

N° Ordre/FHC/UMBB/2019

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE M'HAMED BOUGARA-BOUMERDES



Faculté des Hydrocarbures et de la Chimie

Thèse de Doctorat

Présentée par

RIACHE Samah

Filière : Génie Electrique

Option : Commande Automatique

Contribution à la commande robuste des systèmes non linéaires sous actionnés

Devant le jury :

ACHELI Dalila	Professeur	UMB Boumerdès	Présidente
KIDOUCHE Madjid	Professeur	UMB Boumerdès	Rapporteur
REZOUG Amar	MR/A	CDTA Alger	Co-Rapporteur
ZENATI Nadia	MR/A	CDTA Alger	Examinatrice
GROUNI Said	Professeur	UMB Boumerdès	Examineur
IDIR Abdelhakim	MC/A	UMB Boumerdès	Examineur

Année Universitaire : 2018/2019.

Remerciement

Ce travail a été effectué au sein du Laboratoire d'Automatique Appliquée (LAA) de l'université M'Hamed Bougara de Boumerdès (UMBB) sous la direction de Monsieur le Professeur **Kidouche Madjid**. Je tiens à lui exprimer ma profonde reconnaissance pour m'avoir confié un sujet de recherche particulièrement d'actualité et correspondant à mes aspirations personnelles, pour m'avoir donné l'opportunité de mener ce travail de recherche, l'avoir dirigé, sa disponibilité, son écoute, ses conseils, ses encouragements et pour tout ce qu'il m'a apporté sur le plan scientifique et professionnel.

Je remercie également mon Co-promoteur Monsieur **REZOUG Amar** Maître de conférences à ENST pour m'avoir dirigé durant la réalisation de cette thèse.

Un grand remerciement va également au Professeur Benallegue Azziz, pour son accueil en stage de courte durée au sein du Laboratoire d'ingénierie des systèmes de Versailles Paris, pour sa collaboration, et pour ses remarques pertinentes. J'ai été extrêmement contente d'avoir pu profiter de sa grande culture scientifique, je tiens à lui adresser ma profonde gratitude.

Mes remerciements les plus sincères vont également à Madame **ACHELI Dalila**, Professeur à l'Université M'hamed Bougara de Boumerdes (UMBB), qui me fait l'honneur de présider ce jury.

Je remercie aussi Madame **ZENATI Nadia** Maître de recherche (A) au CDTA, Monsieur **GROUNI Said** Professeur à l'Université M'hamed Bougara de Boumerdes (UMBB) et **IDIR Abdelhakim** Maître de conférences (A) à l'Université M'hamed Bougara de Boumerdes (UMBB) de m'avoir fait l'honneur d'accepter de juger ce travail. J'apprécie l'intérêt que vous avez porté à cette étude.

Je tiens à exprimer aussi ma profonde reconnaissance envers mes collègues et amis de notre équipe de recherche de leurs conseils et de leur soutien moral.

Et au fond de mon cœur sont aussi des remerciements particuliers à mes amis. Les mots ne suffisent pas pour exprimer la formidable chance que j'ai. Qu'ils trouvent ici le témoignage de mon amitié : ma sœur **Boutheina** avec laquelle j'ai partagé mes moments de pire et de bon, **Saadia**, **Meriem**, **Leila**, **Houda**, **Amine**, **Amer**, **Fouad**, **Akram**, **Abdelhadi** et tous ceux qui m'ont portés beaucoup!

Enfin, Je remercie mon cher époux pour sa patience, son encouragement et son assistance durant le temps consacrés à ce travail.

Les mots les plus simples étant les plus forts, j'adresse toute mon affection à ma famille en particulier à maman qui a sacrifié pour que je puisse continuer mes études, et à ma sœur **Rafika** qui a été disponible à tout moment pour m'entendre, m'encourager, me motiver et me soutenir.

Une pensée pour toi qui n'a pas vu l'aboutissement de mon travail mais je sais que tu en auras été très fière de ta fille papa !!

Résumé

L'étude des manipulateurs aériens est un domaine recherche très actif et d'actualité. L'idée de base de ce travail consiste à doter un robot aérien d'effectuer non seulement des tâches de surveillance de son environnement mais aussi d'agir sur cet environnement. La contribution de cette thèse est centrée sur la proposition d'une approche de commande adaptative basée sur le mode glissant d'ordre supérieur pour la poursuite de trajectoire d'un Quadrotor portant un bras manipulateur en traitant le problème de la robustesse vis-à-vis des perturbations externes comme la présence de la masse utile et les rafales du vent.

Mots clés : *Quadri-Manipulateur, commande adaptative, Mode glissant, système non linéaire, fonction de Lyapunov.*

Abstract

The study of aerial manipulators is a very active and topical research field. The basic idea of this work is to provide an aerial robot to perform not only monitoring tasks of its environment but also to act on that environment. The contribution of this thesis is to propose an adaptive control approach based on high order sliding mode control for the trajectory tracking of a Quadrotor endowed with robotic arm by addressing the problem of robustness via external disturbances such as the presence of payload and wind.

Key words: *Quadri-manipulator, Adaptive control, Sliding Mode, nonlinear system, Lyapunov function.*

ملخص

تعتبر دراسة الروبوت الجوي موضوع بحث جد مهم . الفكرة الأساسية لهذا العمل هي تكليف الروبوت الجوي بتنفيذ مهام عملية مع بيئته على غرار المهام الاستطلاعية مع هذه البيئة. الهدف من هذه الأطروحة هو اقتراح أسلوب للتحكم في مسار سير الدرون المزود بذراع آلي مبني على النمط الإنزلاقي ذو الدرجة المرتفعة الذي بإمكانها جعل النظام يتكيف مع المشاكل والمؤثرات الخارجية مثل الحمولة و فعل الرياح.

كلمات مفتاحية : الروبوت الجوي, تحكم مكيف, النمط الإنزلاقي, نظام غير خطي , دالة ليونوف

a) Publications internationales :

S. Riache, M. kidouche, A. Rezoug, “Adaptive robust nonsingular terminal sliding mode design controller for quadrotor aerial manipulator”, *Telkomnika*, Vol 17 (3), pp 1501-1512, 2019.

b) Communications internationals:

S. Riache, M. Kidouche, A. Rezoug, Non-Singular Terminal Sliding Mode Control for Aerial Manipulator, The 8th International Symposium on Hydrocarbons and Chemistry ISHC8, Boumerdes, Algeria, April 8-9, 2019.

S. Riache, M. Kidouche, A. Rezoug, Unmanned Aerial Vehicle Equipped with Robotic Arm ICTAEE’18, Skikda, Algeria, December 10-12, 2018.

Y. Deia, M. Kidouche, **S. Riache**, A. Ahriche, Modeling and decentralized control with fuzzy supervisory of an unmanned aerial vehicle, International Conference on Electrical Engineering and Control Applications, Constantine, Algeria, November 21-22, 2017.

M. kidouche, **S. Riache**, A. Rezoug, Adaptive Sliding Mode Control for Quadrotor Helicopter, International Conference on Technological Advances in Electrical Engineering ICTAEE’16, Skikda, Algeria, October 24-26, 2016.

Liste des figures

Chapitre 1

Figure 1. 1–	Les configurations d'un robot manipulateur	03
Figure 1. 2–	Les types des robots mobiles	05
Figure 1. 3–	Drone à voilures fixes	06
Figure 1. 4–	Drone de type insecte	07
Figure 1. 5–	UAV de type Multi rotor	09
Figure 1. 6–	UAVs avec différents outils de manipulation	11
Figure 1. 7–	Inspection d'une conduite	16
Figure 1. 8–	Exemples de la manipulation aérienne	17
Figure 1. 9–	Problèmes, solutions proposées et défis	19

Chapitre 2

Figure 2. 1–	Types de stabilité	26
Figure 2. 2–	Convergence de la trajectoire du système du point initial $x(t_0)$ vers l'origine du plan de phase	33
Figure 2. 3–	Schéma du pendule inversé	38
Figure 2. 4–	Illustration des points d'équilibres	38
Figure 2. 5–	Résultats de simulation en appliquant SMC sur le pendule inversé	42
Figure 2. 6–	Glissement de la trajectoire du système dans le plan de phase SS^i	45
Figure 2. 7–	Algorithme du Twisting : plan de phase	46
Figure 2. 8–	Algorithme sous-optimale : plan de phase	47
Figure 2. 9–	Algorithme du Super-Twisting: plan de phase	48
Figure 2. 10–	Terminal Sliding mode control : Plan de phase	50
Figure 2. 11–	Résultats de simulation en appliquant NTSMC sur le pendule inversé	53

Chapitre 3

Figure 3. 1–	Quadrotor ASCTEC PELICAN	57
Figure 3. 2–	Illustration du robot avec les repères correspondants	59
Figure 3. 3–	Diagramme cinématique du bras manipulateur RR.	61
Figure 3. 4–	Modèle CAO du Quadri-manipulateur conçu sur le logiciel SolidWorks.	79
Figure 3. 5–	Création du modèle physique en utilisant SimMechanics	80

Chapitre 4

Figure 4. 1–	La poursuite de trajectoire du QM en vol libre en appliquant : SMC, MSM et STW.	86
Figure 4. 2–	Signaux des commandes : SMC, MSMC et STW	87
Figure 4. 3–	Erreurs de position et plans de phase	88
Figure 4. 4–	La poursuite de trajectoire du QM en vol libre en appliquant STW et NTSTW.	91
Figure 4. 5–	Signaux des commandes STW et NTSWT.	92
Figure 4. 6–	Erreurs de position et plans de phase	93
Figure 4. 7–	Schéma de commande ANTSTW.	98
Figure 4. 8–	La poursuite de trajectoire du QM en vol libre en appliquant NTSTW et ANTSTW.	102
Figure 4. 9–	Signaux des commandes NTSTW et ANTSTW.	103
Figure 4. 10–	Erreurs de position et plans de phase	104
Figure 4. 11–	Les gains adaptatifs	104
Figure 4. 12–	Réponses au test de robustesse	106
Figure 4. 13–	Signaux de commande (test de robustesse)	107
Figure 4. 14–	Les gains adaptatifs (test de robustesse)	108

Annexe A

Figure A. 1–	Modèle CAO du Quadri-manipulateur conçu sur le logiciel SolidWorks	118
Figure A. 2–	Modèle généré dans la deuxième génération (2G).	119
Figure A. 3–	SimScape du système conçu sur Matlab	120
Figure A. 4–	Interface graphique de SimScape	120

Liste des tableaux

Chapitre 3

Tableau 3. 1–	Paramètres du Quadrotor ASCTEC PELICAN	57
Tableau 3. 2–	Les paramètres de Denavit-Hartenberg	61

Chapitre 4

Tableau 4. 1–	Résultats en utilisant SSE	109
Tableau 4. 2–	Résultats en utilisant AEMT	110

Liste des Symboles et abréviations

Symboles

Notation	Signification
\mathbb{R}	<i>Ensemble des nombres réels</i>
\mathbb{R}^+	<i>Ensemble des nombres réels positifs</i>
\mathbb{R}^n	<i>Espace réel euclidien de dimension n</i>
$\mathbb{R}^{n \times m}$	<i>Ensemble des matrices réelles de dimension $n \times m$</i>
B_r	<i>Ensemble des $x \in \mathbb{R}^n$ tel que $\ x\ < r, r > 0$</i>
$\ \cdot\ $	<i>Norme euclidienne d'un vecteur</i>
C^1	<i>Classe des fonctions indéfiniment continument différentiable</i>
A^T	<i>Transposée de la matrice A</i>
A^{-1}	<i>Inverse de la matrice A</i>
$\text{diag}(A)$	<i>Les éléments de diagonale de la matrice A</i>
$I, 0$	<i>Matrice identité (resp. nulle) de dimension appropriée</i>
$I_n, 0_{n \times m}$	<i>Matrice identité (resp. nulle) de dimension $n \times n$ (resp. $n \times m$)</i>
s_i	<i>Forme scalaire de la variable du vecteur de glissement S</i>
a^*	<i>La valeur optimum de a</i>
η	<i>Petite constante positive</i>
ε	<i>Très petite constante positive</i>

Abréviations

Notation	Signification
UAV	Unmanned Aerial Vehicle
SMC	Sliding Mode Control
NTSMC	Nonsingular Terminal Sliding Mode Control
QM	Quadri-manipulateur

ANTSTW	Adaptive Nonsingular Terminal Super Twisting
STW	Super Twisting
CAO	Conception Assistée par Ordinateur
DDL	Degrés de liberté
UAM	Unmanned Aerial Manipulator
MSMC	Modified Sliding Mode Control
NTSTW	Nonsingular Terminal Super Twisting
AEMT	Absolute Error Multiple with the Time
SSC	Sum of Square Control

Sommaire

Introduction générale

Chapitre 01 : Etat de l'art sur la manipulation aérienne.

1.	Introduction.....	2
2.	Robot manipulateur	2
3.	Robots Mobiles	4
	3.1. Drone (Unmanned Aerial Vehicle)	4
	3.2. Classification des UAVs	6
4.	La manipulation aérienne	10
	4.1. Les câbles	10
	4.2. Le pince (gripper)	10
	4.3. Le bras manipulateur	12
5.	Etat de l'art sur la commande des UAMs.....	13
6.	Les projets de recherche de la manipulation aérienne dans le monde	16
7.	Quelques applications	16
8.	Conclusion	20

Chapitre 02 : Analyse et commande des systèmes non linéaires.

1.	Introduction.....	22
2.	Système non linéaire	22
3.	Caractéristiques d'un système non linéaire	22
4.	Système autonome et non-autonome	23
5.	La stabilité des systèmes non linéaire autonome	24
6.	Méthode directe de Lyapunov	26
	6.1. Stabilité exponentielle en termes de fonction de Lyapunov	28
	6.2. Stabilité rationnelle en termes de fonction de Lyapunov	28
	6.3. Stabilité en temps finie en termes de fonction de Lyapunov	29
7.	Principe d'invariance de LaSalle	31
8.	Barbalat's lemme	32
9.	Commande des systèmes non linéaires	32
	9.1. Commande par modes glissants d'ordre un	33

9.2. Commande par modes glissants d'ordre supérieur	43
9.3. Commande par modes glissants d'ordre arbitraire	48
10. Conclusion	54

Chapitre 03 : Modalisation de Quadri-Manipulateur

1. Introduction.....	56
2. Description du système.....	56
3. Modélisation	58
3.1. Hypothèses de modèle	58
3.2. Choix des repères	59
3.3. Matrices de transformation	59
3.4. Modélisation cinématique	63
3.5. Modélisation dynamique	67
4. Validation du modèle	73
4.1. Approche de Gauss.....	73
4.2. Modélisation physique	78
5. Conclusion	80

Chapitre 04 : Application et résultats de simulation

1. Introduction.....	82
2. Modes de manipulation	82
3. Commande par mode de glissement classique	83
3.1. Surface de glissement.....	83
3.2. La commande équivalente	83
3.3. Résultats de simulation	85
4. Commande non singulière de modes glissants terminaux (Nonsingular Terminal Sliding Mode Control	88
4.1. Surface de glissement.....	89
4.2. La commande équivalente	83
4.3. Résultats de simulation	90
5. Commande adaptative	93
5.1. Surface de glissement.....	94
5.2. La commande équivalente	94

5.3. Lois adaptatives	95
5.4. Résultats de simulation	101
6. Tests de robustesse	105
7. Etude comparative	108
8. Conclusion	111
Conclusion générale	113
Annexes A	118
A1. Solidworks	118
A2. SimMechanics	120
Liste des références	124

INTRODUCTION

GENERALE

Introduction générale

De nos jours, les robots tendent d'investir de plus en plus notre vie quotidienne, leur avantage principal réside dans leur capacité à effectuer des tâches pénibles pour l'homme de manière précise et répétitif. Les bras manipulateurs sont souvent utilisés dans l'industrie pour effectuer des tâches variées de manipulation, certaines tâches nécessitent de couvrir des espaces de travail étendus ; l'extension de l'espace de travail a poussé à combiner en pair ce moyen de manipulation avec des moyens de locomotion : robots mobiles ; c'est la raison pour laquelle sont apparues les manipulateurs mobiles.

Ils existent différentes formes de manipulateurs mobiles adaptés à l'environnement où ils doivent réagir ; parmi eux, nous distinguons les manipulateurs aériens. Ces systèmes qui combinent un robot aérien (Unmanned Aerial Vehicle UAV) avec un ou plusieurs moyens de manipulation (par exemple bras manipulateur) peuvent intervenir dans différents domaines : le transport, la construction, l'inspection des infrastructures, l'inspection des installations industrielles ...

La manipulation aérienne est une thématique qui commence à prendre de l'importance seulement depuis environ 2012 [1,2], Le fait d'ajouter un bras manipulateur à un robot aérien pose tout d'abord des problèmes théoriques. Il faut donc revoir la conception au niveau de la mécatronique (penser à la géométrie du robot, les matériaux, le type d'actionneur, etc.). Il faut aussi développer de nouvelles méthodes de calcul de trajectoires et de commande, car ce qui fonctionne pour les robots fixes ou à roues, est inutile lorsqu'on l'applique à un manipulateur aérien.

Ce type de robot pose un défi scientifique ; au cours des dernières années, plusieurs travaux de recherche ont été consacrés aux développements des nouvelles technologies et approches pour un positionnement précis suivant la trajectoire planifiée [3]. La complexité de modélisation, l'amélioration des capacités de planification et la robustesse de commande sont les problèmes les plus pertinentes dans ce domaine de recherche [4-7].

La manipulation aérienne est d'habitude exécutée près des limites de l'espace de travail du manipulateur, qui pose des problèmes et exige des techniques appropriées pour calculer la cinématique inverse. Des chercheurs ont considéré l'UAV et le manipulateur comme deux systèmes indépendants [8, 9], d'autres les ont considérés comme un système unifié [1,2]. Or, la conception du contrôleur à base du modèle pour le système combiné est théoriquement délicate et sa mise en œuvre réelle dépend des ressources informatiques à bord du système. Dans [1] le modèle dynamique a été développé par le formalisme Euler-Lagrange. Avec ceci, une commande cartésienne en impédance qui fournit une relation entre des forces externes et le système est conçue. Un retour d'état simple LQR a été conçu dans [10] au voisinage du point d'équilibre du système dynamique entier. Le Backstepping a été aussi proposée pour le contrôle couplé dans quelques applications de manipulation aérienne à savoir le suivi de trajectoire d'un hexa-rotor équipé d'un bras manipulateur [11].

La commande par mode de glissement SMC a aussi été appliquée pour la commande d'un tel système. Les auteurs dans [2] ont présenté un contrôleur de mode glissant adaptatif pour un Quadrotor doté d'un bras manipulateur. Cette commande a montré son efficacité dans le domaine de robotique grâce à sa robustesse [12,14]. Son concept de base consiste à définir une surface de glissement attractive en fonction des variables d'états du système. La commande est la somme de deux composantes : la première qui est discontinue permet l'approche et le maintien sur la surface, la seconde permet de glisser le long de celle-ci pour rejoindre l'origine de phase [15]. Cependant, cette technique a un inconvénient majeur qui est le brouttement "*chattering*", il montre des oscillations indésirables sur le système, conduit à une faible précision de contrôle, provoque une usure élevée des pièces mécaniques en mouvement, et peut endommager les actionneurs. Certaines solutions ont été proposées pour remédier ce problème comme la modification de la partie discontinue et le passage au mode glissant d'ordre supérieur [16,17]. Un autre inconvénient est la convergence asymptotique, l'utilisation d'une surface non linéaire dans le Nonsingular Terminal Sliding Mode Control a été introduite pour garantir une convergence en temps fini sans singularité.

Les travaux de recherche présentés dans cette thèse portent sur les objectifs suivants :

- La modélisation du système Quadri-manipulateur QM (Quadrotor doté d'un bras manipulateur à deux degrés de libertés) et la validation du modèle dynamique en utilisant une approche systématique.
- La Conception d'un contrôleur adaptatif : Adaptive Nonsingular Terminal Super-Twisting (ANTSTW), il combine l'efficacité du NTSMC et le Super Twisting adaptatif.

Le mémoire est organisé en quatre chapitres :

Le premier chapitre donne un aperçu général sur les systèmes robotiques. Premièrement les robots manipulateurs et mobiles sont présentés, puis une description des manipulateurs aériens et leurs domaines d'application sont donnés, et finalement un état de l'art sur leurs stratégies de commande est illustré.

Le deuxième chapitre présente un préliminaire mathématique indispensable sur le comportement des systèmes non linéaires. L'étude de ces notions se limite aux définitions de stabilité (asymptotique, exponentielle ou au sens de Lyapunov). Nous présentons ensuite quelques notions théoriques de la commande par mode de glissement classique et d'ordre supérieur qui seront exploitées par la suite.

Le troisième chapitre présente la modélisation cinématique et dynamique du QM. Le modèle dynamique va être élaboré et validé en utilisant les approches de Lagrange et de Gauss. En outre, une conception d'un modèle CAO (Conception Assistée par Ordinateur) en utilisant les bibliothèques SimMechanics du logiciel Matlab est établie dans le but d'identifier les paramètres du système afin de tester les commandes développées par simulation.

Dans la première partie du chapitre quatre, des stratégies de commande par mode glissant classique, d'ordre deux et le terminal non-singulier ont été conçues et testées par simulation sur le QM en vol libre. La deuxième partie présente une approche originale de commande adaptative, c'est une hybridation entre le NTSMC et le STW avec des gains adaptatifs, ce type de commande est connue d'être robuste

contre les perturbations externes. Les tests de simulation en vol libre et en manipulation affirment cette efficacité. Le chapitre se termine par une étude comparative entre les différentes commandes développées.

Le mémoire se termine évidemment par une conclusion générale et quelques perspectives de recherches futures.

CHAPITRE I

ÉTAT DE L'ART SUR LA MANIPULATION AÉRIENNE

Sommaire :

1. Introduction.....	2
2. Robots manipulateurs	2
3. Robots mobiles	2
3.1. Drone (Unmanned Aerial Vehicle).....	4
3.2. Classification des UAVs	6
4. La manipulation aérienne	10
4.1. Les câbles	10
4.2. Le pince	10
4.3. Le bras manipulateur	12
5. Etat de l'art sur la commande des UAMs	13
6. Les projets de recherche de la manipulation aérienne dans le monde	15
7. Quelques applications	15
8. Conclusion.....	20

Chapitre 01. Etat de l'art sur la manipulation aérienne

1. Introduction

Un robot est une machine permettant de réaliser des fonctions multiples généralement considérées comme dangereuses, pénibles, répétitives, voir même impossibles pour les humains. Et ceci dans le but d'avoir la meilleure efficacité possible.

Selon la structure mécanique, nous trouvons les robots à base fixe tels que les robots manipulateurs et ceux à base mobile nommés robots mobiles. Ces deux types sont les éléments clés de la robotique et ils sont étudiés dans une structure unique dans cette thèse.

Dans ce premier chapitre, nous allons présenter d'une part les robots manipulateurs et mobiles, d'autre part nous allons décrire les manipulateurs aériens et donner un état de l'art de leurs commandes.

2. Robots manipulateurs

La structure mécanique d'un robot manipulateur consiste en un ensemble de corps rigides (links) connectés en ordre au moyen des articulations (joints) : un manipulateur qui est caractérisé par un bras qui assure la mobilité, un poignet qui confère la dextérité et un effecteur (organe terminal) de fin qui exécute la tâche imposée au robot [18]

La structure fondamentale d'un manipulateur est une chaîne cinématique ouverte ou fermée. Du point de vue topologique, une chaîne cinématique est nommée ouverte quand il y a une seule séquence des corps rigides assemblés en série ; autrement, un manipulateur contient une chaîne cinématique fermée quand la séquence des corps forme une boucle.

Les mouvements du robot manipulateur sont assurés par des articulations qui peuvent être prismatiques où le mouvement entre les deux corps est une translation, ou rotoïde et le mouvement entre les deux corps est une rotation. Chaque articulation fournit à la structure ce qu'on appelle un degré de liberté (DDL).

Le robot doit posséder six degrés de liberté (6DDL) pour orienter et positionner un solide dans l'espace, trois pour la position de l'objet et trois pour son orientation. Si le DDL de l'organe terminal est inférieur au nombre d'articulations motorisées, le robot est redondant de point de vue cinématique.

Les robots sont généralement classés selon la configuration et le type des trois premières articulations. On trouve le type articulé (bras articulé), le type Scara I, Scara II et le Cartésien. Il y a aussi deux configurations supplémentaires : les configurations Cylindriques et Sphériques ; mais celles-ci sont beaucoup moins utilisées [19].



(a) Configuration articulée [20]



(b) Configuration Cartésienne [21]



(c) Configuration type Scara I [22]



(d) Configuration type Scara II [23]

Figure 1.1 Les configurations d'un robot manipulateur.

La variété de robots commerciaux avec la configuration articulée est très grande. Tous ces robots ont des articulations rotoïdes. Les deuxièmes et troisièmes axes sont Co-plats et ils travaillent ensemble pour produire un mouvement dans un plan vertical. Le premier axe est dans la base et il se tourne pour balayer le volume du lieu de travail. L'inconvénient de cette configuration consiste à ce que la deuxième articulation doit soulever le bras ultérieur et la charge utile, ce qui cause la perte d'exactitude. En fait, les bras articulés ont moins d'exactitude comparée à d'autres configurations de bras robotisées, puisque tous les angles communs ont des erreurs de position et ils sont accumulés le long des articulations du manipulateur branchées en série [19] (voir Figure1.1).

3. Robots Mobiles

Contrairement aux manipulateurs, les robots mobiles peuvent se déplacer librement dans l'environnement grâce à la présence d'une base mobile. Ces robots sont surtout utilisés dans des applications qui exigent des capacités de mouvement vastes et autonomes. Du point de vue mécanique, un robot mobile consiste en un ou plusieurs corps rigides équipés d'un système de locomotion [18].

Les robots mobiles sont souvent désignés par leur type de déplacement, nous trouvons : les mobiles à pattes, à chenilles, à roues, les sous-marins, et les robots aériens. (Figure1.2)

Parmi les robots mobiles existants, les UAVs sont les plus répandus (*Unmanned Aerial Vehicle*).

3.1. Drone (Unmanned Aerial Vehicle)

Un drone ou avion sans pilote (Unmanned Aerial Vehicle (UAV) en anglais) est un aéronef capable de voler et d'effectuer des missions sans présence humaine à bord. Il peut voler d'une façon autonome ou avec l'assistance d'un pilote au sol [29], [30]. Le drone est récupérable, ce qui permet de le réutiliser et celui-ci dispose d'une ou plusieurs charges utiles létales ou non létales.



(a) Robots à pattes [24]



(b) Robot mobile à roues [25]



(c) Robot à chenilles [26]



(d) Sous-Marrin [27]



(e) UAV de type Quadrotor [28]

Figure 1.2 Types des robots mobiles

3.2. Classification des UAVs

Les drones peuvent être classés selon différents critères : la taille, l'altitude, la mission et le mode de propulsion. Selon ce dernier critère, nous trouvons trois classes :

3.2.1. Drones à Voilures fixes :

Ce sont des drones utilisant des ailes fixes pour leur déplacement. Qui soient :

- Plus lourd que l'air dont la forme est similaire à un avion classique. (figure 1.3.(a))
- Plus léger que l'air dont la forme est similaire aux ballants. (figure 1.3.(b))



(a)



(b)

Figure 1.3 Drone à voilures fixes [31]

3.2.2. Drones à ailes battantes :

Les ailes battantes constituent un système de propulsion alternatif pour les mini et micro-aéronefs. Les battements d'ailes reproduisent le vol des oiseaux ou des insectes (voir figure 1.4).



Figure 1.4 Drone de type insecte [31]

3.2.2. Drones à voilures tournantes :

Les drones à voilures tournantes sont munis d'un ou plusieurs rotors (Multi-rotor), ils sont caractérisés par :

- Un décollage et atterrissage vertical ce qui réduit l'espace de décollage/atterrissage.
- La capacité d'effectuer un vol stationnaire à basse vitesse et à faible altitude.

En rangeant les multi-rotors suivant le nombre des rotors à savoir 1, 2, 3 ou 4 rotors, nous trouvons [30] :

Mono-rotor :

Dans cette configuration nous trouvons essentiellement les avions appelés 3D (voir Figure 1.5.(a)) . Ces avions ont un moteur suffisamment puissant pour décoller verticalement et des ailerons d'une grande surface pour assurer des couples de commande suffisamment grands afin que l'appareil soit facile à piloter. Ils se développent de plus en plus et ils ont l'avantage de pouvoir voler comme un avion normal, ce qui donne la possibilité de se déplacer rapidement et de manière très économique en termes d'énergie.

Bi-rotors :

Dans ce type de configuration nous pouvons distinguer :

- Les bi-rotors qui utilisent un ou deux plateaux cycliques, parmi eux nous avons l'hélicoptère classique avec un rotor principal et un rotor de queue, l'hélicoptère

en tandem qui possède deux rotors qui tournent en contresens mais dans des axes différents, nous avons aussi l'hélicoptère coaxial à deux rotors contrarotatifs sur le même axe.

- Les bi-rotors qui utilisent des pales à pas fixe, ils sont des appareils sans plateaux cycliques. Avec seulement deux rotors on ne peut pas générer une force et trois couples indépendants. Il faut donc ajouter soit des ailerons, soit des mécanismes pour faire pivoter les rotors. Nous trouvons dans cette catégorie le birotor avec des ailerons, c'est-à-dire, deux rotors sur des axes différents et des ailerons dans le flux d'air des rotors pour obtenir les couples nécessaires à la commande en 3D. Les rotors peuvent tourner en sens opposé ou dans le même sens. On peut citer le T-Wing de l'Université de Sydney. Nous avons également la possibilité d'avoir deux rotors contrarotatifs sur le même axe et des ailerons dans le flux d'air des rotors (Bertin, I3S). Cette dernière configuration est très compacte. Finalement, nous pouvons avoir deux rotors qui pivotent sur 2 axes. Cette configuration est très compacte aussi, mais le couple de tangage est relativement faible (voir Figure 1.5. (b)).

Tri-rotor :

Il est constitué de 2 rotors à l'avant qui tournent dans des sens opposés et un rotor à l'arrière avec orientation réglable (voir figure 1.5.(c)). Le fonctionnement est similaire à celui d'un quadri-rotor mais la performance en vol n'est pas aussi satisfaisante.

Quadri-rotor :

Ils ont quatre moteurs installés sur une croix fabriquée généralement en fibre de carbone. Les moteurs avant arrière tournent dans le sens de la montre et les moteurs droit et gauche dans le sens contraire. Les hélices utilisées sont à pas fixe. Le tangage est obtenu par une différence de vitesse de rotation des rotors avant et arrière. Le roulis est obtenu de manière similaire avec la différence de vitesse des moteurs latéraux. Le lacet s'obtient en augmentant la vitesse des moteurs avant et arrière tout en réduisant la vitesse des moteurs latéraux. Il existe aussi une version de X4 dans laquelle tous les rotors tournent dans le même sens. Dans ce dernier, deux rotors sont inclinés par rapport à l'horizontal de manière à

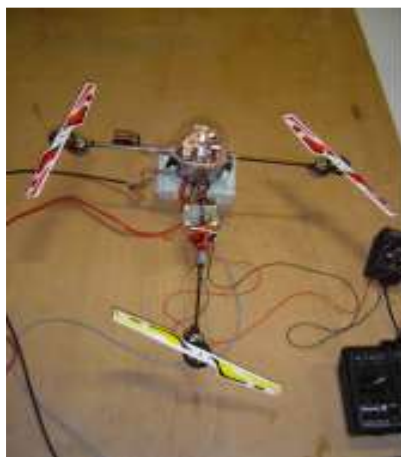
créer un couple de lacet. L'inclinaison peut être fixe ou variable et permet de commander le mouvement de lacet. Etant donné que les quadri-rotors sont commandés par la différence de vitesse de rotation des rotors, il est important que l'on puisse varier rapidement la vitesse de rotation des moteurs. Pour cela il convient d'utiliser des pales très légères et des rapports de réduction relativement grands. Les quadri-rotors ont des couples de commande de grande amplitude. Les couples de tangage, roulis et lacet sont pratiquement découplés entre eux.



(a)



(b)



(c)



(d)

Figure 1.5 UAV de type Multi rotor [30]

4. La manipulation aérienne

Avec le progrès scientifique et le développement technologique des capteurs, actuellement, les UAVs effectuent non seulement des tâches passives telles que la surveillance, la recherche d'informations ou les opérations de combat, etc. mais aussi ils s'agissent sur son environnement par ce qu'on appelle la manipulation aérienne.

De point de vue applications, la manipulation aérienne inclues :la prise des charges 'Grasping', le transport, l'assemblage, le démontage des pièces mécaniques, instruments de la mesure ou n'importe quelle tâche dont l'objet est approprié au manipulateur aérien [31].L'UAV devrait être équipé tout d'abord des outils appropriés pour accomplir des tâches de manipulation dans l'air, on trouve : les câbles, les Gripper (pinces) et les bras manipulateurs. Ils diffèrent mécaniquement et ça influe à la modélisation et à la commande [31]. Dans ce qui suit, ces dispositifs de manipulation sont décrits :

4.1. Les câbles

Un câble attaché à un UAV est généralement utilisé dans le transport où l'interaction avec l'environnement exige seulement des forces d'extension [32]. L'expérimentation des UAV avec des câbles ont été présenté dans [33,34]. Cependant, le mouvement de la charge attachée au câble change le centre de masse du système ce qui influe sur la modélisation ainsi que la commande (voir Figure 1.6 (a)).

4.2. Le pince (grripper)

Un pince 'Gripper' à un seul degré de liberté DDL est le dispositif de manipulation le plus largement utilisé, il est attaché directement sur ou au-dessous de l'UAV. Ce type de dispositif de manipulation a les avantages suivants : facile à construire, coût réduit, simple à modéliser et à commander.

Cette catégorie de manipulateur a été utilisée dans plusieurs applications, dans [35] un Quadrotor équipé d'un gripper a été utilisé pour saisir une peluche de 150g, dans [36] un groupe des Quadrotors a réalisé une tâche de construction en utilisant des gripper similaires, autres expériences "A screwing bulb "a été exécutée par un multi-rotor avec un gripper monté au-dessus de l'UAV [37]. En revanche, ces outils



(a)



(b)



(c)



(d)

Figure 1.6 UAVs avec différents outils de manipulation

présentent des inconvénients tels que : la limitation de l'espace de travail et la capacité de manipuler les masses et les volumes (voir Figure 1.6 (b)).

4.3. Le bras manipulateur

Pour objectif de surmonter les limitations de l'usage des câbles et des gripper, une approche alternative consiste à équiper un véhicule aérien d'un bras manipulateur qui peut élargir les missions d'interaction avec l'environnement.

La conception du bras manipulateur est un aspect essentiel aussi pour la manipulation aérienne, en outre, plus de capacités peuvent être ajoutées à la plate-forme aérienne et plus de solutions peuvent être pensées pour concevoir un manipulateur aérien (en anglais Unmanned Aerial Manipulator UAM) efficace. Donc, c'est sa catégorisation désirable qui est basée sur les différentes solutions technologiques, qui peuvent être trouvées dans la littérature abordant le problème d'équiper un UAV avec un bras manipulateur [31] (voir Figure 1.6(c)), Citons :

- i) Une première distinction peut être liée au nombre des DDL du bras employé : 1-DDL [38], 2-DDL [39] ou plusieurs DDL [40,41].
- ii) Une deuxième distinction peut être faite basée sur la mécanique des articulations du bras. La majeure partie des articulations employées est rotoïde ; peu d'exemples d'UAM présentant des articulations prismatiques [42,43].
- iii) La distinction supplémentaire peut être faite dans la façon avec laquelle les moteurs sont commandés : directement en position, en vitesse et en accélération, ou moteurs à régulation de couple [44].
- iv) Finalement, une distinction peut être faite sur la base de la configuration résultante : par exemple, une structure semblable au Delta est employée dans [45], un manipulateur parallèle est considéré dans [46], Un bras à 9-DDL hyper-redondant est conçu dans [47], tandis qu'un bras anthropomorphique de 7-DDL redondant et entièrement actionné, comme KUKA LWR est employé dans [48].

5. Etat de l'art sur la commande des UAMs

La dynamique d'un UAV doté d'un manipulateur est plus complexe et présente des non linéarités, de couplage, des incertitudes structurées et non structurées, de sous-actionnement, etc. Ces difficultés font de tels systèmes un défi scientifique important.

La manipulation aérienne est d'habitude exécutée dans l'espace de travail du manipulateur qui pose des problèmes et exige des techniques appropriées pour calculer la cinématique inverse. Le mouvement du manipulateur implique le changement du Centre de Gravité et ensuite la génération de moments de torsion sur la base de manipulateur qui devrait être compensé. L'interaction physique avec l'environnement produit aussi des moments de torsion qui doivent être aussi compensés, pour résoudre ce problème.

La première technique qui a été proposée, considère l'UAV et le manipulateur comme deux systèmes indépendants, d'où on considère les effets du bras sur le véhicule aérien comme des perturbations externes et vice versa ; l'objectif de la commande ici est de diminuer l'influence du mouvement d'une entité à l'autre [31]. Cette approche pourrait être utile dans le cas où la dynamique du bras n'est pas suffisante pour compenser l'erreur de position. Ils existent dans la littérature plusieurs approches basées sur cette technique de séparation ou de décentralisation. Dans [49] une approche a été proposée qui utilise la technique de Backstepping en tenant compte des effets mutuels du Quadrotor et du manipulateur. Les résultats expérimentaux ont démontré que ce contrôleur donne de meilleures performances en comparant avec un contrôleur PID.

Une autre approche consiste à considérer un test de vol en combinant la commande en impédance avec l'asservissement visuel sur un hélicoptère avec un manipulateur KUKA de 7-DOF [8]. Une autre stratégie consiste à partager le mode de manipulation en mode de vol libre et en mode de vol avec contact, une loi de sélection des commandes a été proposée afin de commuter entre les deux modes[9].

La deuxième technique considère l'UAV et le bras comme un système unifié, la conception d'un contrôleur à base de modèle pour le système combiné est théoriquement délicate et sa mise en œuvre réelle dépende des ressources informatiques à bord du système [32]. Malgré ça, plusieurs approches ont été proposées.

Dans [1], le modèle dynamique a été développé par le formalisme Euler-Lagrange, avec ceci, une commande cartésienne en impédance qui fournit une relation entre des forces externes et le système est conçue. Un retour d'état simple LQR a été conçu dans [38] près du point d'équilibre du système dynamique entier. Le Backstepping a été aussi proposé pour le contrôle couplé dans quelques applications de manipulation aérienne à savoir le suivi de trajectoire d'un hexa-rotor équipé d'un bras manipulateur [39]. La commande adaptative a aussi été appliquée pour la commande d'un tel système [2,7], les auteurs dans [7] ont combiné la commande adaptative a modèle de référence basée sur la théorie de Lyapunov avec la programmation des gains pour un bras manipulateur placé au-dessous un Quadrotor.

Des lois de commande prédictive par modèle (Model Predictive Control MPC) ont été conçues dans [24] pour des missions de ramassage et de mise en place par un Quadrotor équipé d'un bras manipulateur de 2ddl. Une autre application de MPC a été discutée dans [86], où d'autres missions d'interaction avec l'environnement, y compris l'écriture aérienne, ont été considérés, la stabilité d'interaction avec l'environnement et le contrôle de la trajectoire d'un UAM en contact avec la surface, ont été atteints.

Les auteurs dans [2] ont présenté un contrôleur basé sur le mode glissant adaptatif pour un Quadrotor doté d'un bras manipulateur. L'efficacité de ce contrôleur a été testée dans des expériences de vol. Plus tard, ils ont utilisé le contrôleur adaptatif basé sur le mode glissant en mode de suivi de trajectoire pour un Hexa-copter avec un bras de deux DDL [4]. Cependant, les signaux de commande par mode glissant classique présentent des broutements (phénomène de Chattering) qui sont indésirables ; en plus, l'utilisation de surface de glissement linéaire mène habituellement à une convergence asymptotique.

L'utilisation de la vision pour l'exécution de tâches robotiques aériennes est une solution largement adoptée pour faire face à des environnements inconnus. Dans [4, 8, 9], des lois de contrôle par imagerie dotant un UAM avec la capacité de positionner automatiquement des pièces sur les structures cibles ont été proposées, la redondance du système et la sous-activation de la base du véhicule ont été explicitement prises en compte. L'approche orientée vers la tâche a été proposée en [10] pour la surveillance aérienne, où une caméra est fixée à l'outil final du bras manipulateur pour effectuer un

asservissement visuel vers une cible désirée. Toutefois, dans ces travaux, la redondance est employée de manière rigide et l'interaction entre les tâches dépendantes n'est pas prise en compte. L'asservissement visuel en position via une approche hiérarchique a été présenté dans [4] ; la présence de redondance dans l'UAM a permis de combiner un certain nombre de sous-tâches avec une nouvelle formulation hiérarchique des tâches.

La télé-opération des UAM est un domaine de recherche privilégié qui peut élargir d'avantage les applications possibles de telles plateformes. De plus, l'interaction avec l'environnement et le mouvement possible du manipulateur peuvent, en général, générer des effets déstabilisants qui sont très difficiles à gérer pour un opérateur humain [32]. Dans [125], les auteurs ont affirmé que le contrôle manuel des UAMs est extrêmement difficile, même pour les pilotes d'UAV expérimentés. Ils ont donc conclu que même des tâches de manipulation simples sont irréalisables sans un contrôle assisté par ordinateur. En [13], un opérateur humain a été chargé de piloter un UAM pour établir le contact entre l'extrémité de l'outil final d'UAM et une surface donnée. Après avoir établi le contact, l'opérateur a ensuite utilisé un joystick pour commander un profil trapézoïdal poussant la force par l'extrémité de l'outil à la surface, dans [55] des systèmes bilatéraux de télé opération avec des interfaces haptiques ont été proposés ou les compromis entre les exigences de stabilité et de performance sont abordés.

6. Les projets de recherche de la manipulation aérienne dans le monde

Grace à la capabilité de ces engins volants à accomplir plusieurs tâches, ce domaine de recherche est devenu un domaine d'actualité. Les universités et les instituts de recherche aux États-Unis sont typiquement sponsorisé par l'Aéronautique nationale et l'Administration (la NASA), Agence de Projets de Recherche avancée de Défense (DARPA), Fondation nationale pour la science (NSF), Bureau de recherche Navale (ONR) et d'autres organisations. Les universités et des institutions de recherche en Europe sont généralement parrainées par des projets de l'Horizon 2020 comme : AIRobot, ARCAS, SHERPA, EuRoC et AEROARMS [51].

7. Quelques applications

La manipulation aérienne a été présente dans différentes missions, en plus de transport, les missions qui exigent l'effort de force/couple à l'environnement font une

grande partie de ses missions. A titre d'exemple : l'inspection des infrastructures [52]; l'ouverture/fermeture des vannes [53]; l'ouverture d'un tiroir [54]; l'inspection d'installations industrielles, plus précisément la mesure de corrosion dans les pipelines dans le secteur du pétrole et du gaz (projet AEROARMS) [55], d'où la nécessité de contrôler la force d'interaction entre le robot et le tuyau. La figure 1.7 illustre une trajectoire planifiée pour l'inspection d'une conduite. La trajectoire planifiée permet au robot de maintenir le contact entre le capteur installé à la fin du bras et la conduite inspectée en évitant des collisions avec l'autre conduite sur le sommet, le chemin suivi par le capteur est représenté par la ligne rouge [55].

Une autre catégorie des missions de manipulation aérienne consiste en la construction structurelle et l'assemblage (Factory Structural Assembly FSA). Dans [56] une tour avec une hauteur de 6m est l'une des premières structures construites exclusivement et d'une façon autonome par un groupe de Quadrotors. Les auteurs dans [57] ont présenté un UAM qui inclut un manipulateur robotisé de trois DDL attaché au sommet d'un Octorotor, contrairement à la majorité de la littérature où le bras est attaché au-dessous du véhicule et les résultats expérimentaux de l'inspection de structure de pont ont été présentés.

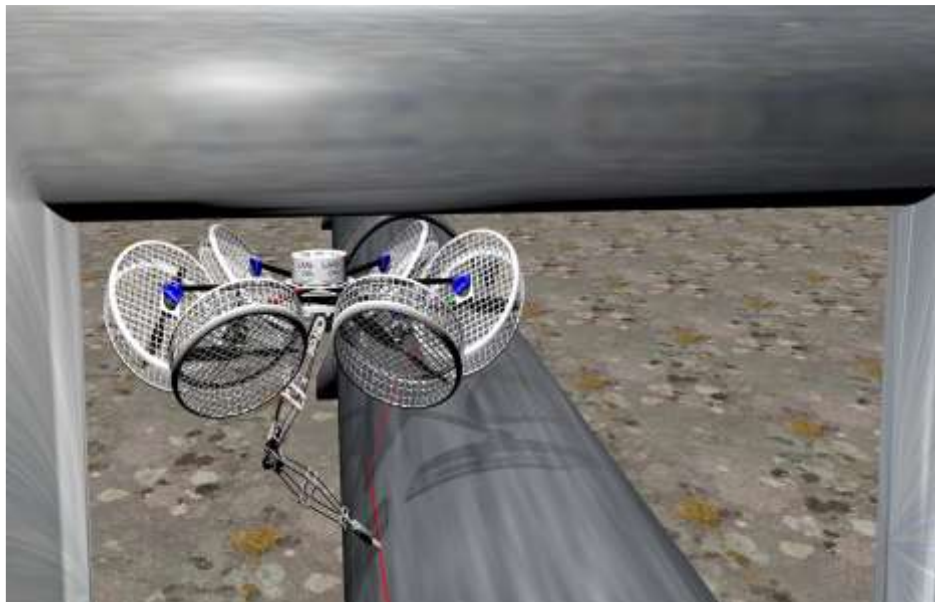


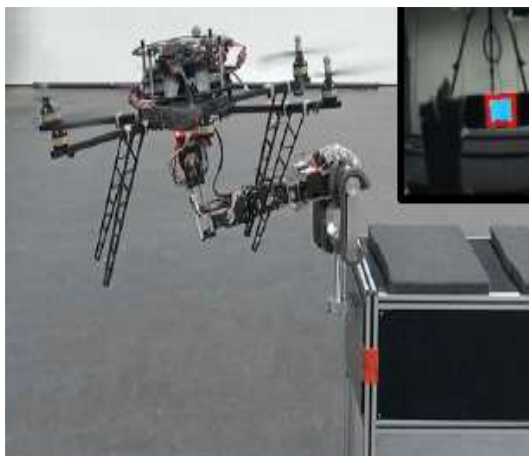
Figure 1.7 Inspection d'une conduite [33]



(a)



(b)



(c)



(d)



(e)

Figure 1.8 Exemples de la manipulation aérienne.

En général, dans ce volet de recherche, deux problèmes s'imposent : l'énergie et la sécurité qui sont les deux limitations principales. De plus, le manque de précision élevé est également pertinent dans certaines applications. Un défi important pour les prochaines recherches est sans doute lié à la consommation d'énergie, l'amélioration des capacités de planification et la robustesse de commande (voir figure 1.9).

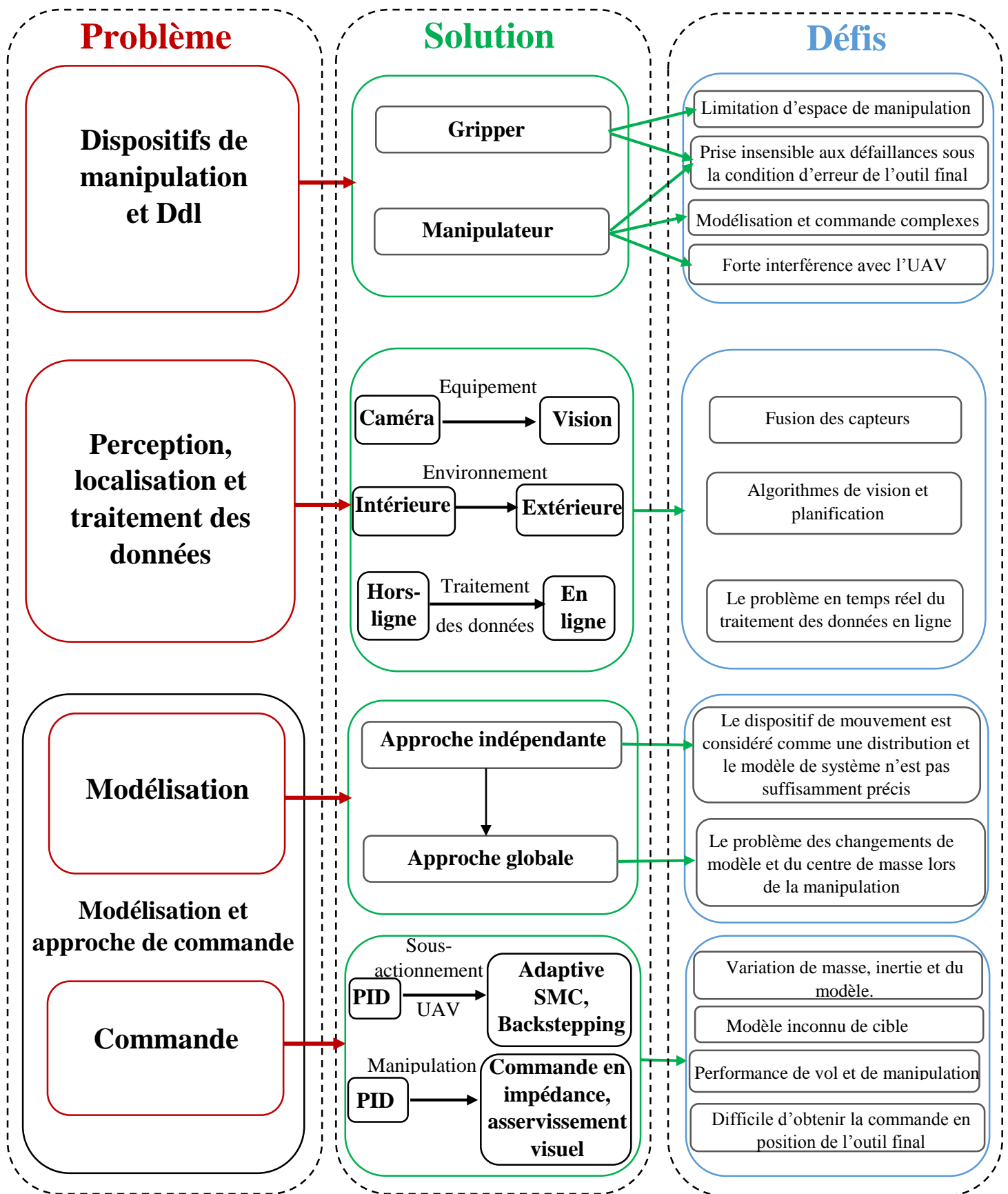


Figure 1.9 Problèmes, solutions proposées et défis.

8. Conclusion

Ce chapitre introduit l'état de l'art sur les robots manipulateurs et mobiles ainsi que la manipulation aérienne.

La manipulation aérienne peut être considérée comme l'évolution de la robotique mobile en ajoutant des capacités de manipulation à la polyvalence des UAVs. Ceci leur permet sans doute d'exécuter un nouvel ensemble de missions.

Nous avons abordé dans ce chapitre, les différentes missions qui peuvent être effectuées par ces robots aériens dans plusieurs domaines, ainsi que, les projets de recherche dans ce contexte, étudiés dans les universités et les centres de recherche autour du monde.

La commande d'un manipulateur aérien présente un défi majeur à cause de l'effet déstabilisant du bras (ou gripper) sur l'UAV. Des auteurs ont considéré un tel système comme étant deux systèmes indépendants (l'approche couplée), d'autres l'ont considéré comme un système unifié (approche découplée). Les techniques de commandes de ces deux approches existantes dans la littérature ont été présentées. Basant sur cette étude bibliographique, nous pouvons conclure que les capacités de manipulation aérienne exigent l'appel des techniques de commande non-linéaire avancées et robuste, cela justifie notre choix de proposer une commande non-linéaire pour un Quadri-Manipulateur dans le cadre de cette thèse. Les principes de cette commande seront présentés dans le chapitre suivant.

CHAPITRE II

ANALYSE ET COMMANDE DES SYSTEMES NON LINEAIRE

Sommaire :

1. Introduction.....	22
2. Système non linéaire	22
3. Caractéristiques d'un système non linéaire	22
4. Système autonome et non-autonome	23
5. La stabilité des systèmes non linéaire autonome	24
6. Méthode directe de Lyapunov	26
6.1. Stabilité exponentielle en termes de fonction de Lyapunov	28
6.2. Stabilité rationnelle en termes de fonction de Lyapunov	28
6.3. Stabilité en temps finie en termes de fonction de Lyapunov	29
7. Principe d'invariance de LaSalle.....	31
8. Barbalat's lemme	32
9. Commande des systemes non	32
9.1. Commande par modes glissants d'ordre un	33
9.2. Commande par modes glissants d'ordre supérieur	43
9.3. Commande par modes glissants d'ordre arbitraire	49
10. Conclusion	54

Chapitre 02. Analyse et commande des systèmes non linéaires

1. Introduction

La notion de stabilité constitue une problématique centrale de la théorie du contrôle. Souvent liée à la façon d'appréhender un système, la stabilité possède un large éventail de définitions. Dans ce chapitre, nous nous intéresserons à quelques notions particulières de stabilité. En particulier, on cite la stabilité au sens de Lyapunov. Les résultats que nous développerons s'appuieront sur ces concepts pour démontrer des propriétés de stabilité des systèmes non linéaires. Dans la première partie de ce chapitre, nous rappelons quelques concepts sur les systèmes non-linéaires et leur stabilité au sens de Lyapunov, après nous allons présenter dans la deuxième partie, l'élaboration des lois de commande par mode de glissement qui sera exploitée ultérieurement.

2. Système non linéaire

Par définition, un système non linéaire est un système qui n'est pas linéaire, c'est-à-dire (au sens physique) qui ne peut pas être décrit par des équations différentielles linéaires à coefficients constants [58]. Cette définition, explique la complexité et la diversité des systèmes non linéaires et des méthodes qui s'y appliquent. Il n'y a pas une théorie générale pour ces systèmes, mais plusieurs méthodes adaptées à certaines classes de systèmes non linéaires.

Un système dynamique non-linéaire d'habitude peut être représenté par un ensemble d'équations différentielles non-linéaires sous la forme [59]

$$\dot{x} = f(x, t) \quad (2.1)$$

Où : f est la fonction vectorielle non linéaire de dimension $(n \times 1)$ et x est le vecteur d'état de dimension $(n \times 1)$. Une valeur particulière du vecteur d'état est aussi appelée un point parce qu'il correspond à un point dans l'espace d'état.

3. Caractéristiques d'un système non linéaire

Laissez-nous citer en bref quelques propriétés des systèmes non-linéaires, afin de nous familiariser avec leurs comportements complexes [59].

- **Points d'équilibres multiples** : les systèmes non-linéaires ont fréquemment plus d'un point d'équilibre (un point d'équilibre est un point où le système peut rester pour toujours sans déplacement).

Définition 2.1 On considère le système (2.1), on dit que x_e est son point d'équilibre, si $f(x_e) = 0$ pour tout $t \geq t_0$.

Remarque 2.1. On peut toujours se ramener à $x_e = 0$. Pour cela on peut considérer $g(y) = f(y + x_e)$. Si x_e est un point d'équilibre de (2.1) alors $y = 0$ est un point d'équilibre de $\dot{y} = g(y)$

- **Cycles limites** : ils peuvent présenter des oscillations sans excitation externe. Ces oscillations sont appelées des cycles limites, ou des oscillations auto-excitées. (Ce phénomène important peut être simplement illustré par une dynamique d'oscillateur, étudié d'abord pendant les années 1920 par l'ingénieur électricien hollandais Balthasar Van der Pol).
- Pour les systèmes linéaires stables, de petites différences de conditions initiales peuvent seulement causer de petites différences de la sortie. Cependant, les systèmes non-linéaires peuvent présenter un phénomène appelé le chaos, où la sortie du système est extrêmement sensible aux conditions initiales. La caractéristique essentielle de chaos est l'imprévisibilité de la sortie du système. Même si nous avons un modèle exact du système non-linéaire et un ordinateur précis, la réponse du système au fil du temps ne peut pas toujours être bien prévue.

La description ci-dessus devrait fournir de nombreuses preuves que les systèmes non-linéaires peuvent avoir le comportement considérablement plus riche et plus complexe que les systèmes linéaires.

4. Systèmes autonomes et non-autonomes

Le système non linéaire (2.1) est considéré comme autonome si f ne dépend pas explicitement du temps, i.e., Si l'équation d'état du système peut être écrite :

$$\dot{x} = f(x) \tag{2.2}$$

Autrement, le système est considéré non-autonome.

5. La stabilité des systèmes non linéaires autonomes

La notion de stabilité est importante pour l'analyse et la commande des systèmes non linéaires qui se repose généralement sur la théorie de Lyapunov. La seconde méthode de Lyapunov concerne l'analyse de la stabilité interne d'un système dynamique. L'originalité de la méthode directe de Lyapunov consiste à étudier la convergence de l'état $x(t)$ vers l'origine à travers une fonction scalaire V de l'état. V est appelée fonction candidate à Lyapunov, peut être appréhendée comme une représentation énergétique du système. Bien que la méthode soit abstraite, on conçoit naturellement qu'en "mouvement", le système possède une certaine quantité d'énergie mesurée par V et qu'à l'équilibre, en phase statique, celle-ci soit minimale. Nous donnons ici un aperçu sur la stabilité, l'instabilité, la stabilité asymptotique et exponentiel, et la stabilité au sens de Lyapunov.

Définition 2.2 (Stabilité) le point d'équilibre x_e de (2.2) est stable (au sens de Lyapunov) si :

$$\forall \varepsilon > 0, \exists \delta(\varepsilon, t_0) > 0 : \|x(t_0)\| < \delta \Rightarrow \|x(t)\| < \varepsilon, \forall t \geq t_0 \geq 0 \quad (2.3)$$

Autrement dit la stabilité au sens de Lyapunov du point d'équilibre du système veut dire que pour tout $t \geq 0$, la solution de condition initiale $x(t_0)$ reste au voisinage du point d'équilibre. Donc une petite perturbation de la condition initiale $x(t_0)$ autour du point d'équilibre donne une solution qui reste proche de ce point d'équilibre.

La stabilité d'un système n'implique pas la convergence des solutions vers le point d'équilibre, elle est donc insuffisante pour l'étude du comportement des solutions.

L'attractivité : [60,61,62] On dit que x_e est un point d'équilibre attractif pour (2.2) s'il existe un scalaire strictement positif $\delta(t_0)$ tel que :

$$\|x_0\| < \delta(t_0) \Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} (x(t, t_0, x_0)) = 0, \forall t \geq t_0. \quad (2.4)$$

Lorsque $\delta(t_0) = +\infty$, on dit que x_e est globalement attractive.

Le concept d'attractivité signifie qu'après un certain temps, toute trajectoire du système convergera vers son état d'équilibre mais, il n'est pas nécessairement stable. On introduit dans ce qui suit une notion de stabilité qui garantit que l'état du système converge vers son état d'équilibre sans trop s'en éloigner.

La stabilité asymptotique : Un point d'équilibre est stable asymptotiquement s'il est stable et toutes les solutions commençant près du point d'équilibre convergent au point d'équilibre quand le temps tend vers l'infini.

Définition 2.3 le point d'équilibre x_e de (2.2) est asymptotiquement stable si x_e est stable et s'il existe $\delta_1 = \delta_1(t_0) > 0$ tel que :

$$\|x(t_0)\| < \delta_1 \Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0$$

Définition 2.4 (Bornitude uniforme) les solutions du système (2.2) sont dites

- Uniformément bornées si :
 $\exists c > 0$ tel que $\forall x_e \in]0, c[, \exists \beta(x_e) > 0 : \|x(t_0)\| < x_e \Rightarrow \|x(t)\| < \beta, \forall t \geq t_0$
- Globalement uniformément bornées, si la propriété précédente est vraie pour c assez grand.

Définition 2.5 (Stabilité uniforme) On dit que le point d'équilibre x_e est :

- Uniformément stable si :
 $\exists \varepsilon > 0 \exists \delta(\varepsilon) > 0 : \|x(t_0)\| < \delta \Rightarrow \|x(t)\| < \varepsilon, \forall t \geq t_0 \geq 0$
- Globalement uniformément stable s'il est uniformément stable et les solutions du système sont globalement uniformément bornées.

Si le point d'équilibre est asymptotiquement stable et si les solutions sont plus petites dans la norme qu'une fonction de temps positive et qui se délabre exponentiellement au zéro, on obtient une stabilité plus forte que la stabilité asymptotique :

La stabilité exponentielle : Un point d'équilibre d'un système est exponentiellement stable s'il est asymptotiquement stable et si les solutions sont plus petites dans la norme qu'une fonction positive de temps qui se délabre exponentiellement au zéro.

Définition 2.6 [63,64] on dit que le point d'équilibre est localement exponentiellement stable pour (2.2), s'il existe des constantes α et β strictement positives telles que :

$$\|x(t, t_0, x_0)\| < \alpha \exp(-\beta(t - t_0)) \quad \forall t > t_0 \quad \text{et} \quad \forall x_e \in B_r \quad (2.5)$$

B_r , Une certaine balle autour du point d'équilibre.

Lorsque $B_r = \mathbb{R}^n$ on dit que l'origine est globalement exponentiellement stable.

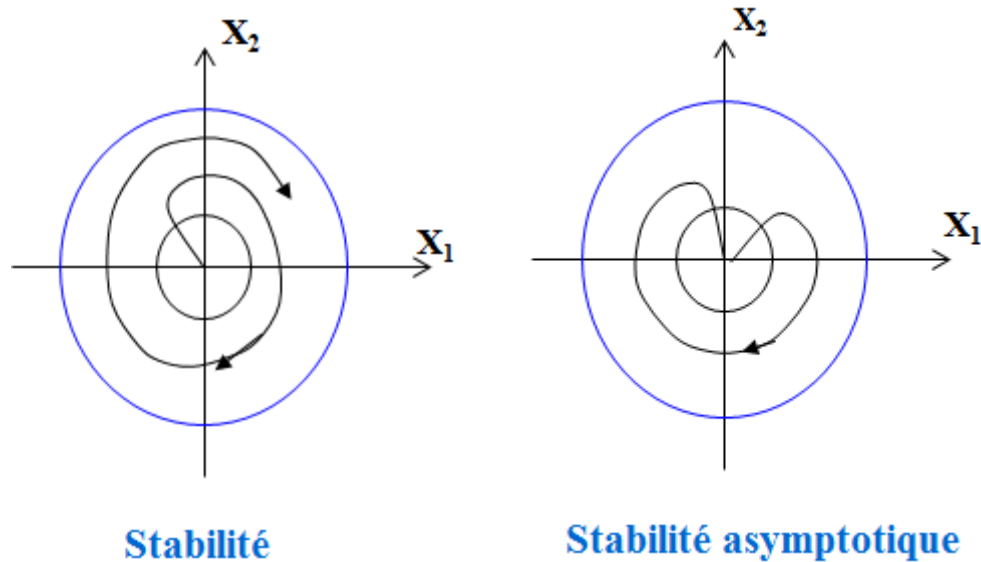


Figure 2.1. Types de stabilité

6. Méthode directe de Lyapunov

La philosophie de base de la méthode directe de Lyapunov est l'extension mathématique d'une observation physique fondamentale : si l'énergie totale du système mécaniques (ou électrique) est continuellement dissipé, donc le système, (linéaire ou non-linéaire) doit finalement s'installer à un point d'équilibre. Ainsi, nous pouvons conclure la stabilité d'un système en examinant la variation d'une simple fonction scalaire [59]. Dans ce qui suit, on considère l'origine comme point d'équilibre, $x_e = 0$

Définition 2.7 [60] soit $V(x, t) : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$ une fonction continue. V est dite définie positive si :

1. $\forall t \in \mathbb{R}^+, \forall x \in \mathbb{R}^n, x \neq 0 V(x, t) > 0$;
2. $\forall t \in \mathbb{R}^+, V(x, t) = 0 \Rightarrow x = 0$;

$$3. \quad \forall t \in \mathbb{R}^+, \lim_{\|x\| \rightarrow \infty} V(x, t) = \infty.$$

Définition 2.8 (*Fonction de Lyapunov*) [63,64]) une fonction $V(x, t)$ de classe C^1 est une fonction de Lyapunov locale (resp. globale) au sens large pour le système (2.2) si elle est définie positive et s'il existe un voisinage de l'origine V_0 tel que $\forall x \in V_0$ (resp. $x \in \mathbb{R}^n$) :

$$\dot{V}(x, t) = \frac{\partial V(x, t)}{\partial t} + \left(\frac{\partial V(x, t)}{\partial x} \right) f(x(t), t) \leq 0 \quad (2.6)$$

Si $\dot{V}(x, t) < 0$, alors V est appelée fonction de Lyapunov au sens strict pour (2.2)

Définition 2.9 (*Méthode directe de Lyapunov*) [63,64]) : Si le système (2.2) admet une fonction de Lyapunov locale au sens large (resp. au sens strict) alors l'origine est un point d'équilibre localement stable (resp. asymptotiquement stable)

Ce résultat peut être validé globalement $\forall x \in \mathbb{R}^n$,

Exemple 2.1 : Stabilité asymptotique en utilisant la fonction de Lyapunov

On veut étudier la stabilité autour du point d'équilibre d'un système non linéaire définit par :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_1(x_1^2 + x_2^2 - 2) - 4x_1x_2^2 \\ \dot{x}_2 &= 4x_1^2x_2 + x_2(x_1^2 + x_2^2 - 2) \end{aligned}$$

Etant donnée la fonction définie positive :

$$V(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2$$

Sa dérivée est donnée par :

$$\dot{V} = 2(x_1^2 + x_2^2)(x_1^2 + x_2^2 - 2)$$

La dérivée \dot{V} est définie négative localement dans la région définit par $x_1^2 + x_2^2 < 2$, par conséquent l'origine est asymptotiquement stable.

6.1. Stabilité exponentielle en termes de fonction de Lyapunov

Théorème 2.1 [65] Soit f un champ vectorielle de classe C près de l'origine tel que $f(0) = 0$, alors que les propriétés suivantes sont équivalentes :

- (i) L'origine est exponentielle stable pour (2.2).
- (ii) Il existe une fonction V de classe C^1 au voisinage de 0 tel que, pour quelques constantes positives : C_1, C_2, C_3, r et δ :

$$\|x\| < \delta \Rightarrow C_1 \|x\|^r \leq V(x) \leq C_2 \|x\|^r,$$

$$\|x\| < \delta \Rightarrow \langle \nabla V(x), f(x) \rangle \leq -C_3 \|x\|^r;$$

- (iii) Il existe une matrice symétrique et définit positive $S \in \mathbb{R}^{n \times n}$ tel que, pour quelques constantes positives : C, δ ,

$$\|x\| < \delta \Rightarrow \langle Sx, f(x) \rangle \leq -C \|x\|^2;$$

La preuve de ce théorème est détaillée dans la référence [66].

6.2. Stabilité rationnelle en termes de fonction de Lyapunov

Lorsque la matrice Jacobéenne $A = \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)_{x=0}$ n'est plus *Hurwitz*, les solutions ne

décroissent pas exponentiellement

Théorème 2.2 [65] Soit f un champ vectorielle de classe C^1 près de l'origine tel que $f(0) = 0$, l'origine est rationnellement stable si et seulement si il existe une fonction continue V définit au voisinage de zéro, tel que pour quelques constantes positives $C_1, C_2, C_3, r_1, r_2, r_3$ et δ , avec $r_3 > r_2$

$$\begin{aligned} \|x\| < \delta &\Rightarrow C_1 \|x\|^{r_1} \leq V(x) \leq C_2 \|x\|^{r_2}, \\ \|x\| < \delta &\Rightarrow \dot{V}(x) \leq -C_3 \|x\|^{r_3} \end{aligned} \tag{2.7}$$

La preuve de ce théorème est détaillée dans [65].

6.3. Stabilité en temps fini en termes de fonction de Lyapunov

En raison de l'unicité des solutions en reculant dans le temps, les trajectoires de (2.2) ne peuvent pas atteindre l'origine en temps fini si le champ f est de classe C^1 ;

cependant, l'application d'une loi de retour d'état continue $u = u(x)$ dans un système de commande continu :

$$\dot{x} = g(x, u) \quad (2.8)$$

Peut résulter dans le système à boucle fermée :

$$\dot{x} = g(x, u(x)) =: f(x) \quad (2.9)$$

Pour lequel, l'origine est localement asymptotiquement stable et il est atteint en temps fini par n'importe quelle trajectoire [65]

Supposons que :

- (i) f : un champ vectoriel continu défini au voisinage de zéro.
- (ii) $f(0) = 0$.
- (iii) Le système (2.2) possède des solutions uniques en temps futur (forward time) ; c'est pour cela que si deux solutions se coïncident au même temps t_0 , ils se coïncident à n'importe quel temps $t \geq t_0$

Définition 2.10 [65,67] l'origine est stable en temps fini pour (2.2), s'il est stable et s'il existe un voisinage ouvert U de l'origine et une fonction $T : U \setminus \{0\} \rightarrow (0, +\infty)$ (appelé la fonction du temps d'établissement "*settling-time function*") ; de sorte que pour tout $x \in U \setminus \{0\}$, $\varphi(\cdot, x)$ est défini dans $[0, T(x))$, $\varphi(t, x) \in U \setminus \{0\} \forall t \in [0, T(x))$, et $\lim_{t \rightarrow T(x)} \varphi(t, x) = 0$.

Théorème 2.3 [67] Soit f défini comme ci-dessus, l'origine est stable en temps fini et la fonction du temps d'établissement est continue à l'origine, si, et seulement si, il existe des nombres réels $C > 0, \alpha \in (0, 1)$, et une fonction V continue et définie positive défini au voisinage ouvert Ω de l'origine, tel que :

$$\forall x \in \Omega \setminus \{0\}, \dot{V}(x) \leq -CV(x)^\alpha \quad (2.10)$$

Si c'est le cas, alors la fonction "*settling-time*" $T(x)$ est actuellement continue au voisinage de zéro, et elle satisfait (pour $\|x\|$ assez petit) :

$$T(x) \leq \frac{1}{C(1-\alpha)} V(x)^{1-\alpha} \quad (2.11)$$

Le théorème ci-dessus présente une propriété très utile de la stabilité en temps fini.

Exemple 2.2 : Stabilité exponentielle

On considère encore une fois le système défini dans l'exemple 2.1, et on choisit la fonction de Lyapunov candidate comme suit :

$$V = \|x\|^2$$

Sa dérivée peut être écrite par :

$$\dot{V} = 2V(V-1)$$

Qui est l'équivalent de :

$$\frac{dV}{V(1-V)} = -2dt$$

La solution de l'équation précédente est trouvée comme :

$$V(x) = \frac{\alpha e^{-2t}}{1 + \alpha e^{-2t}}$$

$$\text{Avec : } \alpha = \frac{V(0)}{1-V(0)}$$

Si $\|x(0)\|^2 = V(0) < 1$ c.-à-d. si la trajectoire commence à l'intérieur du cercle du rayon un, alors $\alpha > 0$ et $V(t) < \alpha e^{-2t}$.

Cela implique que la norme $\|x\|$ du vecteur d'état converge vers zéro exponentiellement.

Cependant, si la trajectoire commence à l'extérieur du cercle unitaire ($V(0) > 1$), alors $\alpha < 0$ pour que $V(t)$ et aussi $\|x\|$ tendent vers l'infinie dans un temps fini.

7. Principe d'invariance de Lasalle

Dans le théorème de Lyapunov citée par avant, il suffit de trouver une fonction de Lyapunov V pour montrer que le système ayant un point d'équilibre x_0 est stable en ce point. Par ailleurs, pour montrer la stabilité asymptotique d'un système donné, nous devons déterminer une fonction V définie positive dont la dérivée \dot{V} est définie négative. Dans le cas général, ceci est assez délicat. La condition sur la dérivée \dot{V} peut être allégée en utilisant le principe de LaSalle.

Théorème 2.4 [68,69,70] Soit Ω un sous-ensemble de \mathbb{R}^n ; supposons que Ω est un ouvert positivement invariant pour le système (2.2) en x_0 . Soit $V : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction de classe C^1 pour le système (2.2) en x_0 telle que :

1. $\dot{V} \leq 0$ sur Ω ;
2. soient $E = \{x \in \Omega \mid \dot{V}(x) = 0\}$ et L est le plus grand ensemble invariant par X et contenu dans E .

Alors, toute solution bornée commençant dans Ω tend vers l'ensemble L lorsque le temps t tend vers l'infini.

Ce théorème n'exige pas des conditions sur la fonction de Lyapunov (la fonction V soit définie positive, et sa dérivée définie négative $\dot{V} \leq 0$. Mais il informe que sur l'attractivité au point d'équilibre.

Le corollaire suivant est une conséquence du principe d'invariance de LaSalle, il nous fournit les informations nécessaires sur la stabilité asymptotique d'un point d'équilibre.

Corollaire 2.1 [68] Supposons $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ est un ouvert connexe tel que $x_e \in \Omega$. Soit $V : U \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction définie positive et de classe C^1 telle que $\dot{V} \leq 0$ sur U . Soit $E = \{x \in \Omega \mid \dot{V}(x) = 0\}$; supposons que le plus grand ensemble positivement invariant contenu dans E est réduit au point x_e . Alors x_e est un point d'équilibre asymptotiquement stable pour le système (2.2).

Si ces conditions sont satisfaites pour $U = \Omega$ et si de plus V est propre sur Ω , c'est à dire si $\lim_{\|x\| \rightarrow +\infty} V(x) = +\infty$ lorsque $d(x, \partial\Omega) \rightarrow +\infty$, alors toutes les trajectoires sont bornées pour tous $t \geq 0$ et x_e est un point d'équilibre globalement stable pour le système.

8. Barbalat's lemme

Dans le cas des systèmes autonomes, le théorème d'invariance de LaSalle montre que la trajectoire du système s'approche du plus grand ensemble invariable dans E , où E est l'ensemble de tous les points dans Ω où $V(x) = 0$. Dans le cas des systèmes non autonomes, Cela, ne peut même pas être clair comment définir l'ensemble E puisque V est une fonction de t et x . [64]

Afin de remédier ce problème, un résultat purement mathématique entre en image, c'est le lemme de BARBALAT, il s'exprime comme suit :

Lemme de Barbalat: [64] Soit $\phi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ un fonction uniformément continue dans $[0, +\infty)$, supposons que $\lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t \phi(\tau) d\tau$ existe et dans un temps fini. Alors,

$$\phi(t) \rightarrow 0 \text{ quand } t \rightarrow \infty \quad (2.12)$$

9. Commande des systèmes non linéaires

Dans la commande des systèmes non linéaires, les lois de commande classiques peuvent être insuffisantes car elles sont non robustes surtout lorsque les exigences sur la précision et autres caractéristiques dynamiques des systèmes sont strictes. Donc on doit faire appel à des lois de commande insensibles aux variations des paramètres, aux perturbations et aux non linéarités. Dans cet objectif, plusieurs outils sont proposés, dont on cite la commande à structure variable par mode glissant.

Dans la littérature, une commande à structure variable est définie comme une commande dont la structure est dynamique et variant dans le temps [71]. La commande à structure variable par modes glissants offre de bonnes performances en termes de poursuite de trajectoires. Elle est également réputée être une commande robuste vis-à-vis des incertitudes paramétriques, des erreurs de modélisation ainsi que des perturbations externes [59,72]. La commande par modes glissants est une technique de

commande basée sur les travaux des mathématiciens Soviétiques : Fillipov [73, 74, 75], Emelianov [76] et Utkin [71]. A partir des années quatre-vingt, ces travaux ont été repris par Slotine [59] pour la commande des systèmes à structure variable donnant par la suite naissance à de nouveaux travaux de recherche dont on cite : [77,78].

9.1. Commande par modes glissants d'ordre un

9.1.1. Principe :

La commande par modes glissants est une technique de commande non linéaire, caractérisée par la discontinuité de la commande aux passages par une surface de commutation appelée surface de glissement. Le principe de la commande par modes glissants est de contraindre l'état du système à atteindre en temps fini une surface de glissement donnée pour ensuite y rester [80].(Figure 2.2)

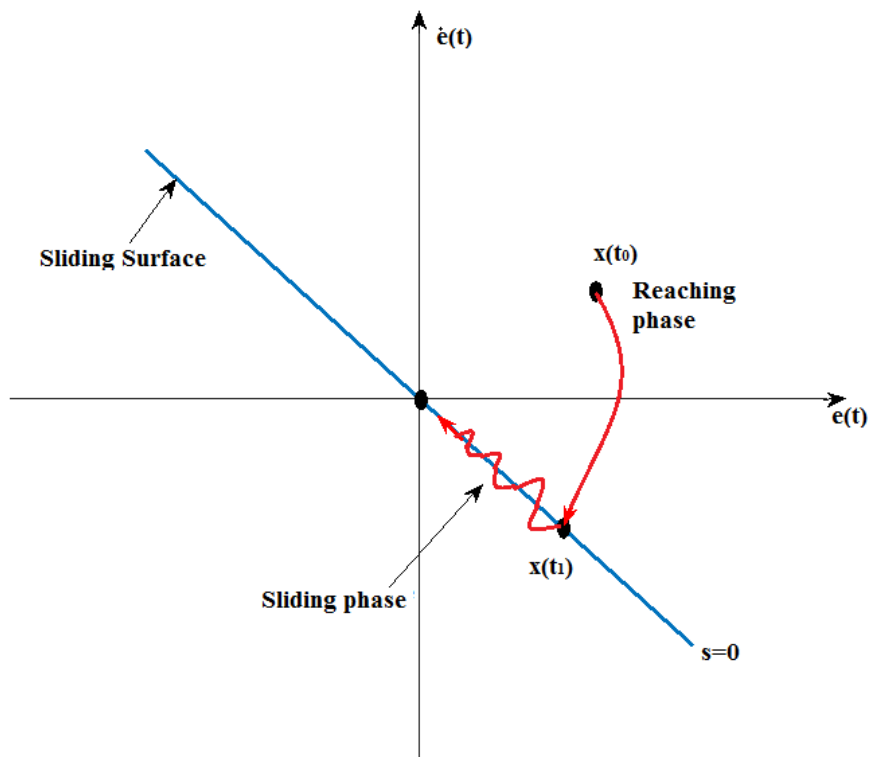


Figure 2.2 Convergence de la trajectoire du système du point initial $x(t_0)$ vers l'origine du plan de phase.

La forme d'une commande à structure variable peut être donnée par [76,81]:

$$\begin{cases} u_i = u_{\max} & s_i > 0 \\ u_i = u_{\min} & s_i < 0 \end{cases} \text{ avec } i = 1, \dots, m. \quad (2.13)$$

u_i ($i = 1, \dots, m$) : Les composantes de vecteur de commande.

9.1.2. Synthèse de la commande par modes de glissements

La synthèse de la commande par modes glissants consiste à :

- Déterminer une surface de glissement en fonction des objectifs de commande et des propriétés statiques et dynamiques désirées pour le système bouclé
- Elaborer une loi de commande de manière à contraindre les états du système d'atteindre cette surface et d'y demeurer en dépit d'incertitudes ou de variations paramétriques et de perturbations externes.

Un système non-linéaire commandable et observable est écrit sous la forme générale suivante :

$$\begin{cases} \ddot{x} = f(x) + g(x) + b(x)u \\ y = x \end{cases} \quad (2.14)$$

Où: x est le vecteur d'état de dimension ($n \times 1$), u est le vecteur de commandes de dimension ($m \times 1$) avec n et m sont des constantes positives tel que $n > m$; $f(x)$ et $b(x) \neq 0$ sont des fonctions non-linéaires supposons connues, $g(x)$ représente les incertitudes et les perturbations qui satisfont $\|g(x)\| \leq l_g$, avec $l_g > 0$.

9.1.3. Surface de glissement

La surface de glissement $s(x)$ est composée par la différence entre les états souhaités et réels du système. La forme de cette surface (linéaire ou non-linéaire) est choisie selon l'application. Seule la contrainte d'attractivité de cette surface est nécessaire.

Soit $s(x)$ une fonction non-linéaire, suffisamment différentiable de telle sorte que son annulation permette de satisfaire l'objectif de la commande. La fonction $s(x)$ est appelée *variable de glissement*. L'ensemble $S = \{x \in X : s(x) = 0\}$, appelé *surface de glissement* et représente une sous-variété de X , de dimension $(n - 1)$. [72]

La formule générale de la surface de glissement est définie en fonction de l'ordre du système comme suit [59] :

$$s(x) = \left(\frac{\partial}{\partial t} + \lambda \right)^{r-1} e(x) \quad (2.15)$$

Où :

e : représente l'erreur entre l'état désiré et l'état réel du système $e = x_d - x$;

λ : est un scalaire positif qui représente la pente de la surface de glissement.

r : est le degré relatif du système commandé. Le degré relatif d'un système est le nombre de dérivation de la sortie jusqu'à l'apparition explicite de la commande.

La définition classique du phénomène d'évolution en régime glissant est donnée par :

On dit qu'il existe un régime glissant idéal sur s s'il existe un temps fini t_s tel que la solution de (2.14) satisfait $s(x) = 0$ pour tout $t \geq t_s$ [81]

L'objectif de la loi de commande est de contraindre les trajectoires d'état du système (2.14) à atteindre et ensuite à rester sur la surface de glissement malgré la présence d'incertitudes sur le système. En autres termes, la loi de commande doit rendre la surface de glissement *localement attractive* (c.à.d. au voisinage de la surface de glissement, toutes les trajectoires du système doivent être dirigées vers elle). Ainsi, la loi de commande doit être calculée en vérifiant une condition assurant $s(x) = 0$. Une telle condition est appelée *condition d'attractivité* [81].

La méthode directe de Lyapunov permet de se prononcer quant à la stabilité d'un état d'équilibre sans avoir recours à la résolution de l'équation d'état du système. En supposant que l'état d'équilibre $x_e = 0$, le signe d'une fonction $V(x)$ ($V(0) = 0, V(\infty) = \infty$) appelée fonction de Lyapunov, et celui de sa dérivée temporelle $\dot{V}(x) = \frac{\partial V(x)}{\partial t}$ donnent une information sur la stabilité du système. $V(x)$ joue le rôle d'une fonction "énergie" fictive pour le système considéré. Si $V(x) > 0, \forall x \neq 0, \dot{V} < 0$, le système est asymptotiquement stable. Une classe de fonctions de Lyapunov classique pour la détermination de la condition d'attractivité est celle des fonctions quadratiques du type :

$$V(x) = \frac{1}{2} s^2(x) \quad (2.16)$$

Cette fonction est définie positive de manière évidente. Une condition nécessaire et suffisante pour que la variable de glissement $s(x)$ tende vers zéro est que la dérivée de $V(x)$ soit définie négative :

$$\dot{V}(x) = s\dot{s} < 0 \quad (2.17)$$

Cette inégalité est appelée *condition d'attractivité* qui n'est pas suffisante pour assurer une convergence en temps fini vers la surface. Pour assurer une convergence de $V(x)$ vers l'origine en temps fini, une condition plus forte doit être respectée. Dans le cas des modes glissants classiques, on utilise généralement la condition d'attractivité non-linéaire dite condition de η -attractivité [81] :

$$s\dot{s} \leq -\eta|s|, \quad \eta > 0 \quad (2.18)$$

Cela revient, pour $s(x) \neq 0$, à :

$$\dot{s} \leq -\eta \text{sign}(s), \quad \eta > 0 \quad (2.19)$$

Ce critère garantit une convergence en temps fini. Car par l'intégration (par le temps) de (2.18) on aura :

$$\begin{cases} \text{si } s(0) > 0, & s(t) \leq s(0) - \eta t \\ \text{si } s(0) < 0, & s(t) \geq s(0) + \eta t \end{cases} \quad (2.20)$$

Donc $s(t)$ atteint l'origine en un temps fini inférieur à $\frac{|s(0)|}{\eta}$

Ce critère est constamment satisfait si le choix de la commande est du type :

$$\Delta u = -k \text{sign}(s) \quad (2.21)$$

Ou :

$$\text{sign}(s) : \begin{cases} 1 & \text{si } s > 0 \\ -1 & \text{si } s < 0 \end{cases}$$

et k est une constante positive choisie de manière à être suffisamment grande pour :

- Compenser l'écart de dynamique entre le système réel et le système nominal.
- Compenser les perturbations dans le système.

La commande Δu est appelée *la commande attractive*.

9.1.4. Commande nominale

En ne supposant aucune incertitude ni perturbation ($g(x) = 0$), on peut calculer la valeur théorique de la commande équivalente, notée u_{nom} . On pourrait donc, en l'absence de perturbations et incertitudes, commander le système par cette commande nominale au lieu de la commande discontinue, ce qui aurait l'avantage de supprimer les discontinuités. u_{nom} sert à maintenir la dynamique du système commandé sur la surface de glissement. Elle est synthétisée en considérant que la dérivée de la surface de glissement soit nulle $\dot{s}(x) = 0$ [80]

9.1.5. Commande équivalente

On peut aussi vouloir prendre en compte les incertitudes et perturbations dans le calcul de la commande équivalente u_{eq} . Vu qu'on ne les connaît pas à l'avance, il faut alors renoncer à recalculer cette commande [80]. La commande u_{eq} décrit un mouvement idéal de glissement, c'est-à-dire sans la prise en considération des incertitudes et perturbations du système. Physiquement, elle peut être vue comme la valeur moyenne de la commande réelle. Elle est obtenue grâce aux conditions d'invariance de la surface de glissement : $s = \dot{s} = 0$ [15]

La commande finale par mode glissant [80] en la présence des perturbations et les incertitudes qui vérifie la condition (2.17) est donnée par :

$$u = u_{eq} + \Delta u \quad (2.22)$$

En résumé, le comportement du système peut être décrit par deux phases :

Phase de convergence (Reaching phase): Cette phase correspond à l'intervalle de temps $[0, t_s]$ pendant lequel les trajectoires d'état du système ne sont pas dans la surface de glissement s , durant cette phase, le système reste sensible aux variations de paramètres. Sa durée peut être réduite en augmentant l'amplitude de la commande.

Phase de glissement (Sliding phase): Cette phase correspond à l'intervalle de temps, $[t_s, t]$ durant lequel les trajectoires d'état sont confinées dans la surface de glissement S . Durant cette phase, le comportement du système ne dépend plus du système d'origine

ni des perturbations, mais est entièrement déterminé par le choix de la surface de glissement.

Exemple 2.3 :

Considérons un pendule inversé stabilisé par volant d'inertie [82] (Figure 2.3), le pendule est libre et en rotation autour d'un axe, la roue d'inertie est fixée au centre du pendule qui est actionnée par un moteur, il fait partie des systèmes sous actionnés. Ce sont des systèmes qui ont moins d'actionneurs que de degrés de liberté.

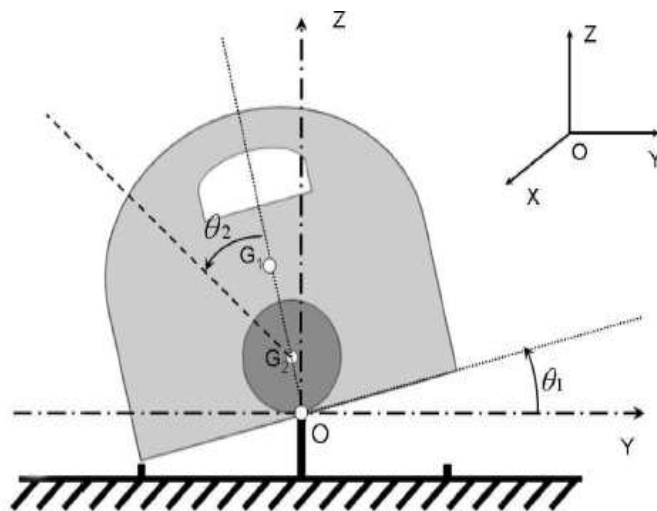


Figure 2.3 Schéma du pendule inversé [82]

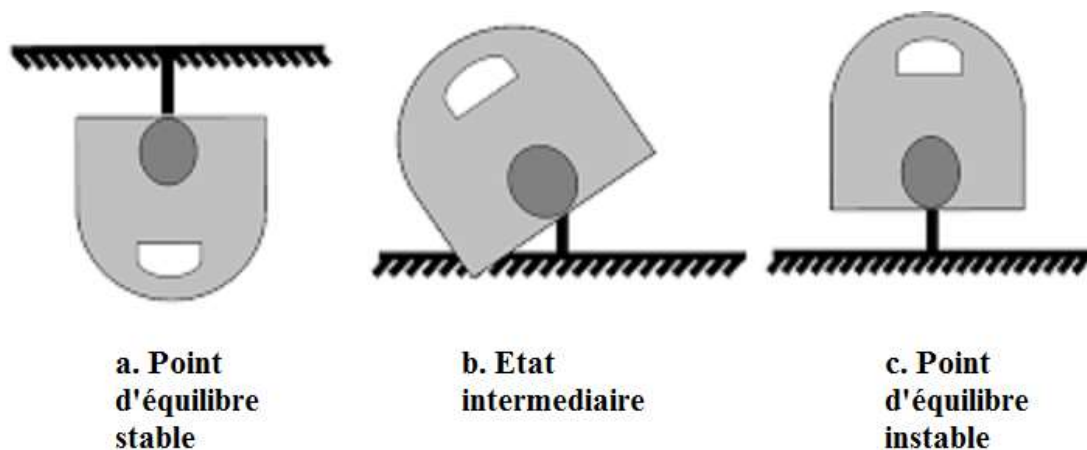


Figure 2.4 Illustration des points d'équilibres [82]

Le système est formé de trois corps : un bâti, un pendule et une roue d'inertie. Le pendule est en rotation libre (pivot) autour du bâti alors que le volant d'inertie possède un axe de rotation solidaire.

Ce système dispose de deux points d'équilibres :

- **Le point d'équilibre stable** : correspond à la position dans laquelle le pendule est dirigé vers le bas (Figure 2.4 (a)). Lorsque le système n'est pas commandé, il reste naturellement dans cette position sous l'effet de la gravité.

- **Le point d'équilibre instable** : qui correspond à l'état dans lequel le pendule est pointé vers le haut. Ce point d'équilibre est dit instable car en l'absence d'une force de contrôle, le pendule, sous l'effet d'une quelconque perturbation, est incapable de rester dans cette position.

En appliquant le formalisme de Lagrange, on obtient son modèle dynamique non linéaire suivant :

$$\begin{cases} \ddot{\theta}_1 = \frac{1}{I} [C_1 - C_2 + \overline{m} l g \sin \theta_1] \\ \ddot{\theta}_2 = \frac{1}{I_2} [-i_2 C_1 + (i_2 + I) C_2 - i_2 \overline{m} l g \sin \theta_1] \end{cases} \quad (2.23)$$

Avec : $\theta_1, \dot{\theta}_1, \ddot{\theta}_1$: position, vitesse et accélération angulaire du pendule.

$\theta_2, \dot{\theta}_2, \ddot{\theta}_2$: Position, vitesse et accélération angulaire du volant.

C_1 : Couple appliqué du bâti sur le pendule (Couple perturbateur)

C_2 : Couple appliqué du volant d'inertie sur le pendule.

i_1, i_2 : Moment d'inertie du pendule et du volant respectivement.

m_1, m_2 : Masse du pendule et du volant respectivement.

$I = m_1 l_1^2 + m_2 l_2^2 + i_1$; l_1, l_2 : Distance entre l'origine et les centres de gravité du pendule et du volant.

$$\overline{m} l = m_1 l_1 + m_2 l_2.$$

Le modèle dynamique (2.23) peut être réécrit sous la forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} I + i_2 & i_2 \\ i_2 & i_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\overline{ml} \sin \theta_1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \end{pmatrix}$$

Soit le vecteur d'état : $x = [\theta_1 \ \dot{\theta}_1 \ \theta_2 \ \dot{\theta}_2]$

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f_1(x) + g_1(x) u_1 \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = f_2(x) + g_2(x) u_2 \end{cases} \quad (2.24)$$

Avec : $f_1(x) = \frac{\overline{ml} g \sin(x_1) - i_2 \dot{x}_4}{I + i_2}$, $g_1(x) = \frac{1}{I + i_2}$, $u_1 = C_1$,

$$f_2(x) = -\dot{x}_2, \quad g_2(x) = \frac{1}{i_2}, \quad u_2 = C_2$$

On souhaite stabiliser la position du pendule, donc on va réaliser la synthèse du mode glissant sur la partie pendule.

On réécrit l'espace d'état sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f(x) + g(x) u \end{cases} \quad (2.25)$$

Avec : $f(x) = \frac{\overline{ml} g \sin(x_1)}{I}$, $g(x) = \frac{1}{I}$, $x_1 = \theta_1$

L'objectif est de stabiliser x_1 et x_2 autour de 0, on définit d'abord une surface de glissement :

$$s = x_2 + \lambda x_1 \quad (2.26)$$

Ensuite on calcule sa dérivée :

$$\dot{s} = \dot{x}_2 + \lambda \dot{x}_1 = f(x) + g(x) u + \lambda x_2 \quad (2.27)$$

En mettant $\dot{s} = 0$, on aura la commande équivalente comme suit :

$$u_{eq} = -g^{-1}(f(x) + \lambda x_2) \quad (2.28)$$

Comme $\Delta u = -k \text{sign}(s)$, la commande finale est donnée par :

$$u = -g^{-1}(f(x) + \lambda x_2 + k \text{sign}(s)) \quad (2.29)$$

Pour prouver la stabilité du système, on choisit la fonction candidate de Lyapunov :

$$v = \frac{1}{2}s^2 \quad (2.30)$$

Sa dérivée est donnée par :

$$\dot{v} = s\dot{s} \quad (2.31)$$

Remplaçons s , \dot{s} par leurs expressions, on obtient :

$$\begin{aligned} \dot{v} &= s (f(x) + g(x)u + \lambda x_2) \\ &= s (f(x) + g(x)(-g^{-1}(f(x) + \lambda x_2 + k \text{sign}(s))) + \lambda x_2) \\ &= s (f(x) - f(x) - \lambda x - k \text{sign}(s) + \lambda x_2) \\ &= -s (k \text{sign}(s)) = -k|s| \end{aligned} \quad (2.32)$$

Avec :

$k > \eta$, la condition d'attractivité (2.17) est vérifiée, la stabilité du système est garantie.

La commande proposée pour ce système a été testée par simulation, l'objectif de cette simulation est de stabiliser le pendule inversé à partir de la condition initiale :

$$[x_1 \ x_2 \ \dot{x}_2] = [1.047 \ 0 \ 0] \text{ en suivant la trajectoire : } x_w = -\frac{\pi}{3} \tanh(t) + 1.047$$

Les paramètres du pendule ainsi du contrôleur sont donnés par : $\overline{ml} = 0.033 \text{kg m}$; $g = 9.81 \text{m.s}^{-2}$; $I = 0.033 \text{kg m}^2$; $\lambda = 8$; $k = 2$, les résultats sont donnés par les figures 2.3.

La commande par mode de glissement a donné un résultat satisfaisant en terme de stabilité et de rapidité figure 2.5 (a), 2.5 (d), par contre on remarque bien des commutations hautes fréquence sur la commande (figure 2.3b) dues à la présence du terme discontinu : c'est le phénomène de broutement « chattering »

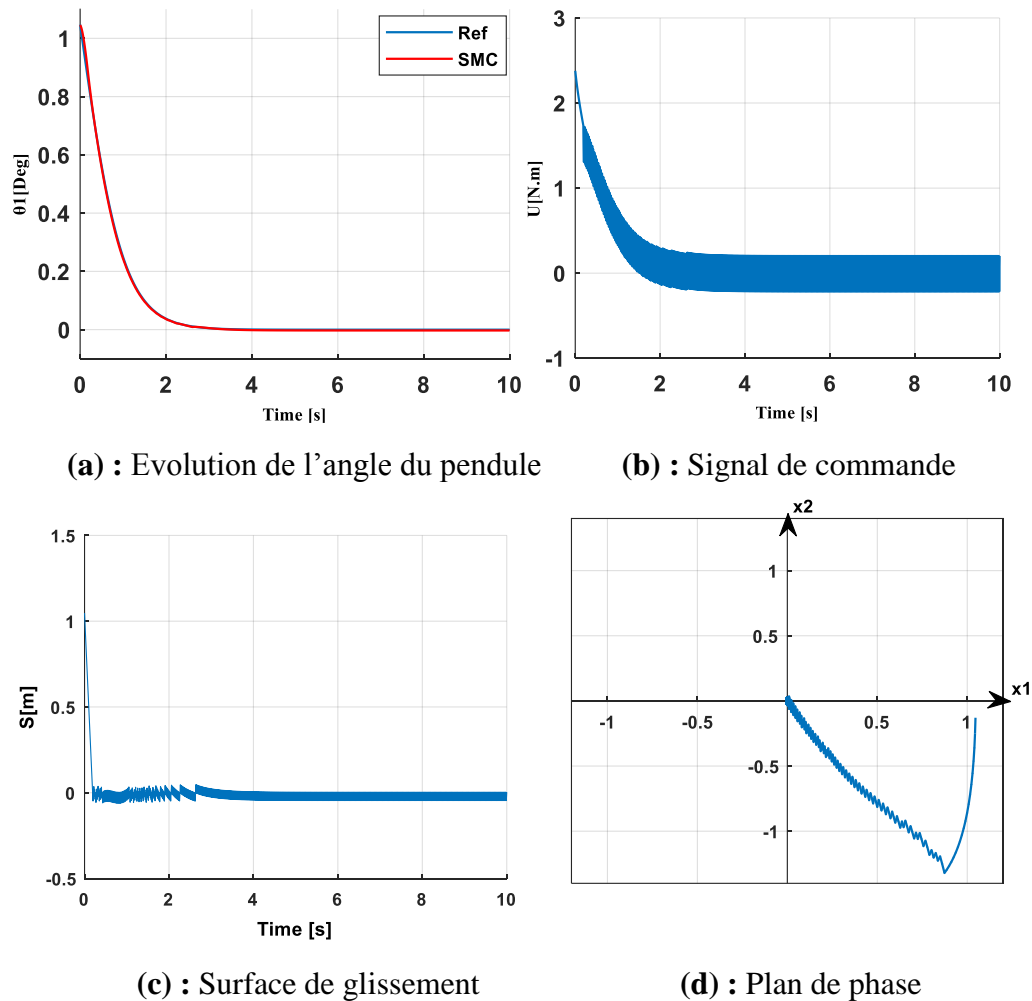


Figure 2.5 Résultats de simulation en appliquant SMC sur le pendule inversé.

9.1.6. Phénomène de broutement “Chattering”

Un régime glissant idéal requiert une commande pouvant commuter à une fréquence infinie. Ainsi, durant le régime glissant, les discontinuités appliquées à la commande peuvent entraîner un phénomène de broutement, appelé réticence ou "chattering" en anglais. Celui-ci se caractérise par de fortes oscillations des trajectoires du système autour de la surface de glissement [83].

Les principales raisons à l'origine de ce phénomène sont les retards purs en série avec le système en boucle ouverte (échantillonnage), les dynamiques non modélisées des capteurs, les dynamiques non modélisées des actionneurs et d'autres dynamiques rapides du système. Les inconvénients majeurs d'un tel phénomène sont : une dégradation importante des performances du système, une instabilité et un endommagement éventuel des actionneurs du système.

Pour l'atténuer, plusieurs solutions existent :

- Remplacement de la fonction *sign* par une approximation continue (boundary layer solution).
- Utilisation d'observateur : générer un régime glissant dans une boucle contenant l'observateur du système au lieu dans celle contenant le système.
- Augmentation de l'ordre du système, pour que la commande physique soit Lipschitz.

Ces méthodes, utilisées seules ou combinées, permettent de réduire drastiquement le *Chattering*, mais ne sont pas sans défauts. Le remplacement de la loi de commande discontinue par une loi de commande continue réduit la robustesse, le système n'évoluant plus sur la surface mais dans un voisinage de celle-ci. L'exploitation d'observateurs pour réduire le *Chattering* limite aussi la robustesse, car la prise en compte des perturbations non modélisées par l'observateur demande généralement un certain temps, pendant lequel l'état réel diverge sans que la commande ne puisse réagir efficacement. Enfin, augmenter l'ordre du système peut poser des problèmes d'observation d'une part, et de gestion des dynamiques supplémentaires par la commande d'autre part [80]

On peut améliorer les commandes classiques présentées de deux manières :

- Passer au mode glissant d'ordre supérieur.
- Utiliser des surfaces de glissement non linéaires pour avoir des performances meilleures.

9.2. Commande par modes glissants d'ordre supérieur

La commande par modes glissants d'ordre supérieur est apparue au milieu des années quatre-vingt. Elle est caractérisée par une partie discontinue qui agit non pas sur la surface de glissement $s(x)$ comme dans le cas de la commande par modes glissants d'ordre un mais plutôt sur les dérivées d'ordres supérieurs de la variable de glissement. [68].

Le principe de la commande par mode glissant d'ordre supérieur r , consiste à contraindre le système à évoluer sur une variété S déterminée par l'annulation de $r-1$ premières dérivées successive par rapport au temps de la surface de glissement soit s_{r-1}

. On aura ainsi une précision d'ordre r sur la convergence du système. On peut classifier les régimes glissants d'ordre supérieur par le numéro de r dérivées successives de la surface de glissement. Ce numéro est appelé l'ordre de glissement. Le r ème ordre du système est donné par [78]:

$$s = \dot{s} = \ddot{s} = \dots = s^{(r-1)} = 0 \quad (2.33)$$

Où r désigne le degré relatif du système par rapport à la surface de glissement.

9.2.1. Commande par modes glissants d'ordre deux

Le but de ce type de commande est de générer un régime glissant du second ordre sur une surface s par l'annulation d'elle-même ainsi que sa dérivée \dot{s} en un temps fini ($s = \dot{s} = 0$) [15]. La caractéristique principale de cette stratégie est que la partie discontinue apparait sur la dérivée de la commande \dot{u} , L'intégration de cette variable permet d'obtenir la variable u tout en limitant considérablement le phénomène de broutement. La figure suivante montre la trajectoire de convergence du système vers la surface s .

La deuxième dérivée de la surface de glissement est généralement donnée par :

$$\ddot{s} = \varphi(x, t) + \phi(x, t) \cdot \nu \quad (2.34)$$

Avec :

$\nu = \dot{u}$ si le système est de degrés relatif $n = 1$ par rapport à s . c.à.d. $\frac{\partial}{\partial u} s \neq 0$

$\nu = u$ si le système est de degrés relatif $n = 2$ par rapport à s . c.à.d. $\frac{\partial}{\partial u} \ddot{s} \neq 0$

Afin de réaliser des algorithmes par mode glissant d'ordre deux on pose les hypothèses suivantes :

- Les fonctions incertaines $\varphi(x, t)$ et $\phi(x, t)$ sont bornées ;
- Ils existent quatre constantes positives s_0, C_0, K_M, K_m telles que dans un voisinage $|s(x, t)| < s_0$ on a :

$$\begin{cases} |\varphi(x, t)| < C_0 \\ K_M < \phi(x, t) < K_m \end{cases} \quad (2.35)$$

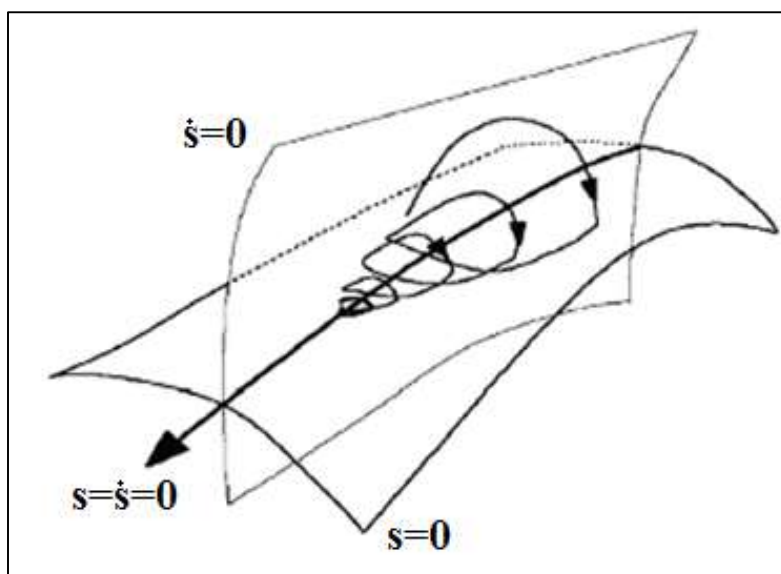


Figure 2.6 Glissement de la trajectoire du système dans le plan de phase $s\dot{s}$ [84]

Il existe plusieurs algorithmes du mode glissant d'ordre deux. Dans ce qui suit, nous présentons ceux qui sont les plus utilisés en vue d'étudier leurs faisabilités pour la commande du système manipulateur aérien.

Algorithme de Twisting

La convergence en temps fini vers l'origine du plan de phase $s\dot{s}$ (ou $s = \dot{s} = 0$) est due à la commutation de l'amplitude de la commande entre deux valeurs. La trajectoire du système dans le plan de phase tourne autour de l'origine en s'en rapprochant manière d'une manière spirale. (Figure 2.7).

Selon le degré relatif du système par rapport à la contrainte de glissement s , la loi de commande est donnée par [84] :

Cas A, $r=1$:

$$v = \dot{u} = \begin{cases} -u & \text{si } |u| > u_M \\ -\alpha_m \text{sign}(s) & \text{si } s\dot{s} \leq 0, |u| \leq u_M \\ -\alpha_M \text{sign}(s) & \text{si } s\dot{s} > 0, |u| \leq u_M \end{cases} \quad (2.36)$$

Cas B, $r=2$:

$$v = u = \begin{cases} -\alpha_m \text{sign}(s) & \text{si } s\dot{s} \leq 0 \\ -\alpha_M \text{sign}(s) & \text{si } s\dot{s} > 0 \end{cases} \quad (2.37)$$

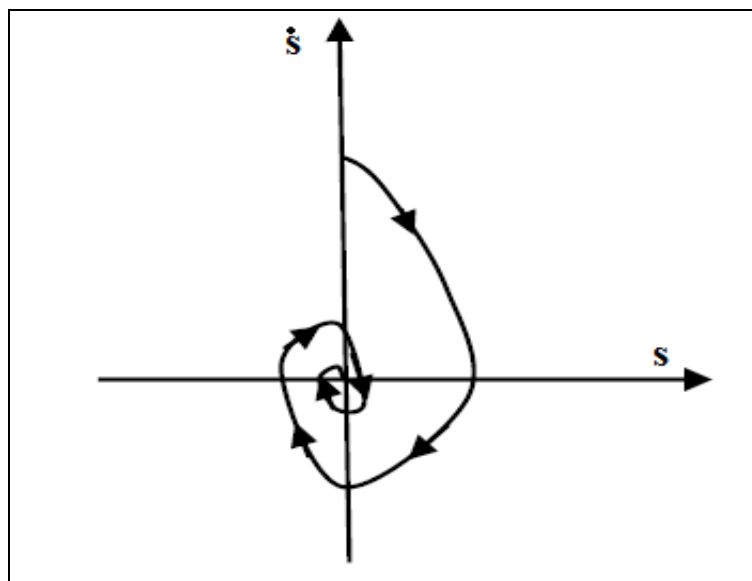


Figure 2.7 Algorithme du Twisting : plan de phase [84]

u_M est une constante positive qui représente la valeur maximale de la commande. Les conditions suffisantes sur les gains α_m et α_M assurant la convergence en temps fini sont données par :

$$\begin{cases} \alpha_M > 4 \frac{K_m}{S_0}; \alpha_m > 4 \frac{C_0}{K_m} \\ K_m \alpha_M - C_0 > K_M \alpha_m + C_0 \end{cases} \quad (2.38)$$

Algorithme sous-optimale

Cet algorithme s'inspire de la commande à temps minimal d'un double intégrateur. Les trajectoires dans le plan de phase sont limitées dans l'arc parabolique qui inclue l'origine (Figure 2.8), donc le Twisting et le saut sont possibles. (Lorsque s et \dot{s} ne changent pas de signe). Après la phase d'initialisation l'algorithme est défini par [26]

$$v(t) = -\alpha(t) V_M \text{sign}(s(t) - \frac{1}{2} s_M) \quad (2.39)$$

$$\alpha(t) = \begin{cases} \alpha^* & \text{si } \left[s(t) - \frac{1}{2} s_M \right] [s_M - s(t)] > 0 \\ 1 & \text{si } \left[s(t) - \frac{1}{2} s_M \right] [s_M - s(t)] \leq 0 \end{cases} \quad (2.40)$$

Où s_M représente la valeur de s au dernier instant pour lequel $\dot{s} = 0$. Les conditions suffisantes sur le gain α^* de convergence en temps fini sont :

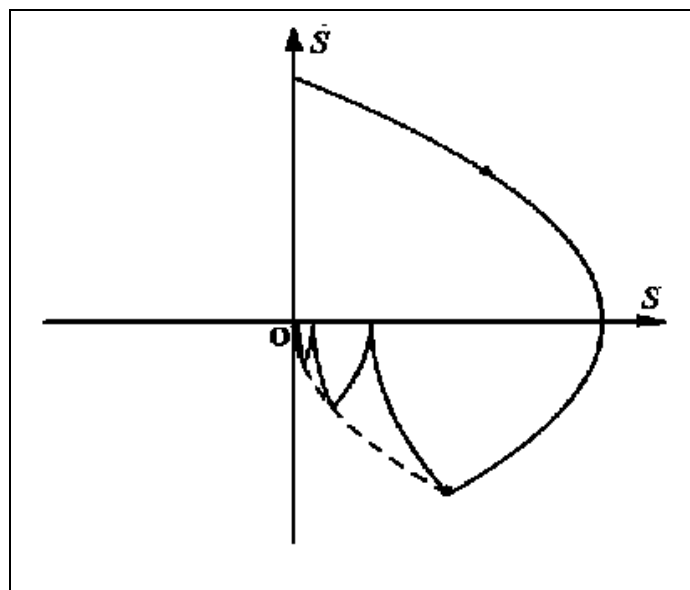


Figure 2.8 Algorithme sous-optimale : plan de phase [85]

$$\begin{cases} \alpha^* [0 \ 1] \cap \left[3 \frac{K_m}{K_M} \right] \\ V_M > \max \left(\frac{C_0}{\alpha K_m}; \frac{4C_0}{3K_m - \alpha K_M} \right) \end{cases} \quad (2.41)$$

Algorithme de Super-Twisting

Cet algorithme a été développé pour les systèmes de degré relatif un ; cette loi de commande a été proposée par Emelyanov en 1990, son intérêt réside dans la réduction du *chattering* due à la continuité du signal de commande.

L'algorithme du Super-Twisting à l'instar des autres algorithmes de la même catégorie, nécessite uniquement l'information sur S . La loi de commande s'écrit comme suit [86]:

$$u = -\alpha |s|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(s) + \dot{u}_1 \quad (2.42)$$

$$\dot{u}_1 = \begin{cases} -u & |u| > U_M \\ -\beta \text{sign}(s) & |u| \leq U_M \end{cases} \quad (2.43)$$

Les conditions de convergence sont données par :

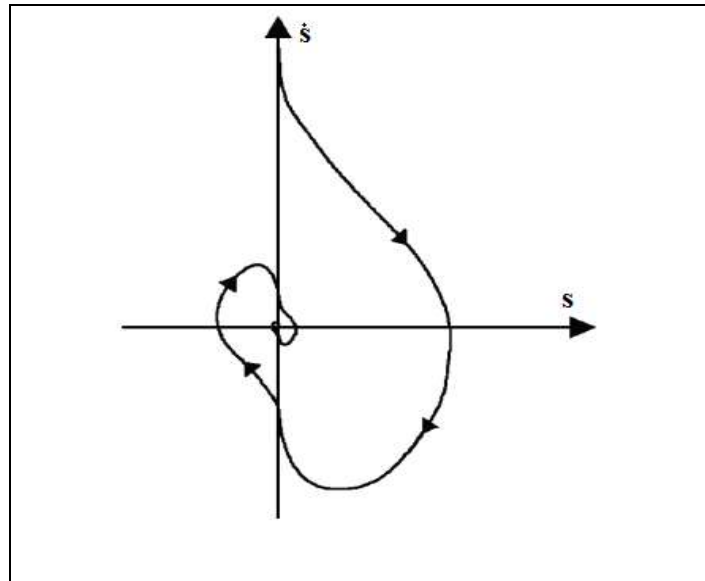


Figure 2.9 Algorithme du Super-Twisting : plan de phase [84]

$$\begin{cases} \beta > \frac{C_0}{K_m} \\ \alpha^2 \geq \frac{4C_0K_M(\alpha + C_0)}{K_m^2(\alpha - C_0)} \end{cases} \quad (2.44)$$

On peut noter que cette commande se décompose en un terme algébrique (non dynamique) et un terme intégral, on peut donc considérer cet algorithme comme généralisation non linéaire d'un proportionnelle, intégrale (PI).

9.3. Commande par modes glissants d'ordre arbitraire

Dans le mode de glissement que ce soit classique ou d'ordre supérieur, La surface de glissement la plus couramment utilisée est linéaire, Bien que les paramètres de cette surface puissent être ajustés de manière appropriée pour obtenir le taux de convergence arbitraire, les états du système ne peuvent pas atteindre le point d'équilibre en temps fini.

Pour remédier cet inconvénient, la commande par mode glissant terminal (Terminal Sliding Mode Control(TSMC)) avec une surface non-linéaire a eu naissance à la fin des années 90 [87]. Le TSM est lié à la commande en temps finie, il est particulièrement utile pour les systèmes qui nécessitent une haute précision. Cependant, les méthodes de synthèse de cette commande ont un problème de singularité, ce problème a été surmonté

par l'apport de l'approche non singulière en mode glissant terminal qui était présentée la première fois par [88] et aie plusieurs modifications par la suite [89,90].

Nous présentons dans cette section la synthèse de : TSMC et le NTSMC.

9.3.1. Commande par mode glissants terminal (Terminal Sliding Mode Control) [88]

Considérons le système non-linéaire SISO du 2eme ordre suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f(x) + g(x) + b(x)u \end{cases} \quad (2.45)$$

Ou : $x = [x_1, x_2]^T$ est le vecteur d'état du système, u est le vecteur de commandes ; $f(x)$ et $b(x) \neq 0$ sont des fonctions non-linéaires supposons connues, $g(x)$ représente les incertitudes et les perturbations qui satisfont $\|g(x)\| \leq l_g$, avec $l_g > 0$.

Le principe de base de TSMC peut être brièvement récapitulé comme suit : considérons le système non linéaire incertain d'ordre deux (2.45), le TSM conventionnel est décrit par la variable de glissement suivante :

$$s = x_2 + \beta x_1^{q/p} \quad (2.46)$$

Avec : β est une constante positive, p et q sont des entiers positifs impaires satisfont la condition : $p > q$

La condition suffisante pour que le TSM existe est :

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} s^2 < -\eta |s|, \quad (2.47)$$

D'où η est une constante strictement positive.

Pour le système (2,45), la commande désignée par :

$$U = -b^{-1}(x) \left(f(x) + \beta \frac{q}{p} x_1^{q/p-1} x_2 + (I_g + \eta) \text{sign}(s) \right) \quad (2.48)$$

Assure que le TSM aura lieu.

- Le temps que prennent les états du système pour atteindre la surface de glissement $s=0$ est: $t_r \leq \frac{|s(0)|}{n}$

- Le temps que prend le système pour atteindre le point d'équilibre :

Si on considère que $x_1 = 0$ est le point d'équilibre et $s = 0$ donc :

$$x_2 + Bx_1^{q/p} = 0 \Rightarrow \dot{x}_1 + Bx_1^{q/p} = 0 \tag{2.49}$$

L'intégration de cette équation nous donne :

$$t_s = -B^{-1} \int_{x(t_r)}^0 \frac{dx_1}{x_1^{q/p}} = \frac{p}{B(p-q)} |x_1(t_r)|^{1-q/p} \tag{2.50}$$

Cela signifie que dans la commande TSM, les états du système convergent vers zéro en un temps fini. Ainsi, le plan de phase présenté dans la figure illustre que le mode glissant $s = 0$ peut être atteint de n'importe où du plan de phase en un temps fini. On peut voir dans l'expression de la commande (2.48) que le deuxième terme contenant $\frac{q}{p} x_1^{q/p-1} x_2$ peut causer une singularité si $x_2 \neq 0$ quand $x_1 = 0$. (Figure 2.10)

Cette situation ne survient pas dans le mode glissant idéal car lorsque $s = 0$, $x_2 = -\beta x_1^{q/p}$ d'où, tant que $q < p < 2q$, i.e. $1 < p/q < 2$, le terme $x_1^{q/p-1} x_2$ est équivalent à $x_1^{(2q-p)/p}$ qui est non singulier.

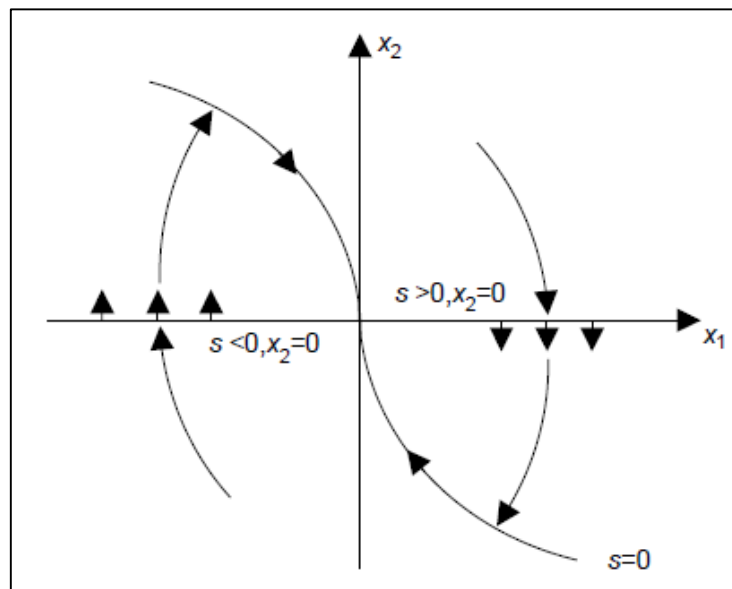


Figure 2.10 Terminal Sliding mode control : Plan de phase [88]

Le problème de singularité peut se produire à l'étape de la percée lorsqu'il y a un contrôle insuffisant pour assurer la phase de convergence (Reaching phase) lorsque la commande est insuffisante pour assurer que $x_2 \neq 0$ quand $x_1 = 0$.

Le contrôleur TSM (2.48) ne peut pas garantir un signal de commande borné dans le cas où $x_2 = 0$ lorsque $x_1 = 0$ avant que les états du système atteignent la surface $s = 0$. En outre, la singularité peut également se produire même après le mode glissant $s = 0$ est atteint. Puisque, en raison d'erreurs de calcul et de facteurs incertains, les états du système ne peuvent pas être garantis de rester toujours en mode glissant surtout près du point d'équilibre, et l'état $x_2 = 0$ tandis que $x_1 = 0$ peut se produire de temps en temps. Cela souligne l'importance de remédier le problème de singularité dans les systèmes TSM conventionnels.

9.3.2. Commande Non singulière de modes glissants terminal (Nonsingular Terminal Sliding Mode Control)

Afin de surmonter le problème de la singularité dans la commande TSM, plusieurs méthodes ont été proposées, mais ces méthodes utilisent des approches indirectes pour éviter ce problème. En 2002 des chercheurs ont développé une méthode, qui est capable d'éviter complètement ce problème [88]. Cette méthode est décrite comme suit :

$$s = x_1 + \frac{1}{\beta} x_2^{p/q} \quad (2.51)$$

- Les équations qui déterminent le temps (t_r) que prennent les états du système pour atteindre la surface et le temps de glissement (t_g) ensuite sur cette surface jusqu'à atteindre le point d'équilibre sont les mêmes avec celles de la commande terminale du mode glissant.
- Le problème de singularité n'apparaît plus dans la commande NTSMC tant que $1 < p/q < 2$.

Théorème [88] Pour le système (2.45) avec la variable de glissement (2.50), si la commande est conçue comme :

$$U = -b^{-1}(x) \left(f(x) + \beta \frac{q}{p} x_2^{2-p/q} + (\mathbf{I}_g + \eta) \text{sgn}(s) \right) \quad (2.52)$$

Avec : $1 < p/q < 2$, $\eta > 0$, alors la variable de glissement (2.51) sera atteinte dans un temps fini. En outre, les états x_1 et x_2 convergeront vers zéro dans un temps fini.

Preuve : la dérivée de la variable de glissement (2.51) est donnée par :

$$\begin{aligned}
 \dot{s} &= \dot{x}_1 + \frac{1}{\beta} \frac{p}{q} x_2^{p/q-1} \dot{x}_2 = x_2 + \frac{1}{\beta} \frac{p}{q} x_2^{p/q-1} \dot{x}_2 \\
 &= x_2 + \frac{1}{\beta} \frac{p}{q} x_2^{p/q-1} (f(x) + g(x) + b(x)u) \\
 &= x_2 + \frac{1}{\beta} \frac{p}{q} x_2^{p/q-1} \left(g(x) - \beta \frac{q}{p} x_2^{2-p/q} - (l_g + \eta) \text{sign}(s) \right) \\
 &= \frac{1}{\beta} \frac{p}{q} x_2^{p/q-1} (g(x) - (l_g + \eta) \text{sign}(s))
 \end{aligned} \tag{2.53}$$

Alors :

$$\begin{aligned}
 s\dot{s} &= \frac{1}{\beta} \frac{p}{q} x_2^{p/q-1} (g(x)s - (l_g + \eta) \text{sign}(s)s) \\
 &\leq -\frac{1}{\beta} \frac{p}{q} \eta x_2^{p/q-1} |s|
 \end{aligned} \tag{2.54}$$

Tant que p et q sont des entiers positifs et impaires et $1 < p/q < 2$, il existe $x_2^{p/q-1} > 0$ pour $x_2 \neq 0$.

Posons $\rho(x_2) = (1/\beta)(p/q)\eta x_2^{p/q-1}$, avec $\rho(x_2)$ pour $x_2 \neq 0$; L'inégalité (2.54) devient :

$$s\dot{s} \leq -\rho(x_2)|s| \tag{2.55}$$

Donc la condition du Lyapunov pour assurer la stabilité est satisfaite, et les états du système peuvent atteindre le mode de glissement $s = 0$ pendant un temps fini.

Remarque : Dans l'expression (2.51), lorsque $x_2 < 0$ le terme $x_2^{p/q}$ peut devenir non réel, ça est dû de la fraction p/q qui mène $s \notin \mathbb{R}$. Pour remédier ce problème, des nouvelles expressions de la variables de glissement ont été proposées dans [30,31].

Exemple 2.4 :

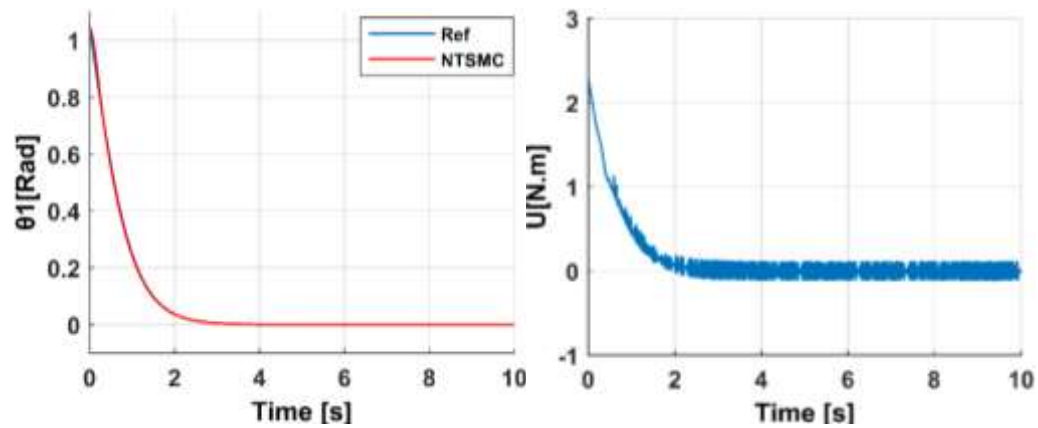
Revenons à l'exemple 2.3, mais cette fois ci en appliquant la surface non linéaire (2.46); selon le théorème 2.4, la commande par NTSMC conçue pour la stabilisation du pendule inversée est :

$$U = -I \left(\frac{\overline{ml} g \sin(x_1)}{I} + \beta \frac{q}{p} x_2^{(2-q/p)} + k \text{sign}(s) \right) \quad (2.56)$$

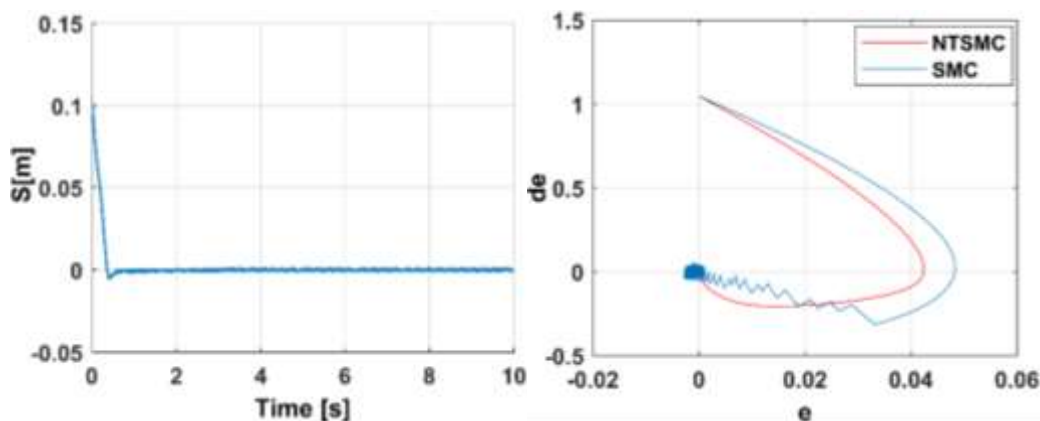
Avec : Avec : $1 < p/q < 2$, $k > \eta$.

Prenant les mêmes conditions de simulation, avec les paramètres du contrôleur sont : $p = 13$, $q = 11$, $\beta = 8$, $k = 2$, les résultats de simulation sont données par les figures 2.10

D'après ces figures on peut voir que la trajectoire désirée a été suivi avec une bonne précision. Dans le signal de commande figure (2.11 (b)) le chattering persiste toujours ça est due à la commande discontinue $k \text{sign}(s)$, pour le plan de phase figure (2.11(d)), les erreurs de poursuite du NTSMC atteignent la surface de glissement $s = 0$ en un temps fini comparées avec celle du SMC.



(a) : Evolution de l'angle du pendule (b) : Signal de commande



(c) : Surface de glissement (d) : Plan de phase

Figure 2.11 Résultats de simulation en appliquant NTSMC sur le pendule inversé.

10. Conclusion

Ce chapitre a été consacré à des notions générales sur l'analyse et la commande des systèmes non linéaires. La stabilité constitue un pilier fondamental dans l'analyse et la conception du système de contrôle. Différents types de stabilité à savoir : la stabilité au sens de Lyapunov, la stabilité asymptotique et exponentielle ont été présentées.

La détermination d'une fonction de Lyapunov positive dont sa dérivée est négative est un problème délicat souvent elle est obtenue après des tâtonnements, La condition sur la dérivée \dot{V} peut être allégée en utilisant le principe de LaSalle. Ce principe a été présenté dans ce chapitre.

La commande des systèmes non-linéaires nécessite des lois de commandes insensibles aux variations des paramètres, aux perturbations et aux non linéarités c.-à-d une commande robuste ; la commande par modes de glissements est une commande robuste et simple, ses aspects théoriques ont été présentés dans la deuxième partie de ce chapitre où nous avons introduit aussi la commande par modes glissants d'ordre supérieur. En plus de conserver la robustesse, les modes glissants d'ordre deux se distinguent par rapport à ceux d'ordre un, par leur aptitude à atténuer le chattering.

Un autre type de mode glissant a été présenté : la commande par modes glissants terminal, il garantit à la fois la convergence en temps fini, la robustesse et la précision. A l'instar du mode glissant classique, ce type de commande n'exige pas une très bonne connaissance du modèle mathématique du système à commander, donc elle est robuste vis-à-vis l'incertitude de modélisation et aussi aux perturbations externes ; pour ces raisons et autres, la contribution de notre thèse s'agit d'une commande basé sur le TSMC, elle sera détaillée dans la suite de ce manuscrit.

CHAPITRE III

MODELISATION DU QUADRI-MANIPULATEUR

Sommaire :

1. Introduction.....	56
2. Description du système.....	56
3. Modélisation	58
3.1. Hypothèses de modèle	58
3.2. Choix des repères	59
3.3. Matrices de transformation	59
3.4. Modélisation cinématique	63
3.5. Modélisation dynamique	67
4. Validation du modèle	73
4.1. Approche de Gauss.....	73
4.2. Modélisation physique	78
5. Conclusion.....	80

Chapitre 03. Modélisation du Quadri-manipulateur

1. Introduction

Quel que soit l'objectif qu'on se fixe, concevoir, simuler ou commander un système mécanique, il est nécessaire, entre autres, de disposer des modèles du mécanisme. Plusieurs niveaux de modélisation sont possibles, qui dépendent des spécifications du cahier des charges de l'application envisagée : modèles géométriques, différentiels ou dynamiques.

La présente thèse concerne la commande en poursuite de trajectoire d'un manipulateur aérien. Afin d'implémenter un contrôleur, il faut tout d'abord comprendre les mouvements que peut effectuer cet engin et établir ses modèles (cinématique et dynamique) approprié et qui décrit avec précision relative son comportement. Cette étape de modélisation est primordial non seulement pour la conception du contrôleur lui-même mais aussi pour assurer que les simulations effectuées reflètent un comportement aussi proche qu'aurait fait le système réel.

Dans ce chapitre et comme première étape dans ce travail, nous développons les modèles conventionnels tels que : le modèle cinématique et le modèle dynamique. Pour valider les modèles développés deux approches seront utiliser l'une est systématique basée sur le principe de Gauss et l'autre est physique basée sur la conception d'un modèle CAO en utilisant le logiciel Solid Works et les bibliothèques SimMechanics du Matlab-Simulink.

2. Description du système

Le système étudié est composé d'un robot aérien de type Quadrotor et d'un bras manipulateur à deux degrés de liberté placé au centre de gravité de ce dernier.

Quadrotor :

Le Quadrotor est une structure mécanique avec quatre rotors dans une configuration en croix. Cette structure en croix est tout à fait mince et légère, toute fois elle possède une robustesse par le lien mécanique des moteurs (qui sont plus lourds que la structure). Chaque propulseur est relié au moteur par les réducteurs de vitesses. Tous les axes de rotation des propulseurs sont fixes et parallèles. En outre, elles ont les pales fixes à

angle d'inclinaison constant et leurs flux de circulations d'air pointent en bas (pour obtenir des courants d'air ascendants). Ces considérations précisent que la structure est tout à fait rigide et les seules choses qui peuvent changer, sont les vitesses des propulseurs.

Dans cette section, ni les moteurs ni les vitesses de réduction ne sont fondamentaux parce que les mouvements sont directement liés juste aux vitesses de propulseurs.

Les composants du Quadrotor sont choisis de manière à pouvoir transporter une charge utile plus grande que le poids total du bras et sa charge utile maximale, le Quadrotor choisit pour les tests de simulations est le ASCTEC PELICAN Figure (3.1) ; il peut avoir une charge utile de $0.65kg$ maximum, et ses autres paramètres [1] sont données au tableau (3.1).

Tableau3.1. Paramètres du Quadrotor ASCTEC PELICAN [1]

Paramètres	Valeurs
m_b	$2kg$
l	$0.25m$
c	2.5×10^{-2}
H_b	$diag(1.24, 1.24, 2.48) m^2 kg$



Figure 3.1. Quadrotor ASCTEC PELICAN[91]

Bras manipulateur :

La structure considérée dans cette thèse est composée de deux articulations rotoides (2R), elle permet d'amener un solide en un point de l'espace par deux rotations à axe horizontale.

Les composants du bras manipulateur sont deux segments de 15cm et 5 cm de longueur, les centres de masse correspondants sont supposés au milieu de chaque segment. Les masses des deux segments sont respectivement : $m_1 = 0.049kg$ et $m_2 = 0.05kg$, les matrices d'inertie autour des axes de rotation sont: $H_{l_1} = diag(0.0011) m^2kg$ et $H_{l_2} = diag(1.25 \times 10^{-4}) m^2kg$. [1]

3. Modélisation

3.1. Hypothèses du modèle

Pour pouvoir déterminer le modèle dynamique, on pose quelques hypothèses :

- le Quadrotor est assimilé à une structure rigide et symétrique. Les hélices sont également supposées rigides pour pouvoir négliger l'effet de leur déformation lors de la portance et la traînée de chaque moteur qui sont proportionnelles au carré de la vitesse de rotation des rotors, ce qui est une approximation très proche du comportement aérodynamique.
- Initialement les perturbations externes comme le vent sont négligées.
- les segments du bras manipulateur sont supposés parfaitement rigides. Ils sont liés par des articulations rotoïdes considérées comme idéales (pas de jeu mécanique, pas d'élasticité).
- Le repère lié au Quadrotor est supposé confondu avec son centre de gravité.
- Le repère lié au segment (i) du bras manipulateur est supposé confondu avec son centre de gravité.
- Pour éviter que le système se diverge, les angles d'Euler sont limités par les valeurs suivantes :

Le lacet : $-\pi < \psi < \pi$; Le roulis $-\pi/2 < \varphi < \pi/2$; Le tangage $-\pi/2 < \theta < \pi/2$

- Pour diminuer l'effet déstabilisant du bras, on suppose que ses coordonnées articulaires sont bornées : $-\pi < \eta_1 < \pi$ et $-\pi/2 < \eta_2 < \pi/2$

3.2. Choix des repères

La modélisation du Quadri-manipulateur nécessite trois repères pour le localiser dans l'espace, ces repères sont :

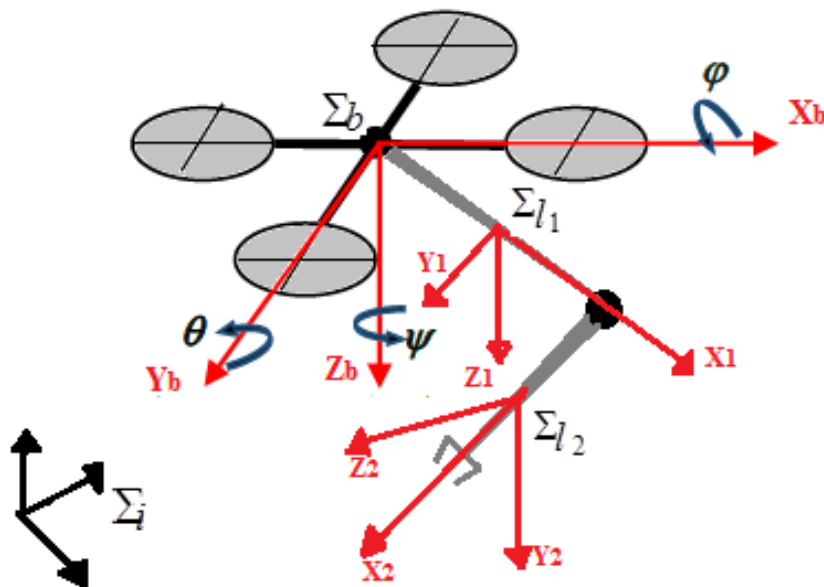


Figure 3.2 Illustration du robot avec les repères correspondants

Σ_i : Le repère universel

Σ_b : Le repère lié au Quadrotor

Σ_{l_i} : Le repère lié à chaque segment i du bras manipulateur ; $i = 1, 2$.

3.3. Matrices de transformation

Pour développer le modèle cinématique du système étudié il est nécessaire de définir les matrices de transformation.

On définit R_b la matrice de rotation entre le repère inertielle Σ_i et le repère lié au Quadrotor Σ_b , elle est calculée comme suit :

$$R_b = Rot(z, \psi) \cdot Rot(y, \theta) \cdot Rot(x, \varphi)$$

$$= \begin{bmatrix} \cos(\psi) & -\sin(\psi) & 0 \\ \sin(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 & -\sin(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\varphi) & \sin(\varphi) \\ 0 & -\sin(\varphi) & \cos(\varphi) \end{bmatrix}$$

$$R_b = \begin{bmatrix} c\psi c\theta & -(s\psi s\theta c\psi + s\psi s\varphi) & -(c\psi c\varphi s\theta + s\psi s\varphi) \\ s\psi c\theta & -s\psi s\varphi s\theta + c\psi c\varphi & -s\psi s\theta c\varphi + c\psi s\varphi \\ s\theta & s\varphi c\theta & c\theta c\varphi \end{bmatrix}$$

Avec : $c = \cos$; $s = \sin$

Modèle géométrique du bras manipulateur :

Pour calculer la cinématique directe du bras, on utilise la convention de Denavit-Hartenberg (DH) [93]; cette méthode nous permis de définir la position relative et l'orientation des deux segments successifs en calculant la matrice de transformation entre les deux repères liés aux deux segments.

La forme générale de la matrice de transformation qui définit le repère Σ_i par rapport au repère Σ_{i-1} est exprimée par :

$${}^{i-1}T_i = \begin{bmatrix} \cos(\eta_i) & 0 & -\sin(\eta_i) & d_i \cos(\eta_i) \\ \sin(\alpha_i) \sin(\eta_i) & \cos(\alpha_i) & -\sin(\alpha_i) \cos(\eta_i) & r_i \\ \cos(\alpha_i) \sin(\eta_i) & \sin(\alpha_i) & \cos(\alpha_i) \cos(\eta_i) & d_i \sin(\eta_i) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Avec :

- α_i : Angle entre les axes y_{i-1} et y_i correspondant à une rotation autour de x_{i-1}
- d_i : Distance entre y_{i-1} et y_i le long de x_{i-1}
- η_i : Angle entre les axes x_{i-1} et x_i correspondant à une rotation autour de y_i
- r_i : Distance entre x_{i-1} et x_i le long de y_i

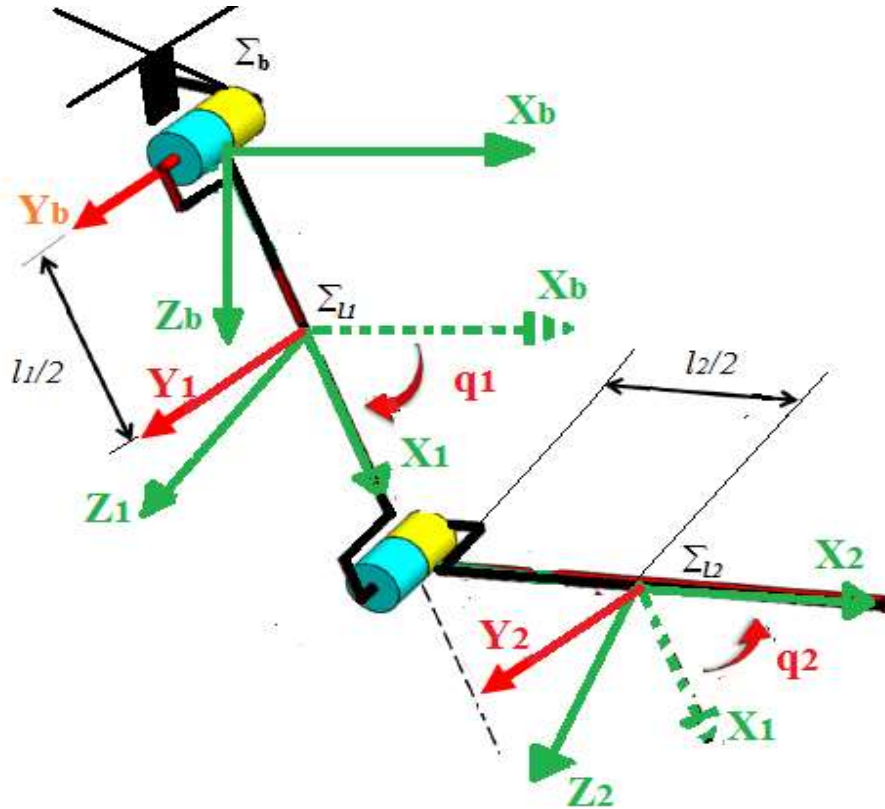


Figure 3.3 Diagramme cinématique du bras manipulateur RR.

Selon le diagramme cinématique du robot RR représenté dans la figure (3.3), où $q_i = \eta_i$ sont les variables articulaire, les paramètres DH sont donnés par le tableau 3.2.

Tableau3.2 Les paramètres de Denavit-Hartenberg

i	α_i	d_i	η_i	r_i
1	0	$\frac{l_1}{2}$	η_1	0
2	0	$\frac{l_2}{2}$	η_2	0

La matrice de transformation entre le repère lié au Quadrotor Σ_b et le repère lié au premier segment du manipulateur Σ_{l_1} est donnée par :

$${}^bT_1 = Rot(y, \eta_1) \cdot Trans\left(x, \frac{l_1}{2}\right)$$

$$= \begin{bmatrix} c1 & 0 & -s1 & \frac{l_1}{2}c1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ s1 & 0 & c1 & \frac{l_1}{2}s1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Avec : $c1 = \cos(\eta_1)$, $s1 = \sin(\eta_1)$

La position du centre de gravité du segment 1 dans le repère Σ_b est :

$$p_{b|l_1}^b = \begin{bmatrix} c1 \frac{l_1}{2} \\ 0 \\ s1 \frac{l_1}{2} \end{bmatrix}$$

La matrice de transformation entre les repères liés au premier et au deuxième segment du manipulateur Σ_{l_1} , Σ_{l_2} respectivement est donnée par :

$${}^{l_1}T_2 = Trans\left(x, \frac{l_1}{2}\right) Rot(y, \eta_2) \cdot Trans\left(x, \frac{l_2}{2}\right)$$

$$= \begin{bmatrix} c2 & 0 & -s2 & \frac{l_2}{2}c2 + \frac{l_1}{2} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ s2 & 0 & c2 & \frac{l_2}{2}s2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Avec : $c2 = \cos(\eta_2)$, $s2 = \sin(\eta_2)$

La matrice de rotation entre le repère lié au Quadrotor et le deuxième segment du manipulateur est donnée par :

$${}^bT_2 = {}^bT_1 {}^1T_2$$

$$= \begin{bmatrix} c1 & 0 & -s1 & \frac{l_1}{2}c1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ s1 & 0 & c1 & \frac{l_1}{2}s1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} c2 & 0 & -s2 & \frac{l_2}{2}c2 + \frac{l_1}{2} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ s2 & 0 & c2 & \frac{l_2}{2}s2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^bT_2 = \begin{bmatrix} c12 & 0 & -s12 & \frac{l_2}{2}c12 + c1\frac{l_1}{2} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ s12 & 0 & c12 & \frac{l_2}{2}s12 + s1l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Avec : $c12 = \cos(\eta_1 + \eta_2)$, $s12 = \sin(\eta_1 + \eta_2)$

La position du centre de gravité du segment 2 dans le repère Σ_b est :

$$P_{b|b_2}^b = \begin{bmatrix} c12 \frac{l_2}{2} + c1l \\ 0 \\ s12 \frac{l_2}{2} + s1l_1 \end{bmatrix}$$

3.4. Modélisation cinématique

La position du Quadrotor dans le repère Σ_i est donnée par : $p_b = [x \ y \ z]^T$ or son attitude est défini par les angles d'Euler : $\phi_b = [\psi \ \theta \ \varphi]^T$ (roulis ψ tangage θ et lacet φ), les variables articulaire du bras manipulateur sont défini par : $q = [q_1 \ q_2 \ \dots \ q_n]^T$, pour notre système, $n = 2$, soit : $q = [q_1 \ q_2]^T$

On regroupe les variables articulaires dans un seul vecteur ξ soit :

$$\xi = \begin{bmatrix} p_b \\ \phi_b \\ q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ \psi \\ \theta \\ \varphi \\ q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

Soit \dot{p}_b la vitesse de translation du Quadrotor dans Σ_i et ω_b sa vitesse angulaire dans Σ_i , on peut écrire :

$$\dot{p}_b = R_b \dot{p}_b^b \quad (3.2)$$

$$\omega_b = T_b \dot{\phi}_b \quad (3.3)$$

$$\omega_b^b = R_b^T \omega_b = R_b^T T_b \dot{\phi}_b = Q \dot{\phi}_b \quad (3.4)$$

Avec :

\dot{p}_b^b : La vitesse de translation du Quadrotor dans Σ_b

$\dot{\omega}_b^b$: La vitesse angulaire du Quadrotor dans Σ_b

$$T_b = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -s\theta \\ 0 & c\theta & s\varphi c\theta \\ 0 & -s\varphi & c\varphi c\theta \end{bmatrix}$$

$$Q = R_b^T T_b$$

$$= \begin{bmatrix} c\psi c\theta & -(s\varphi s\theta c\psi + s\psi s\varphi) & -(c\psi c\varphi s\theta + s\psi s\varphi) \\ s\psi c\theta & -s\psi s\varphi s\theta + c\psi c\varphi & -s\psi s\theta c\varphi + c\psi s\varphi \\ s\theta & s\varphi c\theta & c\theta c\varphi \end{bmatrix}^T \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & -s\theta \\ 0 & c\theta & s\varphi c\theta \\ 0 & -s\varphi & c\varphi c\theta \end{bmatrix}$$

La position du centre de masse du segment i du bras manipulateur dans Σ_i est donnée par :

$$p_{l_i} = p_b + R_b p_{bl_i}^b \quad (3.5)$$

Où $p_{bl_i}^b$ est la position de centre de masse du segment i dans Σ_b

De plus Siciliano et al [18] considèrent les expressions suivantes :

$$\begin{aligned}\dot{p}_{l_i} &= J_{P1}^{(l_i)} \dot{q}_1 + \dots + J_{Pi}^{(l_i)} \dot{q}_i = J_P^{(l_i)} \dot{q} \\ \omega_i^b &= J_{O1}^{(l_i)} \dot{q}_1 + \dots + J_{Oi}^{(l_i)} \dot{q}_i = J_O^{(l_i)} \dot{q}\end{aligned}\quad (3.6)$$

ω_i^b : La vitesse angulaire dans Σ_b du repère i lié au segment i du bras manipulateur

$J_P^{(l_i)}$, $J_O^{(l_i)}$ sont les colonnes de la Jacobéenne relative au segment i

Les Jacobéennes à considérer sont alors :

$$\begin{aligned}J_P^{(l_i)} &= [J_{P1}^{(l_i)} \dots J_{Pi}^{(l_i)} \ 0 \dots 0] \\ J_O^{(l_i)} &= [J_{O1}^{(l_i)} \dots J_{Oi}^{(l_i)} \ 0 \dots 0]\end{aligned}\quad (3.7)$$

Les colonnes des matrices (3.7) peuvent être calculées par :

Pour une articulation prismatique le long de l'axe y_{i-1}

$$\begin{aligned}J_P^{(l_i)} &= y_{i-1} \\ J_O^{(l_i)} &= 0\end{aligned}$$

Pour une articulation rotoïde autour de l'axe y_{i-1} :

$$\begin{aligned}J_P^{(l_i)} &= y_{i-1} \times (p_{l_i} - p_{l_{i-1}}) \\ J_{Oj}^{(l_i)} &= y_{j-1}\end{aligned}$$

Avec : $p_{l_{i-1}}$ est le vecteur de position de l'origine du repère (l_i-1)

$y_{l_{i-1}}$ est le vecteur unité de l'axe y du repère (l_i-1)

En utilisant ces relations, les Jacobéens du manipulateur sont :

$$J_P^{(l_i)} = \begin{bmatrix} \frac{l_1}{2} s1 & 0 \\ 0 & 0 \\ -\frac{l_1}{2} c1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$J_O^{(l_1)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$J_P^{(l_2)} = \begin{bmatrix} \frac{l_2}{2}s_{12} + l_1s_1 & \frac{l_2}{2}s_{12} + l_1s_1 \\ 0 & 0 \\ -\frac{l_2}{2}c_{12} - l_1c_1 & -\frac{l_2}{2}c_{12} - l_1c_1 \end{bmatrix}$$

$$J_O^{(l_2)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

On dérive l'équation (3.5) en tenant compte de l'équation (3.6) on aura :

$$\dot{p}_{l_i} = \dot{p}_b - S \left(R_b \dot{p}_{bl_i}^b \right) + R_b J_P^{(l_i)} \dot{q} \quad (3.8)$$

$S(\cdot)$ Matrice antisymétrique où la propriété anticommutative du produit vectorielle a

été prise en compte. $S(\cdot) = \begin{bmatrix} 0 & -s_3 & s_2 \\ -s_3 & 0 & -s_1 \\ -s_2 & s_1 & 0 \end{bmatrix}$; $s = R_b \dot{p}_{bl_i}^b = \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{bmatrix}$

De la même manière on obtient la vitesse angulaire comme suit :

$$\omega_{l_i} = \omega_b + R_b J_O^{(l_i)} \dot{q} \quad (3.9)$$

Les équations (3.8) et (3.9) présentent le modèle cinématique du système étudié.

Ce modèle cinématique décrit les vitesses des coordonnées opérationnelles en fonction des vitesses articulaires. Il est écrit sous la forme :

$$\dot{X} = J(q) \cdot \dot{q} \quad (3.10)$$

Où $J(q)$ désigne la matrice Jacobéenne du mécanisme.

3.5. Modélisation dynamique

Le modèle dynamique définit les équations du mouvement du robot, qui permettent d'établir les relations entre les couples ou forces exercés par les actionneurs et les positions, vitesses et accélérations des articulations [92].

Parmi les applications du modèle dynamique, on peut citer :

- La simulation, qui utilise le modèle dynamique direct ;
- Le dimensionnement des actionneurs [93,94] ;
- L'identification des paramètres inertiels et des paramètres de frottement du robot [95];
- La commande, qui utilise le modèle dynamique inverse [95].

Plusieurs formalismes ont été utilisés pour obtenir le modèle dynamique des robots [96-98]. Les formalismes les plus souvent utilisés sont :

- Le formalisme de Lagrange [99-102]
- Le formalisme de Newton-Euler [103-106]

Dans ce travail de thèse, le premier formalisme a été utilisé pour avoir le modèle dynamique du système étudié ; néanmoins, la méthode utilisée n'est pas celle qui donne le modèle le plus performant du point de vue du nombre d'opérations, mais c'est la méthode la plus simple compte tenu de mettre en évidence les différents termes qui interviennent dans le modèle et de déduire leurs propriétés.

Modélisation par le formalisme de Lagrange :

La méthode Lagrangienne, issue de calcul variationnel, a comme idée principale la définition des fonctions d'énergie en termes de coordonnées et vitesse généralisées, ce qui mène à la définition d'une fonction appelée Lagrangienne. Elle est définie par :

$$L = K - U \quad (3.11)$$

Avec : T et U sont respectivement l'énergie cinétique et potentiel du système.

Les équations de Lagrange sont exprimées par :

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\xi}_i} - \frac{\partial L}{\partial \xi_i} = u_i \quad (3.12)$$

Avec : $i = 1, \dots, n_\xi$, ξ_i est le i-ème variable articulaire de ξ et u_i et la i-ème force généralisée associée.

Pour déduire le modèle dynamique du système quadri manipulateur en utilisant cette approche il faut d'abord définir les énergies cinétique et potentielle.

Energie cinétique :

L'énergie cinétique du système est la somme de l'énergie cinétique du Quadrotor et l'énergie cinétique de chaque segment du bras manipulateur :

$$K = K_b + K_{l_i} \quad (3.13)$$

Avec : K_b : l'énergie cinétique du Quadrotor.

K_{l_i} : L'énergie cinétique de chaque segment i du bras manipulateur.

L'énergie cinétique du Quadrotor est donnée par :

$$K_b = \frac{1}{2} m_b \dot{p}_b^T \dot{p}_b + \frac{1}{2} \omega_b^T R_b H_b R_b^T \omega_b \quad (3.14)$$

Avec : m_b : La masse du Quadrotor

H_b : La matrice d'inertie du Quadrotor, elle est constante puisque elle exprimée dans Σ_b .

En tenant compte de l'équation (3.4) l'équation précédente peut être réécrite :

$$K_b = \frac{1}{2} m_b \dot{p}_b^T \dot{p}_b + \frac{1}{2} \dot{\phi}_b^T Q^T H_B Q \dot{\phi}_b \quad (3.15)$$

D'autre part l'énergie cinétique de chaque segment i du bras manipulateur est :

$$K_{l_i} = \frac{1}{2} m_{l_i} \dot{p}_{l_i}^T \dot{p}_{l_i} + \frac{1}{2} \omega_{l_i}^T R_b R_{l_i}^b H_{l_i} R_b^{l_i} R_b^T \omega_{l_i} \quad (3.16)$$

Ou : $R_{l_i}^b$: Matrice de rotation entre Σ_{l_i} et Σ_i

m_{l_i} : La masse du segment i

H_i : La matrice d'inertie du segment i

En tenant compte des équations (3.8), (3.9), (3.15), et (3.16) l'énergie cinétique du système est exprimée comme [1]:

$$K = \frac{1}{2} \dot{\xi}^T B \dot{\xi} \quad (3.17)$$

Avec : B ($n_\xi \times n_\xi$) est la matrice d'inertie, elle est définie positive et symétrique, pour le système étudiée $n_\xi = 8$.

Les sous-matrices de B sont données par [1] :

$$B_{11} = \left(m_b + \sum_{i=1}^2 m_i \right) I_3$$

$$B_{22} = Q^T H_b Q + \sum_{i=1}^2 \left(m_i T_b^T S \left(R_b p_{bl_i}^b \right)^T S \left(R_b p_{bl_i}^b \right) T_b + Q^T R_i^b H_i R_i^l Q \right)$$

$$B_{33} = \sum_{i=1}^2 \left(m_i J_P^{(l_i)T} J_P^{(l_i)} + J_O^{(l_i)T} R_i^b H_i R_i^l J_O^{(l_i)} \right)$$

$$B_{12} = B_{21}^T = - \sum_{i=1}^2 \left(m_i S \left(R_b p_{bl_i}^b \right) T_b \right)$$

$$B_{13} = B_{31}^T = \sum_{i=1}^2 \left(m_i R_b J_P^{(l_i)} \right)$$

$$B_{23} = B_{32}^T = \sum_{i=1}^2 \left(Q^T R_i^b H_i R_i^l J_O^{(l_i)} - m_i T_b^T S \left(R_b p_{bl_i}^b \right)^T R_b J_P^{(l_i)} \right)$$

Energie potentiel :

L'énergie potentielle du système est la somme de l'énergie potentielle du Quadrotor et des segments du bras manipulateur \mathcal{U}_i :

$$\mathcal{U} = \mathcal{U}_b + \sum_{i=1}^2 \mathcal{U}_i \quad (3.18)$$

\mathcal{U}_b : L'énergie potentielle du Quadrotor.

\mathcal{U}_i : L'énergie potentielle de chaque segment i du bras manipulateur.

L'énergie potentielle du Quadrotor est donnée par :

$$\mathcal{U}_b = m_b g e_3^T p_b \quad (3.19)$$

g : L'accélération gravitationnelle

$$e_3 = [0 \ 0 \ 1]^T$$

L'énergie potentielle du bras manipulateur \mathcal{U}_i est exprimée par :

$$\mathcal{U}_i = g \sum_{i=1}^2 \left(m_i e_3^T (p_b + p_{b_i}^b) \right) \quad (3.20)$$

Donc l'énergie potentielle totale \mathcal{U} est :

$$\mathcal{U} = m_b g e_3^T + g \sum_{i=1}^2 \left(m_i e_3^T (p_b + p_{b_i}^b) \right) \quad (3.21)$$

De l'équation (3.17) et (3.12) en tenant compte de l'équation de Lagrange (3.12) l'équation dynamique qui inclue le tous en un seul système et écrite par :

$$B(\xi) \ddot{\xi} + C(\xi, \dot{\xi}) \dot{\xi} + G(\xi) = U + U_{ext} \quad (3.22)$$

Avec :

$B_{(8 \times 8)}$ La matrice d'inertie du système

$C_{(8 \times 8)}$ La matrice de Coriolis ces éléments sont donnés par :

$$c_{ij} = \sum_{k=1}^8 \frac{1}{2} \left(\frac{\partial b_{ij}}{\partial \xi_k} + \frac{\partial b_{ik}}{\partial \xi_j} + \frac{\partial b_{jk}}{\partial \xi_i} \right) \dot{\xi}_k, \quad b_{ij} : \text{les éléments de la matrice } B.$$

$G_{(8 \times 8)}$ Le vecteur gravitationnel, il est calculé par : $G(\xi) = \left(\frac{\partial \mathcal{U}(\xi)}{\partial \xi} \right)^T$

$U_{(8 \times 1)}$ Le vecteur des forces d'entrées.

$U_{ext(8 \times 1)}$ Le vecteur de forces extérieures

On suppose que les déplacements soient petits et en négligeant les effets aérodynamiques $U_{ext} = 0$. Le modèle dynamique peut être réécrit comme suit :

$$\ddot{\xi} = B^{-1}(-C \dot{\xi} - G + U) \quad (3.23)$$

Le calcul des matrices $B_{(8 \times 8)}$ et $C_{(8 \times 8)}$ avec 64 éléments chacune était vraiment délicat, à l'aide du logiciel **MAPLE** on a pu faire ce calcul matricielle et même simplifier et combiner plusieurs expressions à savoir les expressions trigonométriques.

Calcul du vecteur $U_{(8 \times 1)}$

Dans le cas où l'UAV est un Quadrotor et en négligeant les effets aérodynamiques [1] le vecteur $U_{(8 \times 1)}$ a l'expression suivante :

$$U = \bar{R}_b F \quad (3.24)$$

Avec :

$\bar{R}_{b(8 \times 8)}$ est donnée par : $\bar{R}_b = \text{diag}(R_b, Q^T, I_2)$.

$F = [f_v^T \quad \tau^T]$, avec :

τ est le vecteur des couples d'entrées du bras manipulateur : $\tau^T = [\tau_1 \quad \tau_2]$.

f_v est le vecteur des forces d'entrées du quadrotor : $f_v^T = [0 \quad 0 \quad T \quad \tau_\phi \quad \tau_\theta \quad \tau_\psi]$

Avec : [108, 109]

$$T = \sum_{i=1}^4 b \omega_i^2 \quad (3.25)$$

$$\tau_\phi = bl (\omega_4^2 - \omega_2^2) \quad (3.26)$$

$$\tau_\theta = bl (\omega_3^2 - \omega_1^2) \quad (3.27)$$

$$\tau_\psi = c (\varpi_1^2 - \varpi_2^2 + \varpi_3^2 - \varpi_4^2) \quad (3.28)$$

D'où on peut écrire le vecteur F sous la forme :

$$F = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \sum_{i=1}^4 b \varpi_i^2 \\ bl (\varpi_4^2 - \varpi_2^2) \\ bl (\varpi_3^2 - \varpi_1^2) \\ c (\varpi_1^2 - \varpi_2^2 + \varpi_3^2 - \varpi_4^2) \\ \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix}$$

En remplaçant cette expression dans l'équation (3.24) on aura :

$$U = \begin{bmatrix} u_x u_1 \\ u_y u_1 \\ c \varphi c \theta u_1 \\ u_2 \\ c \varphi u_3 - s \varphi u_4 \\ -s \theta u_2 + s \varphi c \theta u_3 + c \varphi c \theta u_4 \\ \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} u_x = (c \varphi c \psi s \theta + s \varphi s \psi) \\ u_y = (c \varphi s \theta s \psi - s \varphi c \psi) \end{cases}$$

et

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b & b & b & b \\ 0 & -bl & 0 & bl \\ -bl & 0 & bl & 0 \\ c & -c & c & -c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varpi_1^2 \\ \varpi_2^2 \\ \varpi_3^2 \\ \varpi_4^2 \end{bmatrix}$$

Contraintes non-holonomes :

Les systèmes étudié (Quadrotor + bras manipulateur) est un système sous-actionné, il admet moins d'actionneurs que de degrés de liberté ; en d'autres termes, il a moins d'entrées de commande (six entrées) que de degrés de liberté à contrôler (huit sorties).

De cet effet, il est nécessaire de définir les contraintes non-holonomes comme suit [2] :

$$\begin{bmatrix} \theta_d \\ \varphi_d \end{bmatrix} = \frac{1}{u_1} \begin{bmatrix} \cos(\psi) & \sin(\psi) \\ \sin(\psi) & -\cos(\psi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U(1) \\ U(2) \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

4. Validation du modèle

Le modèle dynamique doit être validé par une modélisation physique soit en utilisant des logiciels tels que le Solid Works, soit en utilisant une approche systématique telle que l'approche de Gauss.

4.1. Approche de Gauss

Ce principe a été publié par Gauss en 1829. C'est un principe général de la mécanique traitant l'évolution du mouvement sous contraintes dans la nature. L'idée de base consiste en l'introduction de contraintes modifie le moins possible le mouvement d'un système initialement libre.

Ce principe est plus particulièrement invoqué pour traiter les contraintes non holonomes et il est appliqué pour les systèmes qui satisfont le principe d'Alembert. Ce dernier est un principe de mécanique analytique affirmant que l'ensemble des forces de contrainte d'un système ne travaille pas lors d'un déplacement virtuel. En fait, le principe d'Alembert postule que, par exemple, la table sur laquelle est posé un objet est passive (n'oppose que des forces de réaction au corps) et ne va pas lui fournir une quelconque accélération ni énergie.

4.1.1. Principe [109]

On peut considérer le principe de Gauss (équivalent d'Almbert) comme une extension du principe de travail virtuel dans le cas dynamique, il estime que l'accélération d'un ensemble des solides soumis à des contraintes diffère le moins possible de l'accélération qu'il aurait eu sans contraintes. Cette différence est mesurée par :

$$D = \sum_k \frac{1}{2} (\ddot{x}_k - \ddot{x}'_k)^T m_k (\ddot{x}_k - \ddot{x}'_k) + \frac{1}{2} (\dot{\omega}_k - \dot{\omega}'_k)^T I_k (\dot{\omega}_k - \dot{\omega}'_k) \quad (3.30)$$

Avec :

$\ddot{x}_k, \dot{\omega}_k$ les accélérations de translation et de rotation du $k^{\text{ème}}$ solide, m_k sa masse, I_k sa matrice d'inertie correspondante a son centre de masse $\ddot{x}'_k, \dot{\omega}'_k$ les accélérations de translation et de rotation obtenues sans contraintes, qui sont les solutions des équations classiques de Newton et Euler,

$$\begin{aligned} m_k \ddot{x}_k &= f_k \\ I_k \dot{\omega}_k - (I_k \omega_k) \times \omega_k &= \tau_k \end{aligned} \quad (3.31)$$

Avec : f_k et τ_k sont les forces et les couples exercés sur le solide.

4.1.2. Dynamique du système articulé

Considérons un ensemble des solides contraint de se déplacer par un ensemble des articulations, ses dynamiques peuvent être calculées par le principe de Gauss.

Les contraintes causées par les articulations sont exprimées implicitement par la description des différentes positions de chaque solide du system via un vecteur de configuration $q \in \mathbb{R}^n$.

Par conséquents, ses vitesses et ses accélérations sont exprimées par \dot{q} et \ddot{q} en fonction des jacobéennes de translation et de rotation, nous avons donc :

$$\begin{aligned} \dot{x}_k &= J_{tk}(q) \dot{q}, \\ \omega_k &= J_{Rk}(q) \dot{q} \end{aligned} \quad (3.32)$$

Et :

$$\begin{aligned} \ddot{x}_k &= J_{tk}(q) \ddot{q} + \dot{J}_{tk}(q, \dot{q}) \dot{q}, \\ \dot{\omega}_k &= J_{Rk}(q) \ddot{q} + \dot{J}_{Rk}(q, \dot{q}) \dot{q} \end{aligned} \quad (3.33)$$

On remplace ces relations dans l'expression (3.30) et en résolvant les équations d'Euler et Newton (3.31) :

$$\frac{\partial D}{\partial \ddot{q}} = B(q) \ddot{q} + C(q, \dot{q}) \dot{q} - F = 0 \quad (3.34)$$

Avec :

$$B(q) = \sum_k J_{ik}^T m_k J_{ik} + J_{Rk}^T I_k J_{Rk} \quad (3.35)$$

$$N(q, \dot{q}) = \sum_k J_{ik}^T m_k \dot{J}_{ik} + J_{Rk}^T I_k \dot{J}_{Rk} - J_{Rk}^T (I_k J_{Rk} \dot{q}) \times J_{Rk} \quad (3.36)$$

$$F = \sum_k J_{ik}^T f_k + J_{Rk}^T \tau_k \quad (3.37)$$

Donc, on obtient à la fin une description dynamique classique du Lagrangien du système articulé avec la matrice d'inertie $B(q)$, les effets dynamiques non linéaires $C(q, \dot{q}) \dot{q}$ et les forces exercées sur le système F ; dans l'équation (3.36) la notation de produit croisé (cross-Product) est considéré comme suit :

Soit un vecteur $v \in \mathbb{R}^3$ l'expression $(v) \times$ signifie la multiplication par la matrice

antisymétrique : $v = \begin{bmatrix} 0 & -v_3 & v_2 \\ -v_3 & 0 & -v_1 \\ -v_2 & v_1 & 0 \end{bmatrix}$

On peut remarquer que la matrice d'inertie définit dans (3.34), est identique à celle donnée dans les manuels de robotique [18], [92] ; par contre ce n'est pas le cas de l'équation (3.36) qui était exprimé généralement via les symboles de Christoffel qui ne sont pas apparus dans cette structure qui est très utile pour l'analyse des dynamiques du système articulé. Par exemple il est facile de montrer que la matrice $\dot{B} - 2C$ est anti symétrique, cette propriété sera utilisée plus tard pour valider le calcul matriciel du modèle dynamique du système étudié.

4.1.3. Structure interne du système articulé (application au manipulateur aérien)

Vecteur de configuration :

Dans le cas d'un système articulé flottant, la configuration du vecteur $q \in \mathbb{R}^n$ est donnée par :

$$q = \begin{bmatrix} q' \\ x_0 \\ \theta_0 \end{bmatrix}$$

Où : q' décrit les variables articulaires du system, x_0 et θ_0 la position et l'orientation du repère de référence attaché à un solide du system (c'est le repère lié au Quadrotor dans notre cas). Cette structure de vecteur de configuration sera trouver dans toutes les équations cinématique et dynamique du système.

Les vitesses de translation et de rotation du système \dot{x}_k et ω_k sont calculées par la composition suivante :

$$\begin{aligned}\dot{x}_k &= R_0 J_{tk} \dot{q} + \dot{x}_0 - (x_k - x_0) \times R_0 J_{R_0} \dot{\theta}_0 \\ \dot{\omega}_k &= J_{Rk} \dot{q} + R_k^T R_0 J_{R_0} \dot{\theta}_0\end{aligned}\quad (3.38)$$

Avec : \dot{x}_k et ω_k les vitesses de translation et de rotation du $k^{\text{ème}}$ solide dans le repère du référence respectivement. D'où :

$$\begin{cases} \dot{x}_k = J_{tk}(q) \dot{q} \\ \omega_k = J_{Rk}(q) \dot{q} \end{cases}\quad (3.39)$$

$$\omega_0 = J_{R_0}(\theta_0) \dot{\theta}_0\quad (3.40)$$

\dot{x}_0 et $\dot{\omega}_0$ les vitesses de translation et de rotation du repère de référence lui-même.

$R_0(\theta_0)$ et $R_k(q)$ sont les matrices d'orientation du $k^{\text{ème}}$ solide entre le repère inertielle et le repère de référence.

Les jacobéennes de translation et de rotation mentionnées dans (2.3) présentent une structure équivalente à la structure du vecteur de configuration ; soit :

$$J_{tk} = \begin{bmatrix} R_0 J_{tk} & 1_{(3 \times 3)} & -(x_k - x_0) \times R_0 J_{R_0} \end{bmatrix}$$

$$J_{Rk} = \begin{bmatrix} J_{Rk} & 0_{(3 \times 3)} & R_k^T R_0 J_{R_0} \end{bmatrix}$$

$0_{(3 \times 3)}$ et $1_{(3 \times 3)}$ matrice zéro et d'identité respectivement.

En utilisant ces deux derniers expressions, les jacobéennes du système articulé étudié Quadri-manipulateur sont données par :

$$\begin{aligned}
 J_{t0} &= \begin{bmatrix} 0_{(3 \times 2)} & 1_{(3 \times 3)} & 0 \end{bmatrix}, \\
 J_R &= \begin{bmatrix} 0_{(3 \times 2)} & 0_{(3 \times 3)} & J_{R_0} \end{bmatrix} \\
 J_{t1} &= \begin{bmatrix} R_0 J_{t1} & 1_{(3 \times 3)} & -(x_1 - x_0) \times R_0 J_{R_0} \end{bmatrix}, \\
 J_{R1} &= \begin{bmatrix} J_{R1} & 0_{(3 \times 3)} & R_1^T R_0 J_{R_0} \end{bmatrix} \\
 J_{t2} &= \begin{bmatrix} R_0 J_{t2} & 1_{(3 \times 3)} & -(x_2 - x_0) \times R_0 J_{R_0} \end{bmatrix}, \\
 J_{R2} &= \begin{bmatrix} J_{R2} & 0_{(3 \times 3)} & R_2^T R_0 J_{R_0} \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

4.1.4. Retour aux équations de Newton et Euler :

Remplaçons les structures des Jacobéennes J_{ik}^T et J_{Rk}^T dans les matrices (3.34)-(3.36), nous obtenons une structure des matrices d'inertie, des effets dynamiques non linéaires et des forces généralisées correspondants à la structure du vecteur de configuration.

Donc le modèle peut s'écrire sous la forme matricielle comme suit :

$$M(q) = \sum_k \begin{bmatrix} J_{ik}^T R_0^T m_k J_{ik} + J_{Rk}^T I_k J_{Rk} \\ m_k J_{ik} \\ J_{R0}^T R_0^T ((x_k - x_0) \times m_k J_{ik} + R_k I_k J_{Rk}) \end{bmatrix} \quad (3.41)$$

$$N(q, \dot{q}) = \sum_k \begin{bmatrix} J_{ik}^T R_0^T m_k \dot{J}_{ik} + J_{Rk}^T I_k \dot{J}_{Rk} - J_{Rk}^T (I_k J_{Rk} \dot{q}) \times J_{Rk} \\ m_k \dot{J}_{ik} \\ J_{R0}^T R_0^T ((x_k - x_0) \times m_k \dot{J}_{ik} + R_k I_k \dot{J}_{Rk} - R_k (I_k J_{Rk} \dot{q}) \times J_{Rk}) \end{bmatrix} \quad (3.42)$$

$$F = \sum_k \begin{bmatrix} \hat{J}_{ik}^T R_0^T m_k g \\ m_k g \\ J_{R0}^T R_0^T ((x_k - x_0) \times m_k g) \end{bmatrix} \quad (3.43)$$

Remarques :

- Les jacobéennes J_{t1} , J_{t2} , J_{R1} , J_{R2} sont les mêmes que $J_P^{(1)}$, $J_P^{(2)}$, $J_O^{(1)}$, $J_O^{(2)}$ calculées précédemment.
- La matrice R_0 est la matrice de rotation R_b .
- $J_{R_0} = R_b^T T_b$.
- Le vecteur de configuration $q = \begin{bmatrix} q' \\ x_0 \\ \theta_0 \end{bmatrix}$ est équivalent à : $\xi' = \begin{bmatrix} q \\ p_b \\ \phi_b \end{bmatrix}$.
- Pour le modèle développé équation (3.42) on a pris en considération que la force gravitationnelle F_g .

Les matrices calculées ont été introduit dans le Simulink Matlab 2017 sous forme des blocs et des sous-systèmes (voir annexe A), en utilisant la propriété que la matrice $(\dot{B} - 2C)$ doit être anti-symétrique on a pu vérifier nos calculs des matrices et donc le modèle développé par l'approche de Gauss et de Lagrange, ce modèle sera utilisée pour développer la commande du robot aérien.

4.2. Modélisation physique :

La modélisation physique du système étudié a été faite en utilisant ce qu'on appelle « la Conception Assistée par Ordinateur (CAO) » ou en anglais « Computer-Aided-Design CAD ». Par définition la CAO comprend l'ensemble des logiciels et des techniques de modélisation géométrique permettant de concevoir, de tester virtuellement à l'aide d'un ordinateur et des techniques de simulation numérique et de réaliser des produits manufacturés et les outils pour les fabriquer.

Le modèle CAO complet a été conçu en utilisant le logiciel SolidWorks Figure (3.4). Les modèles du Quadrotor et du bras manipulateur ont été conçu séparément, après ils ont été assemblé et mise en plan en utilisant les outils de SolidWorks. (Annexe A1)

Un système de CAO permet de représenter et d'étudier le fonctionnement d'un objet sans l'avoir fabriquer réellement, c.à.d. en virtuel. Les opérations de coupes, de perspectives ainsi que le calcul des volumes, des masses et des inerties sont possibles

quelles que soient les formes de l'objet. (Les matrices d'inertie de notre système mentionnées dans 2.2 ont été calculées par ces outils).



Figure 3.4. Modèle CAO du Quadri-manipulateur conçu sur le logiciel SolidWorks.

Cette méthode donne une bonne approximation du modèle dynamique en outre, elle est encore enclin aux erreurs dues à la géométrie compliquée du robot et que certains parties (roulements, boulons, pièces électriques) sont généralement négligées.

Le modèle physique CAO construit a été exporté vers **Matlab** en utilisant les bibliothèques de **SimMechanics** ces étapes sont illustrées dans la figure (3.5), où le modèle SimScape obtenu sera utilisé ultérieurement pour les simulations.

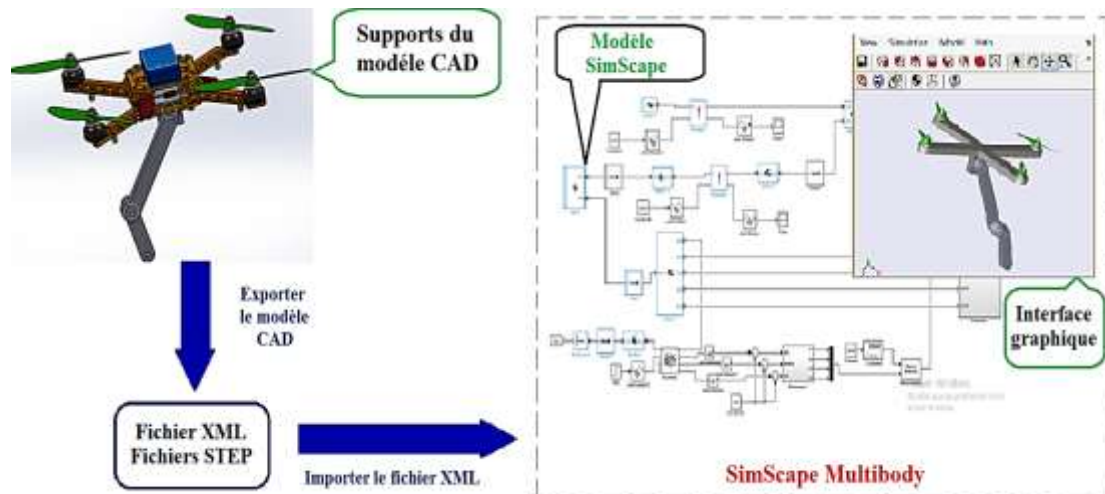


Figure 3.5 Création du modèle physique en utilisant SimMechanics

5. Conclusion

Ce chapitre a présenté le Quadri-manipulateur et sa description mécanique. Après avoir placé les repères nécessaires pour la modélisation, le modèle cinématique a été calculé en intervenant les paramètres de Denavit-Hartenberg du bras manipulateur de deux degrés de liberté RR.

Le modèle dynamique a été calculé par le formalisme de Lagrange et validé d'abord par l'approche systématique de Gauss ; cette approche nous a permis d'écrire le modèle du système sous une forme matricielle, cette forme nous a permis de bien voir et analyser les interactions entre le Quadrotor et le bras manipulateur. On peut déduire que ce manipulateur aérien est un système non linéaire, sous-actionné, complexe et fortement couplés.

Une autre approche a été utilisée pour la validation du modèle soit le modèle physique CAO ; cette approche est importante pour déterminer un modèle dynamique reflète le comportement réel du robot et permis de visualiser ces mouvements en mode virtuel.

Les modèles développés dans ce chapitre seront utilisés dans la suite de ce manuscrit d'une part pour concevoir des lois de commande pour le control du vol du manipulateur aérien, et d'autre part pour les tests de simulation.

CHAPITRE IV

APPLICATION ET RESULTATS DE SIMULATION

Sommaire :

1. Introduction.....	82
2. Modes de manipulation	82
3. Commande par mode de glissement classique	83
3.1. Surface de glissement	83
3.2. La commande équivalente	83
3.3. Résultats de simulation	85
4. Commande non singulière de modes glissants terminaux (Nonsingular Terminal Sliding Mode Control)	88
4.1. Surface de glissement	89
4.2. La commande équivalente	83
4.3. Résultats de simulation	90
5. Commande adaptative.....	93
5.1. Surface de glissement	93
5.2. La commande équivalente	93
5.3. Lois adaptatives.....	94
5.4. Résultats de simulation	101
6. Tests de robustesse	105
7. Etude comparative	108
8. Conclusion.....	110

Chapitre 04. Application et résultats de simulation

1. Introduction

L'objectif de contrôler un QM est de diriger l'attitude et/ou la position du Quadrotor et le manipulateur vers la position ou la trajectoire souhaitée afin qu'une mission donnée soit accomplie. Contrairement au manipulateur terrestre, le manipulateur aérien constitue un problème ardu qui est dû essentiellement à sa base flottante, en plus les forces et les couples générés par le bras manipulateur affectent directement la position, l'attitude et même la stabilité du véhicule. Un tel système nécessite une commande de haut niveau.

En plus des incertitudes et des perturbations externes, l'interaction avec l'environnement de différentes manières peuvent déstabiliser le QM, donc le contrôleur doit réagir à tout instant dans le sens désiré (en générale minimisation de l'erreur entre la consigne et la sortie) pour adapter le système face à ces variations. Pour cela les paramètres du contrôleur vont subir un changement continu par une loi d'adaptation qui est basée sur la stabilité du système en boucle fermée.

Dans la première partie de ce chapitre, nous proposons des commandes basées sur le mode glissant classique et d'ordre supérieur, ces commandes peuvent anticiper l'impact que le mouvement du bras va avoir sur la dynamique de l'ensemble, et être robuste via les perturbations et les incertitudes de modélisation.

Notre contribution consiste à améliorer les performances, assurer la robustesse et remédier quelques problèmes liés au SMC, en proposant des lois de commandes adaptatives pour ajuster les gains de l'algorithme de Super-Twisting, ces lois sont liées aux notions déjà présentées au chapitre 2.

Des simulations des différentes lois de commande développées sur le modèle du QM sont faites et présentées dans ce chapitre.

2. Modes de manipulation

La procédure d'une manipulation aérienne se divise en deux phases :

- 1- Vol libre : il s'agit de déplacer le manipulateur aérien d'une position de décollage vers la zone à manipuler.

2- Manipulation : elle s'agit d'effectuer la tâche de manipulation (attraper un objet, contacte avec une surface ...).

La première phase peut nécessiter une navigation dans un environnement encombré d'obstacles, la deuxième nécessite les sous-contraintes dynamiques dans un sous-espace défini par la tâche à accomplir.

Dans cette étude, on s'intéresse à la première phase (vol libre) d'où on utilise une commande basée sur le mode glissant (SMC), et on suppose que la manipulation soit le transport d'un objet, sa position est connue en avance c.-à-d. une fois le Quadrotor arrive à la position de l'objet il l'attrape ; en attrapant l'objet le Quadrotor reste en vol stationnaire et le bras manipulateur place l'objet à l'endroit désiré.

3. Commande par mode de glissement classique

Comme cités précédemment, la commande par mode de glissement est une commande robuste qui offre de bonnes performances en termes de poursuite de trajectoires, donc elle sera très utile pour le control de vol de notre système. La synthèse d'une telle commande nécessite d'abord de choisir la surface de glissement appelée aussi variable de glissement.

3.1. Surface de glissement

Nous choisissons la variable de glissement linéaire suivante :

$$S = \dot{e} + \lambda e \quad (4.1)$$

Avec :

$S = [s_1, \dots, s_8]^T$, $e = \xi - \xi_d$, $\dot{e} = \dot{\xi} - \dot{\xi}_d$; ξ_d et $\dot{\xi}_d$: sont le vecteur de trajectoire désiré et sa dérivé respectivement $\lambda = \text{diag}(\lambda_i)$, $\lambda_i > 0$ pour ($i = 1, \dots, 8$).

3.2. La commande équivalente

Nous devons d'abord calculer la dérivée de la variable de glissement (4.1) :

$$\dot{S} = \ddot{e} + \lambda \dot{e} = \left(\ddot{\xi} - \ddot{\xi}_d \right) + \lambda \dot{e} \quad (4.2)$$

Remplaçons l'expression du modèle dynamique (3.23) dans (4.2) nous avons :

$$\dot{S} = B^{-1}(-C\dot{\xi} - G + U) - \ddot{\xi}_d + \lambda\dot{e} \quad (4.3)$$

Posons $\dot{S} = 0$, on peut extraire l'expression de la commande U_{eq} comme suit :

$$\begin{aligned} \dot{S} = 0 \Rightarrow \dot{S} &= B^{-1}(-C\dot{\xi} - G + U_{eq}) - \ddot{\xi}_d + \lambda\dot{e} = 0 \\ \Rightarrow U_{eq} &= C\dot{\xi} + G - B(\lambda\dot{e} - \ddot{\xi}_d) \end{aligned} \quad (4.4)$$

Donc :

$$U_{eq} = C\dot{\xi} + G - B(\lambda\dot{e} - \ddot{\xi}_d) \quad (4.5)$$

La commande globale sera donc :

$$\begin{aligned} U &= U_{eq} + U_{dis} \\ &= C\dot{\xi} + G - B(\lambda\dot{e} - \ddot{\xi}_d - U_{dis}) \end{aligned} \quad (4.6)$$

$$U_{dis} = K \text{sign}(S);$$

Avec: $K = \text{diag}(k_i)$, k_i sont des constantes positives qui satisfont la condition de η -attractivité .

Afin d'atténuer l'effet de broutement (Chattering) causée par le terme $K \text{sign}(S)$, nous proposons quelques solutions :

- Modified Sliding Mode Control (MSMC) : on remplace le terme discontinu par la formule adaptative suivante [59]:

$$U_{dis} = -(\alpha|e| + \beta|\dot{e}| + \delta) \text{Sign}(S) \quad (4.7)$$

Avec : α, β, δ sont des matrices diagonales avec des constantes réels et positifs

- Utilisation du mode glissant d'ordre deux précisément l'algorithme de Super Twisting (STW):

$$U_{dis} = -\beta|S|^{1/2} \text{sign}(S) - \alpha \int_0^t \text{sign}(S) \quad (4.8)$$

Avec : les matrices $\beta = \text{diag}(\beta_i)$ et $\alpha = \text{diag}(\alpha_i)$, ($i = 1, \dots, 8$) sont diagonales.

3.3. Résultats de simulation

Les simulations ont été effectuées en mode suivi de trajectoire (vol libre sans charge) en utilisant l'environnement MATLAB pour un temps de 60 secondes et un temps d'échantillonnage égal à 10ms.

Les valeurs initiales de tous les variables articulaires du système sont égales à zéro, la trajectoire désirée consiste en un déplacement vertical de 0 à 2m le long de z avec $x = y = 0$; après le robot se déplace le long de x et y avec $z = 2m$ par : $(x, y) = (1, 0)$, puis $(x, y) = (1, 1)$, une fois la position $(x, y, z) = (1, 1, 2)$ est atteinte, les articulations du bras manipulateur doivent suivre le chemin décrit par :

$$\eta_{1d} = \eta_{2d} = 1.05 - (7/5)e^{-(t-40)} + (7/20)e^{-4(t-40)}$$

Les paramètres des régulateurs sont :

Pour la surface de glissement : $\lambda = (1.5 \ 1.5 \ 8 \ 2 \ 0.9 \ 0.5 \ 1 \ 1)$,

Pour le SMC nous avons : $k = (0.4 \ 0.4 \ 10 \ 1 \ 2 \ 1 \ 8 \ 3)$

Pour le MSMC nous avons :

$\alpha = (0.5 \ 0.5 \ 0.8 \ 0.1 \ 0.1 \ 0.1 \ 0.5 \ 0.5)$, $\beta = (0.1 \ 0.5 \ 0.8 \ 0.1 \ 0.1 \ 0.1 \ 0.5 \ 0.5)$ et

$\delta = (1 \ 1 \ 1 \ 0.1 \ 0.1 \ 0.1 \ 0.1 \ 0.1)$

Pour le STW nous avons :

$\beta = (1.5 \ 1.5 \ 2 \ 2 \ 3 \ 4 \ 4 \ 12)$ et $\alpha = (0.03 \ 0.03 \ 0.1 \ 0.03 \ 0.03 \ 0.03 \ 4 \ 4)$

Les figures (4.1), (4.2) et (4.3) présentent les résultats de simulation de l'application du contrôleur (4.6) pour notre système avec les trois formules de U_{dis} proposées. Elles incluent les sorties du système, les signaux de commande et le plan de phase. La référence est présentée en bleu, le mode glissant classique (SMC) est présenté en vert, le MSMC en rouge et le STW en rose.

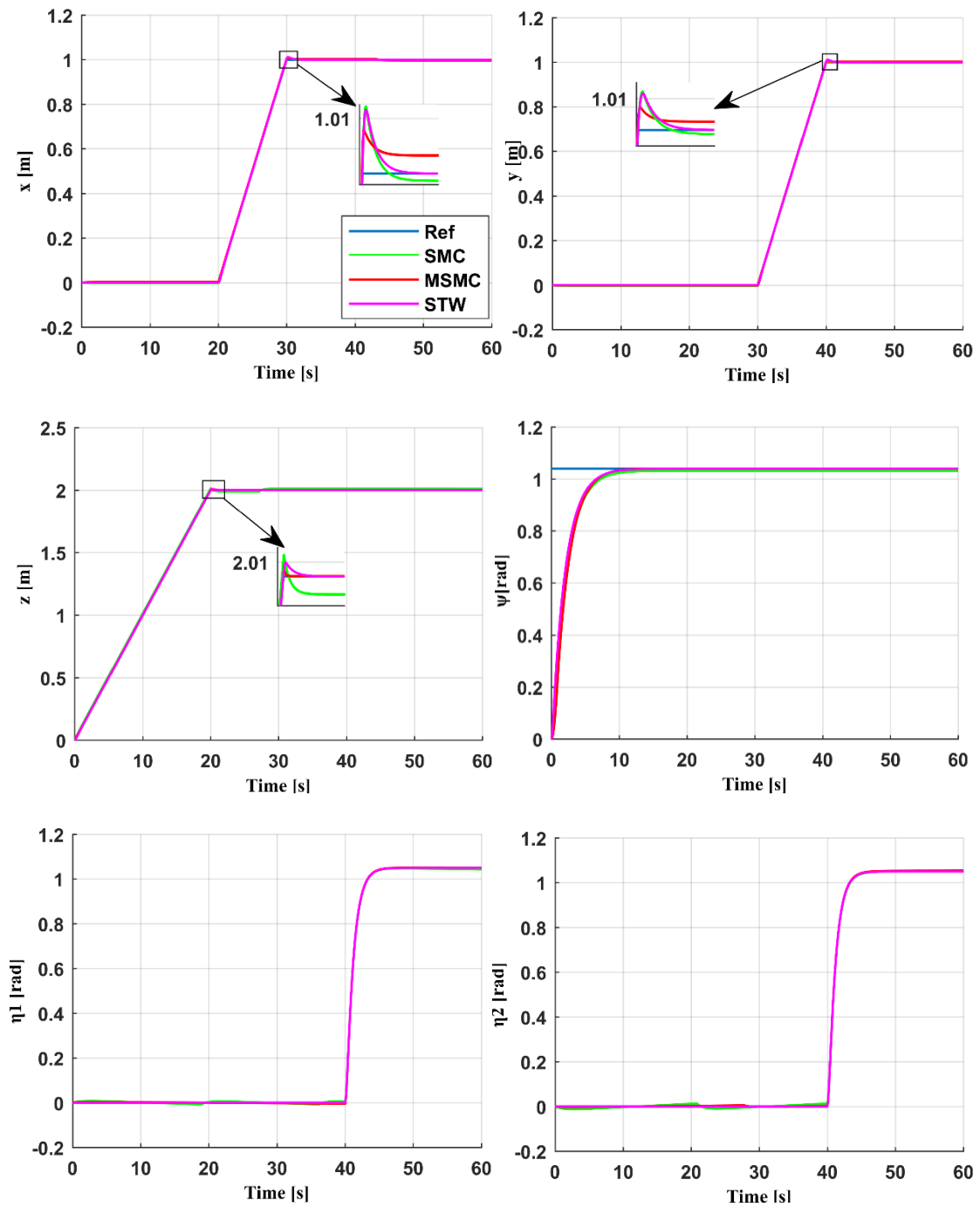


Figure 4.1 Poursuite de trajectoire du QM en vol libre en appliquant : SMC, MSM et STW.

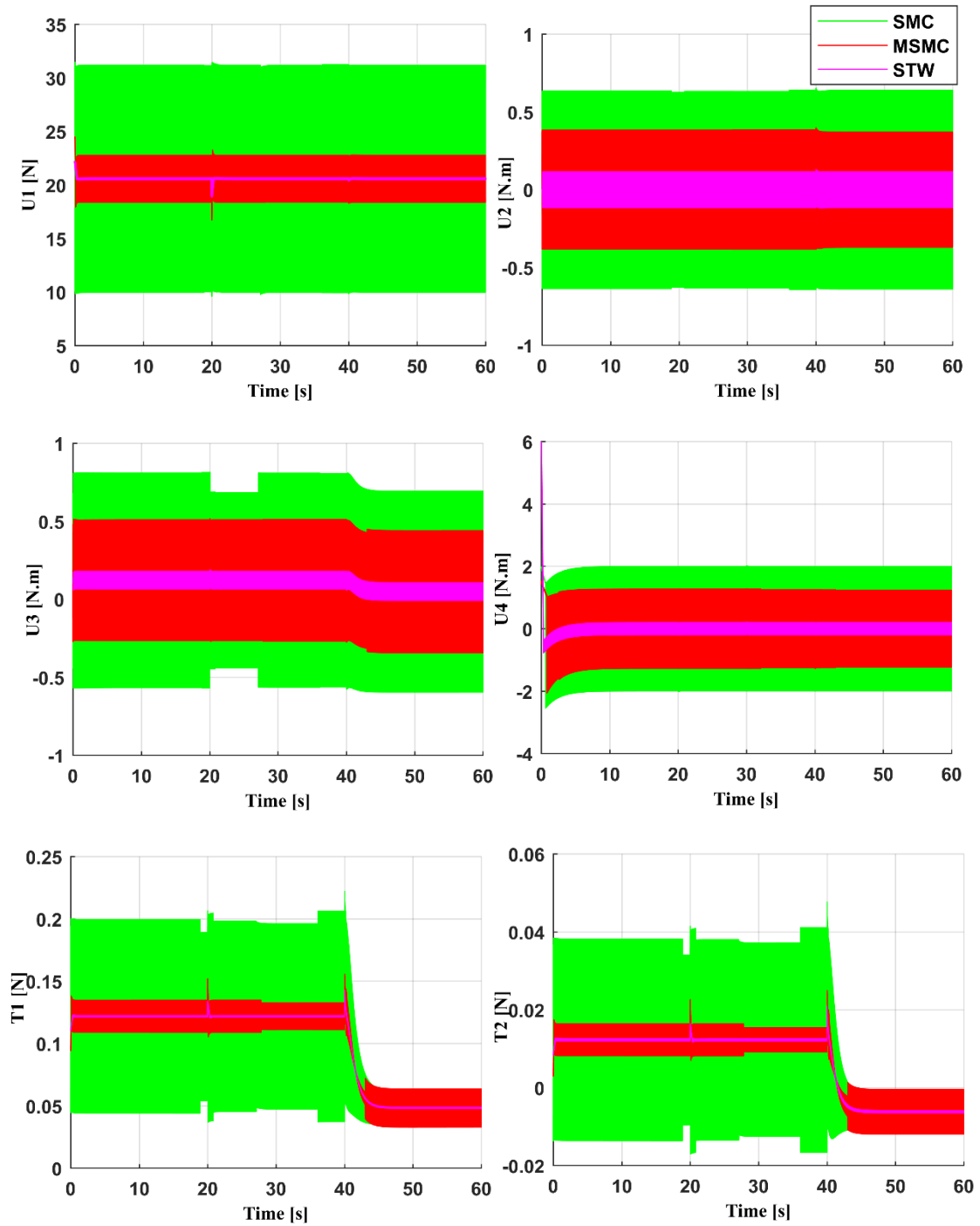


Figure 4.2 Signaux des commandes : SMC, MSM et STW.

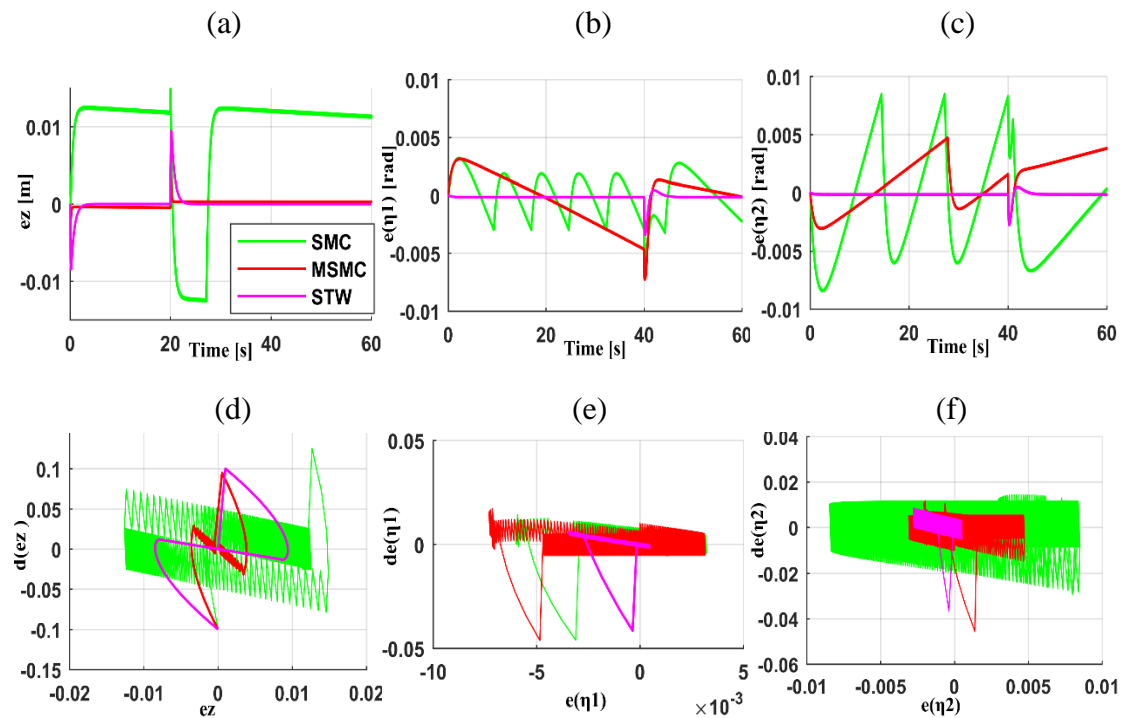


Figure 4.3 Erreurs de position et plans de phase

Les figures (4.1) montrent une bonne poursuite de trajectoire dont le STW donne une bonne précision au régime permanent. Les signaux de commande dans les figures (4.2) manifestent des variations (*Chattering*) de hautes fréquences, ses amplitudes sont diminuées de plus en plus en variant la commande discontinue, ils sont atténués de manière significative dans le cas de STW.

La commande discontinue avec la formule adaptative donne aussi une minimisation de broutement mais cette diminution influe sur les performances (précision), on peut voir ça dans figures de l'erreur de position Figure (4.3).

Afin d'améliorer les performances et avoir une convergence en temps fini, nous proposons dans ce qui suit l'utilisation d'une surface non linéaire.

4. Commande non singulière de modes glissants terminaux (Nonsingular Terminal Sliding Mode Control)

L'utilisation des surfaces glissantes linéaires conduit généralement à une convergence asymptotique, afin de garantir une convergence rapide, il faut concevoir une commande robuste avec une surface non linéaire en utilisant NTSMC.

4.1. Surface de glissement

La variable de glissement est donnée par :

$$S = e + W\dot{e}^\rho \tag{4.9}$$

Avec : $S = [s_1, \dots, s_8]^T$, $W = \text{diag}(w_i), w_i > 0$ pour ($i = 1 \text{ to } 8$) et \dot{e}^ρ est dénoté comme: $\dot{e}^\rho = [\dot{e}_1^{\rho_1}, \dots, \dot{e}_8^{\rho_8}]^T$, $1 < \rho_i = \frac{p_i}{q_i} < 2$ avec p_i et q_i sont des entiers impaires et constants .

4.2. La commande équivalente u_{eq} :

Pour calculer la commande équivalente nous devons d'abord calculer la dérivée de la variable de glissement (4.1) :

$$\dot{S} = \dot{e} + W \rho \dot{e}^{(\rho-1)} \ddot{e} = \dot{e} + W \rho \dot{e}^{(\rho-1)} (\ddot{\xi} - \ddot{\xi}_d) \tag{4.10}$$

En combinaison avec l'expression du modèle dynamique on nous aurons :

$$\dot{S} = \dot{e} + W \rho \dot{e}^{(\rho-1)} \left(B^{-1} (-C \dot{\xi} - G + U) - \ddot{\xi}_d \right) \tag{4.11}$$

Posons $\dot{S} = 0$, la commande équivalente est donnée par :

$$U_{eq} = C \dot{\xi} + G - B \left(\Lambda^{-1} W^{-1} \cdot \dot{e}^{(2-\rho)} - \ddot{\xi}_d \right) \tag{4.12}$$

Avec: $\Lambda = \text{diag}(\rho_i)$ pour ($i = 1, \dots, 8$)

La commande globale sera donc :

$$U = C \dot{\xi} + G - B \left(\Lambda^{-1} W^{-1} \dot{e}^{(2-\rho)} - \ddot{\xi}_d - U_{dis} \right) \tag{4.13}$$

Prenant $U_{dis} = K \text{sign}(S)$, l'expression de la commande est réécrite par :

$$U = C \dot{\xi} + G - B \left(\Lambda^{-1} W^{-1} \dot{e}^{(2-\rho)} - \ddot{\xi}_d - K \text{sign}(S) \right) \tag{4.14}$$

On a vu dans la section précédente que le STW présente un broutement de petites amplitudes, donc on doit l'adopter dans la partie discontinue de cette commande, d'où (4.13) prend la forme suivante :

$$U = C \dot{\xi} + G - B \left(\Lambda^{-1} W^{-1} e^{-(2-\rho)} - \ddot{\xi}_d - \beta |S|^{1/2} \text{sign}(S) - \alpha \int_0^t \text{sign}(S) \right) \quad (4.15)$$

4.3. Résultats de simulation

Prenant les mêmes conditions de simulation de la section 2, nous faisons des tests de simulation en appliquant la commande NTSTW donnée par (4.14), ces résultats sont comparés avec celles du STW avec une surface linéaire. Les paramètres du NTSTW sont :

- Pour la surface de glissement :

$$w = \text{diag}(2, 2, 6, 0.9, 0.9, 3, 3, 4), \quad q = (9, 9, 7, 9, 9, 9, 9, 9), \quad p_i = 11$$

- Pour le STW :

$$\alpha = \text{diag}(2, 2, 2, 2, 2, 3, 4, 12) \quad \beta = \text{diag}(0.1, 0.1, 0.1, 0.3, 0.3, 0.3, 4, 4).$$

Les figures (4.4) montrent une bonne performance de poursuite de trajectoire en position, les sorties convergent rapidement vers leur référence. On remarque que la convergence est plus rapide dans le cas de NTSTW (avec une surface non linéaire) précisément aux moments correspondants aux changements des trajectoires (t=20s, 30s et 40s) donc on peut constater que l'utilisation d'une surface non linéaire améliore les performances souhaitées, cette constatation est renforcée par la figure (4.6) qui représentent la convergence des erreurs en position vers zéro.

Pour les signaux de commande dans les figures (4.5), il y a une diminution du broutement pour le contrôleur NTSTW.

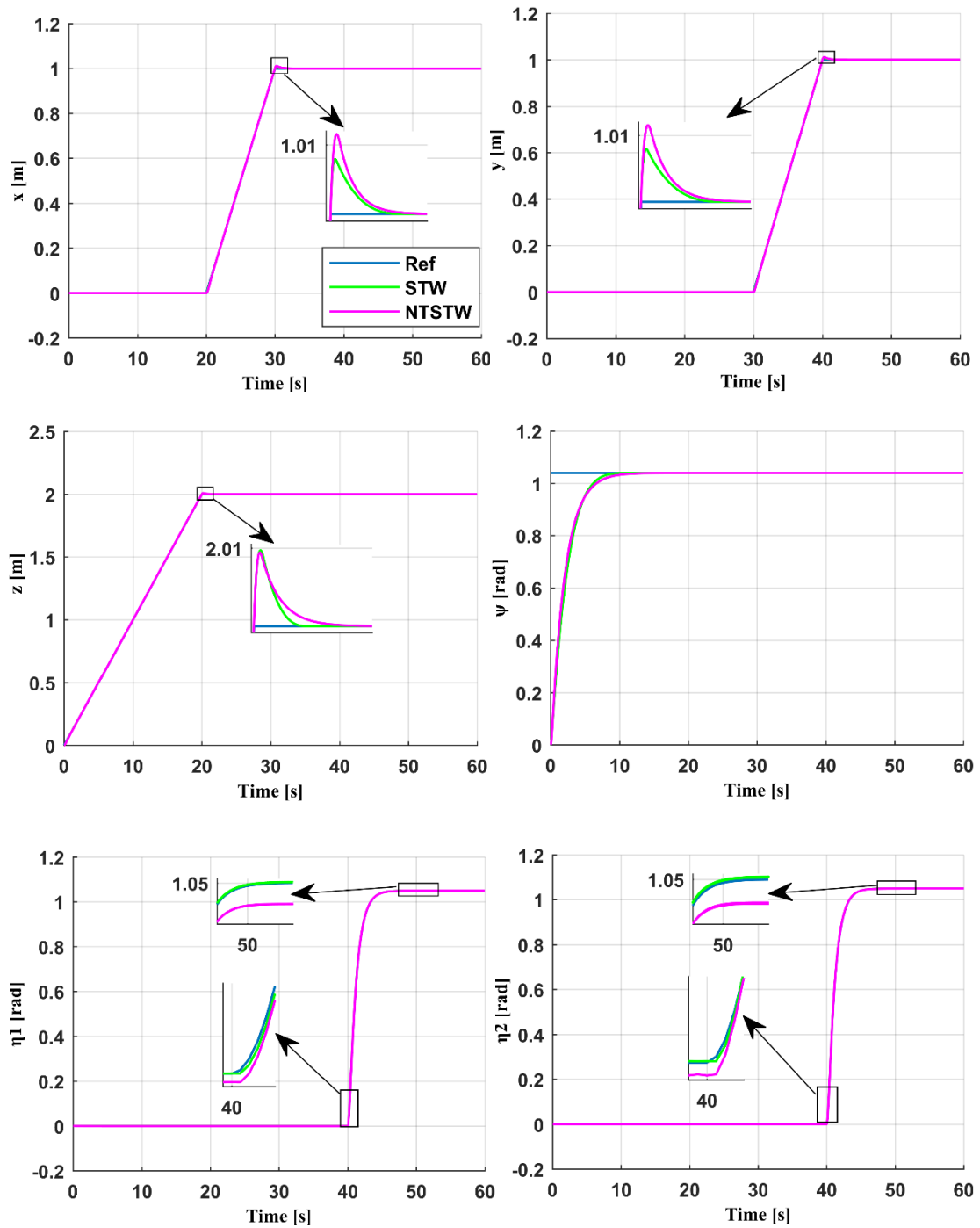


Figure 4.4 La poursuite de trajectoire du QM en vol libre en appliquant STW et NTSTW.

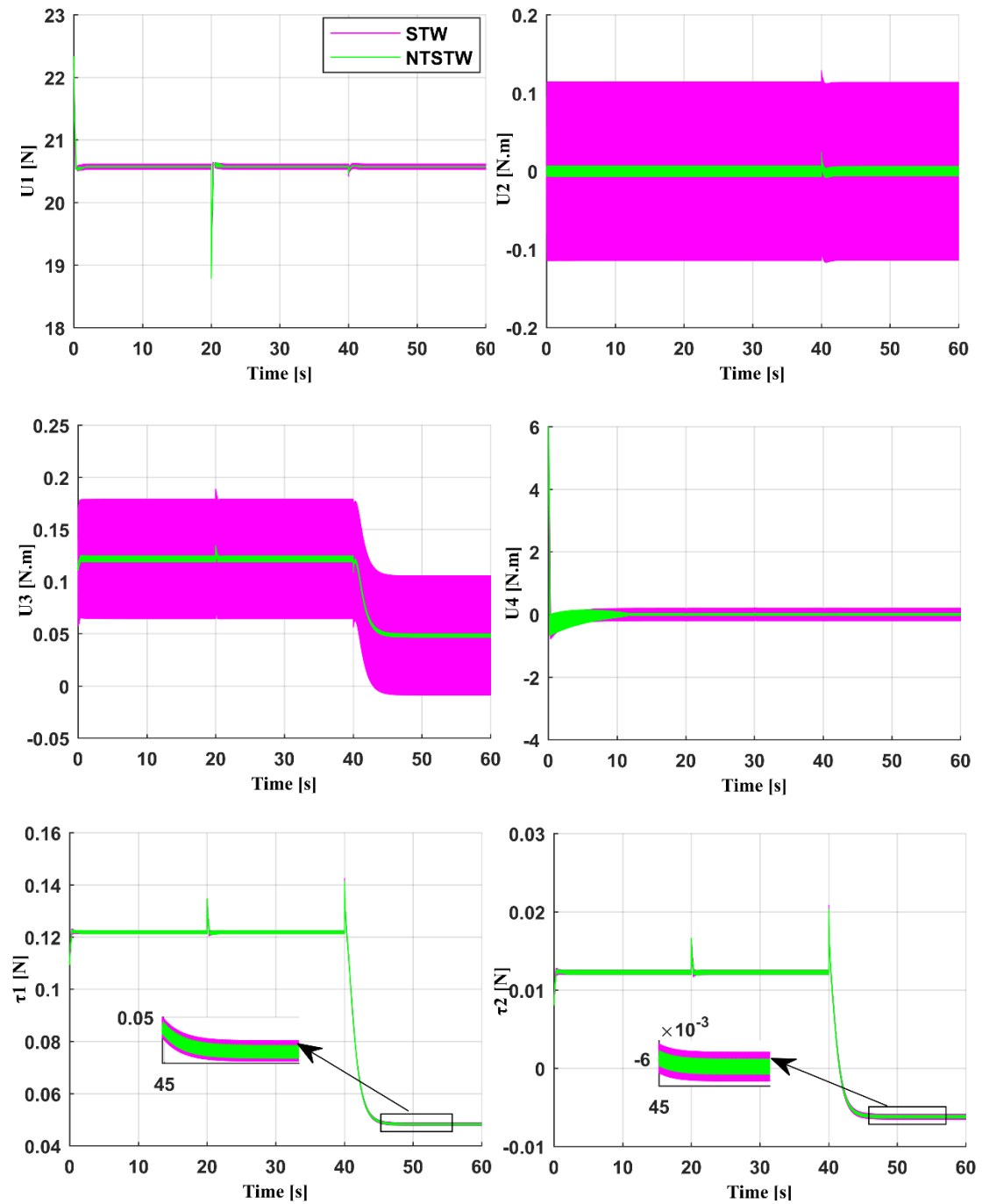


Figure 4.5 Signaux des commandes STW et NTSTW.

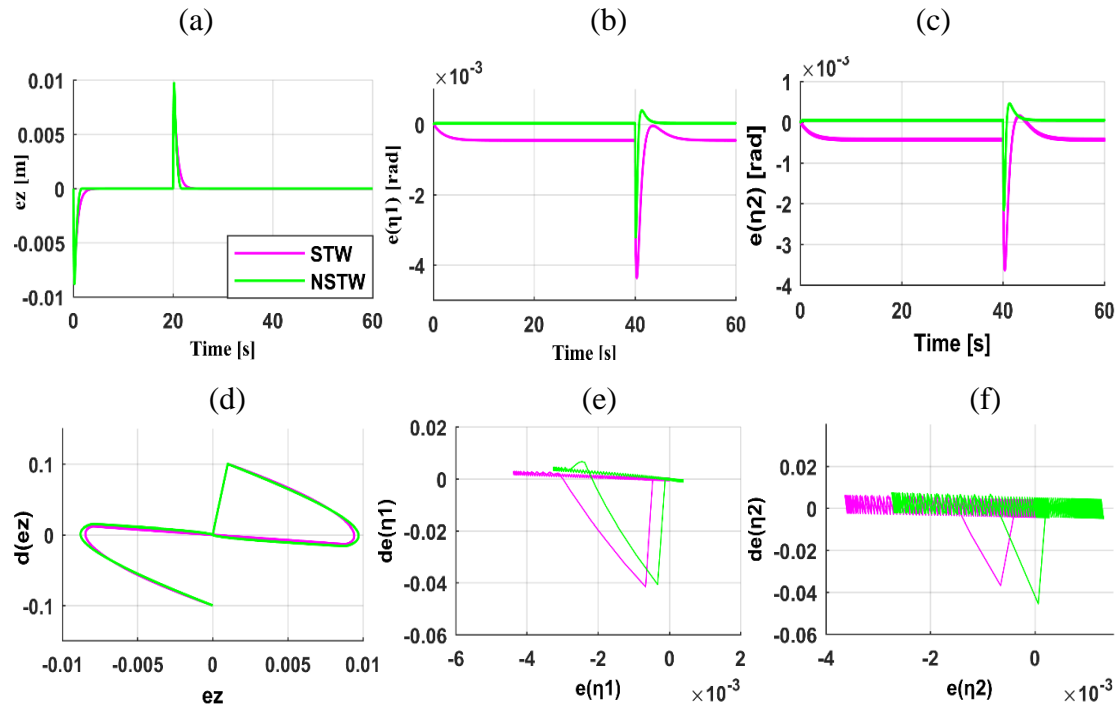


Figure 4.6 Erreurs de position et plans de phase

5. Commande adaptative

Pour le cas de notre système le manipulateur va transporter des objets avec des paramètres inertiels inconnus, les systèmes d'alimentation peuvent être soumis à de grandes variations dans les conditions de charge ; donc pour accomplir sa mission avec des bonnes performances une commande adaptative est proposée comme une contribution au problème de contrôle du manipulateur aérien.

La stratégie de commande est appelée Adaptive Nonsingular Terminal Super-Twisting (ANTSTW), elle combine l'efficacité du NTSMC et le Super Twisting Adaptative.

L'objectif principal de notre travail est l'extension des travaux présentés dans [89,90] en utilisant une nouvelle surface de glissement pour éliminer les problèmes de singularité en assurant une convergence dans un temps fini. La stabilité du Quadrimanipulateur en boucle fermée est prouvée en utilisant le critère de Lyapunov.

5.1. Variable de glissement

Dans l'expression de la variable de glissement de la section précédente (4.8), pour $\dot{e} < 0$ le terme e^ρ peut être complexe à cause de la puissance fractionnelle ρ , qui mène la variable de glissement d'être non réel $S \notin \mathbb{R}$.

Pour remédier ce problème, nous utilisons une nouvelle forme de la variable NTS, qui a été proposée dans [89,90] :

$$S = e + W | \dot{e} |^\rho \text{sign}(\dot{e}) \tag{4.16}$$

Avec: $| \dot{e} |^\rho \text{sign}(\dot{e}) = \left[| \dot{e}_1 |^{\rho_1} \text{sign}(\dot{e}_1), \dots, | \dot{e}_8 |^{\rho_8} \text{sign}(\dot{e}_8) \right]^T$

5.2. La commande équivalente u_{eq}

Elle est obtenue en calculant $\dot{S} = 0$ comme suit :

$$\dot{S} = \dot{e} + W \Lambda \text{diag}(| \dot{e} |^{(\rho-1)}) \cdot \ddot{e} \tag{4.17}$$

$$\begin{aligned} \dot{S} &= \dot{e} + W \Lambda \text{diag}(| \dot{e}_i |^{(\rho_i-1)}) (\ddot{\xi} - \ddot{\xi}_d) \\ &= \dot{e} + W \Lambda \text{diag}(| \dot{e}_i |^{(\rho_i-1)}) \left(B^{-1} (-C \dot{\xi} - G + U_{eq}) - \ddot{\xi}_d \right) \end{aligned} \tag{4.18}$$

$$\dot{S} = 0 \Rightarrow U_{eq} = C \dot{\xi} + G - B \left(\Lambda^{-1} W^{-1} | \dot{e} |^{(2-\rho)} \text{sign}(\dot{e}) - \ddot{\xi}_d \right) \tag{4.19}$$

Avec : $\Lambda = \text{diag}(\rho_i)$ pour $(i = 1 \text{ to } 8)$

Le NTSMC avec la commande discontinue peut être écrit comme:

$$U = C \dot{\xi} + G - B \left(\Lambda^{-1} W^{-1} | \dot{e} |^{(2-\rho)} \text{sign}(\dot{e}) - \ddot{\xi}_d - U_{dis} \right) \tag{4.20}$$

Remplaçons (4.8) dans la loi de commande (4.20), on obtient le contrôleur Nonsingular Terminal Super-Twisting (NTSTW) donné par :

$$U = C \dot{\xi} + G - B \left(\Lambda^{-1} W^{-1} | \dot{e} |^{(2-\rho)} \text{sign}(\dot{e}) - \ddot{\xi}_d + \beta | S |^{1/2} \text{sign}(S) + \alpha \int_0^t \text{sign}(S) \right) \tag{4.21}$$

Avec: $\beta = \text{diag}(\beta_i)$ et $\alpha = \text{diag}(\alpha_i)$, $(i = 1 \text{ to } 8)$ sont des matrices diagonales.

5.3. Lois adaptatives

Afin d'améliorer les performances et de surmonter les incertitudes, nous ajustons les gains de STW par des lois d'adaptation, c.-à-d. les gains de cet algorithme ne seront plus constants, ils augmentent en fonction du temps jusqu'à atteindre les valeurs optimums.

Proposition1

Théorème 4.1 Considérons le modèle dynamique du Quadri-manipulateur (3.23), le contrôleur Adaptive Nonsingular Terminal Sliding Mode Super Twisting Controller (ANTSTW) avec la variable de glissement (4.16) est donné par :

$$U = C \dot{\xi} + G - B \left(\Lambda^{-1} W^{-1} |e|^{\rho-1} \text{sign}(\dot{e}) - \ddot{\xi}_d + \beta |S|^{\rho/2} \text{sign}(S) + \alpha \int_0^t \text{sign}(S) \right) \quad (4.22)$$

Avec les gains adaptés par :

$$\begin{aligned} \dot{\beta}(t) &= \delta_1 W \Lambda |e|^{\rho-1} |S|^{3/2} \\ \dot{\alpha}(t) &= \delta_2 W \Lambda |e|^{\rho-1} \int_0^t |S| \end{aligned} \quad (4.23)$$

Où : $\delta_1 = \text{diag}(\delta_{1ii}) \in R^{8 \times 8}$, $\delta_2 = \text{diag}(\delta_{2ii}) \in R^{8 \times 8}$ des matrices diagonales constantes .

Preuve :

Nous choisissons la fonction de Lyapunov candidate suivante :

$$V = \frac{1}{2} S^2 + \frac{1}{2\delta_1} (\beta - \beta^*)^2 + \frac{1}{2\delta_2} (\alpha - \alpha^*)^2 \quad (4.24)$$

Avec: β^* et α^* sont les valeurs optimums β et α respectivement.

Les dérivés des équations sont (4.16) et (4.24):

$$\dot{V} = S\dot{S} + \frac{1}{\delta_1} (\beta - \beta^*) \dot{\beta} + \frac{1}{\delta_2} (\alpha - \alpha^*) \dot{\alpha} \quad (4.25)$$

$$\dot{S} = \dot{e} + W \Lambda \text{diag}(|\dot{e}_i|^{\rho-1}) (\ddot{\xi} - \ddot{\xi}_d) \quad (4.26)$$

La combinaison des équations (3.23), (4.22) donne :

$$\dot{S} = W \Lambda |e|^{\rho-1} \left(-\beta |S|^{1/2} \text{sign}(S) - \alpha \int_0^t \text{sign}(S) \right) \quad (4.27)$$

Remplaçons (4.27) dans (4.25) nous obtenons :

$$\dot{V} = S \left(W \Lambda |e|^{\rho-1} \left(-\beta |S|^{1/2} \text{sign}(S) - \alpha \int_0^t \text{sign}(S) \right) \right) + \frac{1}{\delta_1} (\beta - \beta^*) \dot{\beta} + \frac{1}{\delta_2} (\alpha - \alpha^*) \dot{\alpha} \quad (4.28)$$

On additionne et soustraite les termes $\beta^* |S|^{1/2} \text{sign}(S)$ et $\alpha^* \int_0^t \text{sign}(S)$ dans l'équation (4.28), on aura :

$$\begin{aligned} \dot{V} = & S W \Lambda |e|^{\rho-1} \left(-\beta |S|^{1/2} \text{sign}(S) - \alpha \int_0^t \text{sign}(S) - \beta^* |S|^{1/2} \text{sign}(S) + \beta^* |S|^{1/2} \text{sign}(S) \right. \\ & \left. - \alpha^* \int_0^t \text{sign}(S) + \alpha^* \int_0^t \text{sign}(S) \right) + \frac{1}{\delta_1} (\beta - \beta^*) \dot{\beta} + \frac{1}{\delta_2} (\alpha - \alpha^*) \dot{\alpha} \end{aligned} \quad (4.29)$$

Après simplification :

$$\begin{aligned} \dot{V} = & W \Lambda |e|^{\rho-1} \left(-\beta^* |S|^{1/2} - \alpha^* t \right) |S| + (\beta - \beta^*) \left(\frac{1}{\delta_1} \dot{\beta} - W \Lambda |e|^{\rho-1} |S|^{3/2} \right) \\ & + (\alpha - \alpha^*) \left(\frac{1}{\delta_2} \dot{\alpha} - W \Lambda |e|^{\rho-1} \int_0^t |S| \right) \end{aligned} \quad (4.30)$$

Si on choisit les lois d'adaptation suivantes :

$$\begin{aligned} \dot{\beta} = \dot{\beta}(t) &= \delta_1 W \Lambda |e|^{\rho-1} |S|^{3/2} \\ \dot{\alpha} = \dot{\alpha}(t) &= \delta_2 W \Lambda |e|^{\rho-1} \int_0^t |S| \end{aligned} \quad (4.31)$$

On obtient :

$$\dot{V} \leq -W \Lambda |e|^{\rho-1} \left(\beta^* |S|^{1/2} + \alpha^* t \right) |S| \quad (4.32)$$

Nous avons W, Λ définies positives et $|e|^{\rho-1} > 0$ alors, \dot{V} est négative.

Intégrant l'inégalité (4.32):

$$\int_0^t \dot{V}(\tau) d\tau \leq -W \Lambda \int_0^t |\dot{e}|^{(\rho-1)} (\beta^* |S|^{1/2} + \alpha^* \tau) |S| d\tau \quad (4.31)$$

Ce qui implique :

$$W \Lambda \int_0^t |\dot{e}|^{(\rho-1)} (\beta^* |S|^{1/2} + \alpha^* \tau) |S| d\tau \leq V(0) - V(t) \quad (4.32)$$

Comme $V(t)$ est une fonction positive et décroissante, nous pouvons écrire :

$$\int_0^t |\dot{e}|^{(\rho-1)} (\beta^* |S|^{1/2} + \alpha^* \tau) |S| d\tau \leq W^{-1} \Lambda^{-1} V(0) \quad (4.33)$$

En faisant appel au lemme de Barbalat, nous pouvons conclure que : $S \rightarrow 0$ quand $t \rightarrow \infty$. Cette conclusion est insuffisante car elle nous informe que sur la stabilité ; la convergence reste ambiguë!, la proposition n'est pas bonne pour notre cas et nous devons proposer d'autres lois d'adaptation en choisissant autre fonction candidate de Lyapunov.

Proposition 2 :

Hypothèse 1 : on suppose que la variable de glissement s a un degré relatif égal à un par rapport à u :

$$\dot{s} = \Psi(\cdot) + \Gamma(\cdot) \cdot u \quad (4.34)$$

Les fonctions $\Psi(\cdot), \Gamma(\cdot)$ sont supposées d'être bornées comme suit :

$$0 < K_m < \Gamma(\cdot) \leq K_M, |\Psi(\cdot)| \leq C_0 \text{ avec : } K_m \in R^{+*}, K_M \in R^{+*}, C_0 \in R^+$$

Prenant la dérivée par rapport au temps de la variable de glissement (4.15) :

$$\dot{S} = \dot{e} + W \Lambda \text{diag}(|\dot{e}_i|^{(\rho_i-1)}) \cdot \ddot{e} = \dot{e} + W \Lambda \text{diag}(|\dot{e}_i|^{(\rho_i-1)}) (\ddot{\xi} - \ddot{\xi}_d) \quad (4.35)$$

La combinaison des équations (3.23), (4.19) et (4.34) nous donne :

$$\dot{S} = W \Lambda \text{diag}(|\dot{e}_i|^{(\rho_i-1)}) \left(-\beta |S|^{1/2} \text{sign}(S) - \alpha \int_0^t \text{sign}(S) \right) \quad (4.36)$$

Cette équation peut être écrite en forme scalaire ($i = 1, \dots, 8$) comme suit :

$$\dot{s}_i = w_i \rho_i |\dot{e}_i|^{(\rho_i-1)} \left(-\beta_i |S_i|^{1/2} \text{sign}(S_i) - \alpha_i \int_0^t \text{sign}(S_i) \right) \quad (4.37)$$

D'après l'hypothèse2, nous avons $w_i \rho_i |\dot{e}_i|^{(\rho_i-1)} \leq K_{Mi}$ donc nous pouvons écrire :

$$\dot{s}_i \leq K_{Mi} \left(-\beta_i |S_i|^{1/2} \text{sign}(s_i) - \alpha_i \int_0^t \text{sign}(s_i) \right) \quad (4.38)$$

En mettant $z_{li} = s_i$, ($i = 1 \text{ to } 8$), nous avons :

$$\begin{aligned} \dot{z}_{li} &= -K_{Mi} \beta_i |z_{li}|^{1/2} \text{sign}(z_{li}) + z_{2i} \\ \dot{z}_{2i} &= -K_{Mi} \alpha_i \text{sign}(z_{li}) + \mathcal{G}_i(z_i, t) \end{aligned} \quad (4.39)$$

D'où la perturbation \mathcal{G}_i est bornée soit : $|\mathcal{G}_i| \leq \sigma_i$, σ_i est une constante positive.

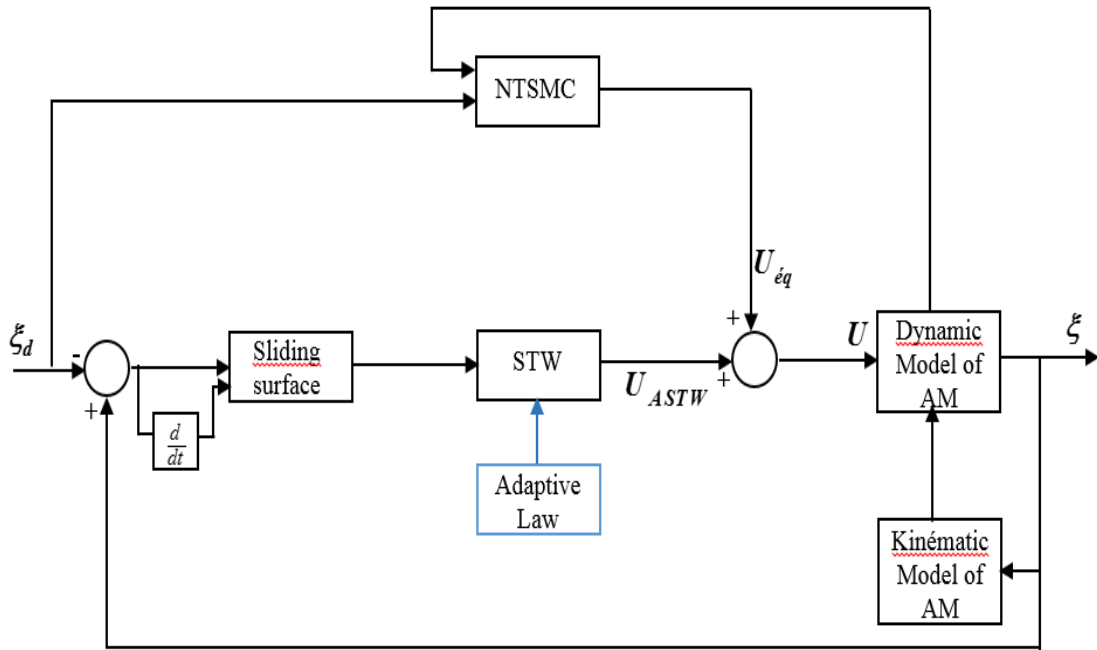


Figure 4.7 Schéma de commande ANTSTW.

THEOREME 4.2. Considérons la dynamique de système robotisé donnée par (3.23), et la variable de glissement (4.15), le contrôleur Adaptive Super-Twisting Nonsingular Terminal Sliding-Mode-Controller (ANTSTW) est donné par :

$$U = C \dot{\xi} + G - B \left(\Lambda^{-1} W^{-1} |\dot{e}|^{(2-\rho)} \text{sign}(\dot{e}) - \ddot{\xi}_d + \beta |S|^{1/2} \text{sign}(S) + \alpha \int_0^t \text{sign}(S) \right) \quad (4.40)$$

où : $\beta = \text{diag}(\beta_i)$ et $\alpha = \text{diag}(\alpha_i)$, ($i = 1$ to 8) sont des matrices diagonal ; β_i , α_i sont choisi avec les conditions :

$$\beta_i > 0, \quad \alpha_i > \frac{6\sigma_i + 4 \left(\frac{\sigma_i}{K_{Mi} \beta_i} \right)^2}{2K_{Mi}} \quad (4.41)$$

Avec la loi d'adaptation :

$$\dot{\beta}_i(t) = \begin{cases} \omega_{1i} \sqrt{\frac{\delta_{1i}}{2}} & \text{si } (s_i \neq 0) \\ 0 & \text{si } (s_i = 0) \end{cases} \quad (4.42)$$

$$\dot{\alpha}_i(t) = \begin{cases} \omega_{2i} \sqrt{\frac{\delta_{2i}}{2}} & \text{si } (s_i \neq 0) \\ 0 & \text{si } (s_i = 0) \end{cases} \quad (4.43)$$

Avec: $\omega_{1i}, \delta_{1i}, \omega_{2i}, \delta_{2i}$ sont des constantes positives, alors, la surface de glissement sera atteinte dans un temps fini. [110]

Preuve :

Choisissons la fonction de Lyapunov candidate V_0 sous une forme quadratique :

$$V_0(x) = Z^T P Z \quad (4.44)$$

$$\text{Avec: } Z^T = \left[|z_{1i}|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(z_{1i}), z_{2i} \right] \quad P = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 4K_{Mi} \alpha_i + K_{Mi}^2 \beta_i^2 & -K_{Mi} \beta_i \\ -K_{Mi} \beta_i & 2 \end{bmatrix}$$

Posons: $\|Z\|_2^2 = |z_{1i}| + z_{2i}^2$, nous aurons [111]:

$$\begin{cases} \lambda_{\min} \{P\} \|Z\|_2^2 \leq V_0(z) \leq \lambda_{\max} \{P\} \|Z\|_2^2 \\ |z_{1i}|^{1/2} \leq \|Z\|_2 \leq \frac{V_0^{1/2}(z)}{\lambda_{\min} \{P\}} \end{cases} \quad (4.45)$$

La dérivation de (4.44) par rapport au temps nous donne :

$$\dot{V}_0 = -\frac{1}{|z_{li}|^{1/2}} Z^T Q Z = -\frac{1}{|z_{li}|^{1/2}} \lambda_{\min} \{Q\} \|Z\|_2^2 \quad (4.46)$$

$$\text{Avec: } Q = \frac{K_{Mi} \beta_i}{2} \begin{bmatrix} 2K_{Mi} \alpha_i + K_{Mi}^2 \beta_i^2 - 2\sigma_i & -\left(K_{Mi} \beta_i + \frac{2\sigma_i}{K_{Mi} \beta_i}\right) \\ -\left(K_{Mi} \beta_i + \frac{2\sigma_i}{K_{Mi} \beta_i}\right) & 1 \end{bmatrix}$$

\dot{V}_0 est négative si Q soit une matrice définie positive c'est le cas si les gains vérifient les conditions données par (4.41).

Nous avons :

$$\dot{V}_0 \leq -rV_0^{1/2} \quad (4.47)$$

$$\text{Avec: } r = \frac{\lambda_{\min}^{1/2} \{P\} \lambda_{\min} \{Q\}}{\lambda_{\max} \{P\}}$$

On définit une autre fonction de Lyapunov comme suit :

$$V = V_0 + \frac{1}{2\delta_{li}} (\beta_i - \beta_i^*)^2 + \frac{1}{2\delta_{2i}} (\alpha_i - \alpha_i^*)^2 \quad (4.48)$$

Sa dérivée est donnée par :

$$\dot{V} \leq -rV_0^{1/2} + \frac{1}{\delta_{li}} (\beta_i - \beta_i^*) \dot{\beta}_i + \frac{1}{\delta_{2i}} (\alpha_i - \alpha_i^*) \dot{\alpha}_i \quad (4.49)$$

L'addition et la soustraction des termes $\frac{\omega_{li}}{\sqrt{2\delta_{li}}} |\beta_i - \beta_i^*|$ et $\frac{\omega_{2i}}{\sqrt{2\delta_{2i}}} |\alpha_i - \alpha_i^*|$ dans

l'inégalité (4.49) donne :

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -rV_0^{1/2} + \frac{1}{\delta_{li}} (\beta_i - \beta_i^*) \dot{\beta}_i - \frac{\omega_{li}}{\sqrt{2\delta_{li}}} |\beta_i - \beta_i^*| + \frac{1}{\delta_{2i}} (\alpha_i - \alpha_i^*) \dot{\alpha}_i - \frac{\omega_{2i}}{\sqrt{2\delta_{2i}}} |\alpha_i - \alpha_i^*| \\ & + \frac{\omega_{li}}{\sqrt{2\delta_{li}}} |\beta_i - \beta_i^*| + \frac{\omega_{2i}}{\sqrt{2\delta_{2i}}} |\alpha_i - \alpha_i^*| \end{aligned} \quad (4.50)$$

On suppose que les lois d'adaptation (4.42), (4.43) limitent les gains β_i, α_i , il existent des constantes positives tel que : $\alpha_i(t) - \alpha_i^* < 0$ et $\beta_i(t) - \beta_i^* < 0, \forall t > 0$ [112].

Si on choisit $\dot{\beta}_i$ et $\dot{\alpha}_i$ comme (4.42),(4.43) on peut avoir :

$$\dot{V} \leq -rV_0^{1/2} - \frac{\omega_{\beta_i}}{\sqrt{2\delta_{\beta_i}}} |\beta_i - \beta_i^*| - \frac{\omega_{\alpha_i}}{\sqrt{2\delta_{\alpha_i}}} |\alpha_i - \alpha_i^*| \quad (4.51)$$

En utilisant l'inégalité: $(x^2 + y^2 + z^2)^{1/2} \leq |x| + |y| + |z|$, et l'équation (4.48), on peut réécrire (4.51) comme:

$$\dot{V} \leq -rV_0^{1/2} - \omega_{\beta_i} \frac{|\beta_i - \beta_i^*|}{\sqrt{2\delta_{\beta_i}}} - \omega_{\alpha_i} \frac{|\alpha_i - \alpha_i^*|}{\sqrt{2\delta_{\alpha_i}}} \leq -KV^{1/2} \quad (4.52)$$

Avec: $K = \min \{r, \omega_{\beta_i}, \omega_{\alpha_i}\}$

Donc, la convergence en temps fini est garantie.

5.4. Résultats de simulation

En premier lieu, nous prenons les mêmes conditions de simulation que la section 2, et nous faisons des tests de simulation en appliquant la commande ANTSTW donnée par (4.40-4.43), ces résultats sont comparés avec celles du NSTW sans adaptation. Les paramètres des deux contrôleurs sont données par :

- Les paramètres de la surface sont :

$$w = \text{diag}(2, 2, 6, 0.9, 0.9, 3, 3, 4) \quad q = (9, 9, 7, 9, 9, 9, 9, 9), \quad p_i = 11.$$

- Les paramètres de l'ASTW sont :

$$\delta_1 = (0.1, 0.1, 1.5, 1, 1, 1, 70, 15), \quad \delta_2 = (0.1, 0.1, 1, 0.1, 0.1, 1, 10, 2), \quad \omega_{\beta_i} = 0.01 \quad \omega_{\alpha_i} = 0.01.$$

La poursuite de trajectoire en position comme illustré par les Figures 4.8 reflète une précision de poursuite pour le Quadrotor et pour les deux articulations du bras manipulateur, si on observe les erreurs de position Figure 4.10 ; on peut facilement conclure qu'elles sont inférieures en pourcentage de 1% et elles convergent vers zéro en temps fini.

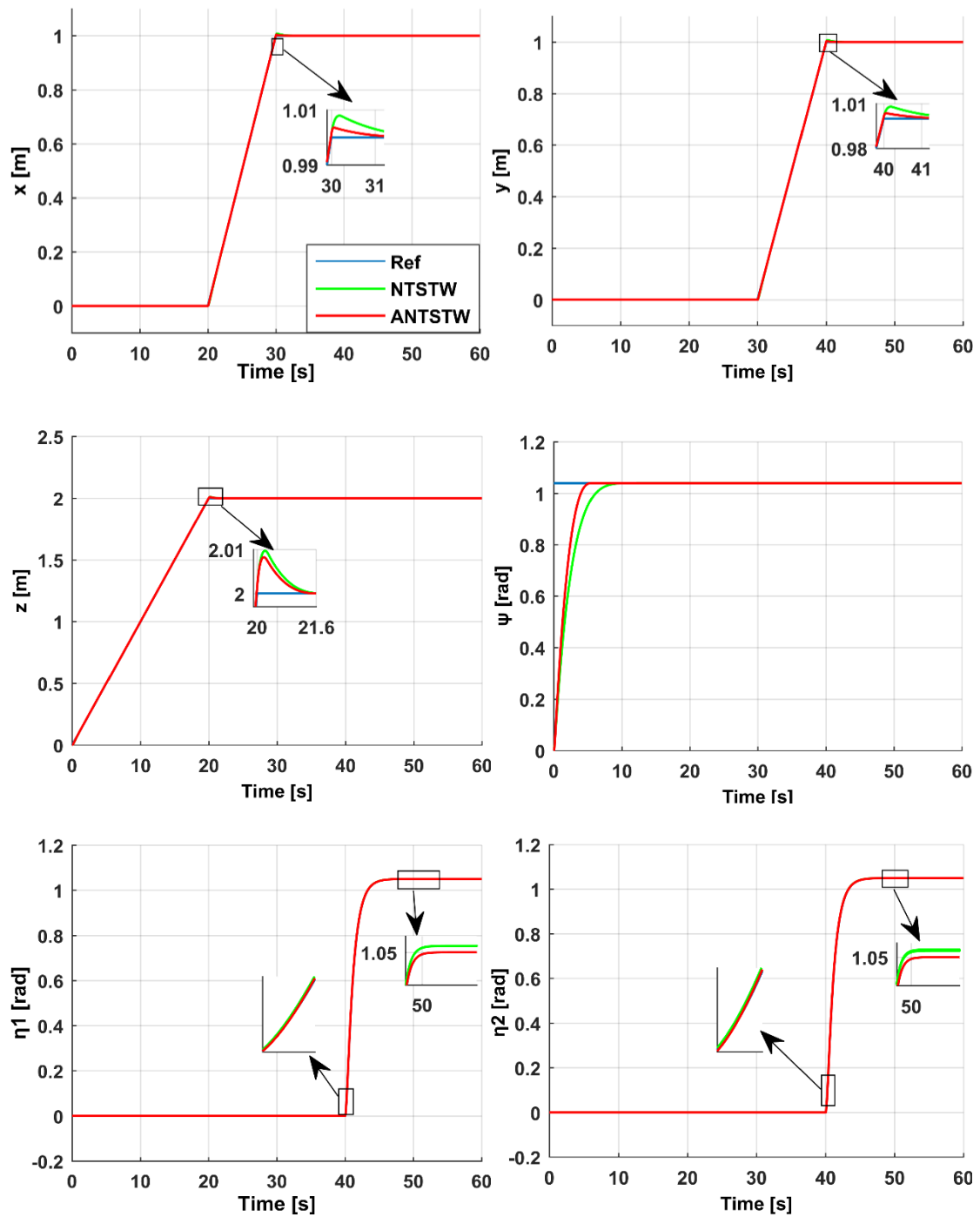


Figure 4.8 La poursuite de trajectoire du QM en vol libre en appliquant NTSTW et ANTSTW.

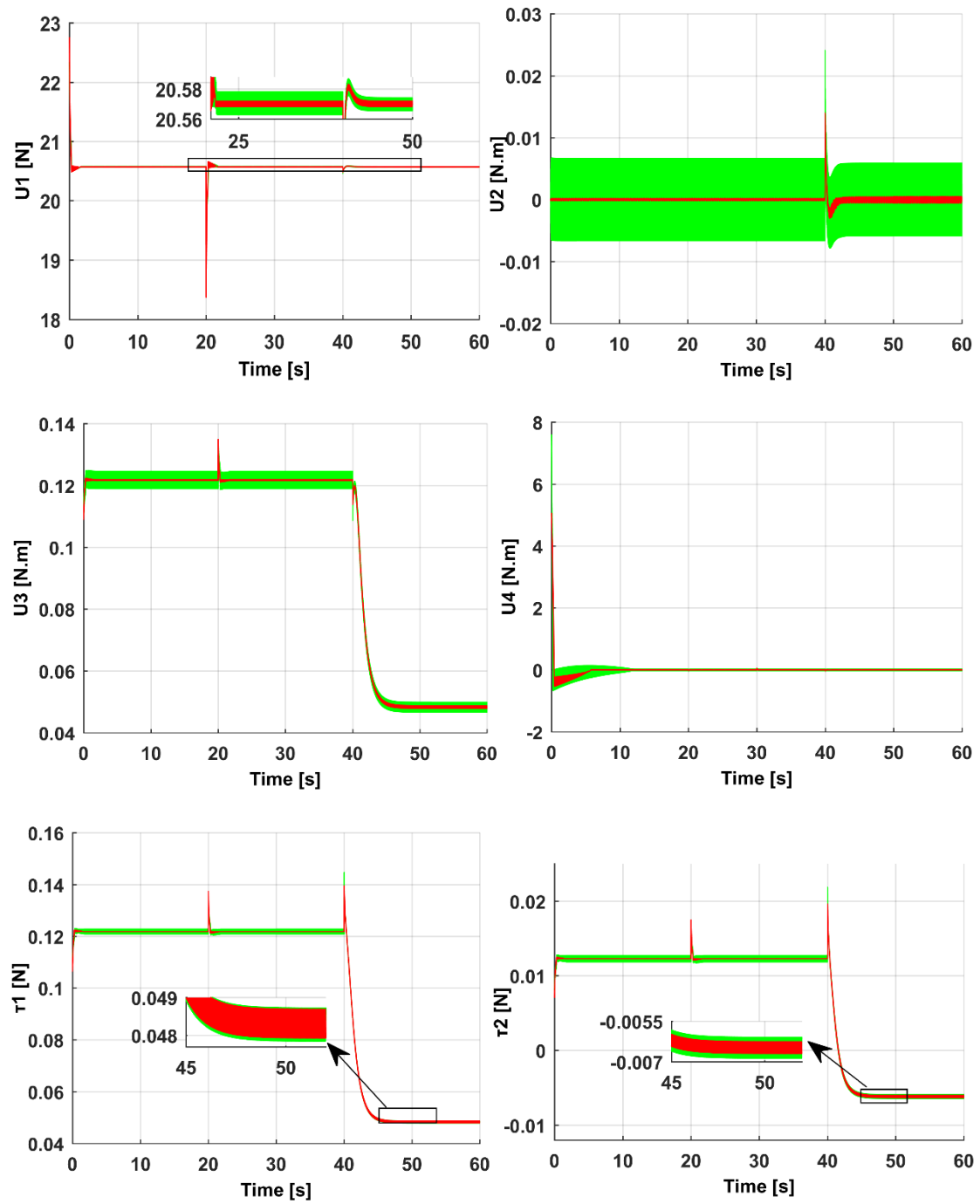


Figure 4.9 Signaux des commandes NTSTW et ANTSTW.

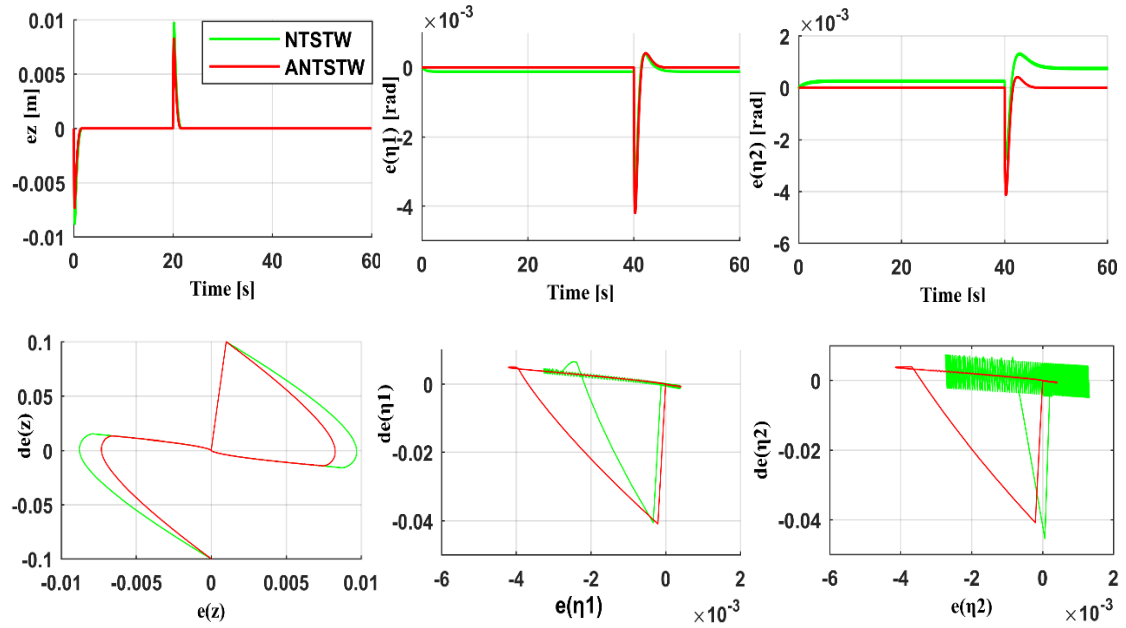


Figure 4.10 Erreurs de position et plans de phase

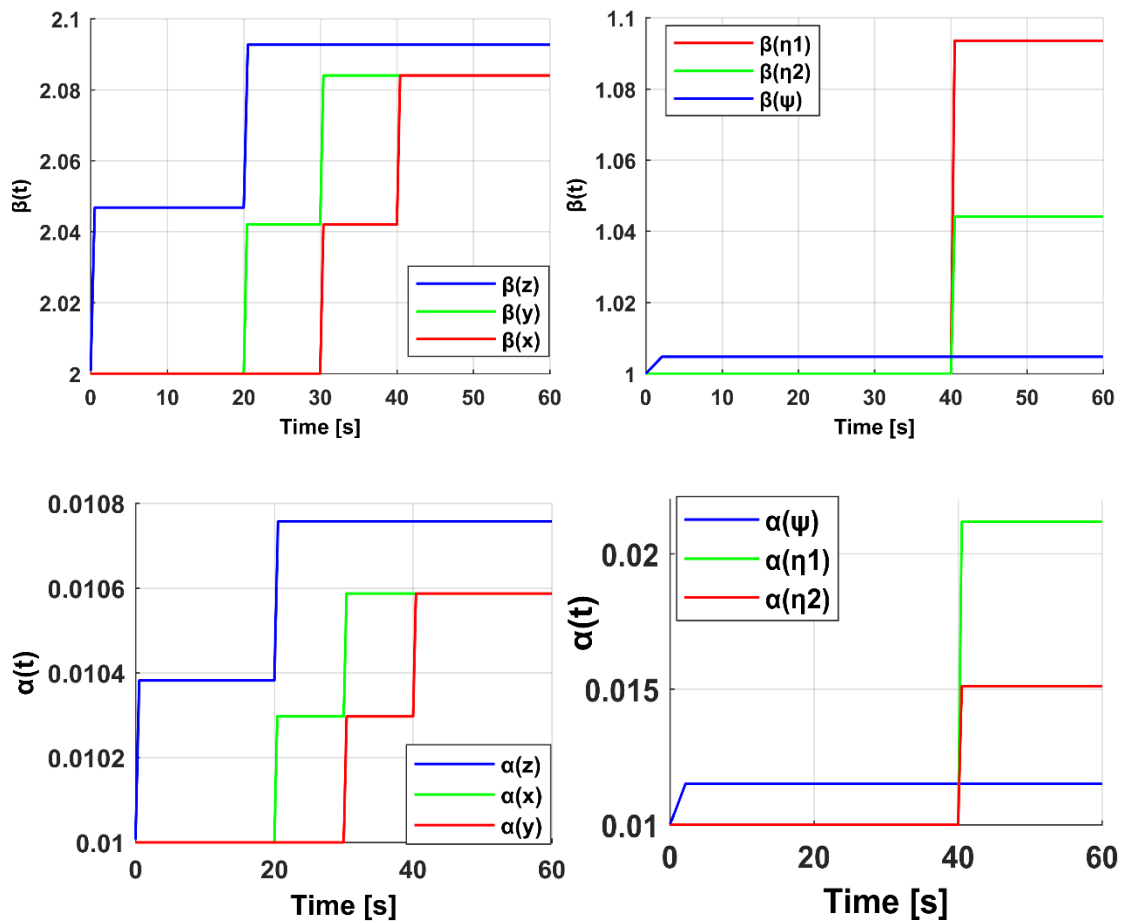


Figure 4.11 les gains adaptatifs

La figure 4.9 donne les signaux de commande, ils sont admissibles quoique le broutement existe toujours. Mais on signale que ce broutement (chattering) a considérablement diminué presque éliminé dans le cas adaptatif.

La figure 4.11 montre l'évaluation des gains β, α du STW, ils sont ajustés dans le temps en fonction de l'erreur de poursuite et convergent vers les valeurs optimums quand les erreurs convergent vers zéro.

6. Tests de robustesse

Pour montrer l'efficacité de la commande proposée, nous allons la tester pour d'autres trajectoires de référence plus complexes et en incluant la partie manipulation qui est l'attachement d'une charge utile de 0.025kg au deuxième lien du bras, elle est considérée comme une perturbation pour le système.

Les valeurs initiales de toutes les variables articulaires du système sont égales à zéro, la trajectoire de référence comprend des phases résumées comme suit :

- 1- Dans la première phase le déplacement vertical est de 0 à 4m le long de z dans ce cas $\eta_{1d} = \eta_{2d} = 0$ et x, y doivent suivre le trajet donné par :
$$x_d = 0.5 * \cos(0.5 * t), y_d = 0.5 * \sin(0.5 * t).$$
- 2- Dans la deuxième phase $(x_d, y_d, z_d) = (0.2, 0.4576, 4)$ m et les deux articulations du bras manipulateur η_1, η_2 doivent suivre le trajet donné par
$$\eta_{1d} = \eta_{2d} = 1.05 - (7/5)e^{-t-40} + (7/20)e^{-4(t-40)}.$$
- 3- La dernière phase commence à l'instant $t=50$ s, on attache à la deuxième articulation une masse de 0.025kg tout en gardant la trajectoire de la deuxième phase.

Les résultats de simulation sont illustrés dans les figures 4.12 à 4.15.

Les figures 4.12 montrent une bonne poursuite des trajectoires sinusoïdale pour les deux contrôleurs, pour le déplacement en z , on remarque à l'instant $t=40$ s un dépassement lors de l'application du ANTSTW, mais le système revient et converge rapidement à la trajectoire de référence. Les deux articulations du bras manipulateur

suivent leurs trajectoires de référence et continuent à les suivre avec précision après l'ajout de la charge utile ($t=50s$).

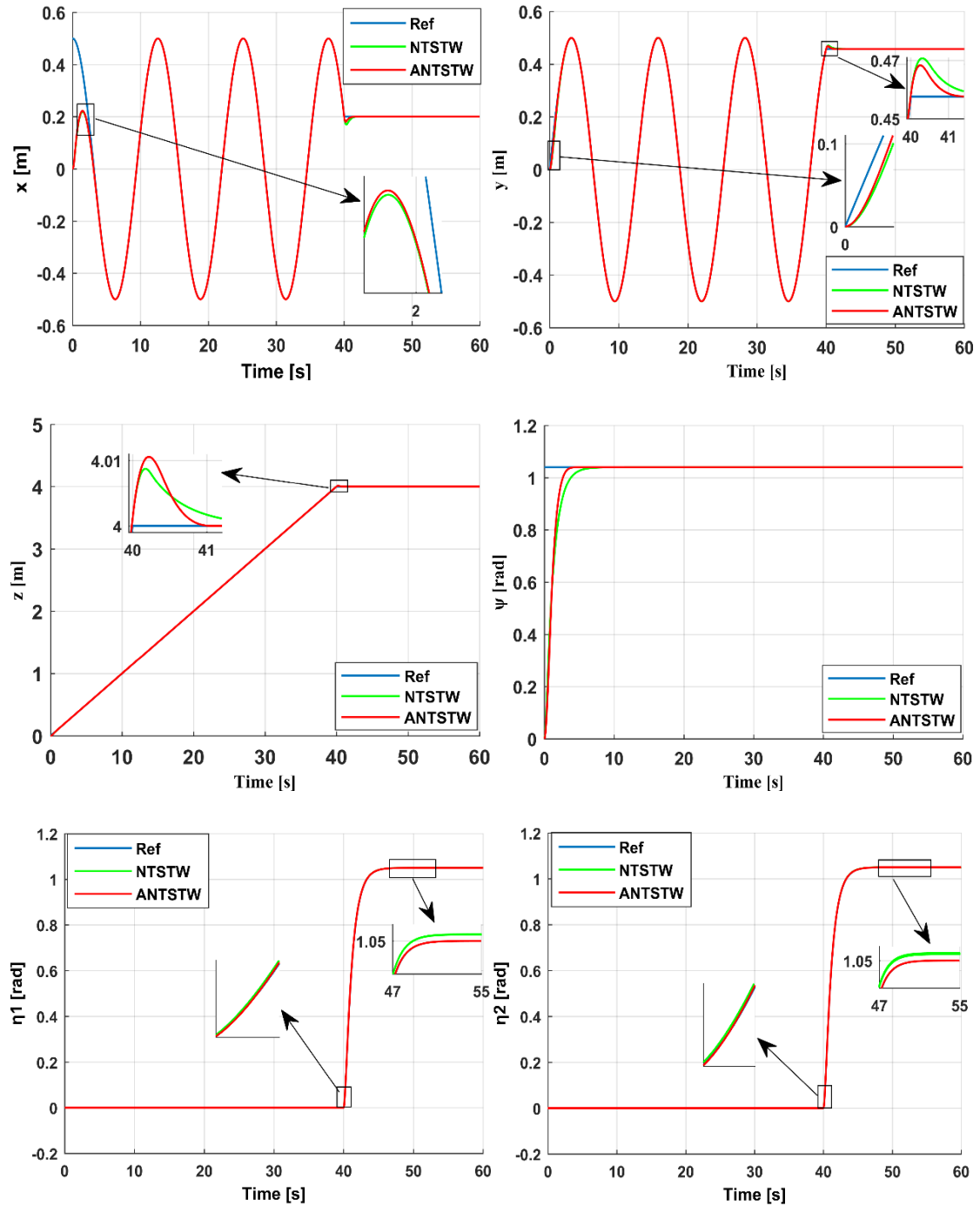


Figure 4.12 Réponses au test de robustesse

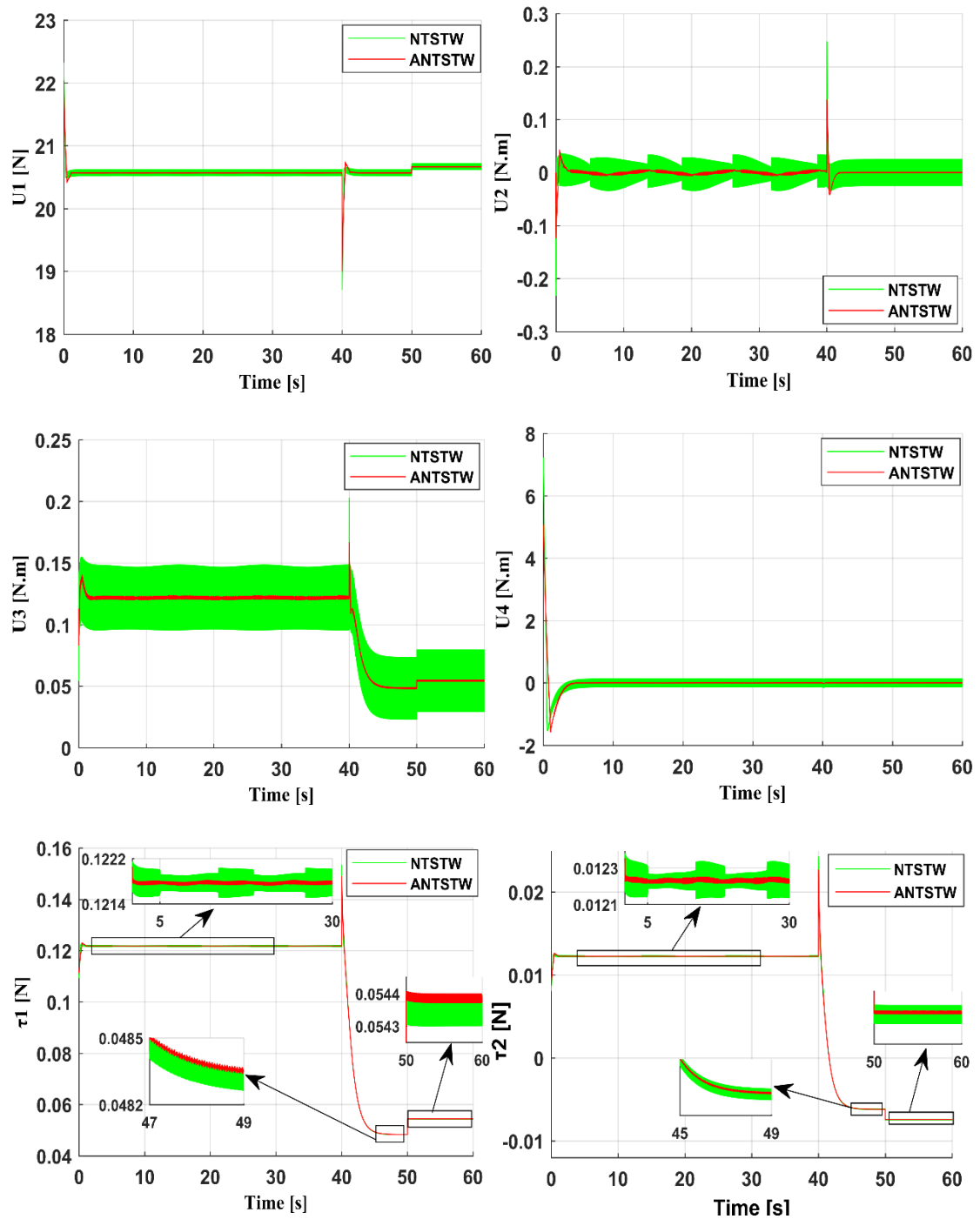


Figure 4.13 Signaux de commande (test de robustesse)

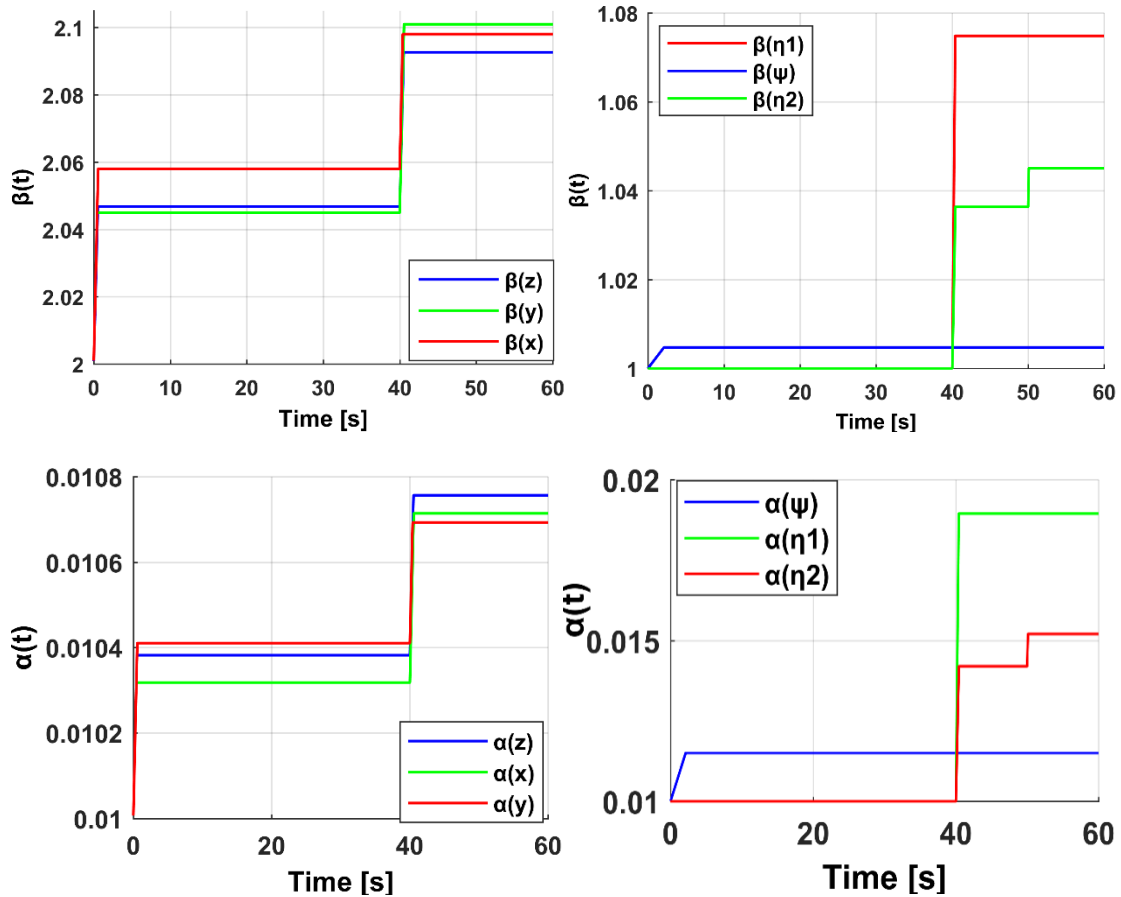


Figure 4.13 les gains adaptatifs (test de robustesse)

L'effet de broutement a été considérablement réduit dans le cas du contrôleur adaptatif (voir figure 4.13), on peut constater que l'ANTSTW présente des meilleures performances et a pu surmonter l'incertitude (la charge ajoutée) avec des signaux de commande plus lisses que le NTSTW. Ça est dû à l'adaptation des gains de Super Twisting par des lois basées sur l'analyse de Lyapunov. Les variations de ces gains sont illustrées dans la figure 4.13.

7. Etude comparative

Pour examiner les différentes lois de commande, développées pour le QM nous avons opté à une étude comparative entre ces différentes commandes. Pour cela, nous définissons deux critères :

- 1- Le premier est en fonction de la valeur absolue de l'erreur et du temps (Absolute error multiple with the time : AEMT) pour examiner la vitesse de convergence :

$$J_{AEMT} = \sum t |e| \quad (4.53)$$

- 2- Le deuxième est en fonction de la commande appliquée (Sum of square control : SSE), on peut le considérer comme un critère énergétique :

$$J_{SSE} = \sum u^2 \quad (4.54)$$

Pour bien examiner ces commandes, les résultats ont été pris dans les mêmes conditions ; à titre d'exemple : les trajectoires désirées, la période d'échantillonnage, le temps de simulation... Les résultats de ces deux critères pour toutes les commandes sont regroupés dans les tableaux 4.1 et 4.2.

Après cette étude comparative entre les techniques de commande utilisées pour la poursuite en trajectoire par le QM on constate que :

- Les commandes NTSTW et ANTSTW présentent une grande différence en termes de performances et d'énergie comparés avec le mode glissant classique et le STW avec une surface linéaire.
- Le contrôleur adaptatif présente une bonne précision en observant les valeurs du critère AEMT dans le tableau 4.1 pour toutes les articulations.
- La commande ANTSTW présente la commande la moins énergétique en assurant une convergence dans un temps minimum ce qui se voit par le critère SSE dans le tableau 4.2.

Tableau 4.1 Résultats en utilisant AEMT

Commandes Réponses	SMC	STW	NTSTW	ANTSTW
z	56.5306	18.3237	12.6433	9.7940
x	106.1421	53.6763	36.2143	14.8334
y	101.3797	74.0497	50.3113	20.9023
ψ	549.6638	468.8504	415.9112	206.1307
η_1	120.4235	92.3927	31.7319	16.6943
η_2	93.8280	85.0311	62.3385	18.3275

Tableau 4.2 Résultats en utilisant SSE

Commandes Réponses	SMC	STW	NTSTW	ANTSTW
z	2.5680×10^6	2.5393×10^6	2.5393×10^6	2.5393×10^6
x	91.3231	15.6193	0.2411	0.0024
y	177.7229	85.3897	65.7909	65.7611
ψ	898.2417	825.3863	610.9698	523.0636
η_1	67.0583	65.0824	65.7936	65.7906
η_2	0.8292	0.6791	0.6799	0.6788

8. Conclusion

La commande par mode glissant en raison de sa robustesse et simplicité d'implémentation a été adoptée pour satisfaire nos objectives de commande. Dans ce chapitre des commandes basées sur cette technique ont été conçues pour le control du vol du QM. Le phénomène de broutement et la convergence asymptotique sont des inconvénients majeurs dans le mode glissant classique. Pour pallier à ces problèmes nous avons opté à proposer quelques solutions.

En premier lieu pour éliminer ou du moins diminuer le phénomène de broutement nous avons remplacé la commande discontinue par une formule adaptative, puis par un mode glissant d'ordre deux précisément le Super Twisting, des tests de simulation sur le modèle conçu ont été faites et comparées, ou nous avons pu déduire que le STW est meilleur en terme de diminution de broutement.

En second lieu, nous avons apporté une solution pour la convergence en utilisant une surface non linéaire modifiée par le Non-Singular Terminal Sliding Mode Control NTSMC, qui assure la convergence en temps fini sans aucune singularité, cette technique a été combiner avec un STW adaptatif (ANTSTW) pour avoir à la foi la précision la rapidité et la minimisation du broutement.

A la fin du chapitre, des tests de robustesse et une étude comparative ont été présentés. Ces tests confirment l'efficacité du contrôleur adaptatif et par conséquent, il peut être effectivement implémenté sur un prototype d'expérimentation.

CONCLUSION

GENERALE

Conclusion générale et perspectives

Les travaux de recherche entrepris dans cette thèse s'articulent principalement autour de la modélisation et la commande non linéaire robuste et adaptative des systèmes non linéaires sous actionnés. Un système composé d'un Quadrotor équipé d'un bras manipulateur à deux degrés de libertés (Quadri-Manipulateur) a été traité.

Afin de mieux comprendre le domaine de la manipulation aérienne, un état de l'art approfondi a été consacré au chapitre 1, ce dernier couvre les travaux les plus innovants dans ce volet de recherche. Notre contribution majeure dans ce sujet réside dans la conception d'une stratégie de commande adaptative qui répond aux exigences des missions à accomplir pour le manipulateur aérien.

Etant que le Quadri-manipulateur est un système non linéaire, nous avons été amenés dans le deuxième chapitre à présenter quelques rappels sur les principales définitions se rapportant au comportement d'un système non linéaire ainsi qu'à sa stabilité notamment basée sur le théorème de Lyapunov. La deuxième partie de ce chapitre a été dédiée à la commande par mode glissant classique et d'ordre supérieur. Une discussion sur les problèmes dont souffre cette technique a été présentée.

En général, un système robotique complexe (de plusieurs degrés de libertés) pose des problèmes d'analyse de modélisation dynamique ainsi que le problème de fidélité du modèle par rapport au comportement réel du système dans tous ces modes de vol, chose jusqu'à nos jours impossible à surmonter. L'un des objectifs de notre travail de recherche a été présenté dans le chapitre 3, et qui réside sur une validation du modèle dynamique en utilisant l'approche systématique de Gauss. Cette approche est élaborée pour traiter les contraintes non-holonomes. Elle est très utilisée dans le cas des robots humanoïdes. Cette technique a été appliquée à notre système, et les matrices obtenues sont introduites sur Matlab, ce qui nous a permis de vérifier la propriété essentielle du modèle dynamique (antisymétrie de la matrice $\dot{\mathbf{B}} - 2\mathbf{C}$) et donc valider le modèle développé.

Dans le chapitre 4, nous avons développé plusieurs stratégies de commandes. Dans un premier temps, nous avons proposé la commande par mode de glissement avec une surface linéaire avec différentes formes de la partie discontinue pour éliminer ou au moins diminuer le broutement. Les tests de simulation ont montré que l'algorithme de Super Twisting (STW) est meilleur en termes de diminution de ce phénomène. Pour résoudre le problème de convergence asymptotique, nous avons proposé par la suite une surface de glissement non linéaire par le NTSMC qui assure un temps de convergence fini, cette technique a été combinée avec le STW pour avoir à la fois la précision, la convergence en temps fini et la minimisation du *chattering*. Cependant, les difficultés de cette proposition résident dans le choix des valeurs des gains du STW et le problème de singularité dans la variable de glissement.

Pour remédier à ces difficultés, nous avons proposé une commande adaptative appelée Adaptive Non-Singular Terminal Super Twisting. Elle combine le NTSMC avec une surface modifiée et l'algorithme de STW avec des gains adaptatifs, les lois qui ajustent ces gains sont obtenues en utilisant le théorème de stabilité de Lyapunov. Les résultats obtenus par simulation en mode vol libre et en présence de la charge utile montrent l'efficacité de cette méthode en comparaison avec le cas sans adaptation.

Perspectives

A l'issue de ces travaux, cette thèse ouvre de nouvelles perspectives de recherche parmi lesquelles nous citons :

1. Afin de voir la validation en temps réel de la nouvelle approche développée, nous projetons l'implémentation de cette technique sur un prototype réel du système et de montrer la faisabilité du travail de recherche réalisé.
2. La planification de trajectoire est nécessaire pour déplacer le manipulateur aérien d'une position de décollage vers la zone d'interaction. Des algorithmes peuvent être utiles comme l'algorithme de localisation et de cartographie simultanée SLAM (Simultaneous Localization And Mapping).

3. Malgré le développement récent en technologies des capteurs (station inertielle, GPS, Capteur sans fils ...) pratiquement, il est toujours difficile et couteux de mesurer tous les états de système QM, donc l'utilisation d'un observateur peut surmonter ce genre d'obstacle.
4. Le manipulateur aérien peut manipuler des objets mais aussi maintenir un contact physique avec l'environnement, la commande en impédance peut être utile pour définir la relation entre la dynamique du système et les forces extérieurs agissant sur sa structure.

ANNEXE

Annexe A

Modélisation physique

La simulation des objets mobiles est une étape primordiale dans le domaine de contrôle des systèmes, notre objectif est de faire une modélisation physique du quadri-manipulateur sur **SoldiWorks**, une fois la conception est faite, le système va être exporté vers **SimMechanics** pour générer le modèle sur **Matlab**.

Dans ce qui suit, on va brièvement parler des softwares utilisés pour cette modélisation :

A1. SolidWorks

SolidWorks est un modéleur 3D utilisant la conception paramétrique. Il génère 3 types de fichiers relatifs à trois concepts de base : la pièce, l'assemblage et la mise en plan. Ces fichiers sont en relation. Toute modification à quelque niveau que ce soit est répercutée vers tous les fichiers concernés.

Un dossier complet contenant l'ensemble des relatifs à un même système constitue une maquette numérique. De nombreux logiciels viennent compléter l'éditeur SolidWorks. Des utilitaires orientés métiers (tôlerie, bois, BTP...), mais aussi des applications de simulation mécanique ou d'image de synthèse travaillent à partir des éléments de la maquette virtuelle [5].

- **Les pièces** : La pièce est l'objet 3D monobloc. La modélisation d'une telle entité dépendra de la culture de l'utilisateur. Comme de nombreux logiciels conviviaux, SolidWorks permet d'aboutir à un même résultat apparent par des voies souvent différentes. C'est lors de la retouche de ces fichiers ou de leur exploitation qu'on appréciera la bonne méthode. Une pièce est la réunion d'un ensemble de fonctions volumiques avec des relations d'antériorité, des géométriques, des relations booléennes (ajout retrait)... Cette organisation est

rappelée sur l'arbre de construction. Chaque ligne est associée à une fonction qu'on peut renommer à sa guise [6].

- **L'assemblage** : Les assemblages sont obtenus par la juxtaposition de pièces. La mise en position de pièces est définie par un ensemble de contraintes d'assemblage associant, deux entités respectives par une relation géométrique (coïncidence, tangence, coaxialité...). Dans une certaine mesure, ces associations de contraintes s'apparentent aux liaisons mécaniques entre les pièces. Le mécanisme monté, s'il possède encore des mobilités, peut être manipulé virtuellement. On peut alors aisément procéder à des réglages à l'aide des différents outils disponibles (déplacement composants, détection de collision ou d'interférence, mesure des jeux, etc.).
- **Les mises en plan** : Les mises en plan concernent à la fois les pièces (dessin de définition) ou les assemblages (dessin d'ensemble). Pour aboutir à un plan fini d'une pièce on peut estimer mettre 2 fois moins de temps qu'avec un outil DAO (temps de conception et exécution du dessin). En effet, en DAO, chaque trait est indépendant, et c'est au dessinateur de savoir quelles entités graphiques sont concernées par une modification. Le logiciel 3D ne fait qu'une projection de l'objet. Les modifications éventuelles sont opérées sur l'objet représenté, et ne concernent pas directement le plan [6].

En utilisant ses trois concepts, la conception de notre système a donné le résultat montrée par les figures ci-dessous :

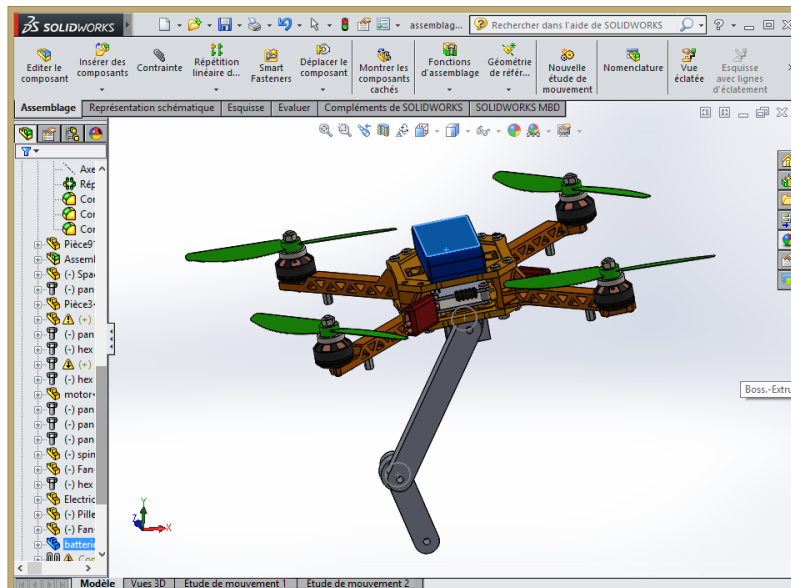


Figure A.1. Modèle CAO du Quadri-manipulateur conçu sur le logiciel SolidWorks

A2. SimMechanics

SimMechanics fournit un environnement de simulation multi-corps pour les systèmes mécaniques 3D, comme les robots, les suspensions de véhicules, les équipements de construction et les trains d'atterrissage d'avions. Vous pouvez modéliser des systèmes à corps multiples en utilisant des blocs représentant des corps, des joints, des contraintes, des éléments de force et des capteurs. SimMechanics formule et résout les équations de mouvement pour le système mécanique complet.

Nous pouvons importer des ensembles CAO (Conception assistée par ordinateur) complets, y compris toutes les masses, inerties, joints, contraintes et géométrie 3D dans notre modèle. Une animation 3D générée automatiquement nous permet de visualiser la dynamique du système.

SimMechanics prend en charge la génération de code C pour développer les modèles dans d'autres environnements de simulation.

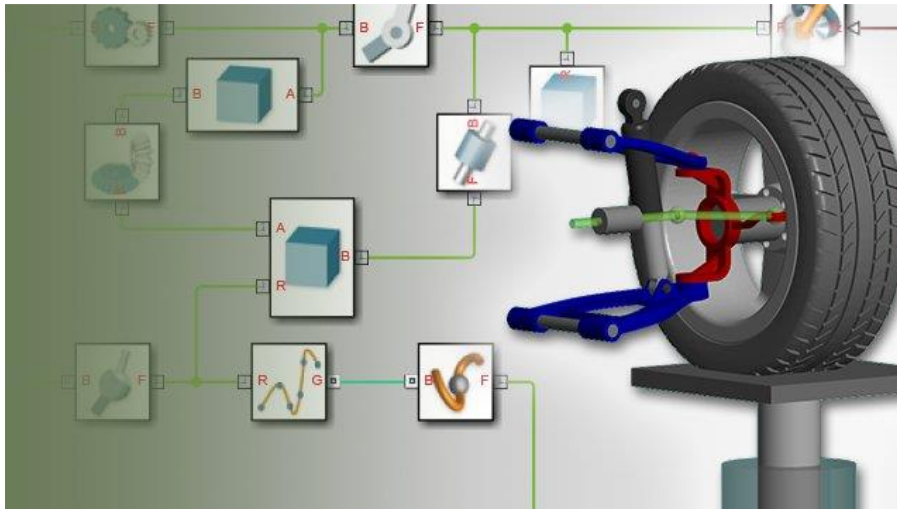


Figure A.2. Modèle généré dans la deuxième génération (2G).

Le Toolbox qui nous permet d'exporter le système conçu vers Matlab est le Simscape, Ce type d'outil permet le pré-dimensionnement ou la validation d'architecture système avant de passer au développement de modèles détaillés sur des outils de CAO.

À la différence de SIMULINK où les fils entre les blocs représentaient des flux unidirectionnels de données et les blocs des traitements mathématiques de ces données, sous SIMSCAPE, les blocs représentent des éléments physiques tels qu'un moteur à courant continu ou un vérin hydraulique et les fils représentent les arbres mécaniques, les câbles électriques ou encore les tuyaux hydrauliques qui relient les éléments. Ces fils modélisent des flux bidirectionnels de données dont la nature varie en fonction du domaine physique.

Donc la maquette conçue sur Solidworks va être exporté vers Matlab en utilisant Simscape, on aura la Figure A.3.

L'exécution de la simulation donne une interface graphique (Figure A.4) qui montre les mouvements du système conçu.

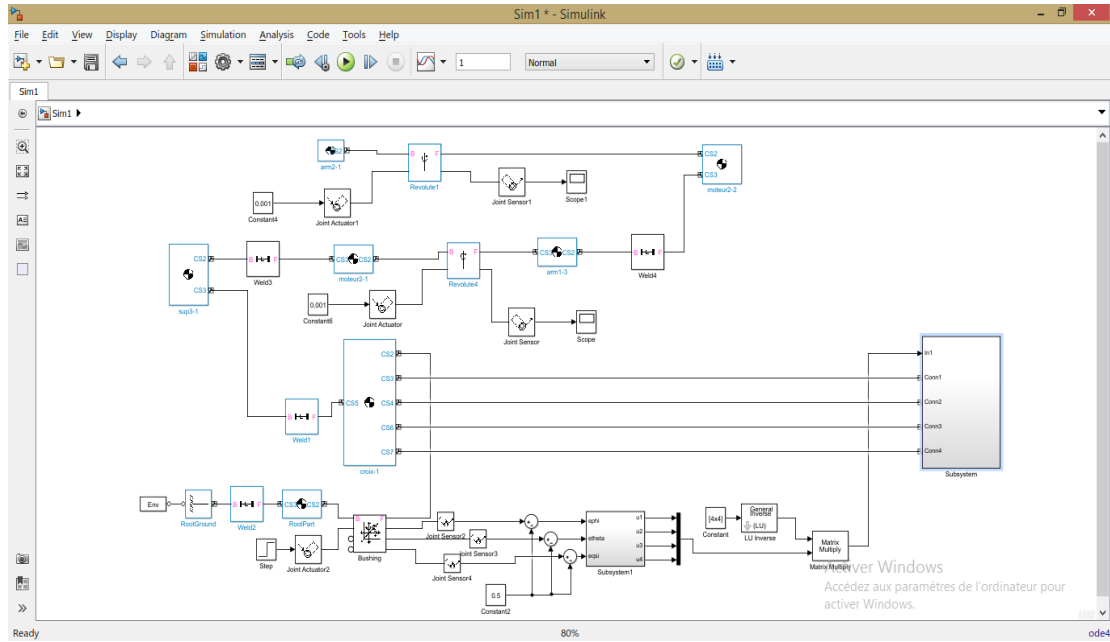


Figure A.3. SimScape du système conçu sur Matlab

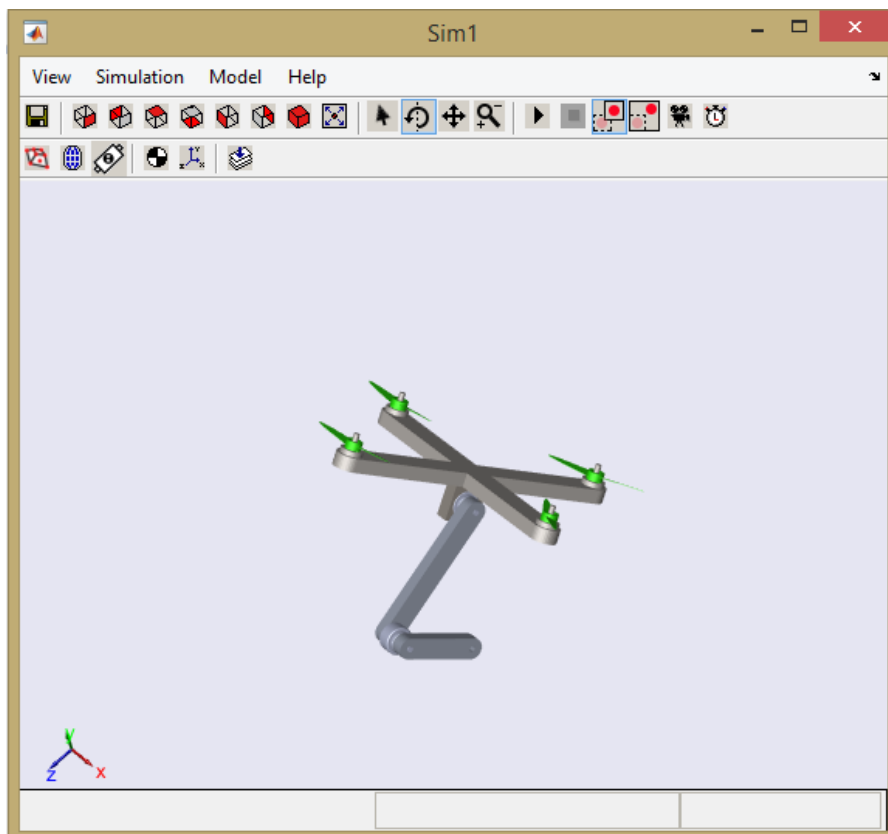


Figure A.4 Interface graphique de SimScape

LISTE DES REFERENCES

Liste des références

- [1] V. Lippiello and F. Ruggiero. *Cartesian Impedance Control of UAV with a Robotic Arm*. 10th IFAC Symposium on Robot Control. Croatia, pp. 704-709, 2012.
- [2] S. Kim, S. Choi, and H. Kim. *Aerial Manipulation Using a Quadrotor with a Two DOF Robotic Arm*. IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS), pp. 4990-4995, 2013.
- [3] R. Rossi, A. Santamaria-Navarro, J. Andrade-Cetto, and P. Rocco, “Trajectory generation for unmanned aerial manipulators through quadratic programming”, *IEEE Robotics and Automation Letters*, 2(2):389-396, 2017.
- [4] H. Lee and H. Kim. “Estimation control and planning for autonomous aerial transportation”. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 64 N°4, pp 3369-3379, 2017.
- [5] S. Kannan, M. Olivares-Mendes, and H. Voos, “Modeling and control of aerial manipulation vehicle with visual sensor”, in 2nd IFAC Workshop on Research, Education and Development of Unmanned Aerial Systems, pp. 303–309, 2013.
- [6] G. Antonelli and E. Cataldi, “Adaptive control of arm-equipped quadrotors Theory and simulations”, in 22nd Mediterranean Conference on Control and Automation, Palermo, I, pp. 1446–1451, 2014.
- [7] M. Orsag, C. Korpela, S. Bogdan and P. Oh, “Hybrid Adaptive Control for Aerial Manipulation”, *J. Intelligent and Robotic Systems*, 73(1-4): pp. 693-707, 2014.
- [8] A.E. Jimenez-Cano, G. Heredia, M. Bejar, K. Kondak, A. Ollero, “Modelling and control of an aerial manipulator consisting of an autonomous helicopter equipped with a multi-link robotic arm”, *Proc. Inst. Mech. Eng. G* 230 (10), pp. 1860–1870, 2013.
- [9] Lippiello V. “Grasp the possibilities: anthropomorphic grasp synthesis based on the object dynamic properties”, *IEEE Rob Autom Mag*; 22(4):69–79, 2015.
- [10] B. Yang, Y. He, J. Han, and G. Liu, “Rotor-flying manipulator: Modeling, analysis and control,” *Mathematical Problems in Engineering*, vol. 1, no. 2, pp. 732–737, 2016.
- [11] M. Kobilarov, “Nonlinear trajectory control of multi-body aerial manipulators”, *J. Intell. Robot. Syst.* 73 (1–4), pp 679–692, 2014.
- [12] L. Derafa, A. Benallegue and L. Fridman. Super twisting control algorithm for the attitude tracking of a four-rotors UAV. *J. The Franklin Institute*, 349(2): 685-699, 2012.
- [13] S. Mondal and C. Mahanta. Adaptive second order terminal sliding mode controller for robotic manipulators. *Journal of the Franklin Institute*. 2014; 351(4): 2356-2377.
- [14] Y. Deia, M. Kidouche and M. Becherif. Decentralized Robust Sliding Mode Control for A Class of Interconnected Nonlinear Systems With Strong Interconnections. *Rev. Roum. Sci. Techn- Electrotech. Et Energ.* 2017; 62(2): 203-208.
- [15] Malik Manceur, *Commande robuste des systemes non linéaires complexes*, thèse de doctorat, Université de Reims Champagne-Ardenne, 2012.
- [16] A. Levant. Higher-order sliding modes, differentiation and output feedback control. *International Journal of Control* ; 76: 924-941, 2003.
- [17] F. Plestan, E. Moulay and A. Glumineau. Robust Output feedback sampling control based on second order sliding mode. *Automatica*. 46(6): 1096-1100, 2010.

Liste des références

- [18] B. Siciliano, L. Sciavicco, L. Villari and G. Orlio. Robotics Modeling, Planing and Control. Advanced Textbooks in Control and Signal Processing. UK. Springer- Verlag. 2009.
- [19] Jonatan Alvarez Muñoz, Modélisation et contrôle des véhicules VTOL avec manipulateurs rigides, thèse de doctorat, Université de Grenoble, 2017.
- [20] KUKA. Robotics and Automation, November 2016. URL <http://www.kuka-robotics.com/en/>.
- [21] Epson. Robot Scara, November 2016. URL <http://new-mat.fr/robot-scara-ez-cartesien>
- [22] ABB. Abb group - leading digital technologies for industry, November 2016. URL <http://new.abb.com/products/robotics/industrial-robots/irb-910sc>.
- [23] Toshiba. Reach for the impossible; achieve the incredible, November 2016. URL <http://www.toshiba-machine.com/departementlanding.aspx?dept=4>.
- [24] Robot a pates TOSHIBA, URL <https://www.generation-nt.com/robot-specialise-dans-urgence-nucleaire-chez-toshiba-actualite.html>
- [25] Damien Lhomme-Desages, Commande d'un robot mobile rapide à roues non directionnelles sur sol naturel, thèse de doctorat, Université Paris6, 2008.
- [26] Jean-Luc Paillat, Conception et contrôle de robots à géométrie variable : applications au franchissement d'obstacles autonome, thèse de doctorat, université Angers, 2010
- [27] Drone sous-marin Power Ray, <https://www.les-drones.com/actualite-du-drone/powerray-le-drone-sous-marin-de-chez-powervision/>
- [28] Laboratoire d'ingénierie des systèmes de Versailles LISV, Paris, France
- [29] Mieux connaitre les drones
- [30] P. Cazin. *La révolution des drones*. Académie nationale de l'air et de l'espace, P87. no.25, 2004.
- [31] F. Ruggiero, V. Lippiello, A. Ollero, "Aerial Manipulation: A Literature Review", IEEE ROBOTICS AND AUTOMATION LETTERS, pp 2377-3766, 2018.
- [32] H. B. Khamseh , F. Janabi-Sharifi , A.Abdessameud, "Aerial Manipulation: A Literature Review" Robotics and Autonomous Systems 107 , pp 221–235, 2018.
- [33] M. Bernard, K. Kondak, I. Maza and A Ollero, "Autonomous transportation and deployment with aerial robots for search and rescue missions. J FIELD Rob :28 (6), pp 914-931, 2011.
- [34] M. Bernard and K. Kodal, "Generic slung load transportation system using small size helicopters", in: Proc. IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA) 2009
- [35] V. Ghadiok, J. Goldin and W. Ren "On the design and development of attitude stabilization, vision-based navigation, and aerial gripping for a low-cost Quadrotor", Auon Robots: 33(1-2), pp 41-68, 2012.
- [36] Q. Lindsey, D. Mellinger and V. Kumar, "Construction with Quadrotor teams", Auton Robots, Robots: 33(3):pp323-336, 2012.
- [37] Shimahara S, Suphachart L, Ladig R, Shimonomura K. Aerial torsional manipulation employing multi-rotor flying robot. 2016 IEEE/RSJ international conference on intelligent robots and systems (IROS); pp. 1595–600, 2016.
- [38] B. Yang, Y. He, J. Han, and G. Liu, "Rotor-flying manipulator: Modeling, analysis and control", Mathematical Problems in Engineering, vol.1, no2, pp 732-737, 2016.

- [39] V. Lippiello and F. Ruggiero. *Exploiting redundancy in Cartesian Impedance Control of UAVs Equipped with Robotic Arm*. IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, pp 3768-3773, 2012.
- [40] R. Cano, C. Perez, F. Pruano, A. Oller, and G. Heredia, “Mechanical design of a 6-DOF aerial manipulator for assembling bar structures using UAVs,” in 2nd RED-UAS Workshop on Research, Education and Development of Unmanned Aerial Systems, Compeigne, F, 2013.
- [41] G. Heredia, A. Jimenez-Cano, I. Sanchez, D. Llorente, V. Vega, J. Braga, J. Acosta, and A. Ollero, “Control of a multirotor outdoor aerial manipulator,” in IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, pp. 3417– 3422, 2014.
- [42] F. Forte, R. Naldi, A. Macchelli, and L. Marconi, “Impedance control of an aerial manipulator,” in American Control Conference, Montreal, C, pp. 3839–3844, 2012.
- [43] A. Mersha, S. Stramigioli, and R. Carloni, “Exploiting the dynamics of a robotic manipulator for control of UAVs,” in IEEE International Conference on Robotics and Automation, Hong Kong, C, pp. 1741–1746, 2014.
- [44] C. Bellicoso, L. Buonocore, V. Lippiello, and B. Siciliano, “Design, modeling and control of a 5-DoF light-weight robot arm for aerial manipulation,” in 23rd Mediterranean Conference on Control and Automation, Torremolinos, S, pp. 1741–1746, 2015.
- [45] M. Fumagalli, R. Naldi, A. Macchelli, F. Forte, A. Keemink, S. Stramigioli, R. Carloni, and L. Marconi, “Developing an aerial manipulator prototype: Physical interaction with the environment,” IEEE Robotics and Automation Magazine, vol. 21, no. 3, pp. 41–50, 2014.
- [46] T. Danko, K. Chaney, and P. Oh, “A parallel manipulator for mobile manipulating UAVs,” in 2015 IEEE International Conference on Technologies for Practical Robot Applications, Woburn, MA, USA, 2015
- [47] T. Danko and P. Oh, “A hyper-redundant manipulator for mobile manipulating unmanned aerial vehicles,” in 2013 International Conference of Unmanned Aircraft Systems, Atlanta, GA, USA, pp. 974–981, 2013.
- [48] F. Huber, K. Kondak, K. Krieger, D. Sommer, M. Schwarzbach, M. Laiacker, I. Kossyk, S. Parusel, S. Haddadin, and A. Albu-Schaffer, “First analysis and experiments in aerial manipulation using fully actuated redundant robot arm,” in 2013 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, Tokyo, J, pp. 3452–3457, 2013.
- [49] Jimenez-Cano AE, Martin J, Heredia G, Ollero A, Cano R, “Control of an aerial robot with multi-link arm for assembly tasks”, In: IEEE international conference on robotics and automation (ICRA), pp 4916–4921, 2013..
- [50] Kondak K, Huber F, Schwarzbach M, Laiacker M, Sommer D, Bejar M, et al. “Aerial manipulation robot composed of an autonomous helicopter and a 7 degrees of freedom industrial manipulator”, IEEE international conference on robotics and automation (ICRA); Hong Kong, China, 2014.
- [51] X. Ding, *et al.* A Review of Aerial Manipulation of Small-scale Rotorcraft Unmanned Robotic Systems. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2018.
- [52] K. Alexis, G. Darivianakis, M. Burri, R. Siegwart, Aerial robotic contact-based inspection: planning and control, *Auton. Robots*: 40 (4) 631–655, 2016.

Liste des références

- [53] M. Orsag, C. Korpela, S. Bogdan, P. Oh, Valve turning using a dual-arm aerial manipulator, in: Proc. International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS), Orlando, FL, pp. 836–841, 2014.
- [54] S. Kim, H. Seo, H.J. Kim, “Operating an unknown drawer using an aerial manipulator”, in: Proc. IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), Seattle, WA, pp. 5503–5508, 2015.
- [55] A. Ollero, G. Heredia, A. Franchi, et al, “The AEROARMS Project: Aerial Robots with Advanced Manipulation Capabilities for Inspection and Maintenance”, *IEEE Robotics & Automation Magazine* (99): pp1-1, 2018.
- [56] F. Augugliaro, et al., The flight assembled architecture installation: Cooperative construction with flying machines, *IEEE Control Syst*: 34 (4) 46– 64, 2014.
- [57] A.E. Jimenez-Cano, J. Braga, G. Heredia, A. Ollero, Aerial manipulator for structure inspection by contact from the underside, in: Proc. IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS), Hamburg, Germany, pp. 1879–1884, 2015.
- [58] G. Chen, ‘stability of nonlinear systems’, *Encyclopedia of RF*, new York, pp. 4881-4896, 2004.
- [59] J.J.E. Slotine and W. Li. “Applied Nonlinear control”, Prentice Hall, 1991.
- [60] Brahim Ammar Touati, Estimation et commande des systèmes mécaniques sous contraintes, thèse de doctorat, université de Boumerdes, 2018.
- [61] F. Liu, “Synthese d’observateurs a entrées inconnues pour les systèmes non linéaires”, These de doctorat, Université de Caen Basse-Normandie-France, 2007.
- [62] R. Hermann and A. Krener, “Nonlinear controllability and observability,” *IEEE Transaction on automatic control*, vol.22, pp.728-740, 1977.
- [63] X. Liao and P. Yu, *Absolute Stability of Nonlinear Control Systems*, Second Edition. 337 c Springer Science + Business Media B.V. 2008
- [64] Hassan K. Khalil *Nonlinear Systems*, Third Edition, Prentice Hall, Inc., Upper Saddle River, NJ 0745.
- [65] Andrea Bacciotti and Lionel Rosier, *Liapunov Functions and Stability in Control Theory*, Springer-verlag; London; 2001.
- [66] Zabczk J, *Mathematical control theory: an introduction* , Birkhauser, Boston, 1992
- [67] Bhat S P, Bernstein D S. Finite-time stability of continuous autonomous systems. *SIAM Journal on Control and Optimization*: 38(3): 751–766, 2000.
- [68] Stability of non-autonomous systems, *Nonlinear Anal., Theory, Methods Appl.*, 1, pp. 83–91, 1976.
- [69] J. P. LaSalle, “The stability of dynamical systems”, *Society for Industrial and Applied Mathematics*, Philadelphia, Pa., With an appendix: “Limiting equations and stability of non-autonomous ordinary differential equations” by Z. Artstein, *Regional Conference Series in Applied Mathematics*, 1976.
- [70] Derdei Bichara, “Etude de modèles épidémiologiques : stabilité, observation et estimation de paramètres », thèse de doctorat, Université de Lorraine, 2013.
- [71] V. Utkin. Variable structure systems with sliding modes. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 22(2) :212–222, 1977.
- [72] Saber Mefoued, « Commande robuste référencée intention d'une orthèse active pour l'assistance fonctionnelle aux mouvements du genou », thèse de doctorat, université Paris-Est, 2012.

Liste des références

- [73] A.F. Filippov. On some problems of optimal control theory. *Vestnik Moskovskovo Universiteta, Math*, vol 2 :25–32, 1958.
- [74] A.F. Filippov. “Differential equations with discontinuous right-hand sides (in Russian) ”, *Mat. sb*, vol 5 93(1) :99–128, 1960.
- [75] A.F. Filippov and FM Arscott. *Differential equations with discontinuous righthand sides*, volume 18. Springer, 1988.
- [76] S. V. Emelianov. *Variable Structure Control Systems*. Mosco, 1967.
- [77] A. Levant. Sliding order and sliding accuracy in sliding mode control. *International journal of control*, 58(6) :1247–1263, 1993.
- [78] V.I. Utkin. Sliding mode control. *Variable structure systems: from principles to implementation*, vol 66 :1, 2004.
- [79] F. Plestan A. Glumineau S. Laghrouche, “A new algorithm for high-order sliding mode control”, *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, vol 18, no.4-5, pp: 441-453, 2008.
- [80] V. Bregeault, “Quelques contributions à la théorie de la commande par modes glissants”, thèse de doctorat, École centrale de Nantes, 2010.
- [81] V. Utkin. “Sliding Modes in Control and Optimization “. Springer-Verlag, 1992
- [82] N. Touati and A. Chemori, “Predictive control for the stabilization of a fast mechatronic system from simulation to real-time experiments”, IFAC MECHATRONICS, 2013.
- [83] I. Deghboudj, “Commande des systèmes non linéaires par mode de glissement d’ordre supérieur”, mémoire de magistère, Université Constantine1, Algérie, Novembre 2013.
- [84] S. Laghrouche, “Commande par modes glissants d’ordre supérieur: Théorie et application”, Thèse de doctorat, Ecole Central de Nantes, Décembre 2004.
- [85] W. Perruquetti, J.P. Barbot, “Sliding mode control in engineering”, New York: Marcel Dekker, 2002.
- [86] A.Levant, “Introduction to high-order sliding modes” School of Mathematical Sciences,, 2002-2003.
- [87] Venkataraman, S. T.; Gulati, S. (June 1992). "Control of Nonlinear Systems Using Terminal Sliding Modes". 1992 American Control Conference: 891–893.
- [88] Y. Feng, X. Yu and Z. Man. Non-Singular terminal sliding mode control of rigid manipulators. *Automatica*: 38(6): 2159-2167, 2002.
- [89] T. Madani, B. Daachi and K. Djouani. Non-singular terminal sliding mode controller: Application to an actuated exoskeleton. *Mechatronics*. 33: 136-145, 2016.
- [90] S. Yu, X. Yu, B. Shirinzadeh and Z. Man. Continuous finite-time control for robotic manipulators with terminal sliding mode. *Automatica*. 41(11): 1957- 1964, 2005.
- [91] www.ASTEC PELICAN.COM
- [92] W. KHALIL et E. DOMBRE « Bases de la modélisation et de la commande des robots-manipulateurs de type série », support de cours, Université Numérique Ingénierie & Technologie – Robotique, 2012.
- [93] V. Potkonjak, "Thermal criterion for the selection of DC drives for industrial robots", *Proc. 16th Int. Symp.on Industrial Robots*, Bruxelles, sept.-oct. pp. 129-140, 1986.
- [94] P. Chedmail, M. Gautier, "Optimum choice of robot actuators", *Trans. of ASME, J. of Engineering for Industry*, Vol. 112(4, p. 361-367), 1990.
- [95] W. Khalil, E. Dombre, *Modelisation, identification and control of robots*, Hermes Penton Science, London, ISBN 1-90399-613-9, 2002.

Liste des références

- [96] M. Renaud, "Contribution à l'étude de la modélisation et de la commande des systèmes mécaniques articulés", Thèse de Docteur-Ingénieur, UPS, Toulouse, déc. 1975.
- [97] P. Coiffet P, Les Robots ; Tome 1 : Modélisation et commande, Hermès, Paris, 1981.
- [98] M. Vukobratovic, V. Potkonjak, Dynamics of manipulation robots; Vol. 1: Theory and applications, Springer-Verlag, New York, 1982.
- [99] W. Khalil, "Modélisation et commande par ordinateur du manipulateur MA-23: extension à la conception par ordinateur des manipulateurs", Thèse de Docteur-Ingénieur, USTL, Montpellier, sept. 1976.
- [100] J.M Hollerbach, "An iterative Lagrangian formulation of manipulators dynamics and a comparative study of dynamics formulation complexity", *IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics*, Vol. SMC-10(11), p. 730-736, 1980.
- [101] R.C.P. Paul, Robot manipulators: mathematics, programming and control, MIT Press, Cambridge, 1981.
- [102] M. Renaud, "A near minimum iterative analytical procedure for obtaining a robot-manipulator dynamic model", *IUTAM/IFTOMM Symp. on Dynamics of Multi-body Systems*, Udine, 1985.
- [103] W.W. Hooker, G. Margulies, "The dynamical attitude equations for a n-body satellite", *The Journal of the Astronautical Sciences*, Vol. 12(4), p. 123-128, 1965.
- [104] J.Y.S. Luh, M.W. Walker, R.C.P. Paul, "On-line computational scheme for mechanical manipulators", *Trans. Of ASME, J. of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 102(2), p. 69-76, 1980.
- [105] W. Khalil, J.F. Kleinfinger, "Une modélisation performante pour la commande dynamique de robots", *Revue RAIRO, APII*, Vol. 6, 1985, p. 561-574.
- [106] M. Renaud, "A near minimum iterative analytical procedure for obtaining a robot-manipulator dynamic model", *IUTAM/IFTOMM Symp. on Dynamics of Multi-body Systems*, Udine, 1985.
- [107] Y. Naidoo, R. Stopforth and G. Bright , "Quad-Rotor Unmanned Aerial Vehicle Helicopter Modelling & Control », *Int J Adv Robotic Sy*, Vol. 8, No. 4, 139-149, 2011.
- [108] F. Ruggiero, J. Cacace, H. Sadeghian, V. Lippiello, "Passivity-based Control of VTOL UAVs with a Momentum-based Estimator of External Wrench and Unmodeled Dynamics", *Robotics and Autonomous Systems*, pp , 2015.
- [109] P.-B. Wieber, Holonomy and Nonholonomy in the Dynamics of Articulated Motion
- [110] S.Riache, M.kidouche, A. Rezoug, « Adaptive Super-Twisting Nonsingular Terminal Sliding-Mode-Control: Application to Unmanned Aerial Manipulator" *TELKOMNIKA*, Vol3 no 4, pp: 1501-1512 , 2019.
- [111] A. Moreno and M. Osorio. *A Lyapunov approach to second-order sliding mode controllers and observers*. IEEE conference on decision and control. Mexico, 2856-2861, 2008.
- [112] Y. Shtessel, F. Plestan and M. Taleb. A novel adaptive-gain supertwisting sliding mode controller: Methodology and application. *Automatica*; 48(5): 759–769, 2012.