق ذكره، ص 72.

ان اختبار أي فرضية احصائية يشتمل على عدة عناصر،و هناك نوعان من الفرضيات في المسألة الواحدة .النوع الأول هو الفرضية الصفرية أو فرضية العدم وهي الفرضية التي تبنى على أمل أن يتخذ قرار بعدم صحتها و هناك الفرضية البديلة.[1]

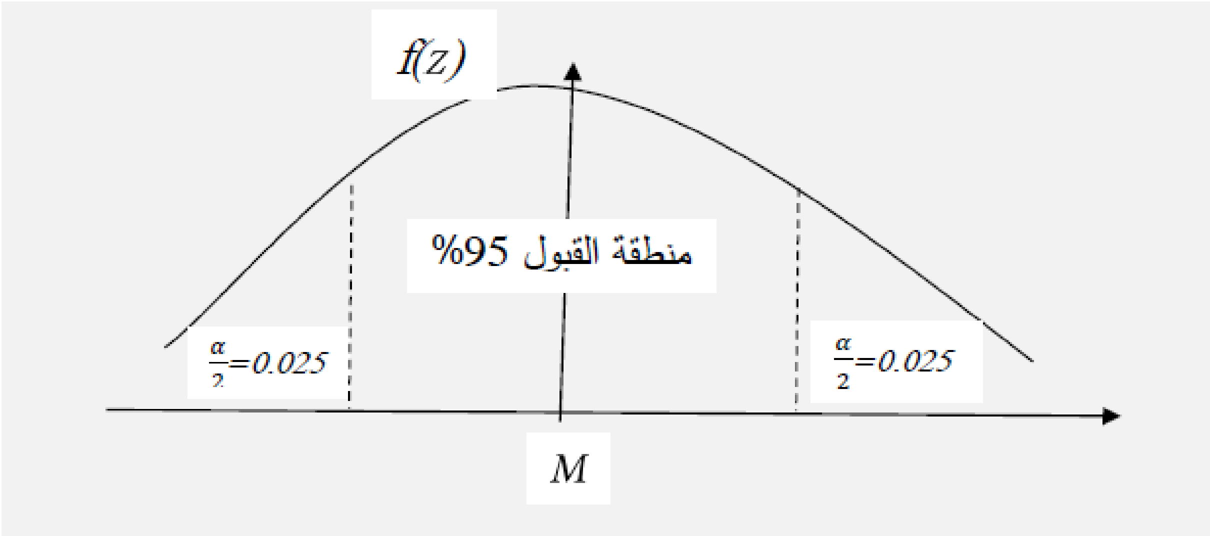
1.2 الفرضية الصفرية (فرضية العدم H_0 Hypothèse nulle)

هي الفرضية حول معلمة المجتمع التي نجري اختبار عليها باستخدام بيانات من عينة والتي تشير أن الفرق بين معلمة المجتمع والإحصائية من العينة ناتج عن الصدفة ولا فرق حقيقي بينهما .وهي الفرضية التي ننطلق منها ونرفضها عندما تتوفر دلائل على عدم صحتها، وخلاف ذلك نقبلها وتعني كلمة Nulle انه لا يوجد فرق بين معلمة المجتمع والقيمة المدعاة(إحصائية العينة).[2]

[1] زروخي صباح، مرجع سبق ذكره، ص 34.

[2] أحمد سلامي، مرجع سبق ذكره، ص 240

الشكل 01 : يوضح منطقتي الرفض والقبول لفرضية العدم



المصدر: تمار امين، مرجع سبق ذكره، ص74.

2.2 الفرضية البديلة (H_1 Alternative Hypothèse)

هي الفرضية التي يضعها الباحث كبديل عن فرضية العدم ونقبلها عندما نرفض فرضية العدم باعتبارها ليست صحيحة بناء على المعلومات المستقاة من العينة[1].

3. أخطاء اختبار الفرضيات وأنواعها:

الخطأ من النوع الأول **α** والخطأ من النوع الثاني**β** [2]، إن أي قرار إحصائي يُمكن أن ينتج عنه نوعان من الخطأ:

---

[1] بن البار موسى، مرجع سبق ذكره، ص 73.

[2] أحمد سلامي، مرجع سبق ذكره، ص 241.

1.3 **الخطأ من النوع الأول α:** يحدث هذا النوع من الأخطاء عندما نقوم برفض الفرضية الصفرية H_0 في حين أنها صحيحة(إدانة النئخص وهو بريء)، وذلك باحتمال مقداره α هي مستوى الخطر.

2 **الخطأ من النوع الثاني β:** يقع مثل هذا النوع من الأخطاء عندما نرفض الفرضية الصفرية في حين أنم خطأ.

ويُمكن تلخيص القرارات الإحصائية كما يلي:

الجدول(1) : القرارات الاحصائية الممكنة بشان الفرض الاحصائي:

القرار / الفرضية	قبولH_0	رفضH_0
صحيحH_0	قرار صحيح	خطأ من النوع الأولα
خطأH_0	خطأ من النوع الثانيβ	قرار صحيح

المصدر: تمار امين، مرجع سبق ذكره، ص 75

4.مستوى الخطر الإحصائية ومنطقة الرفض

عندما نقبل الفرضية الصفرية(فرضية العدم) فإننا نقبلها بنسبة دقة90% أو95% أو 99% أو غير ذلك وتسمى مستويات الخطر أو الثقة (niveaux de signification) أي يوجد

نسبة خطأ معين في قبولنا للفرضية الصفرية بمعنى أننا نقبل صحة الفرضية الصفرية وهي خاطئة وهذا الخطأ هو α ويسمى مستوى الخطر[1].

أي إذا كان مستوى الثقة $(1-\alpha) = 95\ \%$ فان مستوى الخطر α تساوي $5\ \%$ وهي عبارة عن مساحة المنطقة التي تقع تحت منحنى التوزيع والتي تمثل منطقة الرفض أو المنطقة الحرجة، وتكون أما على صورة ذيل واحد جهة اليمين أو اليسار أو ذيلين متساويين في المساحة واحد جهة اليمين والثاني جهة اليسار.

مثال :

نريد اختبار الفرضية:

$H_1 : \mu \neq 25$ $\qquad\qquad$ $H_0 : \mu=25$

عند مستوى معنوية 0.05 وباستعمال الوسط الحسابي لعينة حجمها 100 أخذت من مجتمع انحرافه المعياري12 .

المطلوب:

إيجاد احتمال الوقوع في الخطأ من النوع الثاني β عندما يكون $\mu= 25{,}6$

[1] أحمد سلامي، مرجع سبق ذكره، ص 240.

الحل :المطلوب حساب:

β = P (H_0 عدم الرفض / H_1 صحيحة)

الخطأ المعياري لمتوسط العينة $\bar{x}$: $\int_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{x}} = \frac{12}{\sqrt{100}} = 1{,}2$

بما أن حجم العينة أكبر من 30 فإنه يمكن الاعتماد على نظرية النهاية المركزية وبالتالي استعمال Z .

فعند مستوى دلالة α=0,05 نرفض H_0 عندما يقع $\bar{x}$ خارج المجال : $25 \pm 1{,}96 \times 1.2$

أي أن قرار عدم رفض H_0 هو : $\begin{cases} \bar{x} > 22{,}648 \\ \bar{x} < 27{,}352 \end{cases}$

إذن:

β = P (H0 عدم الرفض / H1 صحيحة) $\Rightarrow$

$\beta = P\left(\frac{22{,}648-25{,}6}{1{,}2} < Z < \frac{27{,}352-25{,}9}{1{,}2}\right) \Rightarrow$

$\beta = P(-2{,}46 < Z < 1{,}46) = 0{,}4931 + 0{,}4279 = 0{,}921$

نلاحظ أن قيمة احتمال الوقوع في الخطأ الثاني β جاءت مرتفعة جدا لأن القيمة 25.6 في الفرضية البديلة قريبة جدا من القيمة 25 في الفرضية الصفرية

5. خطوات عملية اختبار الفرضيات الإحصائية:

عند إجراء أي اختبار للفرضيات الإحصائية فإننا نتبع الخطوات التالية [1]:

1.5 صياغة الفرضية الصفرية والفرضية البديلة

في هذه الخطوة يركز الباحث على اتجاه الاختبار ليتمكن من صياغة الفرضية البديلة، فالفرضية

الصفرية عادة ما تأخذ شكل المساواة في حين أن الفرضية البديلة تأخذ أشكالا مختلفة ويتحدد اتجاهها من خلال القراءة الجيدة للمشكلة وتحديد الاتجاه عن طريق العبارات التي تتضمنها مثل:

تختلف، لا تساوي،...

تزيد، أكبر من، أعلى من، تفوق، تتجاوز...

تنقص، أقل من، أدنى، لا تفوق، لا تتجاوز،...

2.5 تحديد مستوى الدلالة (مناطق القبول والرفض لفرضية العدم)

يساعدنا مستوى الدلالة α وهي قيمة الخطأ من النوع الأول (في تحديد النقاط الحرجة وبالتالي) تحديد مناطق الرفض للفرضية الصفرية من خلال رسم المنحنى، حيث يعبر عن الاحتمال α

[1] بن البار موسى، مرجع سبق ذكره، ص 78.

بيانيا بمنطقة الرفض لفرضية العدم H_0 في حالة الاختبار أحادي الاتجاه، فتضلل مساحة واحدة على اليمين أو على اليسار حسب اتجاه الاختبار، أو تضلل المساحتين $\frac{\alpha}{2}$ على جانبي منطقة قبول فرضية العدم H_0 .

3.5 تحديد قاعدة القرار

تعتمد قاعدة القرار على تحديد طبيعة الإحصاءة بناء على طبيعة التوزيع، فبعد معرفة طبيعة التوزيع تتحدد طبيعة الإحصاءة مثل (الإحصائي Z و الإحصائي t و الإحصائي F) ثم يتم تحديد قاعدة القرار من خلال المجال الذي يتحدد بناء على نوع الاختبار الإحصائي.

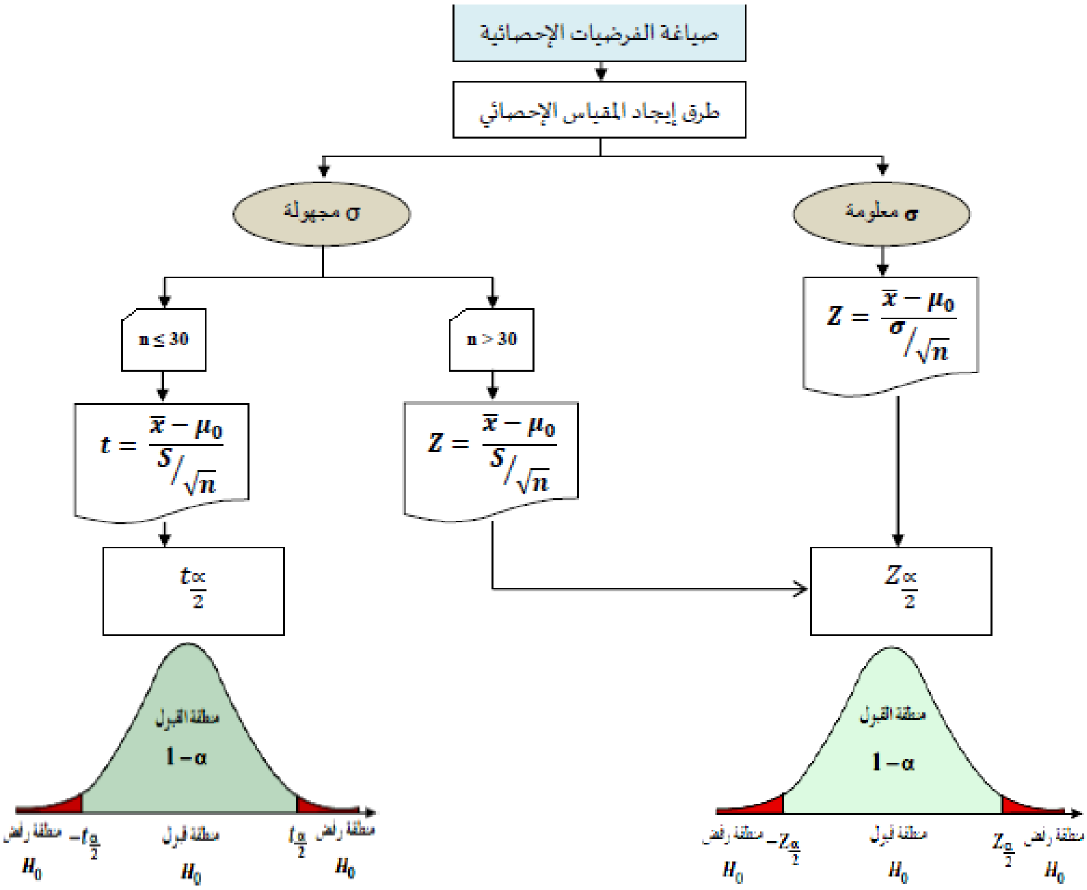
4.5 حساب القيمة الجدولية والفعلية لإحصاءة الاختبار

تستنتج القيمة الجدولية للإحصاءة بالاعتماد على الجداول الإحصائية المتوفرة) جدول التوزيع الطبيعي، جدول توزيع ستيودنت، جدول فيشر،(... أما القيمة الفعلية فتحسب انطلاقا من المعطيات المتوفرة في المسألة.

5.5 المقارنة واتخاذ القرار

مقارنة القيمتين الجدولية والمحسوبة واتخاذ القرار إما برفض الفرضية الصفرية في حالة عدم انتماء القيمة المحسوبة لمجال قبول فرضية العدم وبالتالي قبول الفرضية البديلة، أو بقبولها في حالة العكس.

الشكل (2): خطوات عملية اختبار الفرضيات



المصدر : خليفة الحاج، مرجع سابق، ص75

6. انواع الاختبارات

1.6 اختبار الفرضيات المتعلقة بالمتوسط

رأينا بأن اختبار الفرضيات يتوقف على اتجاه الفرضية البديلة، إما أن تكون متجهة لليمين فيكون اختبار أحادي الاتجاه لليمين أو كما يطلق عليها الفرضية البديلة ذات الذيل الأعلى،

وإما أن تكون متجهة نحو اليسار فنكون بصدد اختبار أحادي الاتجاه من اليسار،[1] أو كما يطلق عليها الفرضية البديلة ذات الذيل الأدنى، وإما أن تكون الفرضية البديلة غير موجهة فيكون الاختبار ثنائي الاتجاه، وسيتم تناول هذه الأنواع فيما يلي .

2.6 الاختبار ثنائي الاتجاه للمتوسط

لتوضيح هذا النوع من الاختبار والكيفية التي يتم بها تنفيذ خطوات نضع المثال الموالي:

مثال:

وجد في دراسة سابقة أن معدل حضور الطلبة للمحاضرات بإحدى كليات جامعة هو 70 طالبا، وأن توزيعها يقترب من التوزيع الطبيعي. نريد اختبار فرضية أن معدل الحضور قد تغير خلال هذا الموسم، فتم اختيار 81 طالبا عشوائيا فوجد أن معدل الحضور هو 73 طالبا بانحراف معياري قدره 10 طلاب.

باستعمال مستوى دلالة 0.05 هل تؤيد تلك الفرضية؟

الحل:

الخطوة الأولى :صياغة الفرضيات

[1] أحمد سلامي، مرجع سبق ذكره، ص 257.

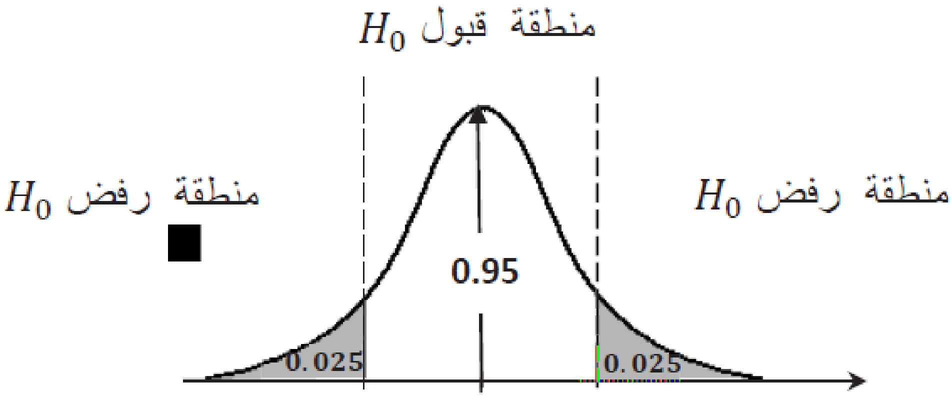
بما أن المسألة لم تتضمن اتجاه محدد للتغير، فإنه يتم استعمال فرضية بديلة ذات اتجاهين ، وتكون صياغة الفرضيتين كما يلي:

$H_0 : \mu=70$ ⟷ $H_1 : \mu\neq70$

الخطوة الثانية :تحديد مستوى الدلالة (مناطق القبول والرفض لفرضية العدم)

مستوى الدلالة هو 0.05 ، وبما أن الاختبار ثنائي الاتجاه فإن منطقة الرفض ستكون على جانبين كما هو موضح في الشكل الموالي:

الشكل(3): منطقة الرفض في حالة الاختبار ثنائي الاتجاه عند مستوى معنوية0.05



المصدر : بن البار موسى، مرجع سبق ذكره، ص80.

الخطوة الثالثة :تحديد قاعدة القرار

بما أن توزيع المجتمع طبيعي فإننا سنحدد قاعدة القرار بناء على الإحصاءة Z وكون الاختبار ثنائي الاتجاه فإن قاعدة القرار تكون كما يلي:

$$\begin{cases} -Z_{0.5-\alpha/2} \leq \boldsymbol{Z_C} \leq +Z_{0.5-\alpha/2} & \Rightarrow H_0 \text{ عدم رفض} \\ \boldsymbol{Z_C} < -Z_{0.5-\alpha/2} \lor Z_C > +Z_{0.5-\alpha/2} & \Rightarrow H_0 \text{ رفض} \end{cases}$$

الخطوة الرابعة :حساب القيمة الجدولية والفعلية لإحصاءة الاختبار

أولا :القيمة الجدولية :

$$\alpha = 0{,}05 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0{,}025 \Rightarrow 0{,}5 - 0{,}025 = 0{,}4750$$

$$\Rightarrow \quad Z_{0,5-\frac{\alpha}{2}} = 1{,}96$$

ثانيا :القيمة الفعلية:

$$\boldsymbol{Z_C} = \frac{\overline{X} - \mu}{S_{\overline{X}}} = \frac{73 - 70}{10/\sqrt{81}} = 2.7$$

الخطوة الخامسة :المقارنة واتخاذ القرار

نلاحظ أن: $\boldsymbol{Z_C} > +Z_{0.5-\alpha/2}$: أي أن $2.7 > 1.96$

وهذا يعني رفض الفرضية الصفرية وقبول الفرضية البديلة على أساس أن معدل الحضور قد تغير هذا الموسم .

3.6 الاختبار أحادي الاتجاه من اليمين المتوسط

التوضيح هذا النوع من الاختبار والكيفية التي يتم بها تنفيذ خطواته نضع المثال الموالي:[1]

مثال

بلغ معدل تسجيل مترشحي البكالوريا في كلية العلوم الاقتصادية بجامعة المسيلة 11.5 وفي السنوات الأخيرة زاد الطلب على التسجيل في هذه الكلية فرفعت الإدارة معدل القبول للدراسة بها.

تم اختيار عينة عشوائية من الطلبة المسجلين بالكلية هذا العام حجمها 49 طالبا فأعطى معدل التسجيل 11.80 بانحراف معياري1.5.

قم باختبار الفرضية التي تقول بأن معدل القبول قد ارتفع عند مستوى معنوية 5%.

الحل:

الخطوة الأولى: صياغة الفرضيات

[1] خليفة الحاج، مرجع سبق ذكره، ص 76.

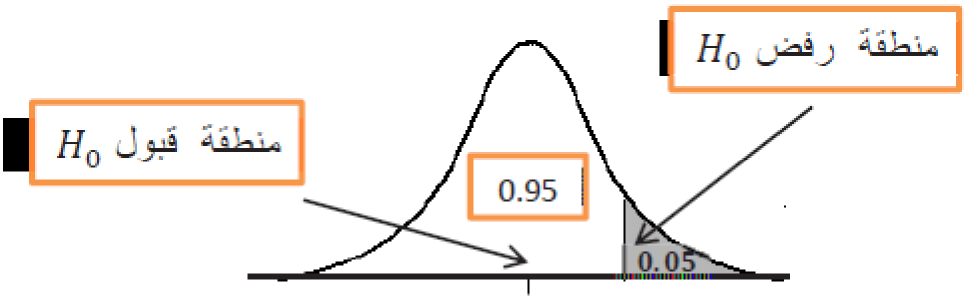
بما أن المسألة تضمنت اتجاها محددا وهو ارتفاع معدل قبول التسجيل بالكلية ، فإنه يتم استعمال فرضية بديلة ذات اتجاه واحد ومن اليمين (أكبر من)، وتكون صياغة الفرضيتين كما يلي:

$H_0 : \mu = 11{,}5 \longleftrightarrow H_1 : \mu > 11{,}5$

الخطوة الثانية: تحديد مستوى الدلالة (مناطق القبول والرفض لفرضية العدم)

مستوى الدلالة هو0.05، وبما أن الاختبار أحادي الاتجاه من اليمين فإن منطقة الرفض ستكون على جانب واحد ومن اليمين كما هو موضح في الشكل الموالي:

الشكل(4): منطقة الرفض في حالة الاختبار أحادي الاتجاه من اليمين عند مستوى معنوية0,05



الخطوة الثالثة :تحديد قاعدة القرار

بما أن حجم العينة أكبر من 30 فإنه يتم التقريب للتوزيع الطبيعي وسنحدد قاعدة القرار بناء على الإحصاءة Z ، وكون الاختبار أحادي الاتجاه من فإن قاعدة القرار تكون كما يلي:

$$\begin{cases} Z_C \leq +Z_{0.5-\alpha} & \Rightarrow H_0 \text{ عدم رفض} \\ Z_C > +Z_{0.5-\alpha} & \Rightarrow H_0 \text{ رفض} \end{cases}$$

الخطوة الرابعة :حساب القيمة الجدولية والفعلية لإحصاءة الاختبار

أولا :القيمة الجدولية:

$$\alpha = 0{,}05 \Rightarrow \Rightarrow 0{,}5 - 0{,}05 = 0{,}4500$$

$$\Rightarrow \quad Z_{0{,}5-}{}^{\alpha}/_{2} = 1{,}645$$

ثانيا :القيمة الفعلية:

$$Z_C = \frac{\overline{X} - \mu}{S_{\overline{X}}} = \frac{11.80 - 11.50}{1.5/\sqrt{49}} = 1.4$$

الخطوة الخامسة :المقارنة واتخاذ القرار

نلاحظ أن: $Z_C < +Z_{0.5-\alpha}$: أي أن $1.4 < 1.645$

و هذا يعني عدم رفض الفرضية الصفرية H_0 ورفض الفرضية البديلة على أساس أن معدل التسجيل بالكلية لم يرتفع.

4.6 الاختبار أحادي الاتجاه من اليسار للمتوسط

التوضيح هذا النوع من الاختبار والكيفية التي يتم بها تنفيذ خطواته نضع المثال الموالي:[1]

مثال

لاحظت إدارة محطة بنزين أن معدل فترة انتظار السيارة للتزود بالوقود هو 4 دقائق، وأرادت أن تقلص من هذه الفترة فقامت بإعادة تنظيم صفوف الانتظار، فأخذت عينها حجمها و سيارات وبعد أن دونت فترات الانتظار وجدت أن معدل فترات الانتظار هو 3 دقائق بانحراف معياري 30 ثانية

المطلوب :

اختبر قرار إدارة المحطة لتخفيض فترات الانتظار عند مستوى معنوية0.01 بافتراض أنها تتبع التوزيع الطبيعي

الحل:

. الخطوة الأولى: صياغة الفرضيات

بما أن الإدارة تهدف إلى تخفيض فترة انتظار السيارة للتزود بالوقود ، فإنه يتم استعمال فرضية بديلة ذات اتجاه واحد ومن اليسار (أصغر من)، وتكون صياغة الفرضيتين كما يلي:

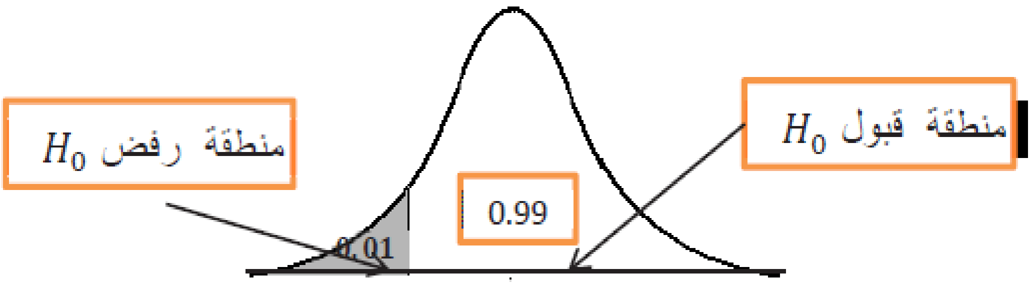
[1] خليفة الحاج، مرجع سبق ذكره، ص 77.

$H_0 : \mu = 4$ ⟵⟶ $H_1 : \mu < 4$

الخطوة الثانية :تحديد مستوى الدلالة(مناطق القبول والرفض لفرضية العدم H_0)

مستوى الدلالة هو 0.01 ، وبما أن الاختبار أحادي الاتجاه من اليسار فإن منطقة الرفض ستكون على جانب واحد ومن اليسار كما هو موضح في الشكل الموالي:

الشكل(5) :منطقة الرفض في حالة الاختبار أحادي الاتجاه من اليسار عند مستوى معنوية 0,01



الخطوة الثالثة :تحديد قاعدة القرار

المجتمع طبيعي التوزيع وحجم العينة صغير) أقل من (30 وتباين المجتمع مجهول وبالتالي فإن المتغيرة تتبع توزيع ستيودنت وستحدد قاعدة القرار بناء على الإحصاءة t ، وكون الاختبار أحادي الاتجاه من اليسار فإن قاعدة القرار تكون كما يلي

$$\begin{cases} t_C \geq -t_{0.99,10-1} & \Longrightarrow H_0 \text{ عدم رفض} \\ t_C < -t_{0.99,10-1} & \Longrightarrow H_0 \text{ رفض} \end{cases}$$

الخطوة الرابعة :حساب القيمة الجدولية والفعلية لإحصاءة الاختبار

أولا :القيمة الجدولية

$$\alpha = 0,01 \Rightarrow \Rightarrow 1 - 0,01 = 0,99$$

$$\Rightarrow \quad t_{0,99,\ 10-\ 9} = -\ 2,821$$

ثانيا :القيمة الفعلية:

$$t_C = \frac{\overline{X} - \mu}{S_{\overline{X}}} = \frac{3-4}{0.5/\sqrt{9}} = -6.02$$

الخطوة الخامسة :المقارنة واتخاذ القرار

نلاحظ أن: $-\ 6,02 < -2,821$ أي ان $t_c < t_{0,99,\ 10-9}$

وهذا يعني رفض الفرضية الصفرية H_0 وقبول الفرضية البديلة على أساس أن القرار بإعادة تنظيم صفوف الانتظار أدى إلى تخفيض فترات انتظار السيارات للتزود بالبنزين.

5.6 اختبار الفرضيات المتعلقة بالنسبة

تأخذ الفرضية الصفرية الشكل:

$$H_0 : P = P0$$

والفرضية البديلة أحد الصور :

$H_1 : P \neq P0$

$H_1 : P > P0$

$H_1 : P < P0$

ويكون المعيار في هذه الحالة:

$$Z = \frac{\hat{P} - P_0}{\sqrt{\frac{P_0(1 - P_0)}{n}}} \sim N(0, 1)$$

مثال

إذا كانت نسبة مستعملي حزام الأمان في السيارات (قبل تشريع الزام الاستعمال) هي 0.8، درست عينة عشوائية حجمها 200 سائق بعد صدور تشريع الإلزام فوجد أن 170 منهم يستعملون الحزام ، اختبر على مستوى دلالة 0.05 ما إذا كان التشريع قد زاد نسبة المستعملين له.

الحل:

واضح من المسألة أن $P = 0.8$ وأن $\hat{P} = \frac{170}{200} = 0.85$

الفرضيات:

$H_o: P = 0.8$

$H_1: P > 0.8$

التوزيع و القيم الحرجة المعيارية:

التوزيع المستخدم هو التوزيع الطبيعي $\alpha = 0.05$ وحيث أن الاختبار ذو اتجاه واحد نحو اليمين إذن تكون القيم الحرجة:

$Z_{\alpha} = 1.64$

المعيار :

$$Z = \frac{0.85 - 0.8}{\sqrt{\frac{0.8 \times 0.2}{200}}} = 1.8$$

المقارنة والقرار:

الطريقة الأولى: وحيث أن $(Z = 1.8) > (Z_0 = 1.64)$

فإننا نرفض الفرضية الصفرية وبالتالي فإن صدور التشريع قد زاد من نسبة مستعملي حزام الأمان .

الطريقة الثانية:

$$p\text{-value} = P(Z > 1.8) = 0.0359 < 0.05$$

و بالتالي فإننا نرفض الفرضية الصفرية.

6.6 اختبار الفرق بين نسبتين:

بفرض أن

$X_1 \sim b(N_1,P_1)$ وسحبت من مجتمعه عينة حجمها $n_1 \geq 30$ و أن

$X_2 \sim b(N_2,P_2)$ وسحبت من مجتمعه عينة حجمها $n_2 \geq 30$ وكان

المجتمعان مستقلين ونريد اختبار تساوي نسب المجتمعين فتكون الفرضية الصفرية كالتالي:[1]

$H_0: P_1 - P_2 = 0$

وتأخذ الفرضية البديلة إحدى الصور:

$H_1: P_1 - P_2 \neq 0$

$H_1: P_1 - P_2 > 0$

$H_1: P_1 - P_2 < 0$

ويكون المعيار المستخدم هو:

$$Z = \frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{\sqrt{\frac{p_1(1-p_1)}{n_1} + \frac{p_2(1-p_2)}{n_2}}} \sim N(0,1)$$

[1] تمار امين، مرجع سبق ذكره، ص 84.

مثال:

يدعي أمير صاحب مصنع المستقبل لإنتاج المصابيح الكهربية أن نسبة التلف في انتاجه أقل من نسبة التلف في مصنع الدقة لأحمد وبالتالي فهو يدعي أن انتاج مصنعه أفضل من انتاج مصنع أحمد. ولاختبار هذا الادعاء أخذت عينة من كل مصنع وفحصت العينتان وتم عد القطع التالفة في كل مصنع ، ويبين الجدول التالي نتائج هذه التجربة.

	مصنع المستقبل	مصنع الدقة
حجم العينة	50	100
عدد القطع التالفة	5	4

هل تدعم هذه البيانات صحة ادعاء امير عند مستوى معنوية 0.05؟

الحل:

نحسب نسب التلف في العينتين:

$$\hat{p}_1 = \frac{4}{50} = 0.08 \qquad \text{(مصنع المستقبل)}$$

$$\hat{p}_2 = \frac{5}{100} = 0.05 \qquad \text{(مصنع الدقة)}$$

الفرضيات :

$H_0: P_1 - P_2 = 0$

$H_1: P_1 - P_2 > 0$

التوزيع المستخدم هو التوزيع الطبيعي $\alpha = 0.05$ وحيث أن الاختبار ذو اتجاه واحد نحو اليمين إذن تكون القيم الحرجة:

$Z_\alpha = 1.64$

المعيار :

$$Z = \frac{0.08 - 0.05}{\sqrt{\frac{0.08 \times 0.92}{50} + \frac{0.05 \times 0.95}{100}}} = 0.68$$

المقارنة والقرار:

الطريقة الأولى:

وحيث أن $(Z = 0.68) > (Z_0 = 1.64)$

فإننا نقبل الفرضية الصفرية وبالتالي لا يوجد دليل كاف على ان ادعاء امير صحيح.

الطريقة الثانية:

$p\text{-value} = P(Z > 0.68) = 0.2483 < 0.05$

وبالتالي فإننا نقبل الفرضية الصفرية.

تمارين مقترحة

تمرين:

- ماهو المبدأ العام لاختبار الفروض.
- ماذا يقصد بالخطأ من النوع الأول والخطأ من النوع الثاني.
- ماذا يقصد بقوة الاختبار.

تمرين:

اذا كان أحد مصانع الأغذية ينتج نوعا معينا من الألبان حيث متوسط وزن العبوة هو 0.5 كغ بانحراف معياري 36 غ، حيث أن أوزان العبوات تتبع التوزيع الطبيعي، ولمراقية التزام المصنع بمعايير الجودة تم اختيار عينة بحجم 25 عبوة فوجد أن متوسط الأوزان يساوي 0.48 كغ

هل هناك عيب في الانتاج أدى الى انخفاض متوسط الأوزان للعبوات عند مستوى 1 %.

تمرين:

تنتج شركة أسلاك معدنية تباين قوة المقاومة للتلف للأسلاك لا تتعدى 30000 وأدعت الشركة بأن انتاجها للطريقة الجديدة المستخدمة الان تزيد من تباين المقاومة لتلف الأسلاك. وللتحقق

من صحة الادعاء سحبنا عينة عشوائية مكونة من 10 أسلاك من انتاج الشركة فوجدنا تباينها .40000

اختبر فرضية وجود زيادة خطر التباين عند مستوى 1%

خلاصة:

بعدما تطرقنا في الفصل الثالث للتقدير الاحصائي أين قمنا بتقدير معالم المجتمعات المجهولة انطلاقا من المعطيات المتوفرة لدينا من العينات المسحوبة من هذه المجتمعات. خصصنا هذا الفصل لاختبار الفرضيات والذي يرتكز على دراسة صحة أو عدم صحة المعالم وبصيغة أخرى اثبات أو نفي الفرضيات المطروحة وهذا ما نقصد به اختبار الفرضيات.

الخاتمة العامة

خاتمة :

يعتبر الاحصاء الاستدلالي فرع من فروع علم الاحصاء اذ يعد الفرع الثاني بعد الاحصاء الوصفي يسعى للوصول لتقديرات سمات خصائص مجتمعات الدراسة انطلاقا من ما هو متوفر من بيانات لعينة مختارة من تلك المجتمعات نظرا لاستحالة دراسة مفردات المجتمع كليا وان تمكنا من ذلك فيستغرق وقتا وأموالا أكثر.

لذلك هدفت هذه المطبوعة البيداغوجية إلى تعريف طلبة العلوم الاقتصادية، علوم التسيير والعلوم التجارية والعلوم المالية والمحاسبية بعلم الاحصاء في جل فروعه نظرا لأهميته ودوره في تسهيل عمل الباحثين في كيفية التعامل مع مجتمع البحث انطلاقا من نظرية توزيع المعاينة للعينات المسحوبة من المجتمع والتي تُعد القاعدة الأساسية للاستدلال الإحصائي لذلك وجب اختيارها بطريقة علمية لضمان الوصول الى النتائج المرجوة، ثم تليها نظرية التقدير الإحصائي لمعالم المجتمع المجهولة وصولاً إلى اختبار الفرضيات الإحصائية وذلك لاتخاذ القرارات الصائبة.

المراجع

الكتب:

- اموري هادي كاظم، خالد ضاري الطائي، عبد المنعم كاظم الشكري، الاحصاء التطبيقي أسلوب تحليلي باستخدام SPSS ، الذاكرة للنشر والتوزيع، 2013، عمان، الأردن.
- تومي صالح، مدخل لنظرية الاقتصاد القياسي، الجزء الأول، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 1999.
- تيلولت سامية، مبادئ في الاحصاء، الطبعة الثالثة، دار الحديث للكتاب، القبة، الجزائر، 2016.
- جابر أحمد سينوني، الاحصاء العام ، دار الوفاء دنيا للطباعة و النشر ، الاسكندرية ، الطبعة الاولى ،2014.
- جبار عبد مضحي، مقدمة في نظرية الاحتمالات، دار المسيرة للنشر والتوزيع، الطبعة الأولى، 2011.
- جورج كانافوس، دون ميلر، ترجمة سلطان محمد عبد المجيد، محمد توفيق البلقيني، الإحصاء للتجاريين، مدخل حديث، دارالمريخ، الرياض، المملكة العربية السعودية، 2004
- حسن ياسين طعمة، ايمان حسين حنوش، الاحصاء الاستدلالي، الطبعة الأولى، دار صفاء للنشر والتوزيع، عمان، الأردن، 2012.

- زياد بركات أمين، تصميم البحث وأساليبه الإحصائية، الوراق للنشر والتوزيع، عمان، الأردن، 2018.
- عبد الرحمن محمد ، مقدمة في المعاينة الإحصائية، دار المريخ للنشر، الرياض،1995.
- عبد الكريم بوحفص، الأساليب الاحصائية وتطبيقاتها يدويا وباستخدام برنامج SPSS، الجزء الأول، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 2013.
- عبد المجيد قدي، أسس البحث العلمي في العلوم الاقتصادية، دار الأبحاث، الجزائر، 2009.
- عماد توما كرش ولاء أحمد القزاز وفاء يونس حمودي، علم الاحصاء، وزارة التعليم العالي والبحث العلمي، هيئة التعليم التقني، العراق، 2014،
- غازي عطية زراك، علم الإحصاء التطبيقي لغير الاختصاص، الطبعة الأولى، العراق ،2015.
- محمد صبحي أبو صالح، مبادئ الحصاء، دار اليازوري، الأردن،2007 .
- محمد فريد الصحن، بحوث التسويق مدخل تطبيقي لفعالية القرارات التسويقية، الدار الجامعية، الإسكندرية، جمهورية مصر العربية، 2002.

- موساوي عبد النور، بركان يوسف، الاحصاء 2، دار العلوم للنشر والتوزيع، 2010أحمد سلامي، مقدمة في الاحتمالات والاحصاء التطبيقي، دار الحامد للنشر والتوزيع، 2020

- Olive Jean dunn ,Virginia A Clarck , Basic Staistics,Fourth Edition , A JOHN WILEY &SONS, PUBLICATION, the United States of America.

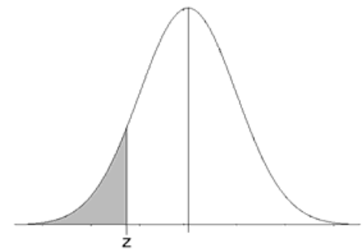
الأطروحات:

- بن البار موسى، محاضرات في الاحصاء 3، موجهة لطلبة السنة الثانية جذع مشترك علوم التسيير، جامعة محمد بوضياف، المسيلة، الجزائر.
- تمار لمين، محاضرات وتمارين في الاحصاء 3، جامعة البليدة 2، الجزائر، 2021.
- خليفة الحاج، دروس وأعمال موجهة في الإحصاء 3، مطبوعة موجهة إلى طلبة السنة الثانية والسنة الثالثة LMDعلوم اقتصادية، جامعة عبد الحميد بن باديس، مستغانم، الجزائر،2019.
- زروخي صباح، محاضرات في مادة الإحصاء الاستدلالي (إحصاء 3)، موجهة الى طلبة السنة الثانية كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير، جامعة محمد بوضياف، المسيلة، 2018، الجزائر.

- توات عثمان، **محاضرات في مقياس الاحصاء 3 (الاحصاء الاستدلالي) مع تطبيقات للأعمال الموجهة**، مطبوعة موجهة لطلبة السنة الثانية، جامعة الجزائر 3، 2018،

الملاحق (الجداول الإحصائية)

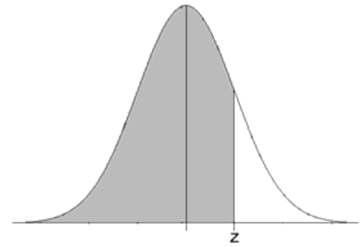
Standard Normal Cumulative Probability Table



Cumulative probabilities for NEGATIVE z-values are shown in the following table:

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
-3.4	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0002
-3.3	0.0005	0.0005	0.0005	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0003
-3.2	0.0007	0.0007	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0005	0.0005	0.0005
-3.1	0.0010	0.0009	0.0009	0.0009	0.0008	0.0008	0.0008	0.0008	0.0007	0.0007
-3.0	0.0013	0.0013	0.0013	0.0012	0.0012	0.0011	0.0011	0.0011	0.0010	0.0010
-2.9	0.0019	0.0018	0.0018	0.0017	0.0016	0.0016	0.0015	0.0015	0.0014	0.0014
-2.8	0.0026	0.0025	0.0024	0.0023	0.0023	0.0022	0.0021	0.0021	0.0020	0.0019
-2.7	0.0035	0.0034	0.0033	0.0032	0.0031	0.0030	0.0029	0.0028	0.0027	0.0026
-2.6	0.0047	0.0045	0.0044	0.0043	0.0041	0.0040	0.0039	0.0038	0.0037	0.0036
-2.5	0.0062	0.0060	0.0059	0.0057	0.0055	0.0054	0.0052	0.0051	0.0049	0.0048
-2.4	0.0082	0.0080	0.0078	0.0075	0.0073	0.0071	0.0069	0.0068	0.0066	0.0064
-2.3	0.0107	0.0104	0.0102	0.0099	0.0096	0.0094	0.0091	0.0089	0.0087	0.0084
-2.2	0.0139	0.0136	0.0132	0.0129	0.0125	0.0122	0.0119	0.0116	0.0113	0.0110
-2.1	0.0179	0.0174	0.0170	0.0166	0.0162	0.0158	0.0154	0.0150	0.0146	0.0143
-2.0	0.0228	0.0222	0.0217	0.0212	0.0207	0.0202	0.0197	0.0192	0.0188	0.0183
-1.9	0.0287	0.0281	0.0274	0.0268	0.0262	0.0256	0.0250	0.0244	0.0239	0.0233
-1.8	0.0359	0.0351	0.0344	0.0336	0.0329	0.0322	0.0314	0.0307	0.0301	0.0294
-1.7	0.0446	0.0436	0.0427	0.0418	0.0409	0.0401	0.0392	0.0384	0.0375	0.0367
-1.6	0.0548	0.0537	0.0526	0.0516	0.0505	0.0495	0.0485	0.0475	0.0465	0.0455
-1.5	0.0668	0.0655	0.0643	0.0630	0.0618	0.0606	0.0594	0.0582	0.0571	0.0559
-1.4	0.0808	0.0793	0.0778	0.0764	0.0749	0.0735	0.0721	0.0708	0.0694	0.0681
-1.3	0.0968	0.0951	0.0934	0.0918	0.0901	0.0885	0.0869	0.0853	0.0838	0.0823
-1.2	0.1151	0.1131	0.1112	0.1093	0.1075	0.1056	0.1038	0.1020	0.1003	0.0985
-1.1	0.1357	0.1335	0.1314	0.1292	0.1271	0.1251	0.1230	0.1210	0.1190	0.1170
-1.0	0.1587	0.1562	0.1539	0.1515	0.1492	0.1469	0.1446	0.1423	0.1401	0.1379
-0.9	0.1841	0.1814	0.1788	0.1762	0.1736	0.1711	0.1685	0.1660	0.1635	0.1611
-0.8	0.2119	0.2090	0.2061	0.2033	0.2005	0.1977	0.1949	0.1922	0.1894	0.1867
-0.7	0.2420	0.2389	0.2358	0.2327	0.2296	0.2266	0.2236	0.2206	0.2177	0.2148
-0.6	0.2743	0.2709	0.2676	0.2643	0.2611	0.2578	0.2546	0.2514	0.2483	0.2451
-0.5	0.3085	0.3050	0.3015	0.2981	0.2946	0.2912	0.2877	0.2843	0.2810	0.2776
-0.4	0.3446	0.3409	0.3372	0.3336	0.3300	0.3264	0.3228	0.3192	0.3156	0.3121
-0.3	0.3821	0.3783	0.3745	0.3707	0.3669	0.3632	0.3594	0.3557	0.3520	0.3483
-0.2	0.4207	0.4168	0.4129	0.4090	0.4052	0.4013	0.3974	0.3936	0.3897	0.3859
-0.1	0.4602	0.4562	0.4522	0.4483	0.4443	0.4404	0.4364	0.4325	0.4286	0.4247
0.0	0.5000	0.4960	0.4920	0.4880	0.4840	0.4801	0.4761	0.4721	0.4681	0.4641

Standard Normal Cumulative Probability Table

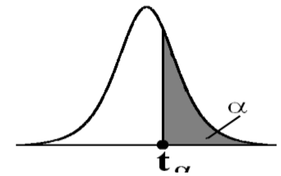


Cumulative probabilities for POSITIVE z-values are shown in the following table:

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998

Percentage Points of the *t* Distribution; $t_{\nu,\alpha}$

$P(T > t_{\nu,\alpha}) = \alpha$



ν	α													
	0.40	**0.30**	**0.20**	**0.15**	**0.10**	**0.05**	**0.025**	**0.02**	**0.015**	**0.01**	**0.0075**	**0.005**	**0.0025**	**0.0005**
1	0.325	0.727	1.376	1.963	3.078	6.314	12.706	15.895	21.205	31.821	42.434	63.657	127.322	636.590
2	0.289	0.617	1.061	1.386	1.886	2.920	4.303	4.849	5.643	6.965	8.073	9.925	14.089	31.598
3	0.277	0.584	0.978	1.250	1.638	2.353	3.182	3.482	3.896	4.541	5.047	5.841	7.453	12.924
4	0.271	0.569	0.941	1.190	1.533	2.132	2.776	2.999	3.298	3.747	4.088	4.604	5.598	8.610
5	0.267	0.559	0.920	1.156	1.476	2.015	2.571	2.757	3.003	3.365	3.634	4.032	4.773	6.869
6	0.265	0.553	0.906	1.134	1.440	1.943	2.447	2.612	2.829	3.143	3.372	3.707	4.317	5.959
7	0.263	0.549	0.896	1.119	1.415	1.895	2.365	2.517	2.715	2.998	3.203	3.499	4.029	5.408
8	0.262	0.546	0.889	1.108	1.397	1.860	2.306	2.449	2.634	2.896	3.085	3.355	3.833	5.041
9	0.261	0.543	0.883	1.100	1.383	1.833	2.262	2.398	2.574	2.821	2.998	3.250	3.690	4.781
10	0.260	0.542	0.879	1.093	1.372	1.812	2.228	2.359	2.527	2.764	2.932	3.169	3.581	4.587
11	0.260	0.540	0.876	1.088	1.363	1.796	2.201	2.328	2.491	2.718	2.879	3.106	3.497	4.437
12	0.259	0.539	0.873	1.083	1.356	1.782	2.179	2.303	2.461	2.681	2.836	3.055	3.428	4.318
13	0.259	0.538	0.870	1.079	1.350	1.771	2.160	2.282	2.436	2.650	2.801	3.012	3.372	4.221
14	0.258	0.537	0.868	1.076	1.345	1.761	2.145	2.264	2.415	2.624	2.771	2.977	3.326	4.140
15	0.258	0.536	0.866	1.074	1.341	1.753	2.131	2.249	2.397	2.602	2.746	2.947	3.286	4.073
16	0.258	0.535	0.865	1.071	1.337	1.746	2.120	2.235	2.382	2.583	2.724	2.921	3.252	4.015
17	0.257	0.534	0.863	1.069	1.333	1.740	2.110	2.224	2.368	2.567	2.706	2.898	3.222	3.965
18	0.257	0.534	0.862	1.067	1.330	1.734	2.101	2.214	2.356	2.552	2.689	2.878	3.197	3.922
19	0.257	0.533	0.861	1.066	1.328	1.729	2.093	2.205	2.346	2.539	2.674	2.861	3.174	3.883
20	0.257	0.533	0.860	1.064	1.325	1.725	2.086	2.197	2.336	2.528	2.661	2.845	3.153	3.850
21	0.257	0.532	0.859	1.063	1.323	1.721	2.080	2.189	2.328	2.518	2.649	2.831	3.135	3.819
22	0.256	0.532	0.858	1.061	1.321	1.717	2.074	2.183	2.320	2.508	2.639	2.819	3.119	3.792
23	0.256	0.532	0.858	1.060	1.319	1.714	2.069	2.177	2.313	2.500	2.629	2.807	3.104	3.768
24	0.256	0.531	0.857	1.059	1.318	1.711	2.064	2.172	2.307	2.492	2.620	2.797	3.091	3.745
25	0.256	0.531	0.856	1.058	1.316	1.708	2.060	2.167	2.301	2.485	2.612	2.787	3.078	3.725
26	0.256	0.531	0.856	1.058	1.315	1.706	2.056	2.162	2.296	2.479	2.605	2.779	3.067	3.707
27	0.256	0.531	0.855	1.057	1.314	1.703	2.052	2.158	2.291	2.473	2.598	2.771	3.057	3.690
28	0.256	0.530	0.855	1.056	1.313	1.701	2.048	2.154	2.286	2.467	2.592	2.763	3.047	3.674
29	0.256	0.530	0.854	1.055	1.311	1.699	2.045	2.150	2.282	2.462	2.586	2.756	3.038	3.659
30	0.256	0.530	0.854	1.055	1.310	1.697	2.042	2.147	2.278	2.457	2.581	2.750	3.030	3.646
40	0.255	0.529	0.851	1.050	1.303	1.684	2.021	2.123	2.250	2.423	2.542	2.704	2.971	3.551
60	0.254	0.527	0.848	1.045	1.296	1.671	2.000	2.099	2.223	2.390	2.504	2.660	2.915	3.460
120	0.254	0.526	0.845	1.041	1.289	1.658	1.980	2.076	2.196	2.358	2.468	2.617	2.860	3.373
∞	0.253	0.524	0.842	1.036	1.282	1.645	1.960	2.054	2.170	2.326	2.432	2.576	2.807	3.291