

N° Ordre/Faculté/UMBB/2022

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE MINISTERE DE
L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE M'HAMED BOUGARA-BOUMERDES



Faculté des Hydrocarbures et de la Chimie
Mémoire de Fin d'Etudes
En vue de l'obtention du diplôme :

MASTER

Présenté par :

ABDELHAK Boutheina
KECHEMIR Djouher

Filière : Automatisation des procédés industriels.

Option : Commande Automatique.

Thème :

**Commande multivariables, par retour de sortie, du niveau
et de la température d'un système hydro-thermique
soumis à des perturbations mesurables.**

Devant le jury :

Mme. Fadhila KAHOUL	MCB	UMBB	Présidente
M. Abdelmalek KHEBLI	MCB	UMBB	Examineur
M. Tewfik YOUSSEF	MCB	UMBB	Encadrant

Année Universitaire :2021/2022

Remerciements

Tout d'abord, nous remercions dieu ALLAH le tout puissant et le miséricordieux de nous avoir donné la force et la patience de mener à bien ce modeste travail.

Nous tenons à exprimer notre profonde reconnaissance à notre encadrant scientifique Monsieur **Tewfik YOUSSEF**, pour avoir dirigé ce travail et également pour les encouragements qu'il n'a cessé de nous prodiguer. Nous sommes heureuses de pouvoir lui exprimer nos plus sincères remerciements.

Nous remercions l'ensemble des membres du jury qui ont accepté d'être examinateurs de ce manuscrit. Nos sincères remerciements à tous nos enseignants qui nous ont accompagnés le long de notre cursus universitaire au sein de la faculté des hydrocarbures et de la chimie (Ex INH) université M'Hamed Bouguerra.

Nous ne saurons terminer sans remercier nos aimables parents, frères et sœurs pour leur soutien durant ces années.

Merci aux personnes qui viendront nous encourager et partager notre joie le jour de la soutenance.

Dédicaces

Je dédie cet événement marquant ma vie à mes chers parents qui m'ont doté d'une éducation digne, leur amour a fait de moi ce que je suis aujourd'hui.

A ma très chère sœur Nesrine et mon petit beau-frère Aymane, ainsi qu'à toute ma famille paternelle et maternelle pour leurs soutiens et encouragements durant toutes mes années d'étude.

A ma chère binôme KECHEMIR Djouher pour sa compagnie et sa compréhension tout au long de ce travail.

A tous mes amis : Kenza, Hichem, Aymen, Oussama, Cylia.

Tous les membres de club scientifique *AEPI New Vision*, pour les bons moments que nous avons partagés ensemble.

Boutheina

Dédicaces

Je tiens à dédier ce modeste travail à la communauté scientifique.

À mes très chers parents, symboles d'amour et de sacrifices pour leurs soutiens moral et financier durant mes années d'études.

À mes frères Tahar et Nadir qui m'ont chaleureusement supporté et encouragé tout au long de mon parcours.

À mes aimables sœurs Katia et Kaissa pour leur présence dans le bien et le pire, et pour le soutien qui m'ont approprié.

À mes deux grands-pères que Dieu les protège, à ma grand-mère (azizou) et à la mémoire de jida.

À ma chère binôme ABDELHAK Boutheina avec qui j'ai pu réaliser ce travail.

À mes chères amies : Hayat, Rania, lily, pour tous les moments de joie que nous avons partagés.

Djouher

Table des matières

Introduction Générale	I
Chapitre 1 Généralités	1
I.1 Introduction	1
I.2 Généralités sur les systèmes.....	1
I.2.1 Notion de système	1
I.2.2 Système statique et système dynamique.....	2
I.2.2.1 Système statique.....	2
I.2.2.2 Système dynamique.....	2
I.2.3 Linéarité et non linéarité.....	2
I.2.3.1 Système linéaire	2
I.2.3.2 Système non linéaire	3
I.2.4 Système stationnaire.....	3
I.2.5 Système multivariable	3
I.2.5.1 Observabilité et commandabilité.....	4
I.3 Modélisation des systèmes dynamiques.....	5
I.3.1 Notion de modèle.....	5
I.3.2 Modélisation	5
I.3.3 Types de modèle.....	6
I.3.3.1 Modèle de connaissance.....	6
I.3.3.2 Modèle de comportement.....	6
I.3.4 Identification.....	6
I.3.5 Procédure d'identification	6
I.4 Théorie de la commande	7
I.4.1 Commande en boucle ouverte	7

I.4.2	Commande en boucle fermée	7
I.5	Régulation et asservissement	8
I.5.1	Comportement en régulation	8
I.5.2	Comportement en asservissement	8
I.6	Instrumentation.....	8
I.6.1	Procédé et processus industriels	9
I.6.1.1	Procédé industriel.....	9
I.6.1.2	Processus industriel.....	9
I.6.2	Schéma de tuyauterie et d'instrumentation	9
I.6.3	Classification des signaux	10
I.6.3.1	Signal analogique	10
I.6.3.2	Signal numérique.....	10
I.7	Généralités sur la mesure	11
I.7.1	Notion de mesure.....	11
I.7.2	Chaîne de mesure.....	12
I.7.3	Erreur de mesure.....	12
I.7.3.1	Classification des erreurs	12
I.7.4	Technologie générale d'un capteur.....	13
I.7.4.1	Notion d'un capteur.....	13
I.7.4.2	Corps d'épreuve et capteurs composites	13
I.7.4.3	Grandeurs d'influence	14
I.7.4.4	Classification des capteurs	14
I.7.4.5	Principe de fonctionnement.....	15
I.7.4.6	Caractéristiques des capteurs	15
I.8	Capteurs et actionneurs d'un système hydro-thermique	16

I.8.1	Capteurs	16
I.8.1.1	Capteur de température	16
I.8.1.2	Capteur de niveau	17
I.8.2	Actionneurs.....	19
I.8.2.1	Pompe centrifuge.....	19
I.8.2.2	Vanne de régulation	21
I.8.3	Exemple existant d'un système hydro-thermique	23
I.9	Conclusion.....	24
Chapitre 2	Description, Modélisation et Validation du modèle linéaire.....	25
II.1	Introduction	25
II.2	Présentation du système	25
II.2.1	Description du processus	25
II.2.2	Schéma fonctionnel du système hydro-thermique.....	26
II.2.2.1	Perturbations sur le système.....	27
II.2.2.2	Paramètres du système physique.....	28
II.2.3	Principe de fonctionnement	28
II.3	Modélisation du système.....	29
II.3.1	Etude non linéaire	29
II.3.1.1	Bilan massique	29
II.3.1.2	Bilan énergétique.....	30
II.3.1.3	Représentation d'état du système.....	31
II.3.2	Etude linéaire	32
II.3.2.1	Détermination des entrées au point de fonctionnement	34
II.4	Conception et validation du modèle en simulation	35
II.4.1	Introduction au logiciel Matlab.....	35

II.4.2	Introduction à Simulink	36
II.4.3	Schéma bloc des modèles Simulink.....	37
II.4.3.1	Résultats de simulation.....	37
II.5	Conclusion.....	43
Chapitre 3	Etat de l'art de la commande par retour de sortie statique et dynamique	44
III.1	Introduction	44
III.2	Analyse des systèmes dynamiques.....	44
III.2.1	Système asservi.....	44
III.2.1.1	Structure générale d'un système asservi.....	45
III.2.1.2	Conception d'un système de commande	45
III.2.2	Régulation.....	46
III.2.2.1	Principe général de la régulation	46
III.2.2.2	Système régulateur et système suiveur	46
III.2.3	Système dynamique	47
III.2.3.1	Notions des régimes.....	47
III.2.3.2	Caractéristiques temporelles d'un système.....	47
III.2.3.3	Performances des systèmes	48
III.3	Stabilité au sens de Lyapunov	50
III.3.1	Théorème de stabilité.....	50
III.3.2	Stabilité de Lyapunov et inégalité matricielle	51
III.3.2.1	Problèmes d'optimisation LMIs	52
III.4	Commande par contre réaction	53
III.4.1	Commande par retour d'état	53
III.4.2	Commande par retour d'état observé.....	54
III.4.3	Commande par retour de sortie.....	55

III.5	Conclusion.....	56
Chapitre 4	Synthèse de loi de commande par retour de sortie statique et dynamique	58
IV.1	Introduction	58
IV.2	Position du problème.....	59
IV.3	Commandabilité et observabilité du système.....	59
IV.4	Application de la commande par retour de sortie statique	59
IV.4.1	Mode régulation ($\mathbf{y}_r = \mathbf{0}$)	59
IV.4.1.1	Synthèse du correcteur par changement de variables	60
IV.4.2	Mode poursuite ($\mathbf{y}_r \neq \mathbf{0}$)	71
IV.4.2.1	Synthèse du correcteur en chaîne directe	71
IV.4.2.2	Synthèse du correcteur en chaîne de retour	77
IV.5	Application de la commande par retour de sortie dynamique.....	85
IV.5.1	Mode régulation ($\mathbf{y}_r = \mathbf{0}$).....	85
IV.5.1.1	Synthèse du correcteur par changement de variable	85
IV.5.2	Mode poursuite ($\mathbf{y}_r \neq \mathbf{0}$)	99
IV.5.2.1	Calculs des matrices gains de précommande M et de compensations N.....	99
IV.5.2.2	Schéma bloc des modèles Simulink	101
IV.5.2.3	Résultats de simulation.....	101
IV.6	Application d'un signal de référence variable sur la base des sorties linéaires	108
IV.6.1	Cas statique	108
IV.6.1.1	Schéma bloc des modèles Simulink	108
IV.6.1.2	Résultats de simulation.....	108
IV.6.1.3	Interprétation des résultats.....	110
IV.6.2	Cas dynamique.....	111
IV.6.2.1	Schéma bloc des modèles Simulink	111

IV.6.2.2	Résultats de simulation.....	111
IV.6.2.3	Interprétation des résultats.....	112
IV.7	Application d'un signal de référence variable sur la base des sorties non linéaires	113
IV.7.1	Cas statique.....	113
IV.7.1.1	Schéma bloc des modèles Simulink	113
IV.7.1.2	Résultats de simulation.....	114
IV.7.1.3	Interprétation des résultats.....	115
IV.7.2	Cas dynamique.....	116
IV.7.2.1	Schéma bloc des modèles Simulink	116
IV.7.2.2	Résultats de simulation.....	116
IV.7.2.3	Interprétation des résultats.....	117
IV.8	Conclusion.....	118
Conclusion Générale.....		119
Liste de Références Bibliographiques		118

Table des figures

Figure I-1 Représentation d'un système	2
Figure I-2 Comportement d'un système stationnaire	3
Figure I-3 Représentation d'un système multivariables	4
Figure I-4 Commande d'un système en boucle ouverte	7
Figure I-5 Commande d'un système en boucle fermée	8
Figure I-6 Représentation TI	10
Figure I-7 Différents types de signaux	11
Figure I-8 Chaine de mesure	12
Figure I-9 Capteur et Transmetteur	13
Figure I-10 Capteur composite	13
Figure I-11 Principe de fonctionnement d'un capteur	15
Figure I-12 Schéma d'un thermocouple	17
Figure I-13 Mesure de niveau par flotteur	18
Figure I-14 Mesure de niveau par plongeur	18
Figure I-15 Principe de capteur de pression	19
Figure I-16 Pompe centrifuge	20
Figure I-17 Schéma d'une pompe centrifuge	21
Figure I-18 Représentations symbolique des vannes	21
Figure I-19 Vanne de régulation	22
Figure I-20 Vanne rotative et vanne linéaire	23
Figure I-21 Station de dessalement de l'eau de mer à la centrale électrique Cap-Djinet	24
Figure II-1 Processus hydro-thermique	26
Figure II-2 Schéma du système dynamique multivariables	27
Figure II-3 Interface de Simulink	37
Figure II-4 Bloc de simulation du modèle linéaire et non-linéaire en boucle ouverte	37
Figure II-5 Comparaison du niveau H₂ du modèle linéaire et non linéaire sans variation sur les entrées en boucle ouverte	38
Figure II-6 Comparaison de température T₂ du modèle linéaire et non linéaire sans variation sur les entrées en boucle ouverte	39

Figure II-7 Comparaison du niveau H_2 du modèle linéaire et non linéaire avec variation sur les entrées en boucle ouverte	40
Figure II-8 Comparaison de température T_2 du modèle linéaire et non linéaire avec variation sur les entrées en boucle ouverte	40
Figure II-9 Comparaison du niveau H_2 du modèle linéaire et non linéaire avec variations sur les entrées et avec perturbations en boucle ouverte	42
Figure II-10 Comparaison de température T_2 du modèle linéaire et non linéaire avec variations sur les entrées et avec perturbations en boucle	42
Figure III-1 Schéma d'un système asservi.....	45
Figure III-2 Système de commande	45
Figure III-3 Schéma bloc d'un système asservi	46
Figure III-4 Système du régulateur et suiveur.....	47
Figure III-5 Caractéristiques et performances d'un système de commande	48
Figure III-6 Schéma bloc d'un asservissement avec une perturbation	49
Figure III-7 Stabilité du système.....	49
Figure III-8 Schéma de principe du retour d'état	54
Figure III-9 Schéma de principe du retour d'état avec observateur	54
Figure III-10 Schéma de principe du retour de sortie	55
Figure III-11 Schéma de principe du retour statique	55
Figure III-12 Schéma de principe du retour dynamique.....	56
Figure IV-1 Convergence d'une trajectoire contrôlée vers une trajectoire de référence.....	58
Figure IV-2 Schéma fonctionnel de la commande statique à retour unitaire	60
Figure IV-3 Bloc de simulation des modèles linéaire et non linéaire avec correcteur statique pour $y_r = 0$	62
Figure IV-4 Résultats de simulation du niveau H_2 des modèles linéaire et non linéaire avec correcteur statique pour $y_r = 0$	62
Figure IV-5 Résultats de simulation de température T_2 des modèles linéaire et non linéaire avec correcteur statique pour $y_r = 0$	63
Figure IV-6 Résultats de simulation de la commande u avec correcteur statique pour $y_r = 0$	63

Figure IV-7 Résultats de simulation du niveau H_2 des modèles linéaire et non linéaire avec correcteur statique pour $y_r = 0$ et perturbations.....	64
Figure IV-8 Résultats de simulation de température T_2 des modèles linéaire et non linéaire avec correcteur statique pour $y_r = 0$ et perturbations	65
Figure IV-9 Résultats de simulation de la commande u avec correcteur statique pour $y_r = 0$ et perturbations	65
Figure IV-10 Bloc de simulation des modèles linéaire et non linéaire avec correcteur statique pour $y_r = 0$ et compensateur pour les perturbations	67
Figure IV-11 Résultats de simulation du niveau H_2 des modèles linéaire et non linéaire avec correcteur statique pour $y_r = 0$ et compensateur pour les perturbations	68
Figure IV-12 Résultats de simulation de température T_2 des modèles linéaire et non linéaire avec correcteur statique pour $y_r = 0$ et compensateur pour les perturbations	68
Figure IV-13 Résultats de simulation de la commande u avec correcteur statique pour $y_r = 0$ et compensateur pour les perturbations	69
Figure IV-14 Bloc de simulation des modèles linéaire et non linéaire avec correcteur statique dans la chaine de retour et précommande pour $y_r \neq 0$	79
Figure IV-15 Résultats de simulation du niveau H_2 des modèles linéaire et non linéaire avec correcteur statique dans la chaine de retour et précommande pour $y_r \neq 0$	79
Figure IV-16 Résultats de simulation de température T_2 des modèles linéaire et non linéaire avec correcteur statique dans la chaine de retour et précommande pour $y_r \neq 0$	80
Figure IV-17 Résultats de simulation de la commande u avec correcteur statique dans la chaine de retour et précommande pour $y_r \neq 0$	80
Figure IV-18 Résultats de simulation du niveau H_2 des modèles linéaire et non linéaire avec correcteur statique dans la chaine de retour et précommande pour $y_r \neq 0$ avec perturbations.....	81
Figure IV-19 Résultats de simulation de température T_2 des modèles linéaire et non linéaire avec correcteur statique dans la chaine de retour et précommande pour $y_r \neq 0$ avec perturbations.....	82
Figure IV-20 Résultats de simulation de la commande u avec correcteur statique dans la chaine de retour et précommande pour $y_r \neq 0$ avec perturbations	82

Figure IV-21 Résultats de simulation du niveau H_2 des modèles linéaire et non linéaire avec correcteur statique dans la chaine de retour, et précommande et compensateur pour $y_r \neq 0$	83
Figure IV-22 Résultats de simulation de température T_2 des modèles linéaire et non linéaire avec correcteur statique dans la chaine de retour, et précommande et compensateur pour $y_r \neq 0$	84
Figure IV-23 Résultats de simulation de la commande u avec correcteur statique dans la chaine de retour, et précommande et compensateur pour $y_r \neq 0$	84
Figure IV-24 Bloc de simulation des modèles linéaire et non linéaire avec correcteur dynamique pour $y_r = 0$	88
Figure IV-25 Résultats de simulation du niveau H_2 des modèles linéaire et non linéaire avec correcteur dynamique pour $y_r = 0$	88
Figure IV-26 Résultats de simulation de température T_2 des modèles linéaire et non linéaire avec correcteur dynamique pour $y_r = 0$	89
Figure IV-27 Résultats de simulation de la commande u avec correcteur dynamique pour $y_r = 0$	89
Figure IV-28 Résultats de simulation du niveau H_2 des modèles linéaire et non linéaire avec correcteur dynamique pour $y_r = 0$ et avec perturbations	90
Figure IV-29 Résultats de simulation de température T_2 des modèles linéaire et non linéaire avec correcteur dynamique pour $y_r = 0$ et avec perturbations	91
Figure IV-30 Résultats de simulation de la commande u avec correcteur dynamique pour $y_r = 0$ et avec perturbations.....	91
Figure IV-31 Bloc de simulation des modèles linéaire et non linéaire avec correcteur dynamique et compensateur pour $y_r = 0$ avec perturbations.....	94
Figure IV-32 Résultats de simulation du niveau H_2 des modèles linéaire et non linéaire avec correcteur dynamique et compensateur pour $y_r = 0$ avec perturbations.....	94
Figure IV-33 Résultats de simulation de température T_2 des modèles linéaire et non linéaire avec correcteur dynamique et compensateur pour $y_r = 0$ avec perturbations.....	95
Figure IV-34 Résultats de simulation de la commande u avec correcteur dynamique et compensateur pour $y_r = 0$ avec perturbations.....	95

Figure IV-35 Bloc de simulation des modèles linéaire et non linéaire avec correcteur dynamique, et précommande et compensateur pour $y_r \neq 0$	101
Figure IV-36 Résultats de simulation du niveau H_2 des modèles linéaire et non linéaire avec correcteur dynamique, et précommande et compensateur pour $y_r \neq 0$	101
Figure IV-37 Résultats de simulation de température T_2 des modèles linéaire et non linéaire avec correcteur dynamique, et précommande et compensateur pour $y_r \neq 0$	102
Figure IV-38 Résultats de simulation de la commande avec correcteur dynamique, et précommande et compensateur pour $y_r \neq 0$	102
Figure IV-39 Résultats de simulation du niveau H_2 des modèles linéaire et non linéaire avec correcteur dynamique pour $y_r \neq 0$ avec perturbations.....	104
Figure IV-40 Résultats de simulation de température T_2 des modèles linéaire et non linéaire avec correcteur dynamique pour $y_r \neq 0$ avec perturbations	104
Figure IV-41 Résultats de simulation du commande u avec correcteur dynamique pour $y_r \neq 0$ avec perturbations	105
Figure IV-42 Résultats de simulation du niveau H_2 des modèles linéaire et non linéaire avec correcteur dynamique, et compensateur pour $y_r \neq 0$ avec perturbations.....	106
Figure IV-43 Résultats de simulation de température T_2 des modèles linéaire et non linéaire avec correcteur dynamique, et compensateur pour $y_r \neq 0$ avec perturbations	106
Figure IV-44 Résultats de simulation de la commande u avec correcteur dynamique, et compensateur pour $y_r \neq 0$ avec perturbations.....	107
Figure IV-45 Bloc de simulation des modèles linéaire et non linéaire avec correcteur statique pour $y_r \neq 0$ variable avec sorties linéaires	108
Figure IV-46 Résultats de simulation du niveau H_2 du modèle linéaire avec correcteur statique pour $y_r \neq 0$ variable avec sorties linéaires	109
Figure IV-47 Résultats de simulation de température T_2 du modèle linéaire avec correcteur statique pour $y_r \neq 0$ variable avec sorties linéaires	109
Figure IV-48 Résultats de simulation de la commande u avec correcteur statique pour $y_r \neq 0$ variable avec sorties linéaires	110
Figure IV-49 Bloc de simulation des modèles linéaire et non linéaire avec correcteur dynamique pour $y_r \neq 0$ variable avec sorties linéaires	111

Figure IV-50 Résultats de simulation du niveau H_2 du modèle linéaire avec correcteur dynamique pour $y_r \neq 0$ variable avec sorties linéaires.....	111
Figure IV-51 Résultats de simulation de température T_2 du modèle linéaire avec correcteur dynamique pour $y_r \neq 0$ variable avec sorties linéaires.....	112
Figure IV-52 Résultats de simulation de la commande u avec correcteur dynamique pour $y_r \neq 0$ variable avec sorties linéaires	112
Figure IV-53 Bloc de simulation des modèles linéaire et non linéaire avec correcteur statique pour $y_r \neq 0$ variable avec sorties non linéaires.....	113
Figure IV-54 Résultats de simulation du niveau H_2 du modèle non linéaire avec correcteur statique pour $y_r \neq 0$ variable avec sorties non linéaires.....	114
Figure IV-55 Résultats de simulation de température T_2 du modèle non linéaire avec correcteur statique pour $y_r \neq 0$ variable avec sorties non linéaires.....	114
Figure IV-56 Résultats de simulation de la commande u avec correcteur statique pour $y_r \neq 0$ variable avec sorties non linéaires.....	115
Figure IV-57 Bloc de simulation des modèles linéaire et non linéaire avec correcteur dynamique pour $y_r \neq 0$ variable avec sorties non linéaires	116
Figure IV-58 Résultats de simulation du niveau H_2 du modèle non linéaire avec correcteur dynamique pour $y_r \neq 0$ variable avec sorties non linéaires	116
Figure IV-59 Résultats de simulation de température T_2 du modèle non linéaire avec correcteur dynamique pour $y_r \neq 0$ variable avec sorties non linéaires	117
Figure IV-60 Résultats de simulation de la commande u avec correcteur dynamique pour $y_r \neq 0$ variable avec sorties non linéaires.....	117

Liste des tableaux

Table II-1 Paramètres du système hydro-thermique.....	28
Table II-2 Erreurs statiques entre système non-linéaire et linéaire	41
Table II-3 L'effets des perturbations sur le système linéaire et non linéaire	43
Table IV-1 Résultats de la première approche $Y = P.B. K$ en mode régulation (retour statique).....	64
Table IV-2 L'effets des perturbations sur les systèmes linéaire et non linéaire avec correcteur statique : en mode régulation.....	66
Table IV-3 L'effets des perturbations sur les systèmes linéaire et non linéaire avec correcteur statique et compensateur : en mode régulation.....	69
Table IV-4 Résultats des approches de la synthèse du correcteur statique : en mode régulation.....	71
Table IV-5 Résultats des approches de synthèse du correcteur statique : en mode poursuite	76
Table IV-6 Résultats de l'approche K dans la chaîne de retour pour la synthèse du correcteur statique : en mode poursuite-.....	81
Table IV-7 Effets des perturbations sur les systèmes linéaire et non linéaire avec correcteur statique dans la chaîne de retour et précommande M en mode poursuite	83
Table IV-8 Effets des perturbations sur les systèmes linéaire et non linéaire avec correcteur statique dans la chaîne de retour et compensateur : en mode poursuite.....	85
Table IV-9 Résultats de l'approche $Y = P. Ba. Ka$ avec correcteur dynamique : en mode régulation.....	90
Table IV-10 Effets des perturbations sur les systèmes linéaire et non linéaire avec correcteur dynamique : en mode régulation	92
Table IV-11 Effets des perturbations sur les systèmes linéaire et non linéaire avec correcteur dynamique et compensateur : en mode régulation	96
Table IV-12 Résultats des deux dernières approches de synthèse du correcteur dynamique : en mode régulation.....	97
Table IV-13 Résultats de l'approche de synthèse du correcteur dynamique dans la chaîne de retour avec précommande et compensateur : en mode poursuite.....	103

Table IV-14 Effet des perturbations sur les systèmes linéaire et non linéaire avec correcteur dynamique : en mode poursuite..... 105

Table IV-15 Effet des perturbations sur les systèmes linéaire et non linéaire avec correcteur dynamique et compensateur : en mode poursuite 107

Introduction Générale

Un système automatique cherche toujours à réaliser un certain nombre d'opérations sans intervention de l'homme. Dans certains cas, le but est de remplacer l'homme pour des raisons économiques ou pour lui éviter des tâches pénibles. Dans d'autres cas le but est d'obtenir un produit de meilleure qualité.

Les méthodes classiques de l'automatique ont été largement appliquées dans de nombreux problèmes de régulation industrielle. Cependant, la plupart des systèmes physiques présentent des non-linéarités et leurs paramètres sont souvent mal connus et/ou variables dans le temps. Pour la commande de telles classes de systèmes, les méthodes conventionnelles de l'automatique ont montré leurs limites en termes de stabilisation et performances. Suite aux développements des calculateurs numériques, les automaticiens commencent à s'intéresser aux nouvelles approches de commande telles que la commande par retour de sortie. Nous pouvons chercher à assurer la régulation d'une grandeur physique ou imposer à cette dernière une certaine évolution, on entre alors dans le domaine de l'asservissement.

D'une manière générale, avant de calculer les paramètres du régulateur d'un système physique, nous avons besoin d'un modèle mathématique qui présente son évolution dynamique le plus parfaitement possible. Dans notre travail nous nous intéressons à l'obtention du modèle de connaissance du système à partir de ses équations mathématiques en utilisant les lois fondamentales qui le régissent.

L'objectif de ce travail, consiste à résoudre certains problèmes qui sont d'une importance majeure dans la théorie de contrôle, à savoir le problème de la stabilité. Pour ce faire, nous allons utiliser un outil très important, dit en anglais : Linear Matrix Inequality (LMI). En effet, il est apparu que la très grande majorité des problèmes d'analyse et de commande de systèmes peuvent être résolus efficacement et se formulent comme des problèmes d'optimisation convexe sous contraintes LMI.

La méthode de Lyapunov concerne l'analyse de la stabilité interne d'un système dynamique. L'originalité de la méthode directe de Lyapunov consiste à étudier la convergence de l'état $x(t)$ vers l'origine à travers une fonction scalaire $V(x)$ de l'état. Cette dernière, appelée fonction candidate de Lyapunov.

L'objectif de ce mémoire est de développer les divers points évoqués ci-dessus.

Afin d'accomplir au mieux cette étude, le mémoire est structuré en quatre chapitres :

- Le premier chapitre présente les concepts fondamentaux liés aux systèmes asservis linéaires, en se basant sur le principe de la régulation et de l'asservissement, ainsi que les différents instruments de mesure utilisés dans un système physique : hydro-thermique.
- Le deuxième chapitre est consacré en premier lieu à l'établissement du modèle non linéaire du système dynamique considéré : hydro-thermique, ensuite à sa linéarisation autour d'un point de fonctionnement qui a pour but d'obtenir un modèle linéaire du système dynamique.
- La partie qui succède est un chapitre traitant les différents concepts de la commande par retour de sortie statique et dynamique. Nous dédions aussi ce troisième chapitre à une présentation détaillée de la théorie de Lyapunov. Nous exposerons les différents critères de stabilité de Lyapunov d'un système linéaire (et non-linéaire). Les théorèmes issus des techniques de Lyapunov conduisent en général à des Inégalités Linéaires Matricielles (LMIs). Nous achevons ce chapitre par une brève présentation du problème des LMIs.
- Dans le quatrième chapitre, l'application de la commande par retour de sortie statique et dynamique sera énoncée, en commençant par la vérification de la commandabilité et l'observabilité du système dynamique, puis nous allons mentionner toutes les approches que nous avons testées ainsi que leurs résultats obtenus sous Simulink/Matlab.

Le mémoire est clôturé par une conclusion générale.

Chapitre I
Généralités

I. Chapitre 1 Généralités

I.1 Introduction

Les entreprises d'aujourd'hui vivent de grands bouleversements, notamment dans leurs modèles économiques, elles doivent à la fois soutenir leurs employés et leurs partenaires, attirer de nouveaux clients et accélérer la distribution de produits et services novateurs. Pour ce faire, l'automatisation les aide à mener à bien leur transformation numérique.

L'automatisation correspond à l'utilisation de technologies pour effectuer certaines tâches avec une intervention humaine réduite, elle est utile à toutes les entreprises pour éliminer les tâches répétitives, cette pratique est plus répandue dans les secteurs de la fabrication, de la robotique et de l'automobile, ainsi que dans le monde des technologies, au sein des systèmes informatiques et des logiciels de décisions métier.

Ce chapitre est consacré en premier lieu aux généralités sur les systèmes notamment la linéarité et la non linéarité. De plus, il traite des notions sur la régulation et l'asservissement. En dernière position, nous décrivons l'instrumentation en définissant les instruments de mesure et de contrôle qui constituent un système dynamique physique : hydro-thermique, suivi d'un exemple réel.

I.2 Généralités sur les systèmes

I.2.1 Notion de système

En automatique, la notion de système est incontournable. La définition qu'en donne l'automaticien se rapproche de celle classique empruntée à la physique. Généralement, le système est un dispositif qui fonctionne en interaction avec son environnement générant un ensemble de phénomènes. Certaines grandeurs physiques de l'environnement agissent sur le système. Elles sont appelées entrées. D'autres émanent du système et agissent sur l'extérieur. Elles sont appelées sorties. Il peut également exister des entrées qui échappent au contrôle et qui ne peuvent être modifiées. Elles sont appelées perturbations.

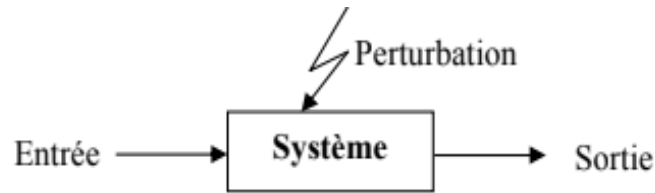


Figure I-1 Représentation d'un système

Dans la pratique, un système peut correspondre à un dispositif mécanique, électronique, chimique... et il est facile de le différencier de l'extérieur de même que de choisir quelles sont les entrées [1].

I.2.2 Système statique et système dynamique

I.2.2.1 Système statique

C'est un système dont l'état (ensemble de grandeurs suffisant à qualifier le système) à un instant donné ne dépend que de l'entrée à cet instant.

Un système statique est dit sans mémoire car sa sortie est indépendante des valeurs antérieures de l'entrée [2].

I.2.2.2 Système dynamique

C'est un système dont l'état évolue en fonction du temps. Un système dynamique est dit à mémoire car sa sortie dépend de ses valeurs et de celles de l'entrée dans le passé.

L'étude d'un système dynamique nécessite la connaissance de sa loi d'évolution, qui prend la forme d'une équation différentielle et de son état initial [2].

I.2.3 Linéarité et non linéarité

I.2.3.1 Système linéaire

Un système est dit linéaire, si la fonction qui décrit son comportement est elle-même linéaire. Cette dernière vérifie alors les principes de proportionnalité et de superposition.

Définition 1 (Principe de proportionnalité) : Si $s(t)$ est la réponse à l'entrée $e(t)$ alors $\lambda \cdot s(t)$ est la réponse à l'entrée $\lambda \cdot e(t)$.

Définition 2 (Principe de superposition) : Si $s_1(t)$ est la réponse à l'entrée $e_1(t)$ et $s_2(t)$ est la réponse à l'entrée $e_2(t)$ alors $[s_1(t) + s_2(t)]$ est la réponse à l'entrée $[e_1(t) + e_2(t)]$.

Un système est linéaire s'il est décrit par des équations différentielles linéaires d'ordre fini à coefficients constants [3].

I.2.3.2 Système non linéaire

Un système non linéaire est un système qui ne peut pas être décrit par des équations différentielles linéaires à coefficients constants.

Cette non-linéarité explique la complexité et la diversité des systèmes non linéaires et des méthodes qui s'y appliquent. Il n'y a pas une théorie générale pour ces systèmes, mais plusieurs méthodes adaptées à certaines classes non linéaires.

La plupart des systèmes physiques ne sont pas linéaires. En effet, de nombreuses situations conduisent à la non-linéarité : Loi entrée-sortie de chaîne cinématique non linéaire, Phénomène de saturation, Phénomène de seuil, Hystérésis [3].

I.2.4 Système stationnaire

Un système est dit invariant (stationnaire) si la relation entre son entrée et sa sortie est indépendante du temps t (c'est-à-dire les paramètres du système sont constants) [4].

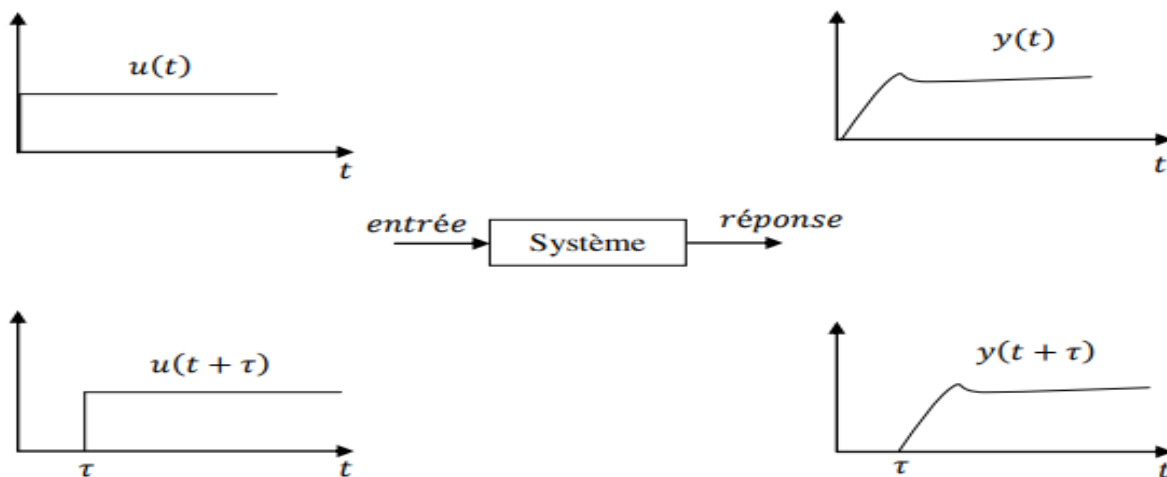


Figure I-2 Comportement d'un système stationnaire

I.2.5 Système multivariable

Toutes les méthodes de l'asservissement linéaire restent valables et efficaces jusqu'à ce que ces systèmes atteignent une complexité telle que l'on ne puisse plus se satisfaire de l'unique relation entrée/sortie (c'est-à-dire les systèmes monovariabiles SISO, en anglais : Single Input

Single Output) pour les commander correctement. De même, ces modèles deviennent difficiles à mettre en œuvre lorsque les systèmes étudiés possèdent plusieurs entrées et plusieurs sorties (c'est-à-dire les systèmes multivariables MIMO, en anglais : Multi Input Multi Output).

Les théories de commande avancées sont basées complètement sur les modélisations modernes sous la forme de variables d'état. La représentation d'état des systèmes est un outil puissant permettant de modéliser le fonctionnement de systèmes linéaires, en temps continu ou en temps discret [5].

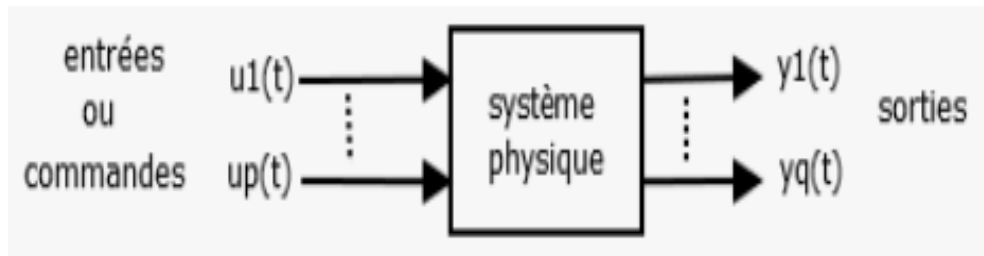


Figure I-3 Représentation d'un système multivariables

I.2.5.1 Observabilité et commandabilité

C'est l'examen de la structure d'un système et de trouver est ce que, c'est possible de commander ce système par ses entrées et est-ce que c'est possible de déterminer l'état du système par ses sorties.

Définition 1 (Commandabilité) : Un système est commandable dans un intervalle de temps si durant cet intervalle, il y a des entrées qui peuvent transférer le système de l'état initial à un autre désiré finale $x(t_1)$.

Si toutes les variables d'état d'un système sont affectées par les variables d'entrées auxquelles sont liées pour la commande, le système est contrôlable.

Considérons un système Linéaire Invariant dans le Temps (en anglais : LTI) représenté par un vecteur d'état x , et une équation d'évolution de l'état :

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$

Où : $A \in \mathbb{R}_{n,n}$ et $B \in \mathbb{R}_{n,m}$

Ce système est commandable si et seulement si la matrice de commandabilité CO est de rang n :

$$\text{rang}(CO) = \text{rang}[B \ A \ B \ \dots \ A^{n-1} \cdot B] = n$$

Si $\text{rang}(Co) < n$, alors le système est partiellement commandable [6].

Définition 2 (Observabilité) : Un système est dit observable, si n'importe quel changement dans l'état du système est détecté à partir des mesures qui sont disponibles.

Considérons un système LTI représenté par un vecteur d'état \mathbf{x} , et une équation d'évolution de l'état :

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t)$$

Où : $\mathbf{A} \in \mathbf{R}_{n,n}$ et $\mathbf{B} \in \mathbf{R}_{m,n}$

Ce système est observable si et seulement si la matrice d'observabilité \mathbf{OB} est de rang \mathbf{n} :

$$\text{rang}(\mathbf{OB}) = \text{rang} \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{C} \cdot \mathbf{A} \\ \mathbf{C} \cdot \mathbf{A}^2 \\ \dots \\ \mathbf{C} \cdot \mathbf{A}^{n-1} \end{bmatrix} = n$$

I.3 Modélisation des systèmes dynamiques

I.3.1 Notion de modèle

Un modèle d'un système traduit les relations entre les différentes variables de ce système, autrement dit est une description de système en termes d'expressions mathématiques comme des équations différentielles/ aux différences. Le type d'expressions utilisées donne des qualificatifs au modèle : linéaire /non linéaire, continu/discret, déterministe/stochastique...

Le modèle est généralement utilisé dans la simulation, la prédiction des sorties ainsi que dans la synthèse des régulateurs [7].

I.3.2 Modélisation

La modélisation d'un système est l'exercice qui vise au départ une description discursive et qualitative du système, qui s'effectue selon un processus cyclique. C'est la construction et l'utilisation du modèle, qui se présente au début de la démarche pour pouvoir commander le système réel.

La modélisation des systèmes a pour objectif de trouver une représentation mathématique aussi simple et compacte que possible [6].

I.3.3 Types de modèle

I.3.3.1 Modèle de connaissance

Exploitant les connaissances à priori sur le système, les lois du domaine et la décomposition en dessous systèmes simples, on déduit les relations mathématiques. Aucune expérimentation n'est nécessaire.

Exemple : Contrôle de la vitesse d'un ventilateur entraîné par une MCC (moteur à courant continu) commandé par un Hacheur série... [7].

I.3.3.2 Modèle de comportement

Exploitant uniquement les mesures prélevées sur les Entrées/Sorties (E/S) et éventuellement les expériences précédentes. Les connaissances à priori ne sont pas nécessaires (trop complexes ou indisponibles) en général.

Exemple : Système de climatisation d'un grand centre commercial / conduite d'une bicyclette. [7].

I.3.4 Identification

L'identification est une opération qui consiste à déterminer les paramètres du modèle dynamique d'un système à partir des mesures réalisées à l'entrée et à la sortie de ce système. L'identification est d'une importance fondamentale pour la commande automatique.

I.3.5 Procédure d'identification

L'identification se base sur 3 entités fondamentales :

- **Un ensemble de données** (mesures E/S), les données doivent contenir suffisamment d'informations concernant le système (richesse de l'excitation). Le choix (quand c'est possible) des conditions d'expérimentation est crucial : le type de signaux d'entrées utilisés (amplitudes, durées, spectre fréquentiel...), la cadence des mesures
- **Une classe de modèle** : plusieurs classes de modèles existent : linéaires/non linéaires, déterministes/stochastiques... La classe de modèle limite l'espace de recherche en spécifiant une forme des relations entre les E/S : Par exemple l'ordre du modèle, le point d'action des perturbations (en entrée ou en sortie), la nature des perturbations... Le choix de cette classe n'est pas toujours évident, et nécessite quelques connaissances a priori sur le système, sinon procéder par essai/erreur.

- **Un algorithme d'identification** : méthode qui se base sur la classe de modèle choisie et les données collectées pour trouver le meilleur modèle de cette classe en sens d'un critère de performance choisi d'avance : par exemple minimiser l'erreur de sortie (différence entre la sortie du modèle et celle du système) [7].

I.4 Théorie de la commande

Le terme commande désigne toute action exercée sur un système pour influencer son évolution dynamique.

Dans la plupart des appareils et installations industrielles, il est nécessaire de maintenir des grandeurs physiques à des valeurs déterminées, en dépit des variations externes ou internes influant sur ces grandeurs.

I.4.1 Commande en boucle ouverte

Un système en boucle ouverte est un système qui ne comporte pas de contre-réaction ou de rétroaction entre la sortie et l'entrée. Classiquement, il est composé du processus physique, d'un capteur pour en mesurer la sortie et d'un actionneur pour agir sur la grandeur d'entrée du processus.

Un système non perturbé, bien conçu peut donner une entière satisfaction car la sortie obtenue étant conforme à la sortie souhaitée, à partir d'une consigne donnée.

Cette solution est envisageable dans le cas où le système est parfaitement connu (ce qui est théoriquement impossible) et dans le cas où l'obtention d'une mesure de la sortie n'est pas économiquement possible [8].

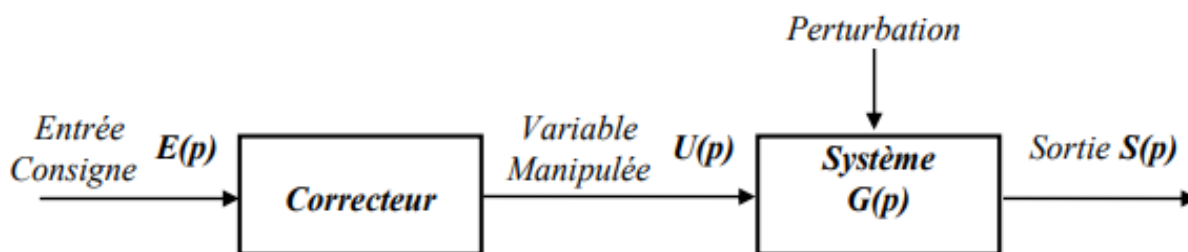


Figure I-4 Commande d'un système en boucle ouverte

I.4.2 Commande en boucle fermée

Le système de contrôle en boucle fermée signifie que la sortie du système dépend de son entrée. Le système a une ou plusieurs boucles de rétroaction entre sa sortie et son entrée. Le système en boucle fermée est conçu de manière à fournir automatiquement la sortie souhaitée en

la comparant à l'entrée réelle. Le système en boucle fermée génère le signal d'erreur qui est la différence entre l'entrée et la sortie. La boucle fermée nécessite certains composants comme un amplificateur, un contrôleur, un processus contrôlé, un système de retour, etc... [9].

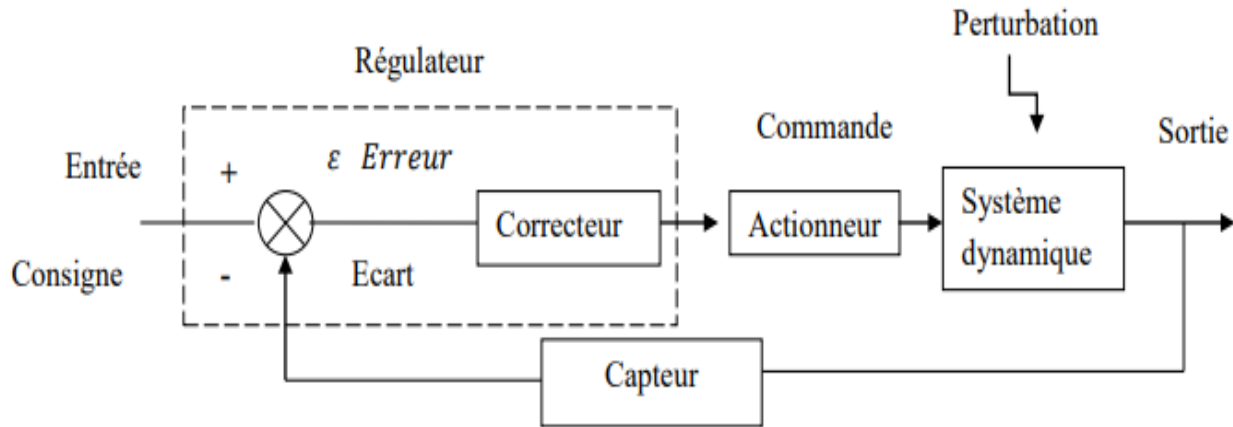


Figure I-5 Commande d'un système en boucle fermée

I.5 Régulation et asservissement

I.5.1 Comportement en régulation

La régulation des procédés regroupe l'ensemble des moyens matériels et techniques mis en œuvre pour maintenir une grandeur physique à régler, égale à une valeur désirée, appelée consigne. Lorsque des perturbations ou des changements de consigne se produisent, la régulation provoque une action correctrice sur une grandeur physique du procédé, appelée grandeur réglante (ou de commande) [10].

I.5.2 Comportement en asservissement

Un système fonctionne en asservissement, s'il est destiné à faire suivre une loi physique généralement non fixée à l'avance, à une ou plusieurs grandeurs physiques. Dans ce cas l'asservissement a pour mission la recopie la plus fidèle possible quelles que soient les lois de variations fixées.

Un système asservi est un système assurant des fonctions de mesure, de surveillance, de prise de décision et d'action [11].

I.6 Instrumentation

L'instrumentation industrielle est un ensemble d'instruments et de techniques qui sont employées pour la mesure et le contrôle de divers paramètres physiques.

I.6.1 Procédé et processus industriels

Dans le cadre du rôle de l'instrumentation, nous allons décrire principalement les moyens nécessaires à l'activité Produire, ce qui implique de définir les termes suivants :

I.6.1.1 Procédé industriel

C'est la méthode à suivre pour produire efficacement, il est immatériel et se présente sous la forme d'un texte accompagné de schémas explicatifs formant le « livre du procédé » (ou en anglais : process data book).

On y décrit les ingrédients à utiliser, les moyens matériels à prévoir, les opérations à exécuter et les conditions de fonctionnement (pression, débit, température, etc.) à respecter pour l'obtention du produit, en quantité (capacité de production) et en qualité.

Le procédé doit être matérialisé par une unité de production ou processus.

I.6.1.2 Processus industriel

Le terme processus désigne deux aspects d'une installation de production, l'un descriptif, l'autre matériel :

- **Aspect descriptif :** C'est l'ensemble des opérations détaillées d'élaboration d'un produit fini devant posséder des caractéristiques imposées dans les limites de tolérances fixées, selon un procédé déterminé.
- **Aspect matériel :** C'est l'installation proprement dite, comprenant tous les appareils nécessaires à la transformation des matières premières qui vont alors être modifiées par divers procédés comme le formage, la coulée, l'assemblage, l'usinage, etc. [12].

I.6.2 Schéma de tuyauterie et d'instrumentation

Un Schéma ou Plan de Tuyauterie et d'Instrumentation (TI) (en anglais : Piping & Instrumentation Diagram or Process and Instrumentation Diagram), regroupe principalement les équipements de terrain.

Le schéma TI utilise des symboles normalisés représentant sans ambiguïté les différents composants du processus :

-Les équipements propres au processus lui-même,

-Les équipements nécessaires au contrôle du processus [12].

Sur le seul plan de l'instrumentation, pendant le développement d'un projet, le schéma TI prend successivement des formes allant du plus simple au plus compliqué [13].

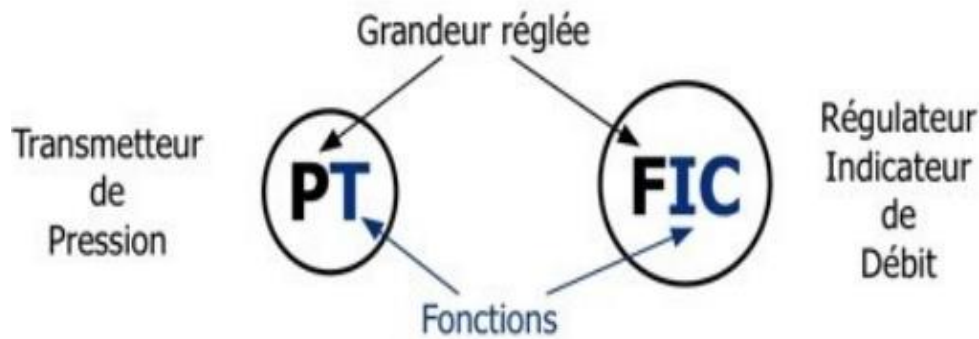


Figure I-6 Représentation TI

I.6.3 Classification des signaux

Un signal est la représentation physique de l'information, qu'il convoie de sa source à son destinataire.

I.6.3.1 Signal analogique

Un signal est dit analogique si l'amplitude de la grandeur physique peut prendre une infinité de valeurs dans un intervalle donné.

Définition 1 (Signal continu) : C'est un signal qui varie lentement dans le temps : température, débit, niveau.

Définition 2 (Forme) : C'est la forme de ce signal qui est importante : pression cardiaque, chromatographie, impact.

Définition 3 (Fréquentiel) : C'est le spectre fréquentiel qui transporte l'information désirée : analyse vocale, sonar, spectrographie.

I.6.3.2 Signal numérique

Un signal est numérique si l'amplitude de la grandeur physique ne peut prendre qu'un nombre fini de valeurs.

Définition 1 (Tout ou rien (TOR)) : Il informe sur un l'état bivalent d'un système. Exemple : une vanne ouverte ou fermée.

Définition 2 (Train d'impulsion) : Chaque impulsion est l'image d'un changement d'état. Exemple : un codeur incrémental donne un nombre fini et connu d'impulsion par tour.

Définition 3 (Echantillonnage) : C'est l'image numérique d'un signal analogique. Exemple : température, débit, niveau [14].

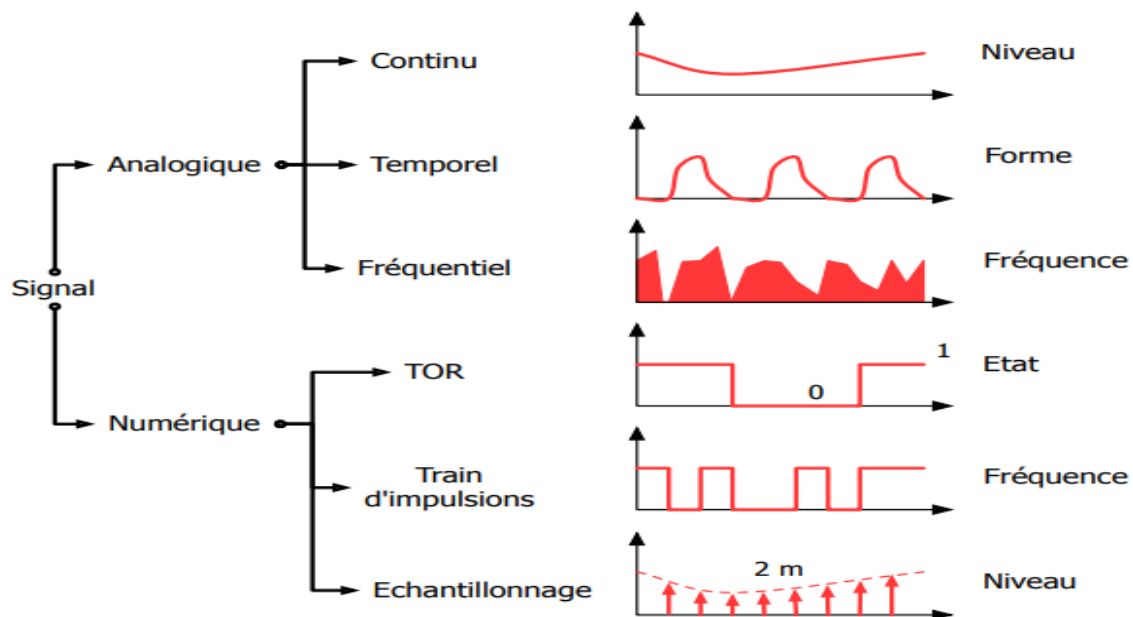


Figure I-7 Différents types de signaux

I.7 Généralités sur la mesure

I.7.1 Notion de mesure

Mesurer une grandeur consiste à la comparer avec une autre grandeur de même espèce prise comme unité. C'est l'expression d'une grandeur quelconque, le plus souvent par un nombre suivi d'un symbole (le nombre exprime la valeur de la grandeur mesurée, le symbole exprime sa nature qui est définie par une unité).

Les mesures à effectuer au milieu industriel ou dans des laboratoires de recherche universitaire sont extrêmement variées. On peut en distinguer plusieurs catégories : mesures simples, mesures complexes, mesures multiples.

I.7.2 Chaîne de mesure

C'est l'ensemble des éléments nécessaires pour connaître la valeur ou l'évolution de paramètres d'un système physique.

Pour capter une grandeur physique et la rendre exploitable pour un utilisateur, nous utilisons une chaîne de mesure qui comprend les éléments suivants :

- Un capteur.
- Un conditionneur de signal qui traite le signal délivré par le capteur pour en extraire un signal exploitable [15].



Figure I-8 Chaîne de mesure

I.7.3 Erreur de mesure

L'erreur de mesure est la différence entre la valeur mesurée d'une grandeur et une valeur de référence. Toute mesure, pour être complète, doit comporter la valeur mesurée et les limites de l'erreur possible sur la valeur donnée.

I.7.3.1 Classification des erreurs

Suivant les causes, on a deux types d'erreurs :

- **Les erreurs systématiques :** C'est toute erreur due à une cause connue. Elles ont pour causes : la méthode de mesure, l'opérateur, l'appareil de mesure.
- **Les erreurs aléatoires :** C'est toute erreur qui n'obéit à aucune loi connue lorsqu'elle est prise sur un seul résultat. Elle obéit aux lois de la statistique lorsque le nombre de résultats devient très grand. Elles peuvent provenir de : l'opérateur, l'appareil, le montage [16].

I.7.4 Technologie générale d'un capteur

I.7.4.1 Notion d'un capteur

Un capteur est un organe de prélèvement d'information qui élabore à partir d'une grandeur physique, une autre grandeur physique de nature différente (très souvent électrique). Cette grandeur représentative de la grandeur prélevée est utilisable à des fins de mesure ou de commande [14].

Définition 1 (Le rôle du transmetteur) : C'est un dispositif qui converti le signal de sortie du capteur en un signal de mesure standard. Il fait le lien entre le capteur et le système de contrôle commande.

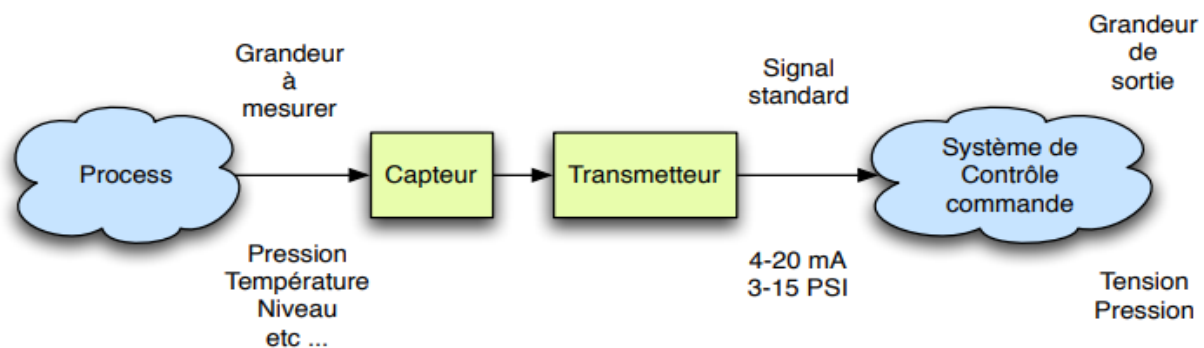


Figure I-9 Capteur et Transmetteur

I.7.4.2 Corps d'épreuve et capteurs composites

Pour des raisons de coût ou de facilité d'exploitation on peut être amené à utiliser un capteur, non pas sensible à la grandeur physique à mesurer, mais à l'un de ses effets. Le corps d'épreuve est le dispositif qui soumis à la grandeur physique à mesurer et produit une grandeur directement mesurable par le capteur [17].

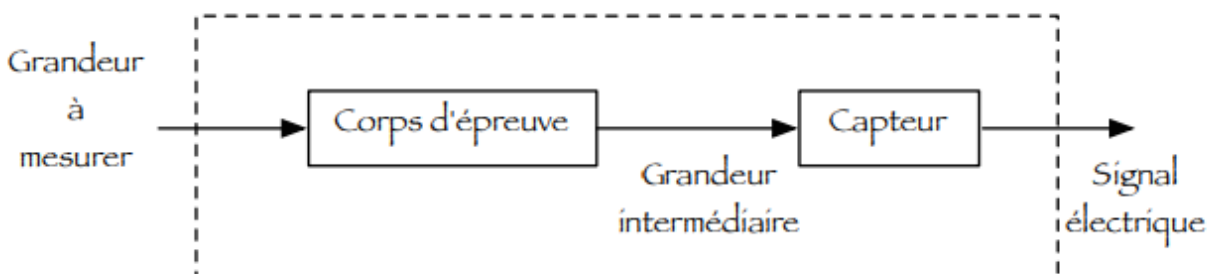


Figure I-10 Capteur composite

I.7.4.3 Grandeurs d'influence

Le capteur peut se trouver soumis non seulement au mesurande mais à d'autres grandeurs physiques dont les variations sont susceptibles d'entraîner un changement de la grandeur électrique de sortie qu'il n'est pas possible de distinguer de l'action du mesurande. Ces grandeurs physiques « parasites » auxquelles la réponse du capteur peut être sensible sont les grandeurs d'influence.

Les principales grandeurs d'influence sont :

- La température, qui modifie les caractéristiques électriques, mécaniques et dimensionnelles des composants du capteur,
- La pression, l'accélération et les vibrations susceptibles de créer dans certains éléments constitutifs du capteur des déformations et des contraintes qui altèrent la réponse,
- L'humidité à laquelle certaines propriétés électriques comme la constante diélectrique ou la résistivité peuvent être sensibles et qui risque de dégrader l'isolation électrique entre composants du capteur ou entre le capteur et son environnement,
- Les champs magnétiques variables ou statiques,
- La tension d'alimentation [17].

I.7.4.4 Classification des capteurs

La classification se fait selon :

- La mesurande qu'ils traduisent (capteur de température, de pression, ...),
- Leurs rôles dans un processus industriel (contrôle de produits finis, de sécurité, ...),
- Le signal qu'ils fournissent (capteur analogique, capteur logique, capteurs digitaux),
- Leurs principes de traduction du mesurande (capteur résistif, à effet Hall, ...),
- Leurs principes de fonctionnement : Les capteurs fonctionnent selon deux principes de base suivant l'origine du signal électrique de sortie. On distingue :

Définition 1 (Capteur actif) : Fonctionnant en générateur, un capteur actif est généralement fondé dans son principe sur un effet physique qui assure la conversion en énergie électrique de la forme d'énergie propre à la grandeur physique à prélever, énergie thermique, mécanique ou de rayonnement.

Définition 2 (Capteur passif) : Il s'agit généralement d'impédance dont l'un des paramètres déterminants est sensible à la grandeur mesurée.

L'impédance d'un capteur passif et ses variations ne sont mesurables qu'en intégrant le capteur dans un circuit électrique, par ailleurs alimenté et qui est son conditionneur [14].

I.7.4.5 Principe de fonctionnement

Le principe de fonctionnement d'un capteur industriel est décrit dans la figure (I-11) ci-dessous :

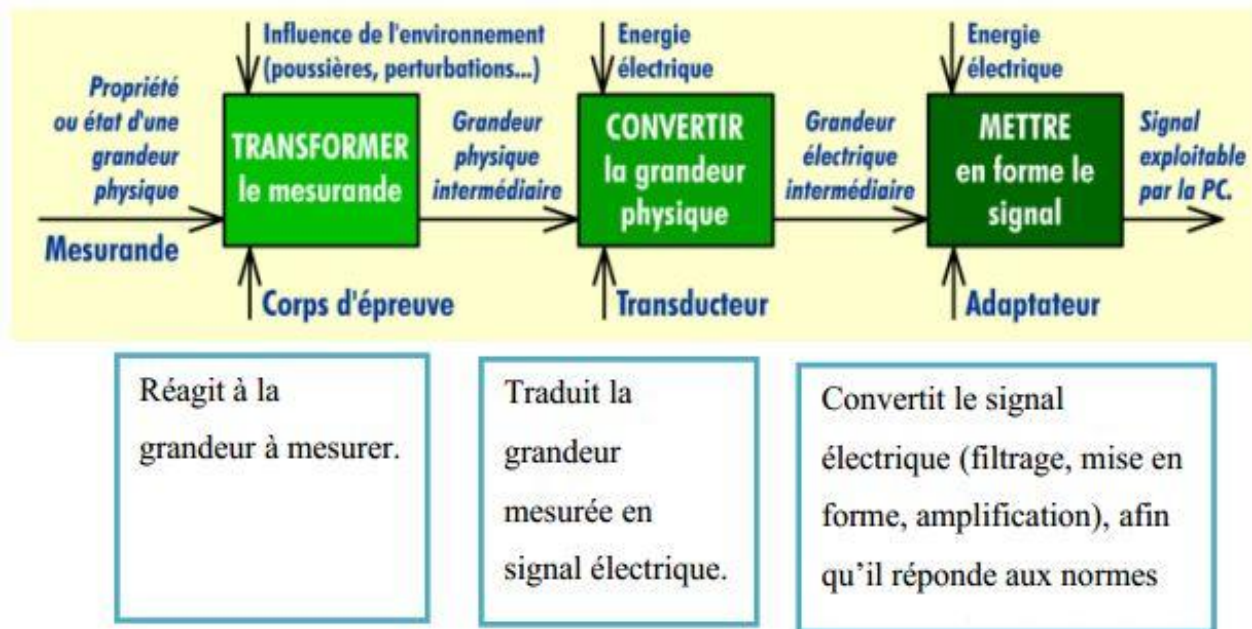


Figure I-11 Principe de fonctionnement d'un capteur

I.7.4.6 Caractéristiques des capteurs

Les caractéristiques principales des capteurs sont :

- **Rapidité** : C'est le temps de réponse, elle exprime l'aptitude à suivre dans le temps les variations de la grandeur à mesurer.
- **Etendue de mesure** : C'est la différence algébrique entre les valeurs extrêmes de la grandeur à mesurer pour lesquelles les limites de l'instrument sont spécifiées.
- **Résolution** : Plus petite variation de grandeur mesurable par le capteur.
- **Sensibilité** : Variation du signal de sortie par rapport à la variation du signal d'entrée.
- **Précision** : Aptitude à donner des indications proches de la valeur vraie [18].

I.8 Capteurs et actionneurs d'un système hydro-thermique

Les capteurs informent le calculateur qui, en fonction de ces données, commande les différents actionneurs. Dans cette partie, nous allons citer tous les capteurs et actionneurs nécessaires pour la réalisation de notre étude.

I.8.1 Capteurs

I.8.1.1 Capteur de température

La température détermine en effet de façon décisive les propriétés de la matière, elle est mesurée de façon indirecte, par le biais d'un autre principe physique.

Définition 1 (Capteur de température) : C'est un dispositif permettant de transformer l'effet du réchauffement ou du refroidissement en un signal électrique. La mesure de la température implique qu'il y ait un équilibre thermique entre l'objet et le capteur. La température mesurée est donc celle du capteur qui dépend des échanges d'énergie entre le capteur et le milieu étudié [17].

A. Types de capteur de température : On peut classer les capteurs de température par rapport à l'existence ou pas de contact avec le corps dont on cherche à mesurer sa température.

A.1 Avec contact :

- Analogique : Thermocouples, thermomètres à résistance métallique, thermomètres à semi-conducteur, thermomètres à quartz, thermomètres à dilatation de fluide, ...
- Logique : Thermostats à dilatation thermique.

A.2 Sans contact :

- Analogique : Pyromètres optiques à dilatation de solide, ...
- Logique : pyromètre à dilatation de solide [19].

B. Mesure de température par thermocouple : Les sondes de température les plus répandues dans l'industrie sont les thermocouples.

Définition 1 (Le thermocouple) : Ce compose de 2 fils métalliques de nature différente, isolés sur toute leur longueur. L'une des extrémités est soudée, c'est la jonction de mesure ou soudure chaude. L'autre extrémité, la jonction de référence ou soudure froide est reliée au circuit de mesure. Une différence de température entre la soudure chaude et la soudure froide provoque une différence de potentiel (force électromotrice) jonction de l'écart de température. La température du point de mesure est alors déduite à partir de la connaissance de la température de la jonction de référence, c'est l'effet Seebeck.

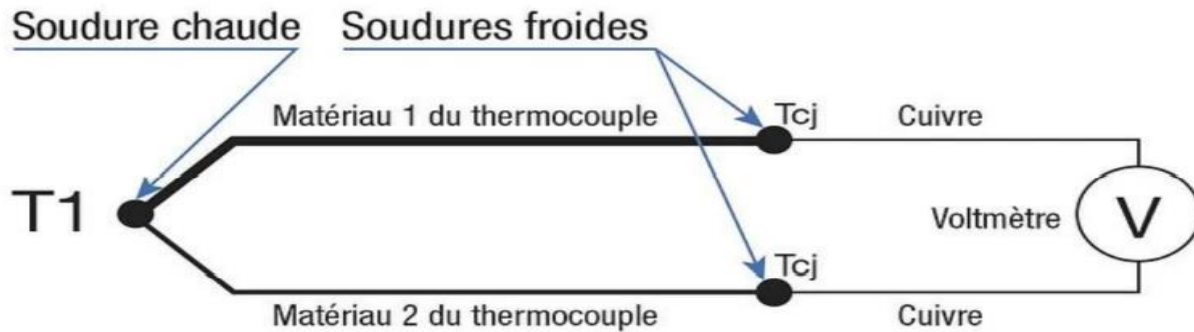


Figure I-12 Schéma d'un thermocouple

La tension ainsi obtenue dépend d'une part de la température et d'autre part du type de matériau conducteur constituant les fils comme le montre cette relation :

$$\Delta V = S \cdot \Delta T$$

ΔV : Variation de la tension.

S : Coefficient de Seebeck.

ΔT : Variation de température.

I.8.1.2 Capteur de niveau

En physique, le niveau correspond à la distance entre la surface d'un liquide et le fond du réservoir le contenant. Le contrôle de niveau est utilisé dans de nombreux et divers domaines, afin de connaître l'état de remplissage de récipients, c'est-à-dire le niveau qu'y atteint le produit présent.

Définition 1 (Capteurs de niveau) : Ce sont des instruments incontournables dans la plupart des chantiers et des sites industriels. Il existe des seuils à ne pas franchir, et les outils de mesure permettent de contrôler la hauteur des substances à l'intérieur du contenant ou du lieu de passage. Il peut s'agir de liquide ou de solide, à la texture variable. Ces appareils sont en contact ou non avec le produit [20].

A. Méthodes de mesure : À partir des multiples principes mis en œuvre, applicables aussi bien en mesure qu'en détection, on peut opérer à un classement des méthodes les plus utilisées :

A.1 Méthodes hydrostatiques : La mesure transmise par les capteurs utilisés est une fonction continue de la hauteur de liquide. On distingue trois principes de mesure :

A.1.1 Flotteur : Il se maintient à la surface du liquide, il est rendu solidaire d'un capteur de position qui délivre le signal électrique correspondant au niveau. La mesure s'apparente ensuite à la mesure d'un déplacement ou la détection d'une position.

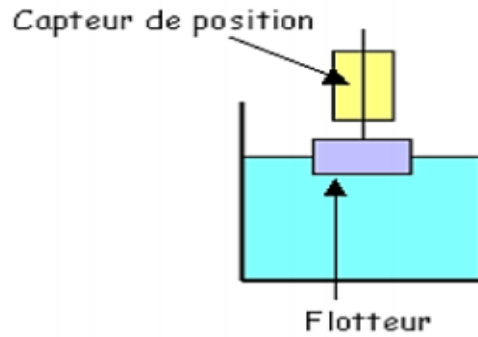


Figure I-13 Mesure de niveau par flotteur

A.1.2 Plongeur : C'est un cylindre immergé dont la hauteur est au moins égale à la hauteur maximale du liquide dans le réservoir. Le plongeur est suspendu à un capteur dynamométrique qui se trouve soumis à une force F (poids apparent), qui est fonction de la hauteur h du liquide.

$$F = P - r \cdot g \cdot h \cdot S$$

$r \cdot g \cdot h \cdot S$: poussée d'Archimède s'exerçant sur le volume immergé du plongeur.

S : aire de la section du plongeur.

P : poids du plongeur.

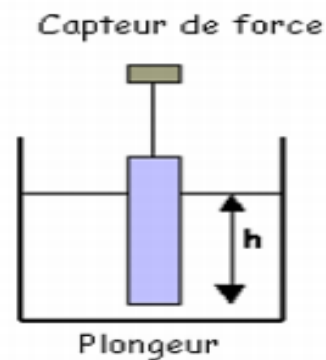


Figure I-14 Mesure de niveau par plongeur

A.1.3 Capteur de pression : Il mesure la pression relative au fond du réservoir quand celui-ci est ouvert à l'air libre, cette pression est l'image du niveau h du liquide ($P = r \cdot g \cdot h$) ainsi que la pression différentielle quand le réservoir est fermé et sous pression [17].

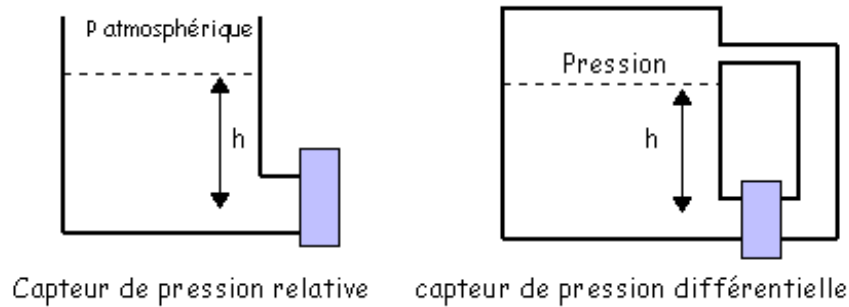


Figure I-15 Principe de capteur de pression

A.2 Méthodes électriques : Ce sont les seules méthodes employant des capteurs spécifiques, c'est-à-dire traduisant directement le niveau en signal électrique.

A.2.1 Capteur conductimétrique : Il est utilisable uniquement avec des liquides conducteurs non corrosifs et n'ayant pas en suspension une phase isolante (huile par exemple).

A.2.2 Capteur capacitif : Lorsque le liquide est isolant, un condensateur est réalisé soit par deux électrodes cylindriques, soit par une électrode et la paroi du réservoir si celui-ci est métallique.

A.3 Méthodes basées sur l'utilisation des rayonnements : L'intérêt de ces méthodes est de permettre des mesures sans contact avec le liquide.

A.3.1 Ondes acoustiques : Un transducteur acoustique fonctionnant successivement en émetteur puis en récepteur est placé au sommet du réservoir.

A.3.2 Radar : Utilisent des ondes électromagnétiques du domaine hyperfréquence.

A.3.3 Absorption de rayonnement gamma : La source et le détecteur sont placés à l'extérieur, de part et d'autre du réservoir, cette disposition est particulièrement adaptée au cas de liquides très corrosifs ou sous haute pression ou à haute température [17].

Le choix d'une méthode appropriée amène à prendre en compte :

- Les propriétés physiques et chimiques du liquide ainsi que leurs variations éventuelles : conductivité, constante diélectrique, masse volumique, viscosité, formation de mousse, caractère corrosif.
- Les conditions de stockage : température, pression, présence d'un agitateur.
- Les facilités d'implantation.

I.8.2 Actionneurs

I.8.2.1 Pompe centrifuge

Définition 1 (Pompe centrifuge) : C'est une machine rotative qui pompe un liquide en le forçant à travers une roue à aube ou d'une hélice appelée impulseur (souvent nommée improprement

turbine). C'est le type de pompe industrielle le plus commun. Par l'effet de la rotation de l'impulseur, le fluide pompé est aspiré axialement dans la pompe, puis accéléré radialement, et enfin refoulé tangentiellement [21].



Figure I-16 Pompe centrifuge

A. Principe de fonctionnement : Le fonctionnement de cette pompe est défini par trois étapes :

- **L'aspiration :** Le liquide est aspiré au centre du rotor par une ouverture appelée distributeur dont le rôle est de conduire le fluide depuis la conduite d'aspiration jusqu'à la section d'entrée du rotor. La pompe étant amorcée, c'est-à-dire pleine de liquide, la vitesse du fluide qui entre dans la roue augmente et par conséquent la pression dans l'ouïe diminue et engendre ainsi une aspiration et maintient l'amorçage.
- **L'accélération :** Le rotor transforme l'énergie mécanique appliquée à l'arbre de la machine en énergie cinétique. A la sortie du rotor, le fluide se trouve projeté dans la volute dont le but est de collecter le fluide et de le ramener dans la section de sortie.
- **Le refoulement :** Dans l'élargissement en sortie le liquide perd de la vitesse au profit de l'accroissement de pression : l'énergie cinétique est convertie en énergie de pression au niveau de diffuseur [20].

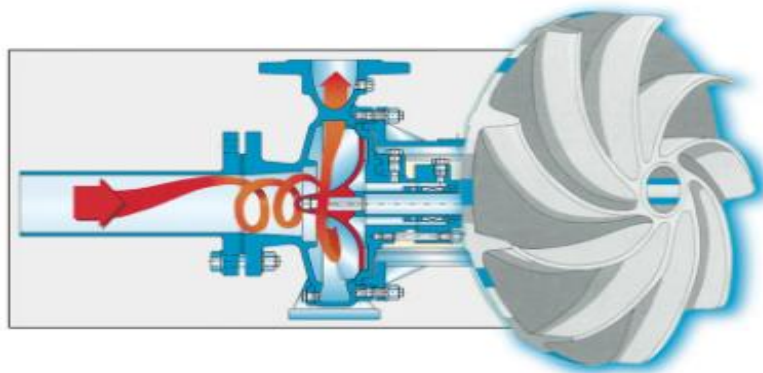


Figure I-17 Schéma d'une pompe centrifuge

I.8.2.2 Vanne de régulation

Définition 1 (Vanne de régulation) : Elle est utilisée comme organe de réglage dans différents types de boucles de régulation. Elle permet d'agir comme un mécanisme d'exécution afin de contrôler le débit dans une canalisation, en modifiant les pertes de charges de celle-ci. Il existe plusieurs représentations d'une vanne présentées dans la figure suivante [22].




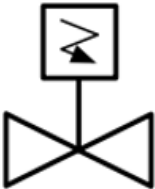
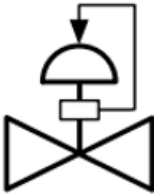
Vanne simple	Vanne manuelle	Vanne pneumatique	Electrovanne	Vanne pneumatique avec positionneur
				

Figure I-18 Représentations symbolique des vannes

A. Éléments constituant la vanne de régulation : La vanne est constituée de deux éléments principaux :

- Le corps de vanne : c'est l'élément qui assure le réglage du débit,
- Le servomoteur : c'est l'élément qui assure la conversion du signal de commande en mouvement de la vanne. Et aussi d'un certain nombre d'éléments auxiliaires :
 - Un contacteur de début et de fin de course,
 - Une copie de la position,
 - Un filtre détenteur,

- Un positionneur : il régule l'ouverture de la vanne en accord avec le signal de commande [22].

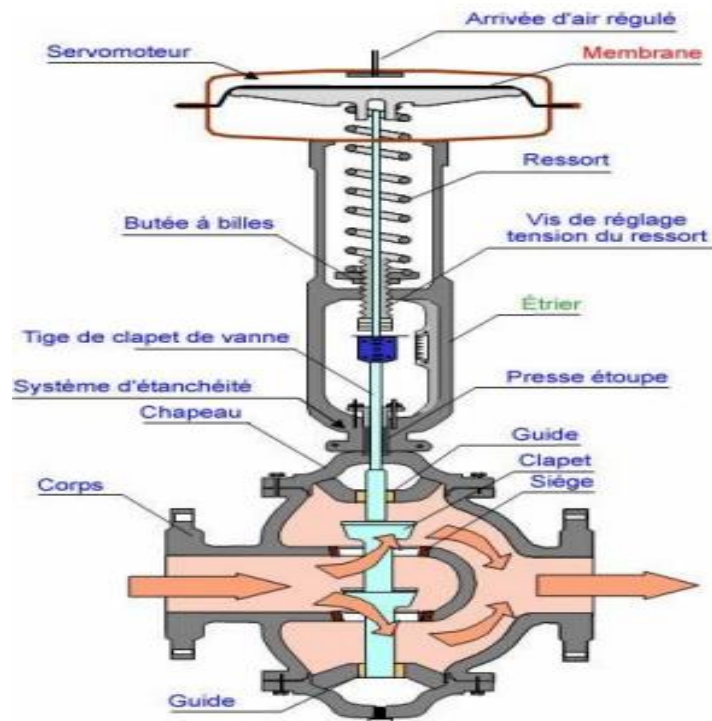


Figure I-19 Vanne de régulation

B. Types de vannes : Il existe deux grands types de vannes :

- Les vannes rotatives : L'ouverture et la fermeture se fait par la rotation d'un clapet.
- Les vannes linéaires : L'ouverture et la fermeture se fait par un mouvement linéaire, d'un clapet, du bas vers le haut et vice-versa.

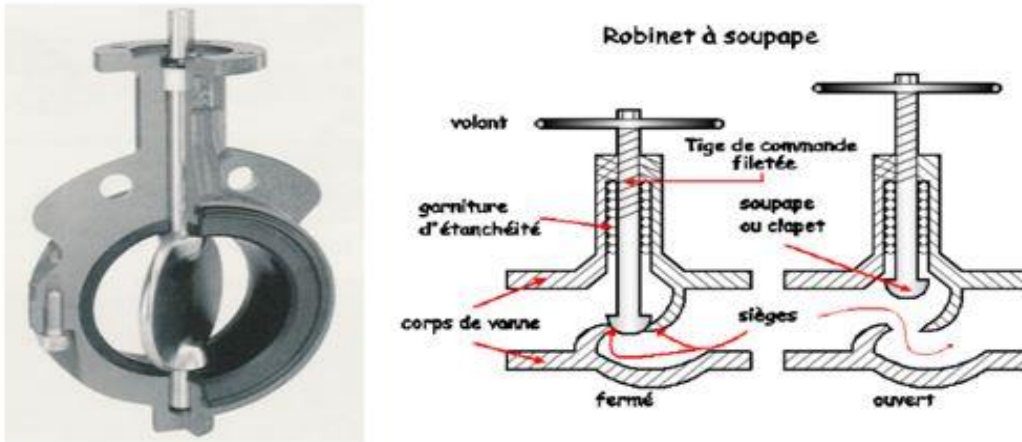


Figure I-20 Vanne rotative et vanne linéaire

I.8.3 Exemple existant d'un système hydro-thermique

La station de dessalement de l'eau de mer à la centrale électrique de Cap-Djinet est considérée comme un procédé hydro-thermique, vu qu'on combine la régulation du niveau et de la température de cette eau.

Cette unité où se fait la distillation de l'eau de mer, comprend trois parties principales :

- La première partie est un réservoir alimenté en eau de mer par une pompe avec un débit constant, il comprend le capteur du niveau, donc c'est là qu'on fait la régulation du niveau.
- La seconde partie est le réchauffeur final qui a pour rôle de chauffer l'eau de mer aspirée du réservoir à travers une pompe, il passe dans sa conduite par un circuit fermé de l'eau chaude, chauffée par l'intermédiaire d'une chaudière alimentée par un débit de gaz variable, ce qui entraîne un échange thermique entre les deux fluides et par conséquent l'eau sera chauffée. Le circuit fermé de l'eau chaude dispose d'un capteur de température, pour faire sa régulation, et par conséquent, on agit sur la température de l'eau de mer.
- La troisième partie est appelée le condenseur (ou évaporateur), l'eau aspirée du réservoir est refoulée dans une conduite qui passe au-dessus de la conduite de l'eau chaude ce qui entraîne la condensation de la vapeur de l'eau chauffée, et le condensat va être récupéré et stocké. Pour maintenir le niveau de l'eau stable dans le réservoir, le régulateur génère une commande envoyée vers la vanne motorisée à la sortie du réservoir, et pour faire la régulation de température de cette eau, on agit sur le débit de gaz de la chaudière.

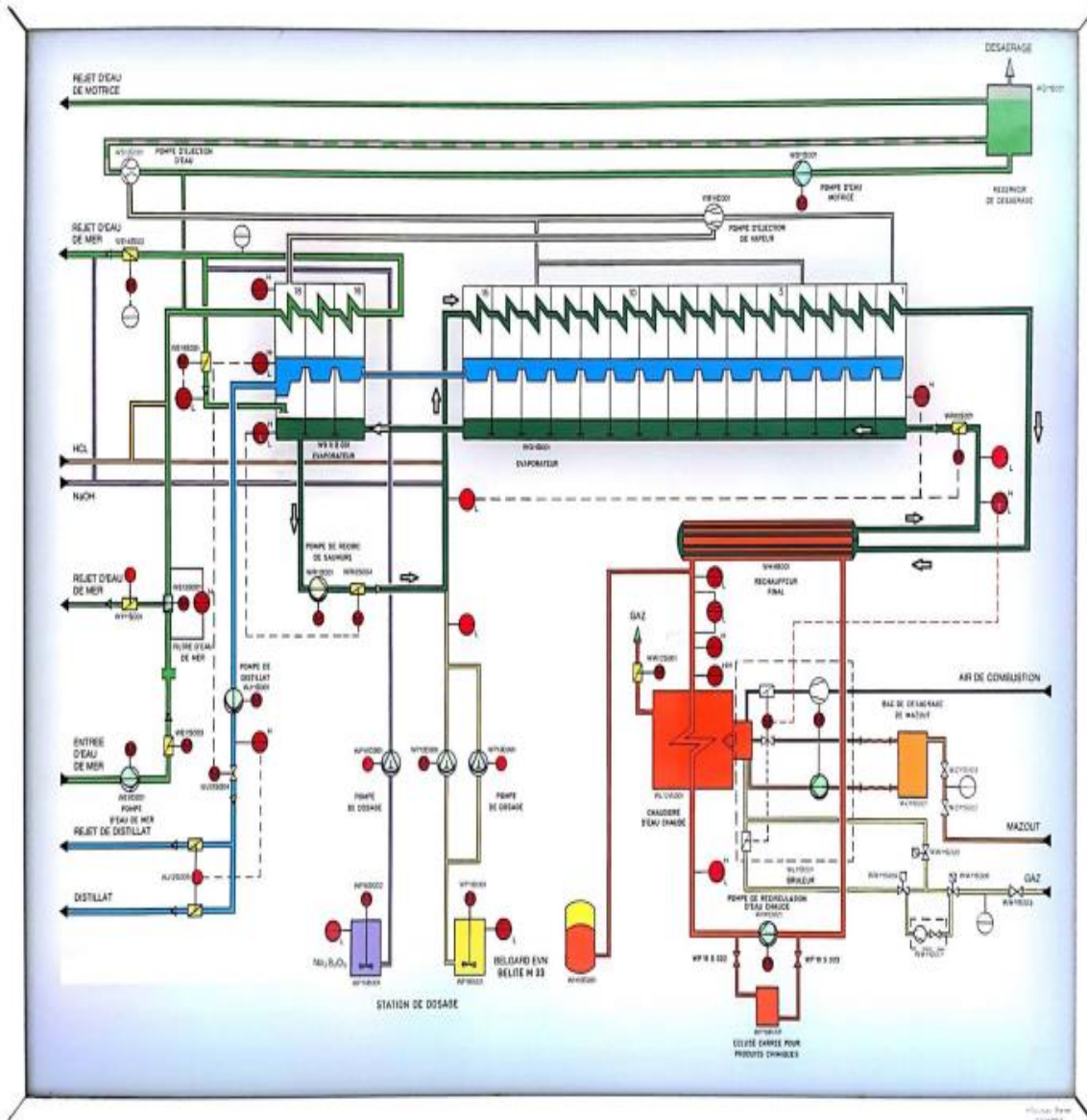


Figure I-21 Station de dessalement de l'eau de mer à la centrale électrique Cap-Djinet

I.9 Conclusion

Pour conclure, ce chapitre a pour but de présenter les notions de systèmes dynamiques, la notion de modèle et de modélisation ainsi que d'identification, en introduisant également la notion de commande en boucle ouverte et en boucle fermée, et les comportements en mode régulation et en mode asservissement. Ce chapitre se termine par l'instrumentation intervenant dans la mesure des grandeurs physiques, en particulier le niveau et la température, ainsi que des mécanismes d'exécution d'un processus hydro-thermique. Le mode de fonctionnement d'un exemple réel d'un système hydro-thermique existant également présenté.

Chapitre II
Description,
Modélisation et
Validation du modèle

II. Chapitre 2 Description, Modélisation et Validation du modèle linéaire

II.1 Introduction

L'étude d'un système nécessite une première approche mathématique consistant à modéliser le système pour un mode de fonctionnement donné. C'est à dire la transformation d'un problème (industriel), en un modèle mathématique exacte. Le but de cette modélisation est de résoudre le problème en question en utilisant la technique mathématique et informatique convenable.

Ce chapitre a pour objectif d'établir un modèle mathématique au système hydro-thermique considéré, en faisant en premier lieu une modélisation non linéaire à partir des lois de la physique en relation avec le système, puis effectuer une linéarisation autour d'un point de fonctionnement afin d'obtenir un modèle linéaire, ce dernier sera validé par une simulation via le logiciel MATLAB, en comparant les résultats des deux modèles.

II.2 Présentation du système

II.2.1 Description du processus

La figure ci-dessous présente notre système hydro-thermique, placé dans la catégorie des circuits de transport du liquide. Le principe est simple, on fait passer le fluide d'un réservoir à un autre tout en gardant la température et le niveau constants à tout instant selon les variations des débits d'entrées.

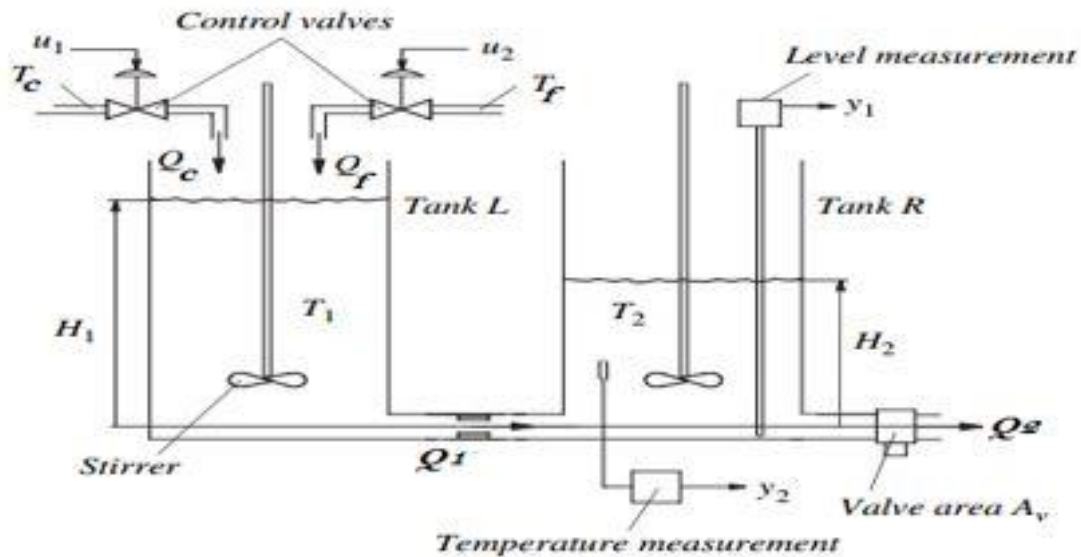


Figure II-1 Processus hydro-thermique

Le système est composé de deux réservoir notés **L** et **R** qui ont la même surface en coupe **S**, connectés entre eux, comme il est indiqué dans la figure ci-dessus, et un ensemble d'instruments de mesure.

Le réservoir gauche **L** est rempli de l'eau chaude et froide à travers des pompes avec les deux signaux d'entrées u_1 et u_2 . Les températures et les débits volumiques sont respectivement T_c et T_f , Q_c et Q_f .

Les températures et les niveaux du premier et deuxième réservoir sont respectivement T_1 et T_2 , H_1 et H_2 .

Le débit entre les deux réservoirs est noté Q_1 et le débit sortant de la vanne de sortie du réservoir **R** est noté Q_2 , la vanne de sortie a une section d'orifice variable noté A_v . L'eau est rapidement agitée dans les deux réservoirs et donc la température est supposée constante sur tout le volume de chacun des réservoirs [23].

II.2.2 Schéma fonctionnel du système hydro-thermique

Nous pouvons présenter notre système d'une façon plus simplifiée par le schéma fonctionnel suivant :

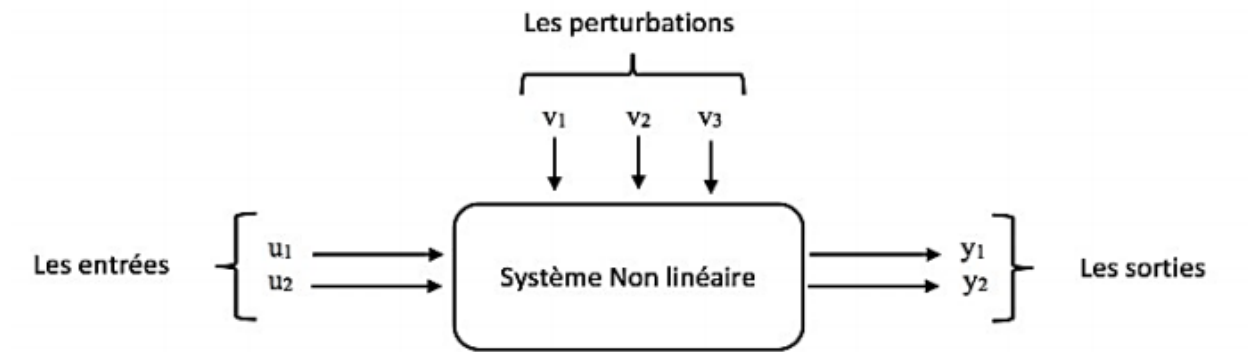


Figure II-2 Schéma du système dynamique multivariables

Nous intéressons à mesurer le niveau \mathbf{H}_2 et la température \mathbf{T}_2 du réservoir \mathbf{R} , d'où les signaux venus des capteurs sont donnés comme des valeurs physiques :

$$y_1 = H_2 = K_h \cdot h_2 \quad (II-1)$$

$$y_2 = T_2 = K_T \cdot T_2 \quad (II-2)$$

Les deux vannes de contrôle ont les mêmes caractéristiques, et les entrées \mathbf{u}_1 , \mathbf{u}_2 sont considérées comme des débits donc :

$$Q_c = K_a \cdot u_1 \quad (II-3)$$

$$Q_f = K_a \cdot u_2 \quad (II-4)$$

Tel que :

- \mathbf{u}_1 est le signal de commande de la pompe d'eau chaude.
- \mathbf{u}_2 est le signal de commande de la pompe d'eau froide.

II.2.2.1 Perturbations sur le système

Les grandeurs qui perturbent notre système sont :

- La variation de la section d'orifice due à la fermeture et à l'ouverture de la vanne de sortie. Cela influe sur les niveaux des deux réservoirs \mathbf{H}_1 et \mathbf{H}_2 . Donc nous avons comme première perturbation :

$$v_1 = A_v$$

- La température de débit chaud \mathbf{Q}_c qui agit sur la température des deux réservoirs. Donc nous avons comme deuxième perturbation :

$$v_2 = T_c$$

- La température de débit froid Q_f qui agit sur la température des deux réservoirs. Donc nous avons comme troisième perturbation :

$$v_3 = T_f$$

II.2.2.2 Paramètres du système physique

Le tableau suivant représente tous les paramètres de notre système hydro-thermique :

Table II-1 Paramètres du système hydro-thermique

Symbole	Signification	Valeur numérique	Unité
S	Surface de la base du bac	0.785	m²
K_a	Coefficient de debit	0.004	m³/volt.sec
K_h	Gain transducteur de niveau	2	volt/m
K_T	Gain transducteur de température	0.1	volt/°C
A_{v0}	Surface d'orifice	0.0122	m²
P₀	Pression atmosphérique	1	atm
D_v = C_d · √(2 · g)	C _d : Coefficient de perte constant	2.66	m^{1/2}/sec
C₀	Constante d'écoulement de l'orifice entre les deux réservoirs	0.056	m^{5/2}/sec
T_{c0}	Température chaude du débit entrant	60	°C
T_{f0}	Température froide du débit entrant	30	°C
Q_{max}	Débit maximal	0.04	m³/volt.sec

II.2.3 Principe de fonctionnement

Les deux réservoirs ont une configuration géométrique cylindrique, le réservoir principal **L** est alimenté par deux arrivées d'eaux contrôlées par deux pompes : une pour le contrôle de débit d'eau chaude Q_c et l'autre pour le contrôle de débit d'eau froide Q_f . C'est en agissant sur ces deux pompes que l'on va effectuer la régulation du niveau et de la température.

Le deuxième réservoir **R** dispose d'une vanne permettant de régler manuellement le débit de sortie Q_2 . Un thermocouple est fixé pour mesurer la température du mélange contenu à l'intérieur du réservoir, donc la température que l'on désire réguler y_2 .

Le système est également équipé d'un capteur de pression (pour mesurer le niveau) qui est fixé dans la partie basse du deuxième réservoir **R**, il donne une information sur le niveau d'eau que l'on veut réguler y_1 .

Les débits d'eau froide et d'eau chaude arrivant en surface mettent un certain temps pour se propager à une température identique du mélange jusqu'à la sortie, c'est pour cela les réservoirs disposent d'un agitateur.

II.3 Modélisation du système

II.3.1 Etude non linéaire

Le modèle non linéaire que nous voulons établir est un modèle de connaissance obtenu à partir de bilan massique et du bilan énergétique de chaque réservoir [23].

II.3.1.1 Bilan massique

A. Détermination des équations du niveau

La loi de conservation de masse d'un fluide est donnée par :

$$\rho \cdot \frac{dV}{dt} = \rho \cdot (\sum \text{débit d'entrée} - \sum \text{débit de sortie}) \quad (II-5)$$

Tel que le volume : $V = S.H$

ρ : La densité volumique de masse de fluide.

H : Le niveau de fluide dans le réservoir.

Pour le réservoir **L** :

$$\rho \cdot \frac{dV_1}{dt} = \rho \cdot Q_c + \rho \cdot Q_f - \rho \cdot Q_1 \quad (II-6)$$

Pour le réservoir **R** :

$$\rho \cdot \frac{dV_2}{dt} = \rho \cdot Q_1 - \rho \cdot Q_2 \quad (II-7)$$

Les volumes des bacs sont respectivement :

$$V_1 = S \cdot H_1 \quad \text{et} \quad V_2 = S \cdot H_2 \quad (II-8)$$

En remplaçant V_1 et V_2 par leurs expressions, dans (II-6) et (II-7), nous obtenons :

$$\begin{cases} \rho \cdot S \cdot \dot{H}_1 = \rho \cdot (Q_c + Q_f - Q_1) \\ \rho \cdot S \cdot \dot{H}_2 = \rho \cdot (Q_1 - Q_2) \end{cases} \quad (II-9)$$

$$\begin{cases} \dot{H}_1 = \frac{1}{S} \cdot (Q_c + Q_f - Q_1) \\ \dot{H}_2 = \frac{1}{S} \cdot (Q_1 - Q_2) \end{cases} \quad (II-10)$$

II.3.1.2 Bilan énergétique

A. Détermination des équations de la température

La loi de conservation d'énergie est donnée par :

$$E = m \cdot C \cdot \Delta T$$

Tel que la masse : $m = \rho \cdot S \cdot H$

Pour le réservoir L :

$$E_L = S \cdot H_1 \cdot \rho \cdot C (T_1 - T_0) \quad (II-11)$$

Pour le réservoir R :

$$E_R = S \cdot H_2 \cdot \rho \cdot C (T_2 - T_0) \quad (II-12)$$

Avec $T_0 = 0$ c'est la température de référence où l'énergie est égale à zéro.

$$\begin{cases} \frac{dE_L}{dt} = C \cdot \rho \cdot Q_c \cdot T_c + C \cdot \rho \cdot Q_f \cdot T_f - C \cdot \rho \cdot Q_1 \cdot T_1 \\ \frac{dE_R}{dt} = C \cdot \rho \cdot Q_1 \cdot T_1 - C \cdot \rho \cdot Q_2 \cdot T_2 \end{cases} \quad (II-13)$$

En remplaçant par (II-11) et (II-12), en simplifiant nous obtenons :

$$\begin{cases} \frac{d(S \cdot H_1 \cdot T_1)}{dt} = Q_c \cdot T_c + Q_f \cdot T_f - Q_1 \cdot T_1 \\ \frac{d(S \cdot H_2 \cdot T_2)}{dt} = Q_c \cdot T_1 + Q_2 \cdot T_2 \end{cases} \quad (II-14)$$

$$\begin{cases} \dot{T}_1 = \frac{1}{S \cdot H_1} (Q_c \cdot T_c + Q_f \cdot T_f - Q_1 \cdot T_1) - \dot{H}_1 \frac{T_1}{H_1} \\ \dot{T}_2 = \frac{1}{S \cdot H_2} (Q_1 \cdot T_1 + Q_2 \cdot T_2) - \dot{H}_2 \frac{T_2}{H_2} \end{cases} \quad (II-15)$$

La zone d'écoulement de l'orifice entre les deux réservoirs est constante, alors nous pouvons écrire la relation suivante en appliquant la formule de Torricelli :

$$Q = C_d \cdot A_0 \sqrt{\frac{2}{\rho} \cdot \Delta P}$$

Donc : $Q_1 = C_d \cdot A_0 \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot \Delta H}$

$$Q_1 = C_0 \cdot \sqrt{H_1 - H_2}$$

Avec :

$$C_0 = C_d \cdot A_0 \cdot \sqrt{2 \cdot g} \quad (II-16)$$

Le débit de sortie de la vanne :

$$Q_2 = D_v \cdot A_v \cdot \sqrt{H_2} \quad (II-17)$$

Avec : $D_v = C_d \cdot \sqrt{2 \cdot g}$

Donc, à partir des équations (II-10), (II-15), (II-16) et (II-17), nous pouvons établir le modèle dynamique suivant :

$$\begin{cases} \dot{H}_1 = \frac{1}{S} \cdot [(Q_c + Q_f) - C_0 \cdot \sqrt{H_1 - H_2}] \\ \dot{H}_2 = \frac{1}{S} \cdot [C_0 \cdot \sqrt{H_1 - H_2} - D_v \cdot A_v \cdot \sqrt{H_2}] \\ \dot{T}_1 = \frac{1}{S \cdot H_1} \cdot [(T_c - T_1) \cdot Q_c + (T_f - T_1) \cdot Q_f] \\ \dot{T}_2 = \frac{1}{S \cdot H_2} \cdot [(T_1 - T_2) \cdot C_0 \cdot \sqrt{H_1 - H_2}] \end{cases} \quad (II-18)$$

II.3.1.3 Représentation d'état du système

Dans notre cas nous avons considéré que le niveau H_2 et la température T_2 comme des sorties de notre système d'où :

$$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_2 \\ T_2 \end{bmatrix} \quad (II-19)$$

Les entrées :

$$u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_c \\ Q_f \end{bmatrix} \quad (II-20)$$

Les perturbations :

$$v = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_v \\ T_c \\ T_f \end{bmatrix} \quad (\text{II-21})$$

Les états :

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ T_1 \\ T_2 \end{bmatrix} \quad (\text{II-22})$$

Nous remplaçons dans le système d'équation (II-18), par (II-19), (II-20), (II-21) et (II-22), nous obtenons le système non linéaire suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \frac{1}{s} \cdot [(u_1 + u_2) - C_0 \cdot \sqrt{x_1 - x_2}] \\ \dot{x}_2 = \frac{1}{s} \cdot [C_0 \cdot \sqrt{x_1 - x_2} - D_v \cdot v_1 \cdot \sqrt{x_2}] \\ \dot{x}_3 = \frac{1}{s \cdot x_1} \cdot [(v_2 - x_3) \cdot u_1 + (v_3 - x_3) \cdot u_2] \\ \dot{x}_4 = \frac{1}{s \cdot x_2} \cdot [(x_3 - x_4) \cdot C_0 \cdot \sqrt{x_1 - x_2}] \end{cases} \quad (\text{II-23})$$

$$y = C \cdot x \quad (\text{II-24})$$

II.3.2 Etude linéaire

Lorsque le système est non linéaire,

$$\dot{x}(t) = f(x, u, v)$$

$$y(t) = g(x, u, v)$$

Les outils mathématiques de la théorie de la commande classique ne peuvent pas être utilisés pour la synthèse d'une loi de commande non linéaire. Il est donc nécessaire de le transformer en un système linéaire autour d'un point de fonctionnement duquel nous allons étudier l'influence de petites variations des entrées sur les sorties.

L'approximation linéaire d'une fonction est l'expansion de Taylor du premier ordre autour du point d'intérêt. Dans l'étude des systèmes dynamiques, la linéarisation est une méthode d'évaluation de la stabilité locale d'un point d'équilibre d'un système d'équations différentielles non linéaires ou de systèmes dynamiques discrets.

Linéariser ce modèle autour d'un point de fonctionnement $\mathbf{x}_0 = [x_{10} \ x_{20} \ x_{30} \ x_{40}]^T$ consiste au développement en série de Taylor autour de ce point (les termes d'ordre supérieur à 1 sont négligés) [23].

$$f(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{v}) \approx f(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0, \mathbf{v}_0) + \frac{df(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0, \mathbf{v}_0)}{d\mathbf{x}} \cdot \Delta\mathbf{x} + \frac{df(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0, \mathbf{v}_0)}{d\mathbf{u}} \cdot \Delta\mathbf{u} + \frac{df(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0, \mathbf{v}_0)}{d\mathbf{v}} \cdot \Delta\mathbf{v}$$

Nous écrivons toutes les variables sous la forme d'une valeur au point de fonctionnement plus une petite variation :

$$\begin{cases} \mathbf{x} = \mathbf{x}_0 + \Delta\mathbf{x} \\ \mathbf{u} = \mathbf{u}_0 + \Delta\mathbf{u} \\ \mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + \Delta\mathbf{v} \end{cases} \quad (II-25)$$

Ceci donnera lieu à un système linéaire donné par l'équation d'état suivante :

$$\begin{cases} \Delta\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A} \cdot \Delta\mathbf{x}(t) + \mathbf{B} \cdot \Delta\mathbf{u}(t) + \mathbf{E} \cdot \Delta\mathbf{v}(t) \\ \Delta\mathbf{y} = \mathbf{C} \cdot \Delta\mathbf{x} \end{cases}$$

Tel que : $\Delta\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \\ \Delta x_3 \\ \Delta x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta H_1 \\ \Delta H_2 \\ \Delta T_1 \\ \Delta T_2 \end{bmatrix}$; $\Delta\mathbf{u} = \begin{bmatrix} \Delta u_1 \\ \Delta u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta Q_c \\ \Delta Q_f \end{bmatrix}$; $\Delta\mathbf{v} = \begin{bmatrix} \Delta v_1 \\ \Delta v_2 \\ \Delta v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta A_v \\ \Delta T_c \\ \Delta T_f \end{bmatrix}$ (II-27)

$$\mathbf{A} = \frac{df(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0, \mathbf{v}_0)}{d\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \frac{\partial f_1}{\partial x_3} & \frac{\partial f_1}{\partial x_4} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \frac{\partial f_2}{\partial x_3} & \frac{\partial f_2}{\partial x_4} \\ \frac{\partial f_3}{\partial x_1} & \frac{\partial f_3}{\partial x_2} & \frac{\partial f_3}{\partial x_3} & \frac{\partial f_3}{\partial x_4} \\ \frac{\partial f_4}{\partial x_1} & \frac{\partial f_4}{\partial x_2} & \frac{\partial f_4}{\partial x_3} & \frac{\partial f_4}{\partial x_4} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \frac{-C_0}{2 \cdot S \cdot \sqrt{x_{10} - x_{20}}} & \frac{C_0}{2 \cdot S \cdot \sqrt{x_{10} - x_{20}}} & 0 & 0 \\ \frac{C_0}{2 \cdot S \cdot \sqrt{x_{10} - x_{20}}} & \frac{-C_0}{2 \cdot S \cdot \sqrt{x_{10} - x_{20}}} - \frac{D_v \cdot v_{10}}{2 \cdot S \cdot \sqrt{x_{20}}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{u_{10} + u_{20}}{S \cdot x_{10}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{C_0 \cdot \sqrt{x_{10} - x_{20}}}{S \cdot x_{20}} & \frac{-C_0 \cdot \sqrt{x_{10} - x_{20}}}{S \cdot x_{20}} \end{bmatrix}$$

$$B = \frac{df(x_0, u_0, v_0)}{du} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial u_1} & \frac{\partial f_1}{\partial u_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial u_1} & \frac{\partial f_2}{\partial u_2} \\ \frac{\partial f_3}{\partial u_1} & \frac{\partial f_3}{\partial u_2} \\ \frac{\partial f_4}{\partial u_1} & \frac{\partial f_4}{\partial u_2} \\ \frac{\partial f_1}{\partial u_1} & \frac{\partial f_1}{\partial u_2} \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} \frac{1}{S} & \frac{1}{S} \\ 0 & 0 \\ \frac{v_{20} - x_{30}}{S \cdot x_{10}} & \frac{v_{30} - x_{30}}{S \cdot x_{10}} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$E = \frac{df(x_0, u_0, v_0)}{dv} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial v_1} & \frac{\partial f_1}{\partial v_2} & \frac{\partial f_1}{\partial v_3} \\ \frac{\partial f_2}{\partial v_1} & \frac{\partial f_2}{\partial v_2} & \frac{\partial f_2}{\partial v_3} \\ \frac{\partial f_3}{\partial v_1} & \frac{\partial f_3}{\partial v_2} & \frac{\partial f_3}{\partial v_3} \\ \frac{\partial f_4}{\partial v_1} & \frac{\partial f_4}{\partial v_2} & \frac{\partial f_4}{\partial v_3} \\ \frac{\partial f_1}{\partial v_1} & \frac{\partial f_1}{\partial v_2} & \frac{\partial f_1}{\partial v_3} \end{bmatrix}; \quad E = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \frac{-D_v \cdot \sqrt{x_{20}}}{S} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{u_{10}}{S \cdot x_{10}} & \frac{u_{20}}{S \cdot x_{10}} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \frac{dg(x_0, u_0, v_0)}{dx} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

II.3.2.1 Détermination des entrées au point de fonctionnement

En régime permanent la dynamique du système est nulle ce qui implique que : $\dot{x}(t) = \mathbf{0}$, alors le système d'équations (II-23) devient :

$$\begin{cases} u_{10} + u_{20} = C_0 \cdot \sqrt{x_{10} - x_{20}} \\ C_0 \cdot \sqrt{x_{10} - x_{20}} = D_v \cdot \sqrt{x_{20}} \cdot v_{10} \\ (v_{20} - x_{30}) \cdot u_{10} = -(v_{30} - x_{30}) \cdot u_{20} \\ (x_{30} - x_{40}) \cdot C_0 \cdot \sqrt{x_{10} - x_{20}} = 0 \end{cases}$$

Le point de fonctionnement que nous avons pris est :

$$\begin{bmatrix} x_{10} \\ x_{20} \\ x_{30} \\ x_{40} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.00 \\ 1.50 \\ 50.0 \\ 50.0 \end{bmatrix}$$

Les commandes correspondant à ce point de fonctionnement sont :

$$\begin{cases} u_{10} = 0.0264m^3/sec \\ u_{20} = 0.0132m^3/sec \end{cases}$$

Les matrices de linéarisation obtenues sont :

$$A = \begin{bmatrix} -0.0504 & 0.0504 & 0 & 0 \\ 0.0504 & -0.0673 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.0252 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0336 & -0.0336 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1.2739 & 1.2739 \\ 0 & 0 \\ 6.3694 & -12.7389 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$E = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -4.1501 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0168 & 0.0084 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Les valeurs propres de la matrice **A** sont :

$$\begin{cases} \lambda_1 = -0.0077 \\ \lambda_2 = -0.1100 \\ \lambda_3 = -0.0336 \\ \lambda_4 = -0.0252 \end{cases}$$

Nous remarquons que les valeurs propres de la matrice **A** sont à parties réelles négatives, donc d'après le théorème de Routh-Hurwitz, le modèle linéaire est stable autour de ce point de fonctionnement.

II.4 Conception et validation du modèle en simulation

II.4.1 Introduction au logiciel Matlab

MATLAB signifie Matrix laboratory, il s'agit d'un logiciel de calcul scientifique d'analyse de données ainsi que leur visualisation, et de développement d'algorithmes. Son interface propose, d'une part, une fenêtre interactive type console pour l'exécution de commandes, et d'autre part, un environnement de développement intégré (IDE) pour la programmation d'applications.

Le logiciel MATLAB est conçu pour travailler dans le domaine du calcul matriciel numérique. Tous les objets définis sont donc au moyen de vecteur et matrices.

MATLAB trouve ses applications dans de nombreuses disciplines. Il constitue un outil numérique puissant pour la modélisation de systèmes physiques, la simulation des modèles mathématiques, la conception et la validation d'applications (tests en simulation et expérimentation).

Le logiciel de base peut être complété par de multiples toolboxes, c'est-à-dire des boîtes à outils. Celles-ci sont des bibliothèques de fonctions dédiées à des domaines particuliers. Nous pouvons citer par exemple : l'Automatique, le traitement du signal, l'analyse statistique, l'optimisation... [24].

Dans le cadre de la régulation automatique, MATLAB constitue un outil puissant d'analyse des systèmes dynamiques linéaires car il permet de déterminer de multiples caractéristiques dans les domaines, temporel et fréquentiel, ainsi que les réponses pour l'étude du comportement de ces systèmes dans les deux domaines.

II.4.2 Introduction à Simulink

Simulink est l'extension graphique de MATLAB permettant de représenter les fonctions mathématiques et les systèmes sous forme de diagramme en blocs, et de simuler le fonctionnement des systèmes linéaires et non linéaires.

Son interface est présentée par la figure suivante :

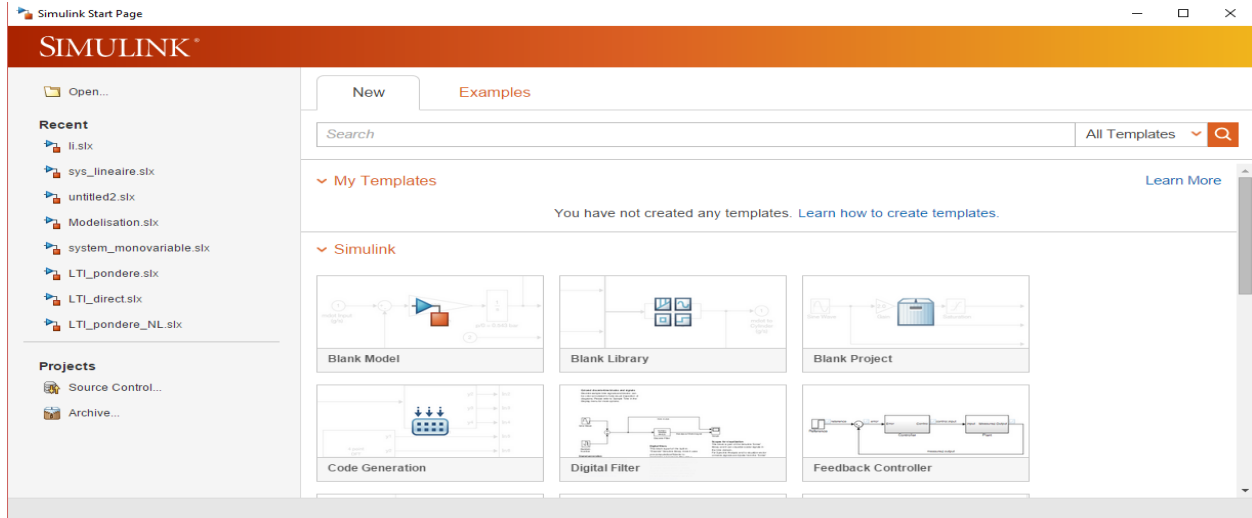


Figure II-3 Interface de Simulink

II.4.3 Schéma bloc des modèles Simulink

La figure ci-dessous représente le bloc de simulation qui relie le modèle non-linéaire de notre système avec le modèle linéaire obtenu, afin de valider ce dernier en comparant les sorties des deux modèles.

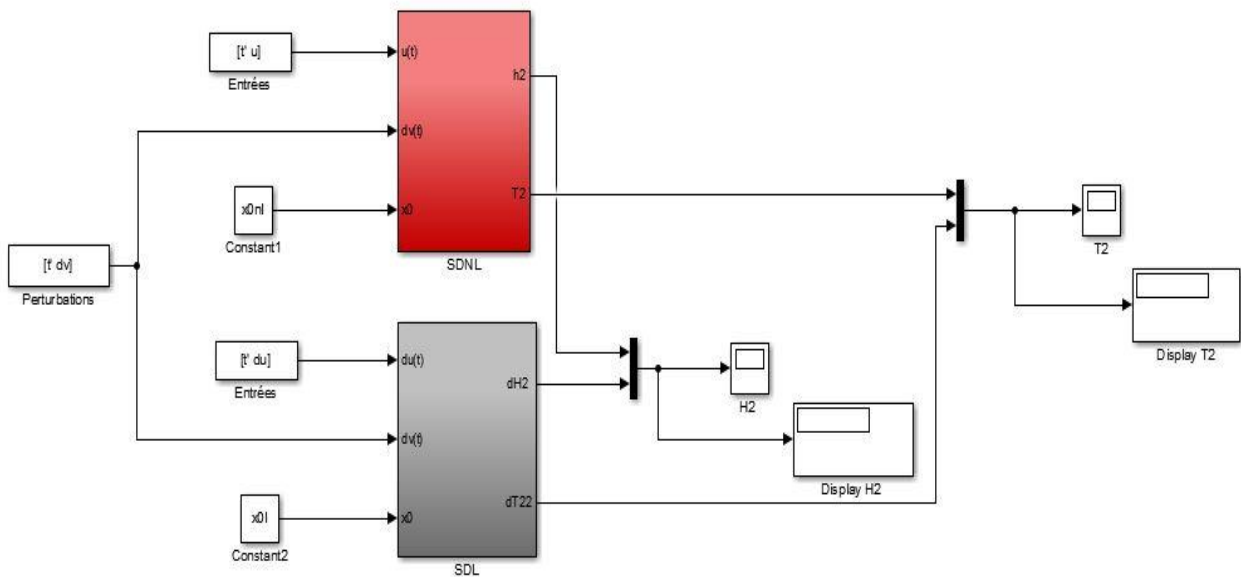


Figure II-4 Bloc de simulation du modèle linéaire et non-linéaire en boucle ouverte

II.4.3.1 Résultats de simulation

A. Sans effets de perturbations $\implies dv_1 = dv_2 = dv_3 = 0$

Nous faisons une comparaison entre les deux modèles, avec :

Point de fonctionnement :

$$\begin{bmatrix} x_{10} = 2.00 \text{ m} \\ x_{20} = 1.50 \text{ m} \\ x_{30} = 50.0 \text{ }^\circ\text{C} \\ x_{40} = 50.0 \text{ }^\circ\text{C} \end{bmatrix}$$

L'intervalle de temps : [0-1500] sec

Le pas de simulation : 1 sec

A.1 Première simulation : Sans variation sur les entrées $\implies du_1 = du_2 = 0$

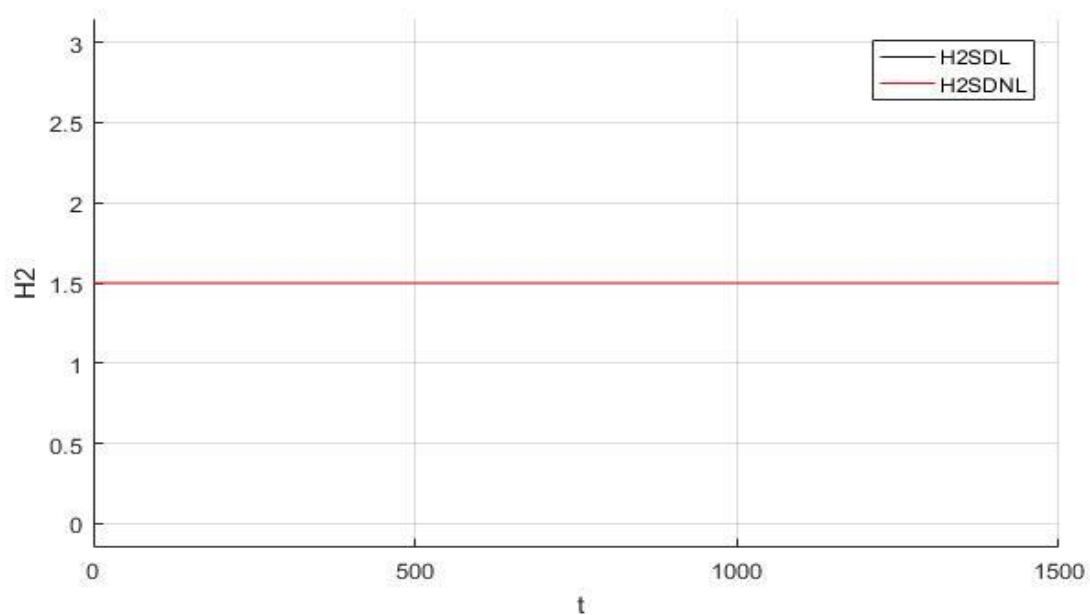


Figure II-5 Comparaison du niveau H_2 du modèle linéaire et non linéaire sans variation sur les entrées en boucle ouverte

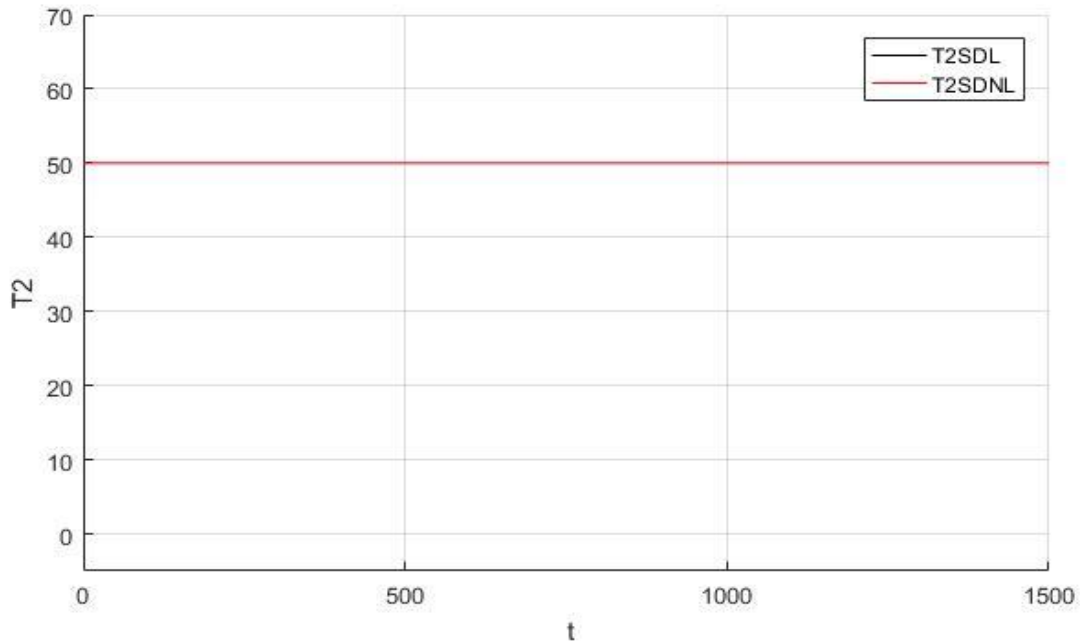


Figure II-6 Comparaison de température T_2 du modèle linéaire et non linéaire sans variation sur les entrées en boucle ouverte

A.1.1 Interprétation des résultats

Les réponses des modèles linéaire et non-linéaire sont similaires au point de fonctionnement, donc ils ont le même comportement en ce point.

A.2 Deuxième simulation : Avec une variation sur les entrées de +10%.

Nous passons du point de fonctionnement x_0 à un autre point x_1 , ce qui donne :

$$x_1 = [2.2 \quad 1.65 \quad 55 \quad 55]$$

Les commandes obtenues pour ce nouveau point de fonctionnement sont :

$$u_1 = 0.0346 \text{ m}^3/\text{sec} \quad \text{et} \quad u_2 = 0.0069 \text{ m}^3/\text{sec}$$

Le calcul de du est donné par : $du = u - u_0$, ce qui implique que :

$$du_1 = u_1 - u_{10} = 0.0082 \frac{\text{m}^3}{\text{sec}} \quad \text{et} \quad du_2 = u_2 - u_{20} = -0.006 \text{ m}^3/\text{sec}$$

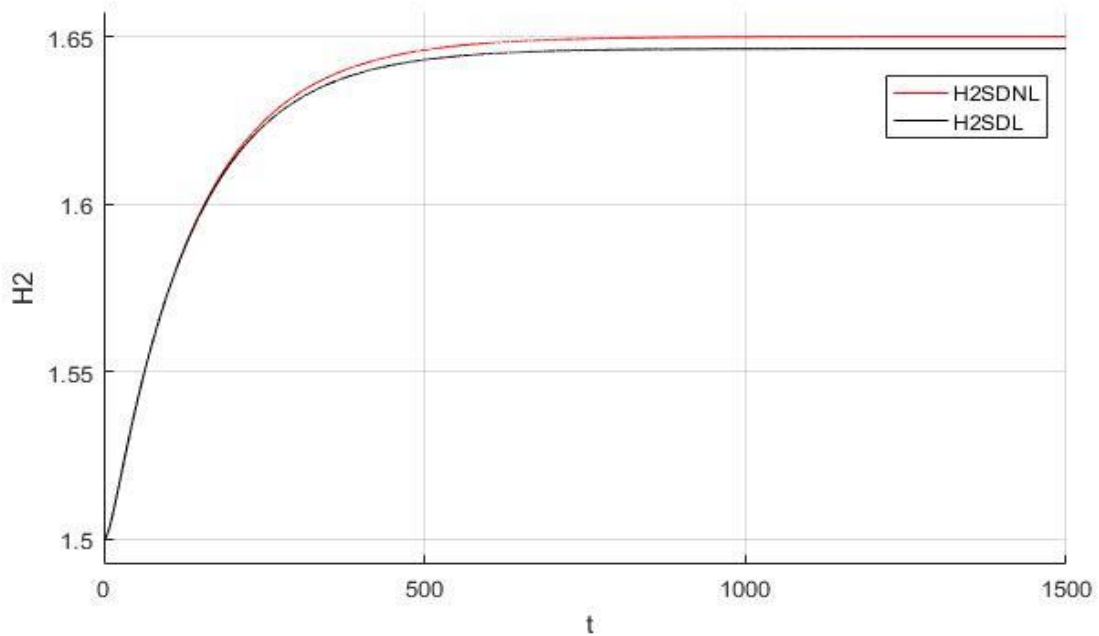


Figure II-7 Comparaison du niveau H_2 du modèle linéaire et non linéaire avec variation sur les entrées en boucle ouverte

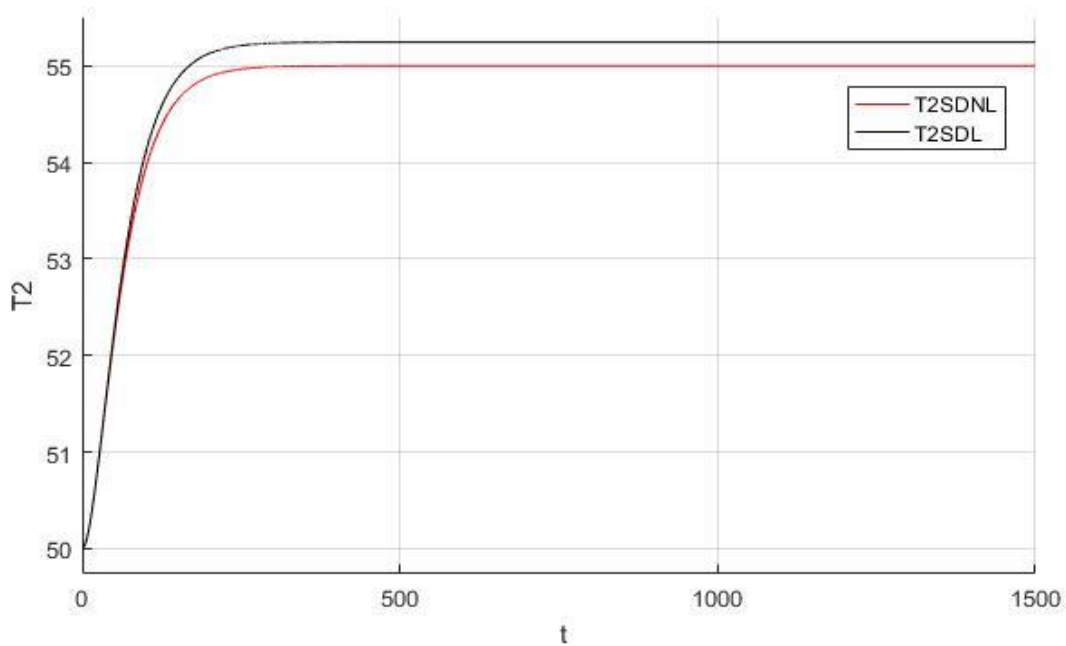


Figure II-8 Comparaison de température T_2 du modèle linéaire et non linéaire avec variation sur les entrées en boucle ouverte

A.2.1 Interprétation des résultats

Les réponses ci-dessus montrent que la dynamique du modèle linéaire est proche de celle du modèle non linéaire. Ainsi, nous remarquons qu'il y'a pas un dépassement puisque les pôles de la matrice d'état **A**, sont tous à parties réelles négatives.

Les variations sur les débits d'entrées du modèle linéaire au régime permanent, présentent des réponses avec des petites différences par rapport aux réponses du modèle non linéaire, dues à l'éloignement important du point de fonctionnement.

Le tableau (II-2) ci-dessous, présente les erreurs au régime permanent entre les réponses des deux modèles aux performances exigées : $H_2 = 1.65 \text{ m}$ et $T_2 = 55 \text{ °C}$

Table II-2 Erreurs statiques entre système non-linéaire et linéaire

Sorties de système	Système non-linéaire	Système linéaire	Erreur statique (%)
H_2 (m)	1.65	1.646	2.382
T_2 (°C)	55	55.24	4.881

Nous remarquons que l'erreur statique des deux réponses est inférieure à 5%, ce qui est acceptable.

B. Avec effets de perturbations $\implies dv \neq 0$

Les perturbations qui agissent sur le système sont considérées déterministes et définies sur les plages suivantes :

$$dv = \begin{cases} dv_1 = +4\% \text{ de } v_1 \text{ dans } t \in [1500, 2000] \text{ sec} \\ dv_2 = -7\% \text{ de } v_2 \text{ dans } t \in [2500, 3000] \text{ sec} \\ dv_3 = -4\% \text{ de } v_3 \text{ dans } t \in [3500, 4000] \text{ sec} \end{cases}$$

Le temps de simulation est de 5000 sec, ce choix est effectué pour observer l'effet des perturbations sur la dynamique du système.

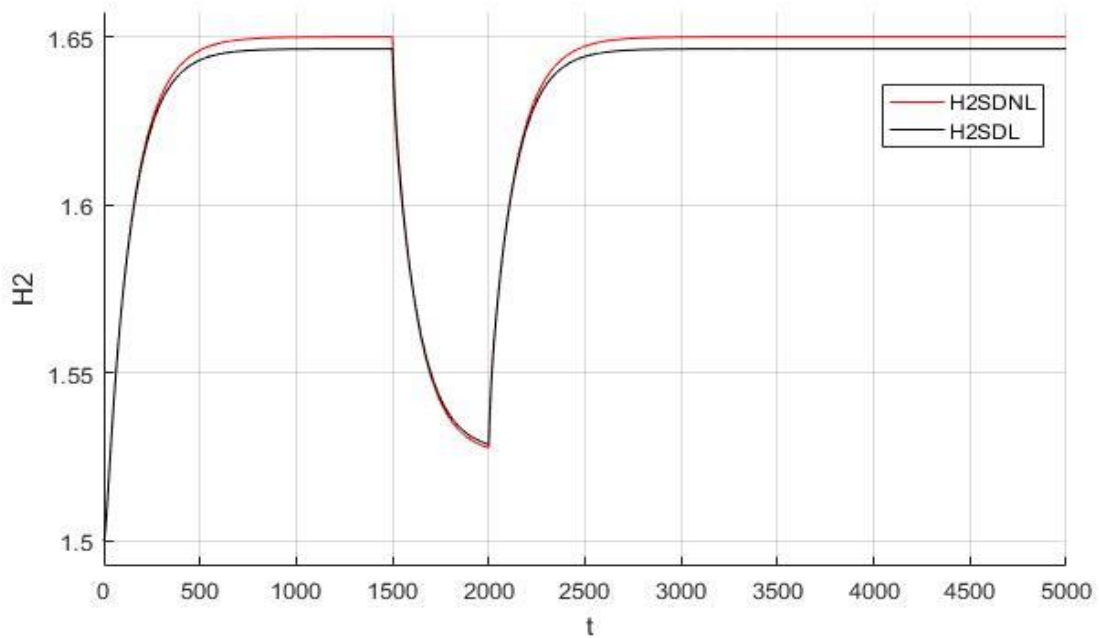


Figure II-9 Comparaison du niveau H₂ du modèle linéaire et non linéaire avec variations sur les entrées et avec perturbations en boucle ouverte

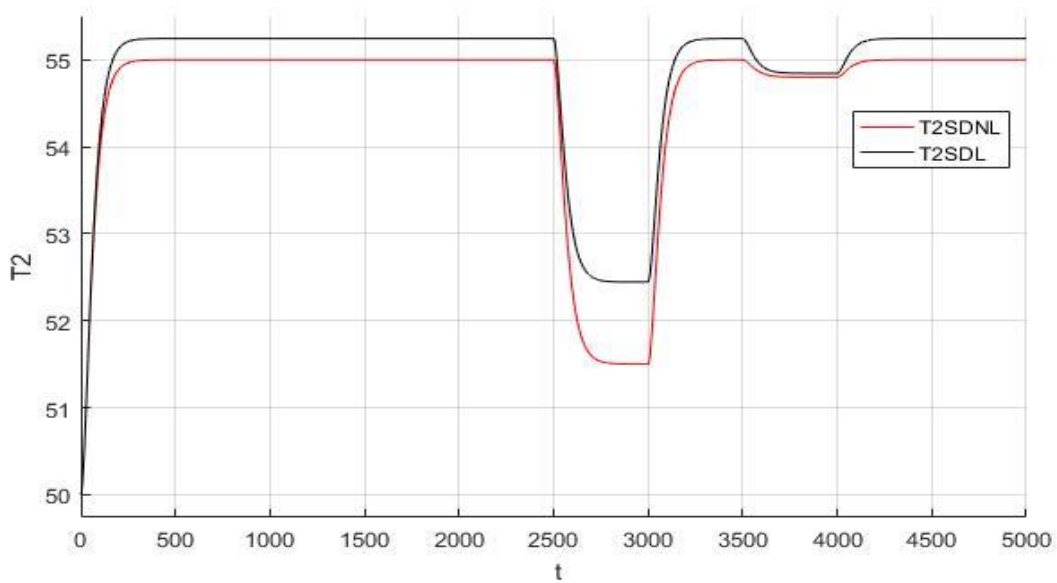


Figure II-10 Comparaison de température T₂ du modèle linéaire et non linéaire avec variations sur les entrées et avec perturbations en boucle

B.1 Interprétation des résultats :

Les réponses ci-dessus montrent que les perturbations ont un effet remarquable sur les deux sorties, tel que :

dv_1 agit sur le niveau H_2
 dv_2 et dv_3 agissent sur la température T_2

Le tableau ci-dessous, présente le dépassement produit par ces perturbations :

Table II-3 L'effets des perturbations sur le système linéaire et non linéaire

		Effets des perturbations (%)	
		Système non-linéaire	Système linéaire
H_2 (m)	dv_1	80.66	79.45
T_2 (°C)	dv_2	70	53.24
	dv_3	3	7.6

Nous remarquons que les résultats obtenus présentent un dépassement très grand par rapport à 5%, donc les perturbations appliquées ont un effet important sur la dynamique de notre système. Pour cela, l'analyse des perturbations sera le sujet d'étude dans les chapitres qui suivent.

II.5 Conclusion

Ce chapitre avait pour objectif en premier lieu de représenter d'une façon détaillée le système hydro-thermique, en précisant les éléments qui le constituent, son principe de fonctionnement, ses entrées, ses sorties ainsi que les perturbations qui influent sur son fonctionnement.

En deuxième lieu, une étape très importante a été abordée, il s'agit de la représentation mathématique du processus hydro-thermique qui nous a permis d'obtenir son modèle non linéaire. Puis nous avons procédé à une linéarisation autour d'un point de fonctionnement pour obtenir son modèle linéaire. Ce dernier est nécessaire dans la phase de synthèse dans les chapitres qui suivent.

La dernière étape, est consacrée à la simulation sous MATLAB, où nous avons comparé le modèle non linéaire et le modèle linéaire. Nous avons constaté que l'erreur est tolérée, ce qui implique que le modèle linéaire est validé.

Chapitre III

***Etat de l'art de la
commande par retour
de sortie statique et
dynamique***

III. Chapitre 3 Etat de l'art de la commande par retour de sortie statique et dynamique

III.1 Introduction

L'objectif de ce travail est d'assurer en premier lieu la stabilité du système hydro-thermique en boucle fermée, et d'éliminer l'effet des perturbations sur ce processus. Pour ce faire nous introduisons un correcteur. Ce dernier permet d'améliorer la performance précision du système c'est-à-dire d'annuler l'erreur statique au régime permanent. Il apporte également des améliorations aux autres performances du système (rapidité, amortissement).

Ce chapitre est partagé en trois parties, la première partie présente les concepts fondamentaux liés aux systèmes asservis linéaires (structure générale, principe du régulateur, système de commande, ...), les différents régimes d'un système dynamique, ainsi que les caractéristiques dynamiques d'un procédé. Les performances des systèmes sont présentées en termes de stabilité, de précision et de rapidité.

La deuxième partie est consacrée à l'étude de stabilité au sens de Lyapunov, en commençant par les théorèmes basiques de stabilité, ensuite est présenté un ensemble de notions et de propriétés concernent les inégalités matricielles linéaires LMIs et leurs applications en commande des systèmes. Nous achèverons cette partie par l'analyse de stabilité par LMIs.

La dernière partie se base sur la commande par contre réaction. Il est bien évidemment possible de construire un retour de sortie fournissant une estimation de l'état complet du système qui sera utilisée dans la loi de commande. Or plusieurs auteurs ont développé des méthodes de contrôle qui n'utilisent que les informations de sortie pour contrôler le système.

III.2 Analyse des systèmes dynamiques

III.2.1 Système asservi

Un système asservi est un système dont le rôle consiste essentiellement à établir une correspondance définie entre une ou plusieurs grandeurs d'entrée, de faibles niveaux énergétiques, et une ou plusieurs grandeurs de sortie de niveaux énergétiques plus élevés, Il possède les deux propriétés suivantes :

- C'est un système de commande avec amplification de puissance.
- C'est un système à retour [25].

III.2.1.1 Structure générale d'un système asservi

Un système asservi est caractérisé par la présence de :

- **Chaines directes** : Elles comprennent des éléments amplificateurs et éventuellement, des convertisseurs de puissance, en liaison avec les sources d'énergie.
- **Chaines de retour** : Elles sont constituées d'éléments de précision généralement passifs. Ne sont pas des chaines de puissance : elles transmettent à l'entrée des informations sur les grandeurs de sortie. Ces informations sont comparées aux signaux d'entrée au moyen de comparateurs. Ces derniers élaborent les différences ou écarts entre les signaux d'entée et les informations des signaux de sortie [26].

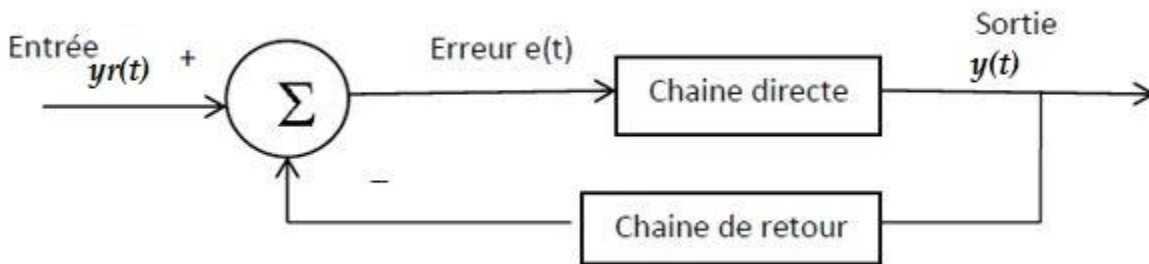


Figure III-1 Schéma d'un système asservi

III.2.1.2 Conception d'un système de commande

La commande d'un processus consiste à déterminer une loi de commande appropriée, de manière à assurer aux variables à contrôler (sorties) un comportement défini. L'action de la commande est une action susceptible de changer l'état du système à commander. Ces commandes sont délivrées par un organe de commande, le processus et son organe de commande constituent le système de commande [27].

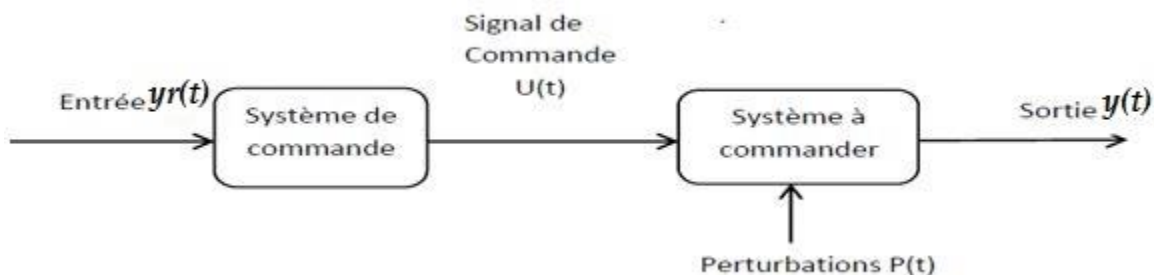


Figure III-2 Système de commande

III.2.2 Régulation

Définition 1 (Asservissement) : La consigne, traduisant l'objectif désiré du procédé, n'est pas constante et les grandeurs perturbatrices n'existent pas ou sont très peu influentes sur la grandeur à maîtriser.

Définition 2 (Régulation) : La consigne, traduisant l'objectif désiré du procédé, est constante et les grandeurs perturbatrices influencent fortement sur la grandeur à maîtriser [28].

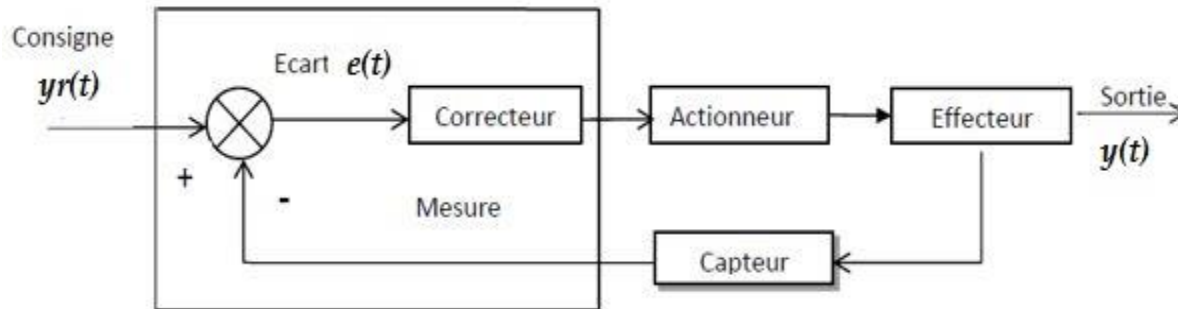


Figure III-3 Schéma bloc d'un système asservi

III.2.2.1 Principe général de la régulation

Dans la plupart des appareils des installations industrielles et domestiques, il est nécessaire de maintenir des grandeurs physiques à des valeurs déterminées, en dépit des variations extrêmes ou internes influant sur ces grandeurs. Si les perturbations influant sur la grandeur à contrôler sont lentes ou négligeables, un simple réglage dit en boucle ouverte, permet d'obtenir et de maintenir la valeur demandée.

Dans la majorité des cas, ce type de réglage n'est pas suffisant, car trop grossier ou instable. Il faut alors comparer, en permanence, la valeur mesurée de la grandeur réglée à celle que l'on souhaite obtenir et agir en conséquence sur la grandeur d'action, dite grandeur réglante.

La mise en disposition d'un ensemble de moyens de mesure, de traitement de signal ou de calcul, d'amplification et de commande d'actionneur, constituant une chaîne de régulation ou d'asservissement. L'aspect régulation est considéré comme le plus important dans le milieu industriel, car les valeurs des consignes sont souvent fixes [28].

III.2.2.2 Système régulateur et système suiveur

Une régulation est un système asservi destiné à maintenir en sortie une grandeur constante pour une consigne constante.

Un système suiveur est un système asservi dont la consigne varie dans le temps, l'objectif de ce système est d'ajuster en permanence le signal de sortie au signal d'entrée [28].

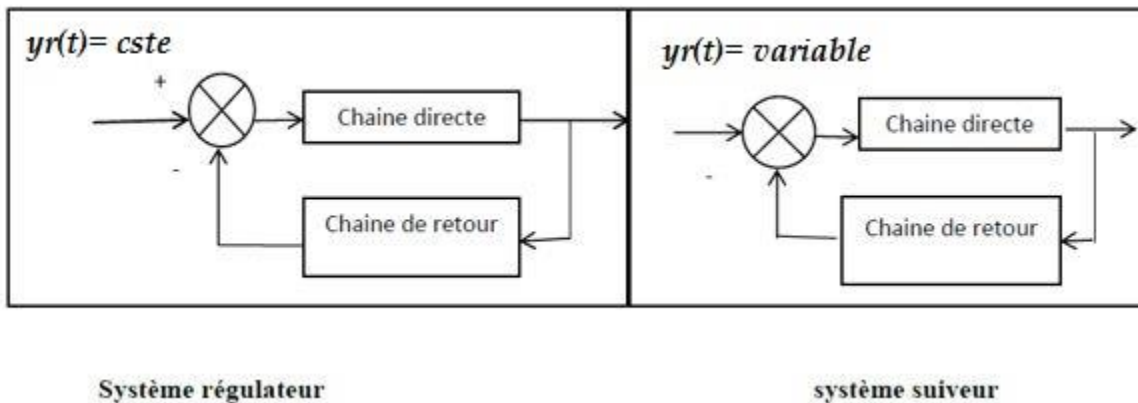


Figure III-4 Système du régulateur et suiveur

III.2.3 Système dynamique

III.2.3.1 Notions des régimes

On distingue deux régimes dans le comportement des systèmes :

- **Le régime permanent ou établi** : caractérise la réponse stabilisée du système à une entrée quelconque.
- **Le régime transitoire** : caractérise l'évolution de la réponse avant que le régime permanent ne soit atteint [29].

III.2.3.2 Caractéristiques temporelles d'un système

A. Temps de réponse : Il traduit pratiquement la durée transitoire. Plus précisément, elle s'exprime par le temps de réponse t_r ou temps d'établissement, qui est le temps mis par la mesure pour atteindre sa valeur finale ou définitive y_∞ à $\pm 5\%$ de sa variation tout en se maintenant dans cette zone [30].

Les deux lignes pointillées horizontales sur le graphique de la figure (III-5) représentent la valeur supérieure et inférieure de 5% par rapport à la valeur finale.

B. Temps de montée : Le temps de montée t_m est la mesure du temps écoulé entre le premier passage de la sortie de 10% à 90% de sa valeur finale y_∞ , figure (III-5) [30].

C. Dépassement : Le dépassement D correspond à la valeur maximale de la mesure y_m , généralement est donné en pourcentage. L'équation du dépassement est la suivante :

$$D1 (\%) = \frac{y_m - y_\infty}{y_\infty} \times 100$$

III.2.3.3 Performances des systèmes

Pour définir l'objectif global d'une régulation, les critères qualitatifs du cahier de charges sont traduits par des critères quantitatifs, les qualités exigées les plus rencontrées industriellement sont la stabilité, la précision et la rapidité.

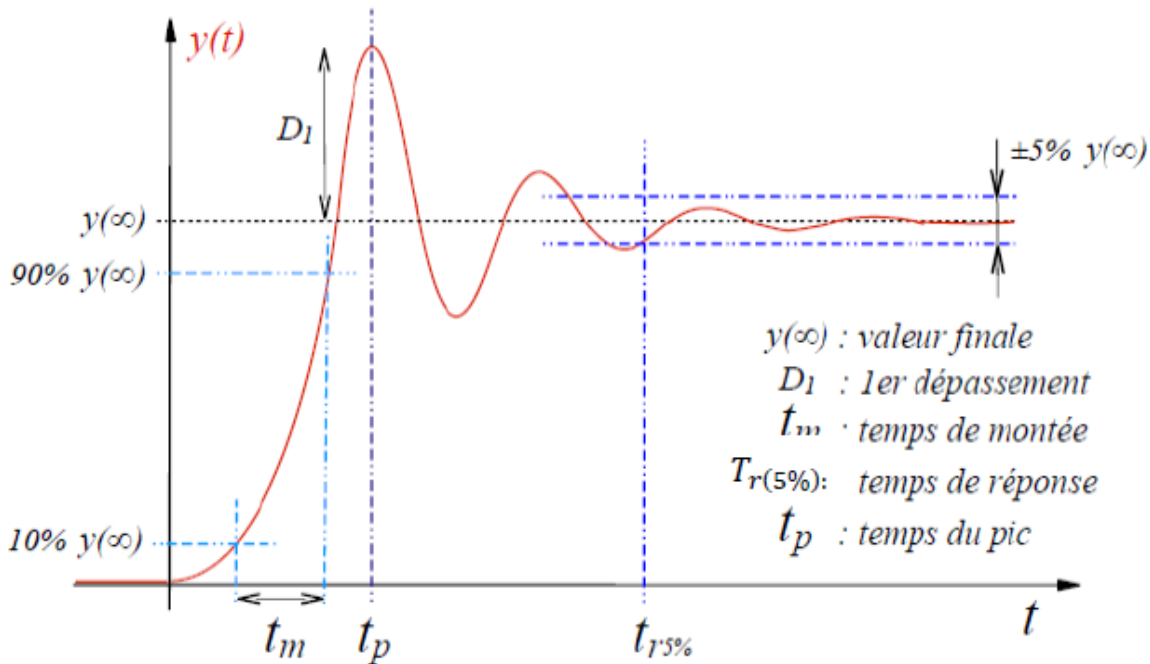


Figure III-5 Caractéristiques et performances d'un système de commande

A. Rapidité :

La rapidité quantifie le temps de réponse du système. Elle correspond au temps de réaction de la sortie par rapport à la consigne. Le temps mis par la réponse pour ne plus dépasser 5% de la valeur finale. Ce temps est retenu comme critère de rapidité à 5%.

B. Précision :

La précision quantifie l'erreur lorsque l'équilibre est atteint, avec l'entrée et la sortie de même nature. Autrement, un système est précis si la sortie suit la consigne en toutes circonstances avec un écart inférieur à la valeur définie dans un cahier de charges.

Nous pouvons trouver deux types de précision :

B.1 Précision dynamique : caractérise pendant le régime transitoire essentiellement pour une sollicitation en échelon de position. Elle est liée directement au degré de la stabilité (marge de gain et marge de phase).

B.2 Précision statique : a pour but d'évaluer l'aptitude du système à suivre. Elle est caractérisée par la différence en régime permanent entre l'entrée (consigne) et la sortie (réponse), cette différence appelée écart ou erreur.

Définition 1 (Erreur statique) : On appelle erreur statique la valeur lorsque le temps tend vers l'infini de $\varepsilon(t)$ pour une réponse d'asservissement à un échelon unitaire.

Définition 2 (Erreur de vitesse) : On appelle erreur de vitesse la valeur lorsque le temps tend vers l'infini pour une réponse d'asservissement à une rampe unitaire.

Définition 3 (Influence des perturbations) : Une perturbation est une entrée supplémentaire au système qu'on ne peut contrôler ou maîtriser. Ces perturbations ont une influence sur l'asservissement des systèmes [31].

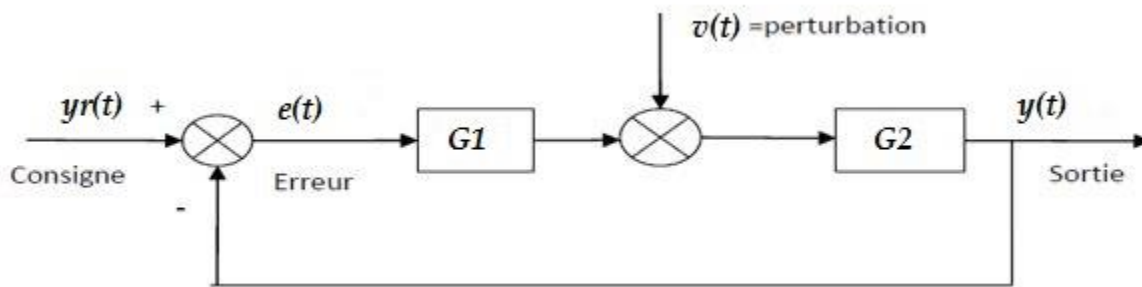


Figure III-6 Schéma bloc d'un asservissement avec une perturbation

C. Stabilité :

On dit qu'un système est stable lorsque celui-ci tend à revenir à son état d'équilibre pour une consigne constante, la sortie doit être constante [32].

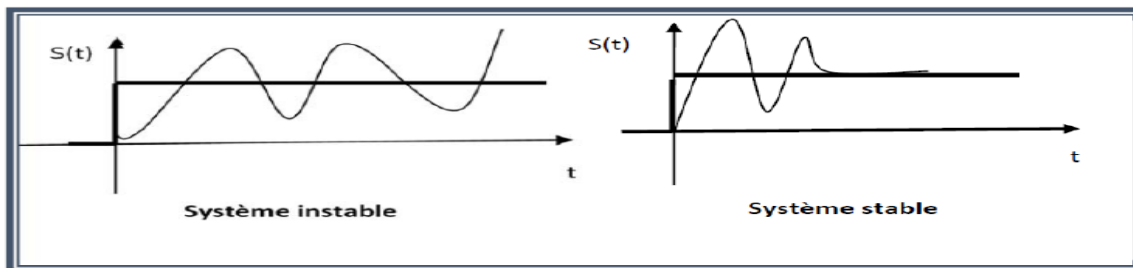


Figure III-7 Stabilité du système

III.3 Stabilité au sens de Lyapunov

La notion de stabilité se traduit par une problématique centrale de la théorie de contrôle, parce qu'elle joue un rôle primordial dans l'étude du comportement des systèmes dynamiques et dans la synthèse des lois de commande pour ces systèmes.

Il existe plusieurs notions de stabilité, très souvent liées à la nature des systèmes étudiés, à ses environnements, à ses spécifications et aux performances désirées. Parmi ces notions de stabilité, la plus connue est la stabilité au sens de Lyapunov [33].

III.3.1 Théorème de stabilité

Nous considérons un système non linéaire non autonome de la forme suivante :

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(t, \mathbf{x}(t))$$

Avec : $\mathbf{f}: \mathbf{R}_+ \times \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^n$ une fonction continue en \mathbf{t} , telle que $\mathbf{f}(t, \mathbf{0}) = \mathbf{0}$, pour $t \geq 0$ de sorte que l'origine soit un point d'équilibre.

Définition 1 (Point d'équilibre) : On dit que \mathbf{x}_e est un point d'équilibre pour le système si :

$$\forall \varepsilon > 0, \forall t_0 \geq 0, \exists \delta = \delta(t_0, \varepsilon) > 0, \text{ tel que } \|\mathbf{x}_0\| < \delta \rightarrow \|\mathbf{x}(t)\| < \varepsilon, \forall t \geq t_0$$

Autrement dit, la stabilité au sens de Lyapunov de l'origine du système veut dire que pour tout $t \geq t_0$, la solution de condition initiale (t_0, \mathbf{x}_0) , reste au voisinage de l'origine si \mathbf{x}_0 est au voisinage de l'origine. En d'autres termes, pour tout $t \geq t_0$, une petite perturbation de la condition initiale \mathbf{x}_0 autour de l'origine donne naissance à une solution $\mathbf{x}(t)$ qui reste proche de l'origine [34].

Notons bien que la stabilité du système n'implique pas la convergence des solutions vers l'origine, c'est pourquoi la notion de stabilité toute seule est insuffisante pour l'étude du comportement des solutions. Nous définissons alors la notion d'attractivité.

Définition 2 (Attractivité) : On dit que l'origine \mathbf{x}_0 est :

- Un point d'équilibre attractif, s'il existe un voisinage de l'origine $U(\mathbf{0})$ tel que :

$$\forall \mathbf{x}_0 \in U(\mathbf{0}), \lim_{t \rightarrow +\infty} \mathbf{x}(t) = \mathbf{0}$$

- Un point d'équilibre globalement attractif si :

$$\forall x_0 \in \mathbb{R}^n, \lim_{t \rightarrow +\infty} x(t) = \mathbf{0}$$

Définition 3 (Stabilité asymptotique) : On dit que l'origine x_0 est :

- Un point d'équilibre est Asymptotiquement Stable (AS), s'il est stable et attractif.
- Un point d'équilibre est globalement AS, s'il est stable et globalement attractif.

Théorème 1 (Théorie de Lyapunov) : L'utilisation des fonctions définies positives est une technique parmi les plus efficaces pour analyser la stabilité d'un système gouverné par une équation différentielle ordinaire [34].

Soit $U(\mathbf{0})$ un voisinage de zéro et $V: \mathbb{R}_+ \times U(\mathbf{0}) \rightarrow \mathbb{R}$, une fonction continue et différentiable sur $U(\mathbf{0})$.

- On dit que V est une fonction de Lyapunov au sens large en $\mathbf{0}$, si elle vérifie les deux propriétés suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} - V \text{ est définie positive.} \\ - \dot{V}(t, x) \leq \mathbf{0} \text{ pour tout } x \in U(\mathbf{0}). \end{array} \right.$$

- On dit que V est une fonction de Lyapunov stricte en $\mathbf{0}$, si elle vérifie les deux propriétés suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} - V \text{ est définie positive.} \\ - \dot{V}(t, x) < \mathbf{0} \text{ pour tout } x \in U(\mathbf{0}) - \{\mathbf{0}\}. \end{array} \right.$$

L'utilisation de ces fonctions fournit des critères qui permettent d'estimer des conclusions à la stabilité ou à la stabilité asymptotique d'un point d'équilibre.

III.3.2 Stabilité de Lyapunov et inégalité matricielle

Un grand nombre de problème concernant les systèmes dynamiques peuvent se mettre sous forme de problème d'optimisation convexe, parce qu'elle permet de garantir que tout minimum local est global, et la minimisation du temps de calcul qui reste important.

Une classe importante de problèmes d'optimisation convexe est la classe des inégalités matricielles linéaires (LMIs) [35].

III.3.2.1 Problèmes d'optimisation LMIs

Définition 1 : On appelle d'une inégalité matricielle linéaire (LMI) le problème suivant : étant données les matrices réelles, carrées et symétriques :

$F_i = F_i^T \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $i = 0 \dots \dots m$ et $x \in \mathbb{R}^m$ telles que :

$$F(x) = F_0 + \sum_{i=1}^m x_i F_i > \mathbf{0}$$

Cette inégalité implique que $F(x)$ est une matrice définie positive c'est-à-dire : $\forall z \in \mathbb{R}^n$ et $z \neq \mathbf{0}$: $z^T F(x) z > \mathbf{0}$, de manière équivalente, la valeur propre la plus petite de $F(x)$ est positive. Les matrices symétriques F_i sont fixées (connues) et $x = [x_1, x_2, \dots \dots x_m]^T$ est un vecteur de valeurs inconnues (variables).

Définition 2 (Problème de faisabilité). Le problème de faisabilité d'une LMI consiste à trouver l'ensemble des points : $x \in \mathcal{C}$ où $\mathcal{C} = \{x \in \mathbb{R}^n / F(x) > \mathbf{0}\}$ qui vérifient $F(x) > \mathbf{0}$, alors le problème $F(x) > \mathbf{0}$ est dit faisable (ou réalisable) et ces points appelées points faisables [36].

3-3-2-2 Analyse de la stabilité de Lyapunov par LMIs

Soit le système linéaire invariant continu défini par la représentation d'état homogène suivante :

$$\dot{x} = Ax$$

Ce système est stable s'il existe une fonction $V(x)$ définie positive telle que sa dérivée $\dot{V}(x)$ est définie négative :

$$V(x) = x^T P x$$

Où P est une matrice symétrique définie positive : $P = P^T > \mathbf{0}$

$$\dot{V} = \dot{x}^T P x + x^T P \dot{x} = x^T A^T P x + x^T P A x = x^T (PA + A^T P) x$$

La condition de stabilité consiste à trouver la matrice P qui vérifie l'inégalité matricielle [38] :

$$PA + A^T P < \mathbf{0}$$

On peut écrire : $\begin{cases} V(x) > 0 \\ \dot{V}(x) < 0 \end{cases} \iff \begin{cases} P > 0 \\ PA + A^T P < 0 \end{cases}$

III.4 Commande par contre réaction

Dans notre travail, nous nous intéressons à la commande d'un système linéaire invariant dans le temps décrit par une représentation d'état linéaire, à temps continu :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + Ev(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases}$$

La conception de ce système pourrait se faire par la construction d'un contrôleur, en l'installant sur le système à commander, en effectuant des essais et modifications continues sur ce contrôleur jusqu'à ce qu'il soit satisfaisant par rapport aux performances. Il est donc possible de générer un signal de commande afin de faire parvenir un système dans un état donné selon plusieurs méthodes avec une précision relative. Certaines lois de commandes nécessitent la disponibilité des informations sur le système. Parmi ces lois de commandes, on cite la commande par retour d'état et la commande par retour de sortie.

III.4.1 Commande par retour d'état

La commande par retour d'état est un moyen de modifier le comportement en boucle fermée d'un système dynamique donné par une représentation d'état, le bouclage se fait par retour d'état pour cela elle est appelée commande par retour d'état.

Le principe consiste à déterminer une commande telle que les pôles de la fonction de transfert du système bouclé soient convenablement placés dans le demi plan gauche et satisfassent des spécifications d'amortissement, de rapidité, etc....La loi de commande qui satisfait l'objectif précédent est appelée commande à placement de pôles. L'idée consiste toujours à piloter le système par un signal de consigne et à générer automatiquement le signal de commande en confrontant la valeur de la consigne et le comportement réel du système.

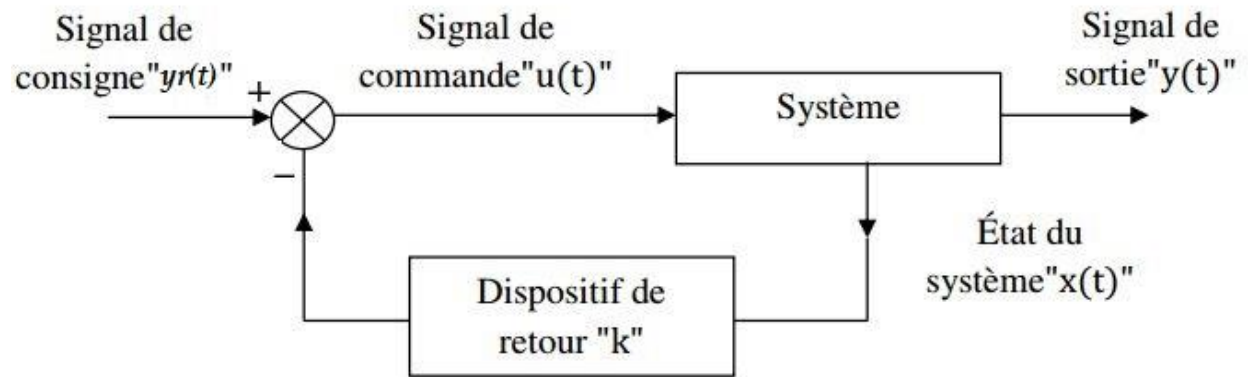


Figure III-8 Schéma de principe du retour d'état

Dans la commande par retour d'état, nous n'allons pas mesurer le signal de sortie pour le boucler avec l'entrée, mais nous allons nous servir du vecteur d'état complet pour prendre connaissance du comportement du système [37].

III.4.2 Commande par retour d'état observé

Si l'état n'est pas mesurable, on conçoit un observateur qui permet de reconstruire (ou estimer) l'état à partir d'un modèle du système dynamique et des mesures d'autres grandeurs. Le principe de la commande par retour d'état avec observateur consiste à utiliser l'état estimé par un observateur pour construire un retour d'état comme le montre la figure ci-dessous [38] :

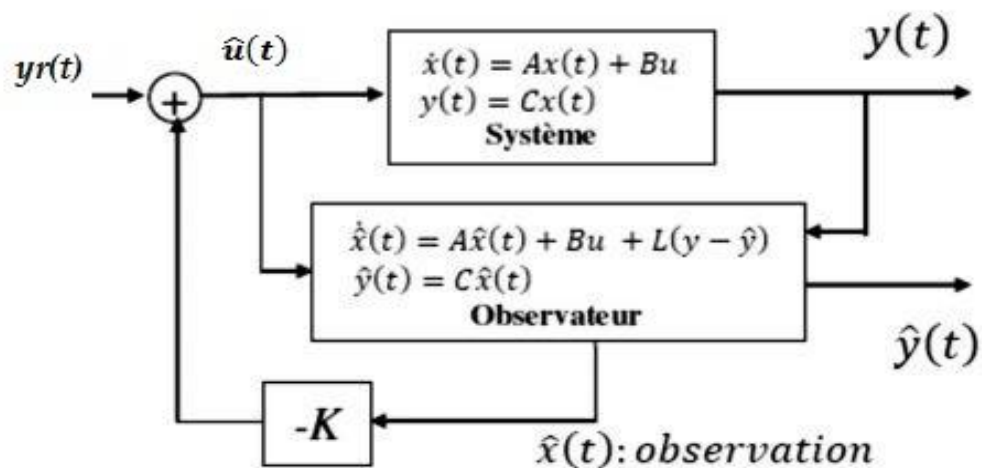


Figure III-9 Schéma de principe du retour d'état avec observateur

Donc la commande par retour d'état avec observateur est donnée par :

$$\hat{u}(t) = r(t) - K \cdot \hat{x}(t)$$

III.4.3 Commande par retour de sortie

Lorsque l'on étudie un processus réel, l'hypothèse de pouvoir connaître son état complet n'est pas toujours réaliste pour des raisons techniques (variables non mesurables ou non accessibles), ou économiques (prix du capteur). On ne dispose alors que d'une partie de l'état appelée la sortie.

Ce sont alors ces seules sorties qui sont utilisées pour la contre-réaction. Donc, dans ce cas, la commande par retour de sortie doit être envisagée.

Définition 1 (Principe de retour de sortie) : Lorsque seule la sortie $y(t)$ qui est utilisée pour le bouclage, on parle de retour de sortie, donc on utilise l'information présente au niveau de la sortie pour établir une loi de commande.

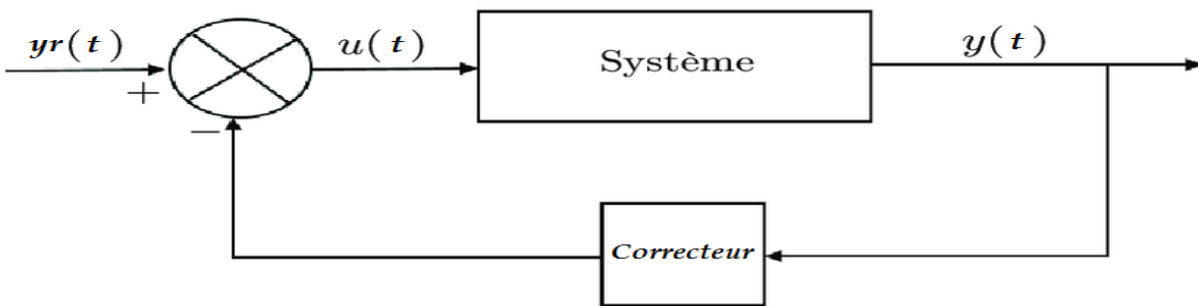


Figure III-10 Schéma de principe du retour de sortie

Définition 2 (Commande par retour de sortie statique) : L'objectif pourrait tout simplement être de déterminer un gain du correcteur K . La synthèse de ce contrôleur statique s'avère relativement simple et permet de minimiser le calcul. Le retour K est appelé dans ce cas retour de sortie statique.

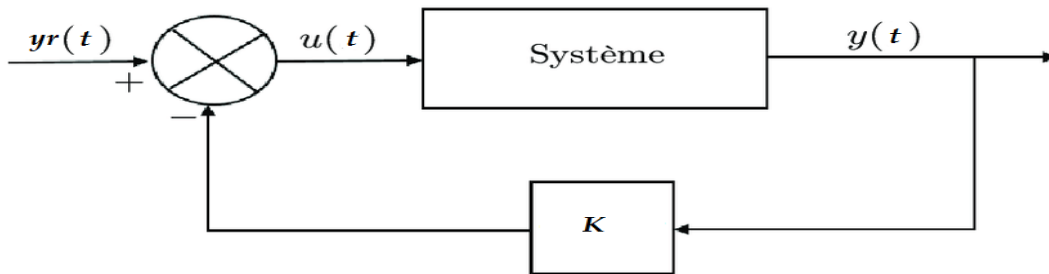


Figure III-11 Schéma de principe du retour statique

Donc la commande par retour de sortie statique est donnée par :

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{y}r(t) - \mathbf{K} \cdot \mathbf{y}(t)$$

Définition 3 (Commande par retour de sortie dynamique). Il semble difficile d'atteindre un niveau de performance souhaité en ne jouant que sur un seul paramètre de retour \mathbf{K} . Pour cette raison, il est rare de se contenter d'un retour statique de la sortie $\mathbf{y}(t)$ mais il est souvent envisagé d'effectuer un retour dynamique, c'est-à-dire que la sortie $\mathbf{y}(t)$ est rebouclée avec l'entrée $\mathbf{u}(t)$ à travers un autre système dynamique comme le montre la figure suivante [39] :

Statique.

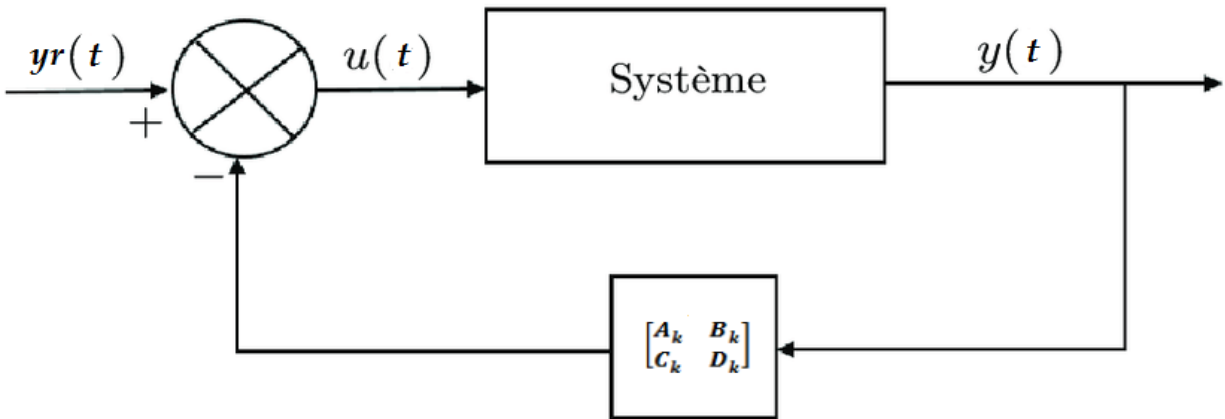


Figure III-12 Schéma de principe du retour dynamique

Cette approche consiste à utiliser un contrôleur avec sa propre dynamique :

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{A}_k \mathbf{z}(t) + \mathbf{B}_k \mathbf{y}(t) \\ \mathbf{u}(t) = \mathbf{C}_k \mathbf{z}(t) + \mathbf{D}_k \mathbf{y}(t) \end{cases}$$

Grâce à sa structure cette loi de commande permet d'améliorer les performances en introduisant des spécifications relatives à la dynamique souhaitée en boucle fermée.

III.5 Conclusion

Ce chapitre se subdivise en trois parties, en premier lieu nous avons représenté quelques généralités sur les systèmes asservis, ainsi que leurs performances recherchées. Nous avons également montré les principaux éléments des systèmes de commande.

Chapitre III Etat de l'art de la commande par retour de sortie statique et dynamique

En second lieu, nous avons rappelé les notions de stabilité au sens de Lyapunov, puis nous avons présenté différents théorèmes qui assurent la stabilité de Lyapunov des systèmes dynamiques. Par la suite, nous avons montré que différents problèmes d'automatique peuvent se mettre sous forme de problèmes d'optimisation sous contraintes LMIs.

La commande par retour de sortie statique et dynamique a été abordée dans la troisième partie de ce chapitre pour un système dynamique afin d'assurer la stabilité de ce dernier au régime permanent.

Chapitre IV

Synthèse de loi de commande par retour de sortie statique et dynamique

IV. Chapitre 4 Synthèse de loi de commande par retour de sortie statique et dynamique

IV.1 Introduction

La théorie de contrôle s'intéresse, entre autres, à l'étude du contrôle qu'il faut appliquer pour que le système contrôlé ait de bonnes performances. Par conséquent, avoir un équilibre asymptotiquement stable est l'une des performances que nous cherchons à obtenir [40].

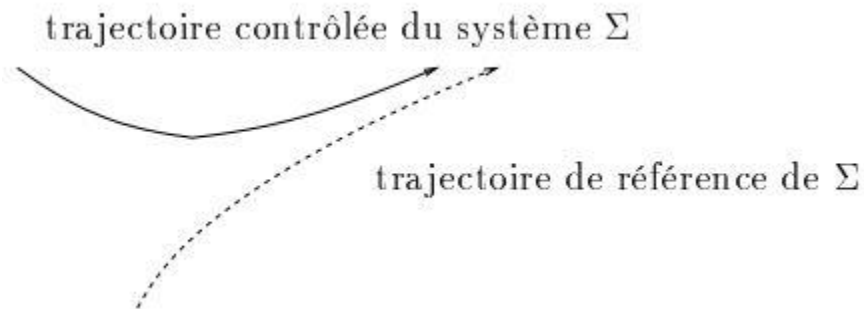


Figure IV-1 **Convergence d'une trajectoire contrôlée vers une trajectoire de référence**

Ce problème de stabilité et de synthèse d'une loi de commande adéquate pour un modèle en boucle fermée, est souvent traité à l'aide de la méthode directe de Lyapunov. Dans ce chapitre, nous utilisons différentes approches qui se basent sur la fonction de Lyapunov pour la synthèse des correcteurs par retour de sortie en contre réaction (en anglais : feedback) qui stabilisent l'origine du système bouclé, en appliquant les méthodes de résolutions numériques des LMIs, tout en analysant la capacité du système à rejeter les perturbations. Puis, nous exposons les résultats obtenus en simulation sur la base de l'application de la méthodologie de conception d'un correcteur statique et d'un correcteur dynamique, pour le suivi d'un signal de référence :

- Tout d'abord, référence nulle : Mode régulation.
- Ensuite, référence non nulle : Mode poursuite.

Ce chapitre, s'achèvera par l'application d'une référence variable, en comparant les variations de sorties des modèles linéaires et non-linéaires du système afin d'analyser la précision des réponses.

IV.2 Position du problème

Dans le deuxième chapitre, nous avons obtenu le modèle linéaire du notre système multivariables, représentant le processus hydro-thermique qui possède deux entrées u_1 et u_2 , et deux sorties H_2 et T_2 , sur lequel nous avons appliqué trois perturbations dv_1, dv_2 et dv_3 .

L'objectif de la commande est de garantir la stabilité du système et de minimiser l'erreur statique afin d'assurer de bonnes performances, tout en éliminant au maximum l'effet des perturbations appliquées. Nous devons aussi optimiser le temps de réponse.

IV.3 Commandabilité et observabilité du système

Avant de procéder au calcul des gains des matrices des correcteurs, nous devons vérifier la commandabilité et l'observabilité de notre système et cela en calculant le rang de la matrice

$[B \ AB \ A^2B \ A^3B]$, dans le cas de la commandabilité, et le rang de la matrice $\begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ CA^3 \end{bmatrix}$, dans le

cas de l'observabilité, qui doivent être pleins, comme il est déjà mentionné dans le premier chapitre.

En utilisant la commande **rank** de MATLAB nous trouvons : **Rang** = 4, la propriété est vérifiée, c'est-à-dire notre système est complètement commandable (contrôlable) et observable.

IV.4 Application de la commande par retour de sortie statique

L'idée de la commande par retour de sortie statique consiste toujours à piloter le système à travers un correcteur du gain K , pour générer un signal de commande en confrontant en permanence la valeur de la consigne et le comportement réel du système, en mesurant le signal de sortie et le boucler avec l'entrée.

IV.4.1 Mode régulation ($y_r = 0$)

Dans cette partie, les critères de performances étudiées sont : la stabilité, la précision et la rapidité.

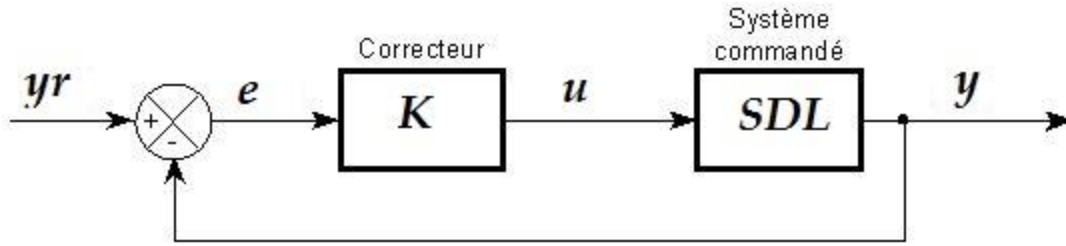


Figure IV-2 Schéma fonctionnel de la commande statique à retour unitaire

IV.4.1.1 Synthèse du correcteur par changement de variables

A. Développement mathématique

La représentation d'état du système est exprimée par :

$$\begin{cases} \dot{x} = A \cdot x + B \cdot u \\ y = C \cdot x \end{cases} \quad (IV-1)$$

Et, nous avons la commande :

$$u = K \cdot e$$

Tel que $e(t)$ signifie l'écart entre la référence et la sortie du système, son expression est donnée par :

$$e = y_r - y \quad (IV-3)$$

Ce qui implique que :

$$u = -K \cdot y = -K \cdot C \cdot x \quad (IV-4)$$

En remplaçant (IV-4) dans le \dot{x} on trouve :

$$\dot{x} = A \cdot x - B \cdot K \cdot C \cdot x$$

$$\dot{x} = (A - B \cdot K \cdot C) \cdot x$$

$$\dot{x} = A_a \cdot x \quad (IV-5)$$

Tel que : $A_a = A - B \cdot K \cdot C$

Nous allons appliquer la fonction candidate de Lyapunov :

$$V = x^T \cdot P \cdot x$$

$$\dot{V} = \dot{x}^T \cdot P \cdot x + x^T \cdot P \cdot \dot{x}$$

$$\dot{V} = x^T \cdot A_a^T \cdot P \cdot x + x^T \cdot P \cdot A_a \cdot x$$

$$\dot{V} = x^T \cdot (A_a^T \cdot P + P \cdot A_a) \cdot x \quad (IV-6)$$

B. Approche 1 \implies Le premier changement de variable : $Y = P \cdot B \cdot K$

Pour que le système soit stable, il faut que les contraintes ci-dessous soient vérifiées :

$$\begin{cases} P > 0 \\ A_a^T \cdot P + P \cdot A_a < 0 \end{cases}$$

Nous remplaçons l'expression de A_a :

$$\begin{cases} P > 0 \\ A^T \cdot P - C^T \cdot K^T \cdot B^T \cdot P + P \cdot A - P \cdot B \cdot K \cdot C < 0 \end{cases}$$

Après changement de variable nous trouvons :

$$\begin{cases} P > 0 \\ P \cdot A + A^T \cdot P - Y \cdot C - C^T \cdot P < 0 \end{cases}$$

Les conditions de stabilité obtenues, du correcteur par retour de sortie statique (en mode régulation : $y_r=0$), sont introduites comme des contraintes dans l'éditeur LMI sous MATLAB à l'aide de la fonction **lmiedit** afin de déterminer la solution de la matrice gain **K** du correcteur.

Cette approche nous a donné le gain **K** qui est égal à :

$$\begin{bmatrix} 0.0446 & 0.0011 \\ 0.0223 & -0.0011 \end{bmatrix}$$

C. Analyse de la stabilité

C.1 Schéma bloc des modèles Simulink

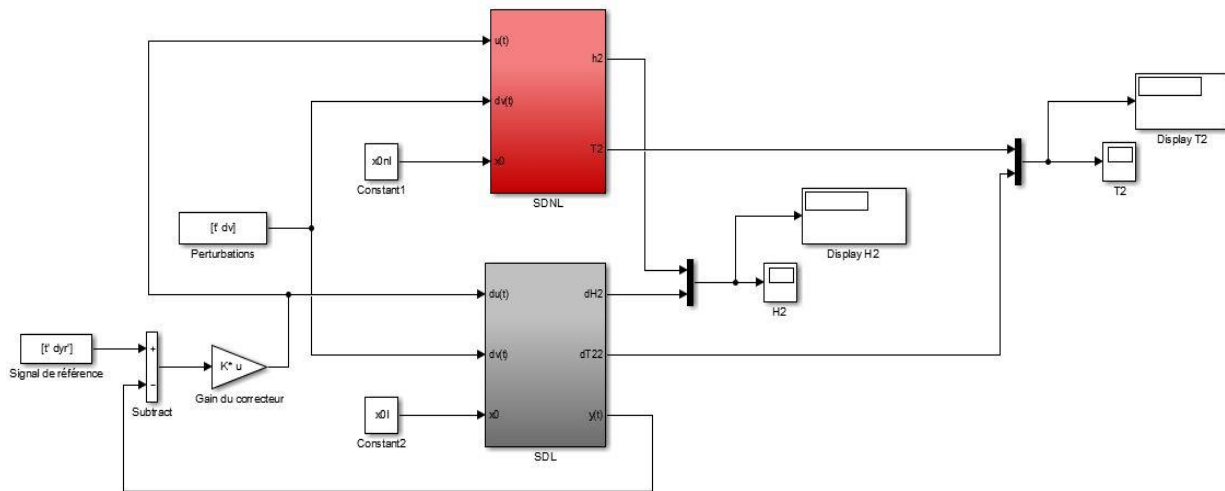


Figure IV-3 Bloc de simulation des modèles linéaire et non linéaire avec correcteur statique pour $y_r = 0$

C.2 Résultats de simulation

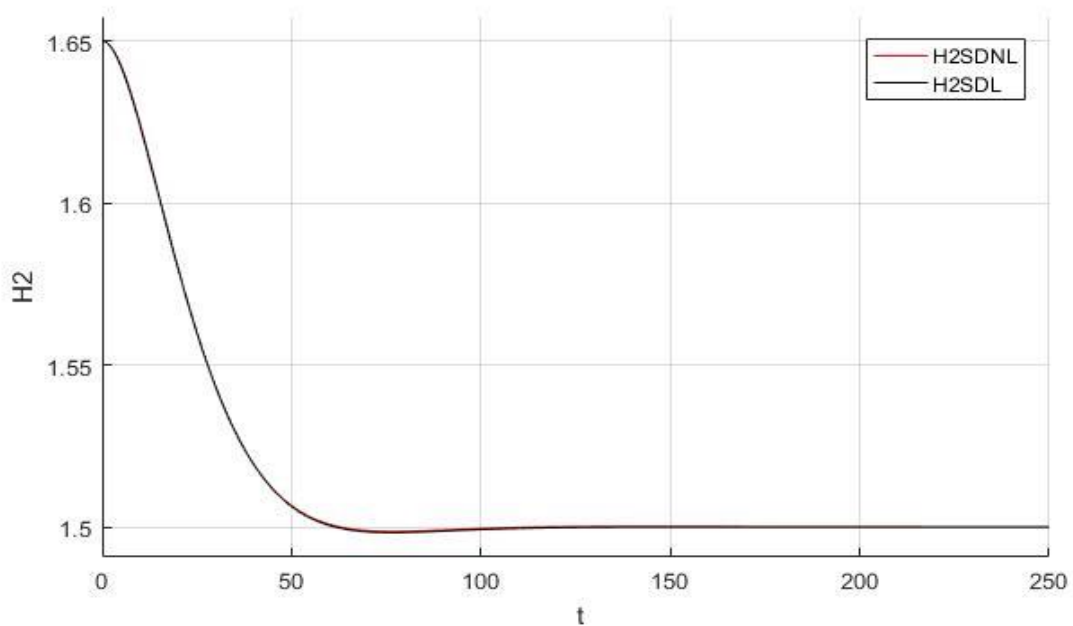


Figure IV-4 Résultats de simulation du niveau H_2 des modèles linéaire et non linéaire avec correcteur statique pour $y_r = 0$

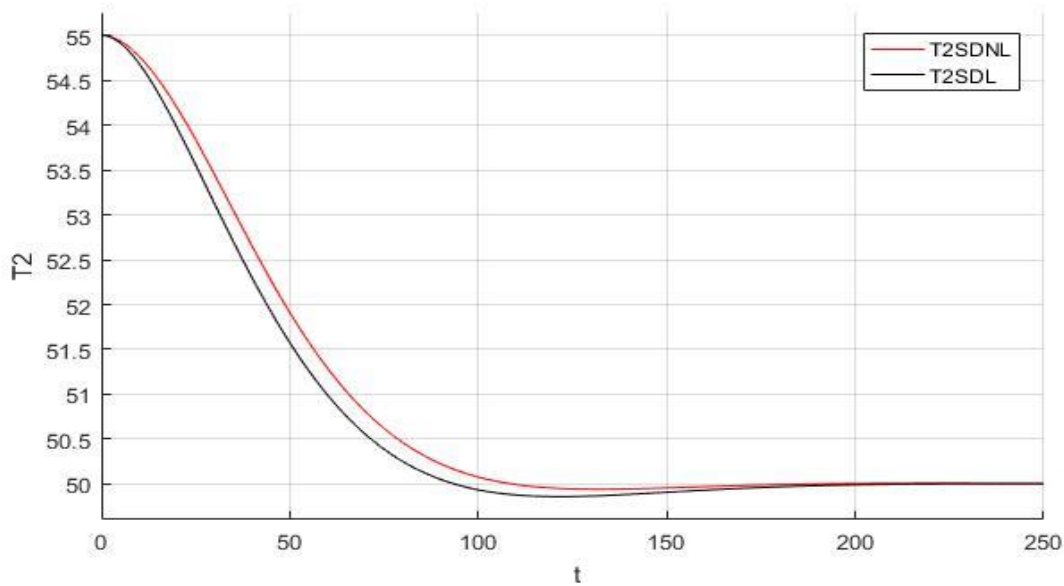


Figure IV-5 Résultats de simulation de température T_2 des modèles linéaire et non linéaire avec correcteur statique pour $y_r = 0$

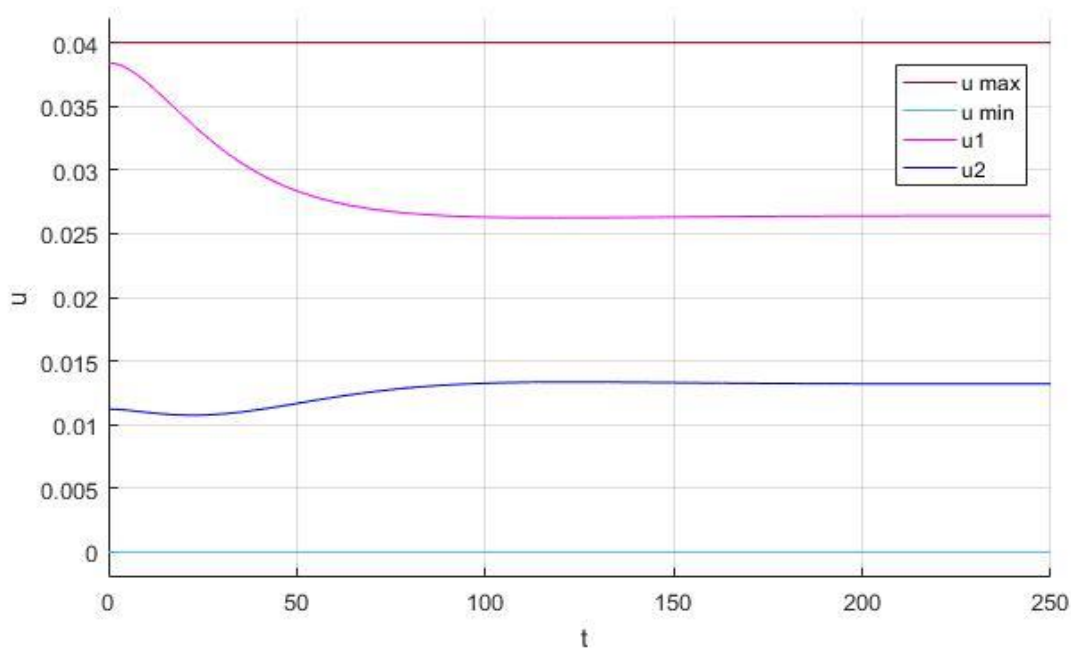


Figure IV-6 Résultats de simulation de la commande u avec correcteur statique pour $y_r = 0$

C.3 Interprétation des résultats

Les graphes indiquent que le gain du correcteur choisi, avait un effet amélioratif sur la stabilité du système, parce que les réponses convergent vers le point de fonctionnement désiré au régime

permanent, dans une courte durée avec un faible dépassement, comme il est montré dans le tableau ci-dessous :

Table IV-1 Résultats de la première approche $Y = P.B. K$ en mode régulation (retour statique)

Gain	Pôle en BF	Pôle en BO	tr (sec)	D (%)
$\begin{bmatrix} 0.0446 & 0.0011 \\ 0.0223 & -0.0011 \end{bmatrix}$	-0.0589 + 0.0410i	-0.0077	tr (H₂)	D (H₂)
	-0.0589 - 0.0410i	-0.1100	50	1.06
	-0.0294 + 0.0258i	-0.0336	tr (T₂)	D (T₂)
	-0.0294 - 0.0258i	-0.0252	85.5	2.8

D. Analyse des perturbations

D.1 Effet du gain K du correcteur statique

Nous appliquons les perturbations dv_1, dv_2 et dv_3 sur le système, avec un temps de simulation de **5000 sec**, nous obtenons les résultats de simulation suivants :

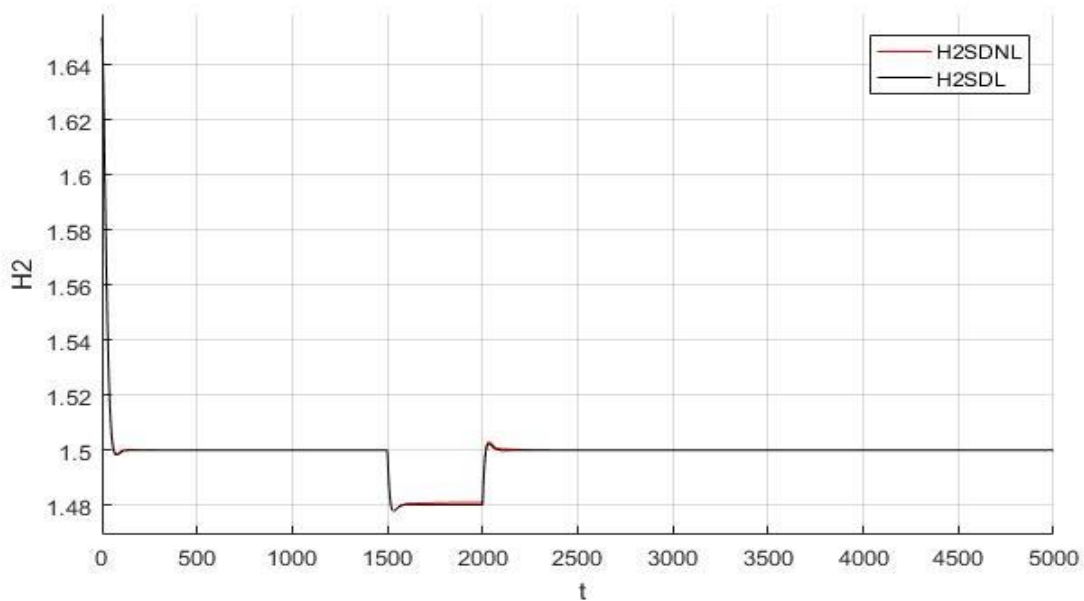


Figure IV-7 Résultats de simulation du niveau H₂ des modèles linéaire et non linéaire avec correcteur statique pour $y_r = 0$ et perturbations

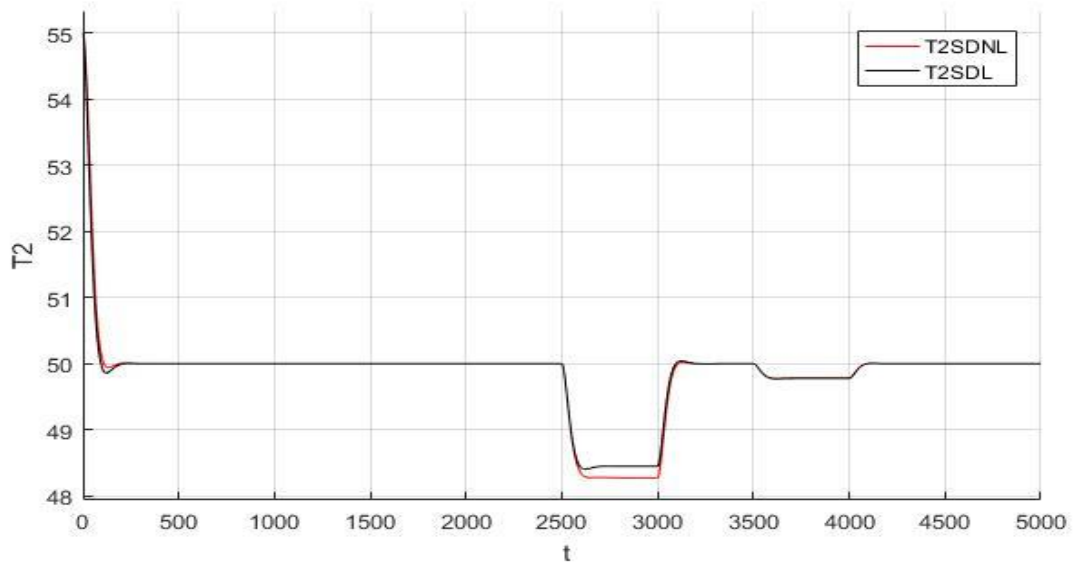


Figure IV-8 Résultats de simulation de température T_2 des modèles linéaire et non linéaire avec correcteur statique pour $y_r = 0$ et perturbations

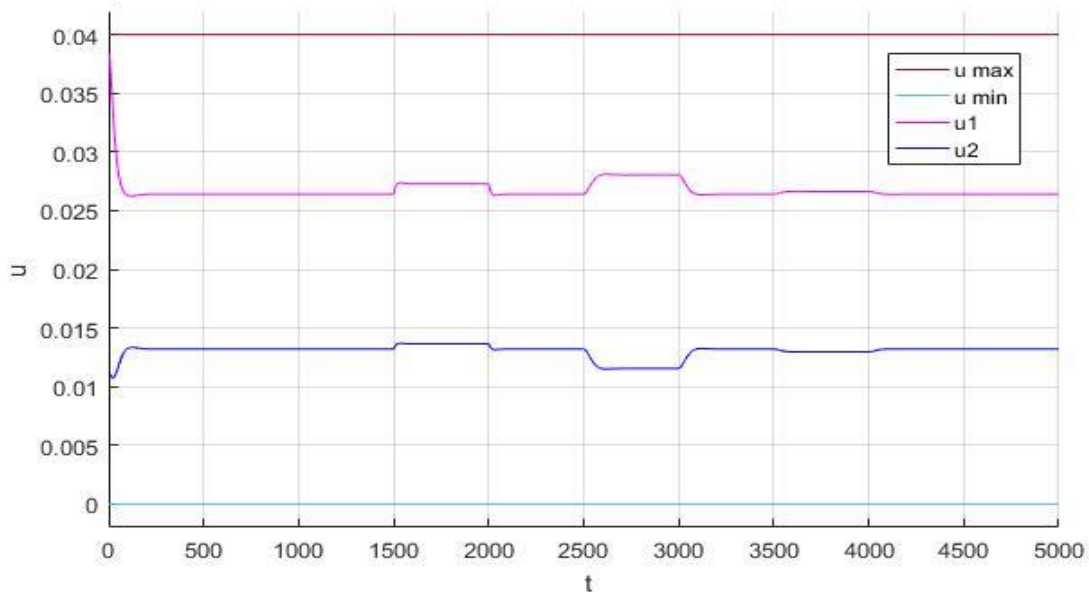


Figure IV-9 Résultats de simulation de la commande u avec correcteur statique pour $y_r = 0$ et perturbations

D.1.1 Interprétation des résultats

L'introduction du gain K a réussi de déminuer l'effet des perturbations sur le système, mais ça n'a pas été suffisant, car le pourcentage reste toujours important, ce qui est clairement affiché dans les graphes de simulation.

Table IV-2 L'effets des perturbations sur les systèmes linéaire et non linéaire avec correcteur statique : en mode régulation

		Effets des perturbations (%)	
		Système non-linéaire	Système linéaire
H_2 (m)	dv_1	12.66	13.2
T_2 (°C)	dv_2	34.4	31
	dv_3	4.3	4.4

D.2 Effet du gain du correcteur K avec compensateur N

D.2.1 Développement mathématique :

La commande dans ce cas est donnée par :

$$u = e$$

Tel que :

$$e = -K.y + N.v \tag{IV-8}$$

Remplaçant dans (IV-1) :

$$\dot{x} = A.x + B.(-k.C.x + N.v) + E.v$$

$$y = C.x$$

Donc :

$$\dot{x} = (A - B.K.C).x + (B.N + E).v \tag{IV-9}$$

Au régime permanent :

$$\dot{x} = 0 \implies (A - B.K.C).x_p + (B.N + E).v = 0$$

$$x_p = -(A - B.K.C)^{-1}.(B.N + E).v$$

$$y_p = C \cdot x_p = -C \cdot (A - B \cdot K \cdot C)^{-1} \cdot (B \cdot N + E) \cdot v$$

$$y_p = -C \cdot A_a^{-1} (B \cdot N + E) \cdot v \tag{IV-10}$$

Pour éliminer l'effet des perturbations :

$$-C \cdot A_a^{-1} (B \cdot N + E) = 0$$

$$-C \cdot A_a^{-1} \cdot B \cdot N - C \cdot A_a^{-1} \cdot E = 0$$

D'où :

$$N = -(C \cdot A_a^{-1} \cdot B)^{-1} \cdot C \cdot A_a^{-1} \cdot E \tag{IV-11}$$

$$N = \begin{bmatrix} 2.1719 & -0.0009 & -0.0004 \\ 1.0859 & 0.0009 & 0.0004 \end{bmatrix}$$

D.2.2 Schéma bloc des modèles Simulink

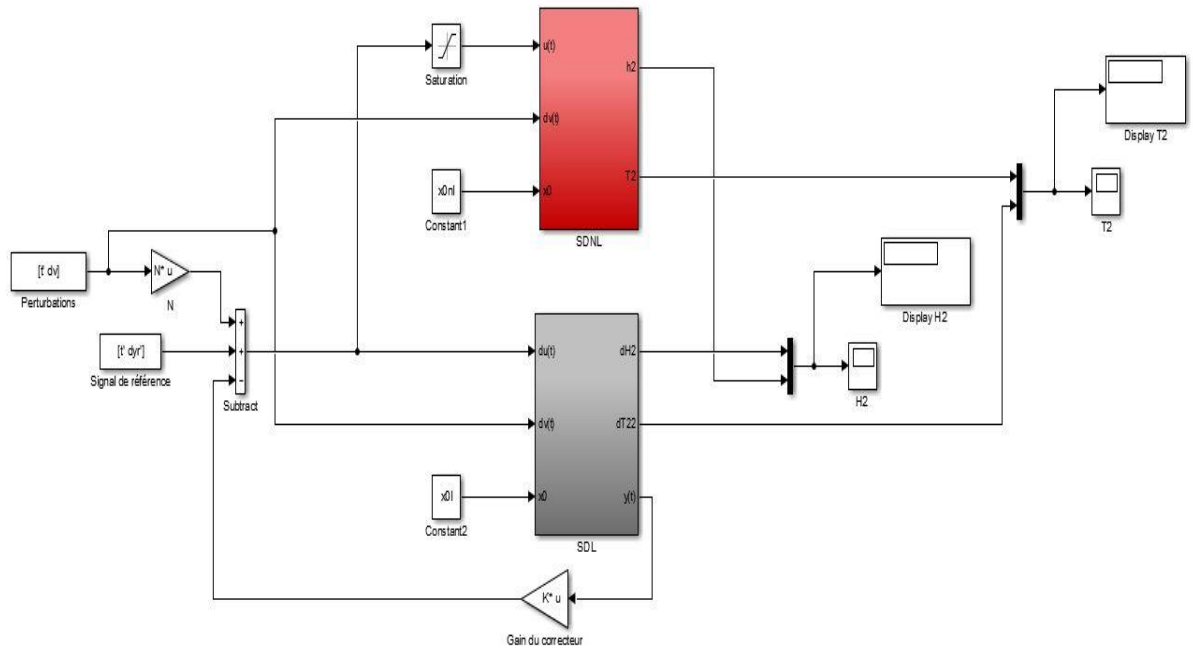


Figure IV-10 Bloc de simulation des modèles linéaire et non linéaire avec correcteur statique pour $y_r = 0$ et compensateur pour les perturbations

D.2.3 Résultats de simulation

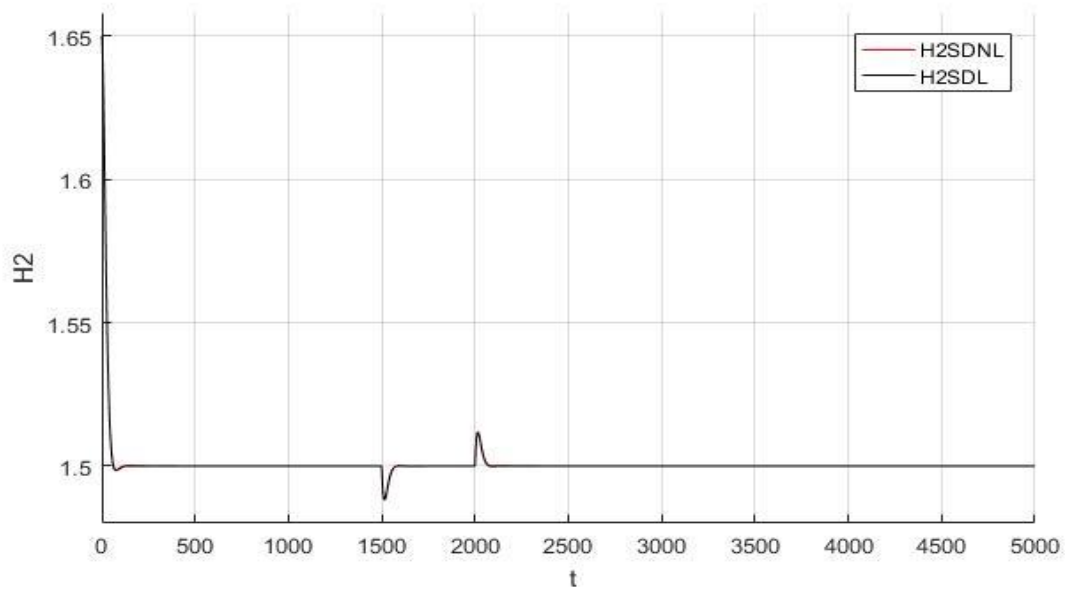


Figure IV-11 Résultats de simulation du niveau H₂ des modèles linéaire et non linéaire avec correcteur statique pour $y_r = 0$ et compensateur pour les perturbations

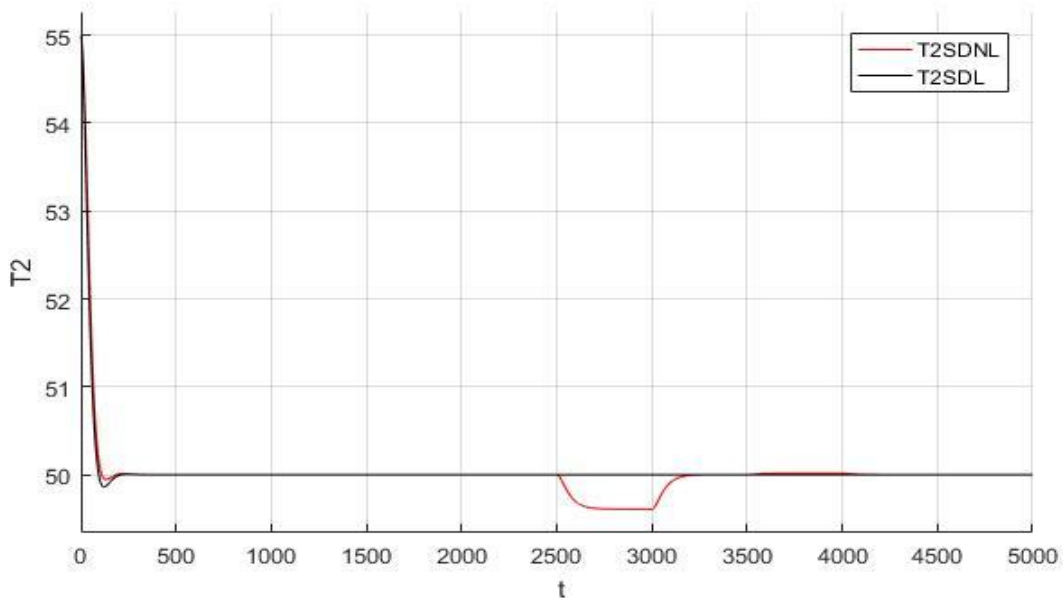


Figure IV-12 Résultats de simulation de température T₂ des modèles linéaire et non linéaire avec correcteur statique pour $y_r = 0$ et compensateur pour les perturbations

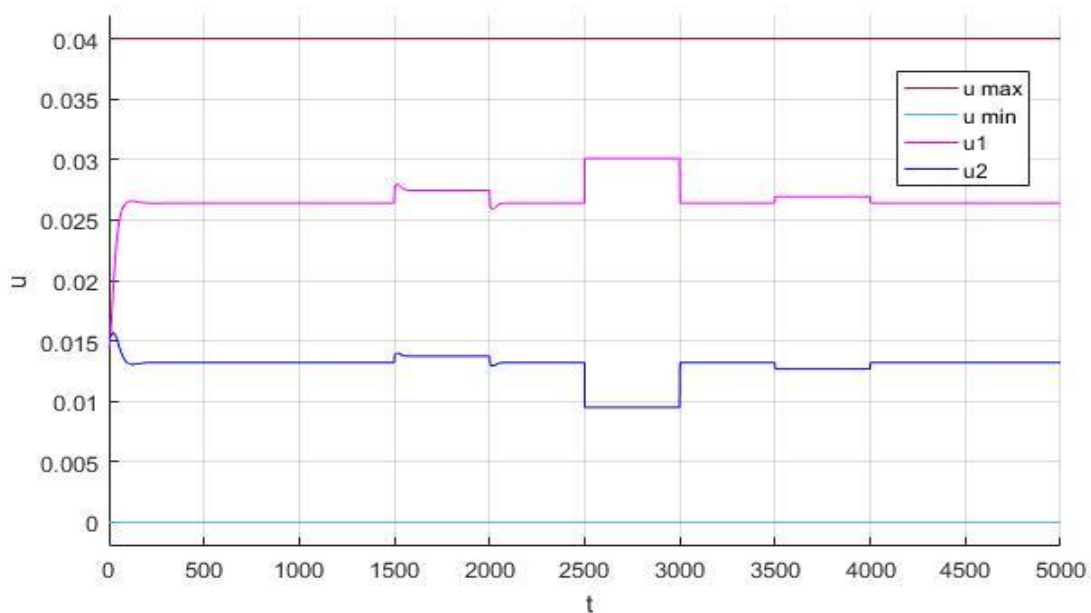


Figure IV-13 Résultats de simulation de la commande u avec correcteur statique pour $y_r=0$ et compensateur pour les perturbations

D.2.4 Interprétation des résultats

En comparant les résultats des deux tableaux, nous constatons que l'effet des perturbations est éliminé, dans cette partie, grâce à l'ajout de la matrice gain compensateur N.

Table IV-3 L'effets des perturbations sur les systèmes linéaire et non linéaire avec correcteur statique et compensateur : en mode régulation

		Effets des perturbations (%)	
		Système non-linéaire	Système linéaire
H_2 (m)	dv_1	7.87	7.83
T_2 (°C)	dv_2	8	0
	dv_3	0	0

E. Autres approches de la synthèse du correcteur

E.1 Approche 2 \implies Le deuxième changement de variable : $C \cdot Q = X \cdot C$

Suivant les étapes de la première approche nous trouvons :

$$\begin{cases} P > 0 \\ A^T.P - C^T.K^T.B^T.P + P.A - P.B.K.C < 0 \end{cases}$$

L'étape qui suit consiste à multiplier des deux côtés la deuxième contrainte par P^{-1} :

$$\begin{aligned} P^{-1}.(A^T.P - C^T.K^T.B^T.P + P.A - P.B.K.C).P^{-1} < 0 \\ P^{-1}.A^T - P^{-1}.C^T.K^T.B^T + A.P^{-1} - B.K.C.P^{-1} < 0 \end{aligned}$$

Nous posons :

$$Q = P^{-1} \quad (IV-12)$$

Cela revient à trouver :

$$A.Q + Q.A^T - B.K.C.Q - Q.C^T.K^T.B^T < 0$$

En effectuant le changement de variable $C.Q = X.C$:

$$A.Q + Q.A^T - B.K.X.C - C^T.X^T.K^T.B^T < 0$$

Nous posons : $Y = K.X$

$$A.Q + Q.A^T - B.Y.C - C^T.Y^T.B^T < 0$$

E.2 Approche 3 \implies Le troisième changement de variable : $P.B = B.X$

Nous avons trouvé :

$$\begin{cases} P > 0 \\ A^T.P - C^T.K^T.B^T.P + P.A - P.B.K.C < 0 \end{cases}$$

Nous allons effectuer le changement de variable $P.B = B.X$:

$$\begin{cases} P > 0 \\ A^T.P - C^T.K^T.X^T.B^T + P.A - B.X.K.C < 0 \end{cases}$$

Posons : $Y = X.K$

Donc :

$$\begin{cases} P > 0 \\ P.A + A^T.P - B.Y.C - C^T.Y^T.B^T < 0 \end{cases}$$

Après avoir déclaré les deux approches dans l'éditeur LMI, nous avons regroupé leurs résultats dans le tableau suivant :

Table IV-4 Résultats des approches de la synthèse du correcteur statique : en mode régulation

Approches	Gain	Pôles en BF	Pôles en BO	tr (sec)	D (%)
Approche 2	$\begin{bmatrix} 0.0333 & 0.0012 \\ 0.0161 & -0.0011 \end{bmatrix}$	-0.0588 + 0.0236i	-0.0077	tr (H₂)	D (H₂)
		-0.0588 - 0.0236i	-0.1100	70	0
		-0.0294 + 0.0268i	-0.0336	tr(T₂)	D (T₂)
		-0.0294 - 0.0268i	-0.0252	80	3
Approche 3	$\begin{bmatrix} 0.0424 & 0.0016 \\ 0.0216 & -0.0018 \end{bmatrix}$	-0.0588 + 0.0387i	-0.0077	tr (H₂)	D (H₂)
		-0.0588 - 0.0387i	-0.1100	63	0.5
		-0.0294 + 0.0330i	-0.0336	tr(T₂)	D (T₂)
		-0.0294 - 0.0330i	-0.0252	64.5	6

E.3 Interprétation des résultats

Ce tableau montre que les gains obtenus à partir de ces deux approches sont proches du gain choisi, ce qui implique que la stabilité est assurée. Cependant, les temps de réponse et dépassements différent, mais rien n'empêche de conclure que leurs résultats satisfassent les autres performances (rapidité, précision).

- **Conclusion 1** (Mode régulation statique) : A travers ces résultats, nous remarquons que les pôles en boucle fermée sont tous à parties réelles négatives, et sont différents de ceux de la boucle ouverte, ainsi que les réponses étaient rapides et précises, donc les trois approches nous assurent la stabilité, la rapidité et la précision de notre système.

Le choix de la première approche se base sur le temps de réponse, qui a été court dans cette dernière.

IV.4.2 Mode poursuite ($y_r \neq 0$)

Dans cette partie, le correcteur est placé tout d'abord, dans la chaîne directe, puis, dans la chaîne de retour. Donc nous distinguons deux types de synthèse :

IV.4.2.1 Synthèse du correcteur en chaîne directe

A. Développement mathématique

La représentation du système est donnée par l'équation (IV-1), et l'erreur dans (IV-3), ce qui implique que la commande est donnée par :

$$u = K. (y_r - y) = K. y_r - K. C. x \quad (IV-13)$$

En remplaçant l'expression (IV -13), dans \dot{x} on trouve :

$$\dot{x} = A. x + B. (K. y_r - K. C. x)$$

$$\dot{x} = (A - B. K. C). x + B. K. y_r$$

$$\dot{x} = A_a. x + B_a. y_r \quad (IV-14)$$

Avec :

$$A_a = A - B. K. C \text{ et } B_a = B. K$$

Nous calculons \dot{V} :

$$\dot{V} = x^T. A_a^T. P. x + y_r^T. B_a^T. P. x + x^T. P. A_a. x + x^T. P. B_a. y_r$$

$$\dot{V} = x^T. (P. A_a + A_a^T. P). x + x^T. P. B_a. y_r + y_r^T. B_a^T. P. x$$

$$\dot{V} = x^T. (P. A_a + A_a^T. P). x + x^T. P. B_a. y_r + y_r^T. B_a^T. P. x \quad (IV-15)$$

B. Approches de la synthèse du correcteur

B.1 Approche 1 \implies Le premier changement de variable : $Y = P. B. K$

Remplaçons A_a et B_a par leurs expressions, dans l'équation (IV-15), pour que nous puissions effectuer le changement de variable :

$$y = P. B. K$$

$$\dot{V} = x^T. [P. (A - B. K. C) + (A^T - C^T. K^T. B^T). P]. x + x^T. P. B. K. y_r + y_r^T. K^T. B^T. P. x$$

$$\dot{V} = x^T. [P. A - P. B. K. C + A^T. P - C^T. K^T. B^T. P]. x + x^T. P. B. K. y_r + y_r^T. K^T. B^T. P. x$$

$$\dot{V} = x^T. [P. A + A^T. P - Y. C - C^T. Y^T]. x + x^T. Y. y_r + y_r^T. Y^T. x$$

Nous pouvons écrire :

$$\dot{V} = \begin{bmatrix} x^T \\ y_r^T \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} P. A + A^T. P - Y. C - C^T. Y^T & Y \\ Y^T & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y_r \end{bmatrix} \quad (IV-16)$$

Cela revient à vérifier la contrainte suivante :

$$\begin{bmatrix} P.A + A^T.P - Y.C - C^T.Y^T & Y \\ Y^T & 0 \end{bmatrix} \leq 0$$

B.2 Approche 2 \implies Le deuxième changement de variable : $P.B = B.X$

Nous effectuons le changement de variable $P.B = B.X$, au niveau de l'expression (IV-15), nous trouvons :

$$\dot{V} = x^T.[P.A - B.X.K.C + A^T.P - C^T.K^T.X^T.B^T].x + x^T.B.X.K.y_r + y_r^T.K^T.X^T.B^T.x$$

Nous posons : $Y = X.K$

$$\dot{V} = x^T.[P.A + A^T.P - B.Y.C - C^T.Y^T.B^T].x + x^T.B.Y.y_r + y_r^T.Y^T.B^T.x$$

Ce qui permet d'écrire :

$$\dot{V} = \begin{bmatrix} x^T \\ y_r^T \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} P.A + A^T.P - B.Y.C - C^T.Y^T.B^T & B.Y \\ Y^T.B^T & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y_r \end{bmatrix} \quad (IV-17)$$

Cela revient à vérifier la contrainte suivante :

$$\begin{bmatrix} P.A + A^T.P - B.Y.C - C^T.Y^T.B^T & B.Y \\ Y^T.B^T & 0 \end{bmatrix} \leq 0$$

B.3 Approche 3 \implies l'application de la commande par retour de sortie statique à action proportionnelle et intégrale

La commande est décrite par :

$$u = K_p.e + K_i \int e dt \quad (IV-18)$$

Nous avons : $\dot{x}_i = e$

$$\dot{x}_i = y_r - y = y_r - C.x \quad (IV-19)$$

Avec : $x_i = \int e . dt$

Ce qui permet d'obtenir :

$$u = K_p.e + K_i.x_i \quad (IV-20)$$

$$u = K_p.y_r - K_p.C.x + K_i.x_i$$

$$\dot{x}_a = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ x_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} \cdot u + \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} y_r$$

Donc :

$$\dot{x}_a = A_a \cdot x_a + B_a \cdot u + \Gamma_r \cdot y_r \quad (IV-21)$$

La relation (IV-20) devient :

$$u = [-K_p \cdot C \quad K_i] \cdot x_a + K_p \cdot y_r$$

$$u = \mathbb{k} \cdot x_a + K_p \cdot y_r \quad (IV-22)$$

Et la relation (IV-21) prend la forme suivante :

$$\dot{x}_a = (A_a + B_a \cdot \mathbb{k}) \cdot x_a + (B_a \cdot K_p + \Gamma_r) \cdot y_r$$

$$\dot{x}_a = \mathbb{A} \cdot x_a + \mathbb{B} \cdot y_r \quad (IV-23)$$

En appliquant le théorème de Lyapunov et après développement nous trouvons :

$$\dot{V} = \begin{bmatrix} x_a^T \\ y_r^T \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} P \cdot \mathbb{A} + \mathbb{A}^T \cdot P & P \cdot \mathbb{B} \\ \mathbb{B}^T \cdot P & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_a \\ y_r \end{bmatrix} \quad (IV-24)$$

Après avoir remplacé chaque terme par son expression dans (IV-24), nous obtenons :

$$\mathbb{A} = A_a + B_a \cdot \mathbb{k}$$

$$\mathbb{B} = B_a \cdot K_p + \Gamma_r$$

$$\mathbb{k} = [-K_p \cdot C \quad K_i]$$

$$A_a = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_a = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\Gamma_r = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}$$

Nous avons abouti à la contrainte suivante :

$$\begin{bmatrix} P_1(A - B \cdot K_p \cdot C) + (A^T - C^T \cdot K_p \cdot B^T) \cdot P_1 & P_1 \cdot B \cdot K_i - C^T \cdot P_2 & P_1 \cdot B \cdot K_p \\ -P_2 \cdot C + K_i^T \cdot B^T \cdot P_1 & 0 & P_2 \\ K_p^T \cdot B^T \cdot P_1 & P_2 & 0 \end{bmatrix} \leq 0$$

B.4 Approche 4 \implies **Prise en compte du vecteur du signal d'erreur dans la fonction de**

Lyapunov

La commande est donnée par (IV-13)

$$\text{Tel que : } \mathbf{e} = \mathbf{y}_r - \mathbf{y} \quad \implies \quad \mathbf{e}^T = \mathbf{y}_r^T - \mathbf{x}^T \cdot \mathbf{C}^T$$

Nous allons prendre la fonction candidate de Lyapunov comme suit :

$$\mathbf{V} = \mathbf{e}^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{e} \quad (\text{IV-25})$$

D'où :

$$\dot{\mathbf{V}} = \dot{\mathbf{e}}^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{e} + \mathbf{e}^T \cdot \mathbf{P} \cdot \dot{\mathbf{e}} \quad (\text{IV-26})$$

Après avoir remplacé chaque terme par son expression, nous obtenons :

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{e}} &= \dot{\mathbf{y}}_r - (\mathbf{C} \cdot \mathbf{A} + \mathbf{C} \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{K} \cdot \mathbf{C}) \cdot \mathbf{x} - \mathbf{C} \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{K} \cdot \mathbf{y}_r \\ \dot{\mathbf{e}}^T &= \dot{\mathbf{y}}_r^T - \mathbf{x}^T \cdot (\mathbf{C}^T \cdot \mathbf{A}^T + \mathbf{C}^T \cdot \mathbf{K}^T \cdot \mathbf{B}^T \cdot \mathbf{C}^T) - \mathbf{y}_r^T \cdot \mathbf{K}^T \cdot \mathbf{B}^T \cdot \mathbf{C}^T \end{aligned}$$

Notons que $\mathbf{y}_r = \mathbf{cst}$, ce qui implique que $\dot{\mathbf{y}}_r = \mathbf{0}$, donc :

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{e}} &= -(\mathbf{C} \cdot \mathbf{A} + \mathbf{C} \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{K} \cdot \mathbf{C}) \cdot \mathbf{x} - \mathbf{C} \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{K} \cdot \mathbf{y}_r \\ \dot{\mathbf{e}}^T &= -\mathbf{x}^T \cdot (\mathbf{C}^T \cdot \mathbf{A}^T + \mathbf{C}^T \cdot \mathbf{K}^T \cdot \mathbf{B}^T \cdot \mathbf{C}^T) - \mathbf{y}_r^T \cdot \mathbf{K}^T \cdot \mathbf{B}^T \cdot \mathbf{C}^T \end{aligned} \quad (\text{IV-28})$$

Nous avons obtenu dans l'expression de $\dot{\mathbf{V}}$ le produit $\mathbf{C} \cdot \mathbf{B}$ qui présente une contrainte physique pour notre étude, car nous l'avons trouvé nul. Pour soulever ce problème nous avons effectué le changement de variable suivant :

$$\mathbf{P} \cdot \mathbf{C} = \mathbf{C} \cdot \mathbf{R}$$

Cependant ce changement de variable nous a amené à une autre contrainte qui est bilinéaire. Afin d'avoir de bons résultats nous avons effectué un autre changement de variable :

$$\mathbf{L} = \mathbf{R} \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{K}$$

Cette procédure nous a conduit à la matrice suivante :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{R}^T \cdot \mathbf{C}^T \cdot \mathbf{C} + \mathbf{C}^T \cdot \mathbf{C} \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{A} - \mathbf{C}^T \cdot \mathbf{C} \cdot \mathbf{L} \cdot \mathbf{C} - \mathbf{C}^T \cdot \mathbf{L}^T \cdot \mathbf{C}^T \cdot \mathbf{C} & -\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{R}^T \cdot \mathbf{C}^T + \mathbf{C}^T \cdot \mathbf{C} \cdot \mathbf{L} + \mathbf{C}^T \cdot \mathbf{L}^T \cdot \mathbf{C}^T \\ -\mathbf{C} \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{A} + \mathbf{L}^T \cdot \mathbf{C}^T \cdot \mathbf{C} + \mathbf{C} \cdot \mathbf{L} \cdot \mathbf{C} & -\mathbf{C} \cdot \mathbf{L} - \mathbf{L}^T \cdot \mathbf{C}^T \end{bmatrix}$$

Nous avons posé : $M = C^T \cdot C$

$$\begin{bmatrix} A^T \cdot R^T \cdot M + M \cdot R \cdot A - M \cdot L \cdot C - C^T \cdot L^T \cdot M & -A^T \cdot R^T \cdot C^T + M \cdot L + C^T \cdot L^T \cdot C^T \\ -C \cdot R \cdot A + L^T \cdot M + C \cdot L \cdot C & -C \cdot L - L^T \cdot C^T \end{bmatrix} \leq 0$$

Après avoir déclaré les approches dans l'éditeur LMI, nous avons regroupé leurs résultats dans le tableau suivant :

Table IV-5 Résultats des approches de synthèse du correcteur statique : en mode poursuite

Approches	Gain	Pôles en BF	Pôles en BO
Approche 1	$10^{-20} *$ $\begin{bmatrix} 0.1444 & 0.0037 \\ 0.0722 & -0.0037 \end{bmatrix}$	-0.0077	-0.0077
		-0.1100	-0.1100
		-0.0252	-0.0336
		-0.0336	-0.0252
Approche 2	$10^{-17} *$ $\begin{bmatrix} -0.0103 & 0.4880 \\ -0.0053 & 0.2512 \end{bmatrix}$	-0.1100	-0.0077
		-0.0077	-0.1100
		-0.0252	-0.0336
		-0.0336	-0.0252
Approche 3	$K_p = 10^{-19} *$ $\begin{bmatrix} -0.4767 & -0.0000 \\ -0.2383 & 0.0000 \end{bmatrix}$	-0.1100	-0.0077
		-0.0077	-0.1100
		-0.0000	-0.0336
	$K_i = 10^{-19} *$ $\begin{bmatrix} 0.1571 & 0.0000 \\ 0.0785 & -0.0000 \end{bmatrix}$	-0.0252	-0.0252
		-0.0336	
		-0.0000	
Approche 4	$10^{13} *$ $\begin{bmatrix} 0.9212 & -1.6139 \\ 0.4606 & 1.6139 \end{bmatrix}$	$10^6 *$	-0.0077
		-0.0000 + 0.9423i	-0.1100
		-0.0000 - 0.9423i	-0.0336
		3.2204 + 0.0000i	-0.0252
		-3.2204 + 0.0000i	

B.5 Interprétation des résultats

Les gains obtenus par les trois premières approches sont très petits, ils n'ont aucune influence sur le niveau et la température du deuxième réservoir, et les pôles en boucle fermée sont presque identiques à ceux de la boucle ouverte.

Par contre la quatrième approche présente un gain très fort, ce qui a conduit à la divergence des pôles.

IV.4.2.2 Synthèse du correcteur en chaîne de retour

Dans cette partie, nous avons pris en considération le phénomène de saturation de l'actionneur :

$$Q_{max} = 0.04 \text{ m}^3/\text{sec}$$

Nous allons mettre le gain k dans la chaîne de retour.

- **Calcul du gain du correcteur K et les matrices de précommande M et de compensation N**

En appliquant un ajustement sur les coefficients du gain de réglage de la première approche afin d'éviter le problème de saturation, nous avons obtenu le gain suivant :

$$K = \begin{bmatrix} 0.0276 & 0.0003 \\ 0.0139 & -0.0003 \end{bmatrix}$$

Les résultats de cette approche sont basés sur ce gain.

Nous avons la commande :

$$u = -u_z + M.y_r + N.v \quad (IV-29)$$

Avec :

$$u_z = K.y \quad (IV-30)$$

Remplaçant (IV-30) dans (IV-29), nous obtenons l'expression suivante :

$$u = -K.y + M.y_r + N.v \quad (IV-31)$$

La représentation d'état du système est donnée par :

$$\dot{x} = A.x + B.u + E.v \quad (IV-32)$$

$$\dot{x} = A.x - B.K.y + B.M.y_r + B.N.v + E.v$$

$$\dot{x} = A.x - B.K.C.x + B.M.y_r + B.N.v + E.v$$

$$\dot{x} = (A - B.K.C).x + B.M.y_r + (B.N + E).v$$

$$\dot{x} = A_a.x + B.M.y_r + (B.N + E).v \quad (IV-33)$$

Avec : $A_a = B.K.C$

Au régime permanent : $\dot{x} = 0$, ce qui implique que :

$$A_a.x_p + B.M.y_r + (B.N + E).v = 0$$

$$x_p = -A_a^{-1}.B.M.y_r - A_a^{-1}.(B.N + E).v$$

$$y_p = C.x_p = -C.A_a^{-1}.B.M.y_r - C.A_a^{-1}.(B.N + E).v \quad (IV-34)$$

Pour que y_p converge vers y_r il faut assurer que :

$$-C.A_a^{-1}.B.M = 1$$

Ce qui donne :

$$M = -(C.A_a^{-1}.B)^{-1} \quad (IV-35)$$

Et

$$-C.A_a^{-1}.(B.N + E) = 0$$

$$-C.A_a^{-1}.B.N - C.A_a^{-1}.E = 0$$

Nous déduisons que : $N = -(C.A_a^{-1}.B)^{-1}.C.A_a^{-1}.E$

D'où en fonction de la matrice M , nous obtenons :

$$N = M.C.A_a^{-1}.E \quad (IV-36)$$

Les valeurs des matrices gains de précommande M et de compensation N sont données par :

$$M = \begin{bmatrix} 0.0364 & 0.0016 \\ 0.0183 & -0.0016 \end{bmatrix} \quad N = \begin{bmatrix} 2.1719 & -0.0009 & -0.0004 \\ 1.0859 & 0.0009 & 0.0004 \end{bmatrix}$$

A. Analyse de stabilité

A.1 Schéma bloc des modèles Simulink

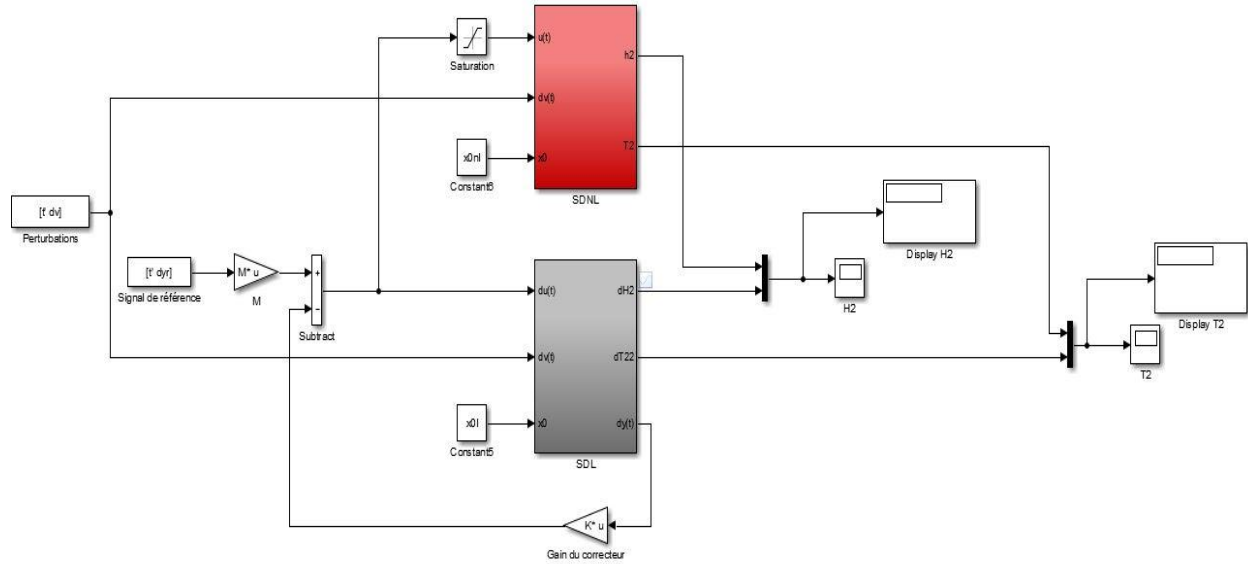


Figure IV-14 Bloc de simulation des modèles linéaire et non linéaire avec correcteur statique dans la chaîne de retour et précommande pour $y_r \neq 0$

A.2 Résultats de simulation

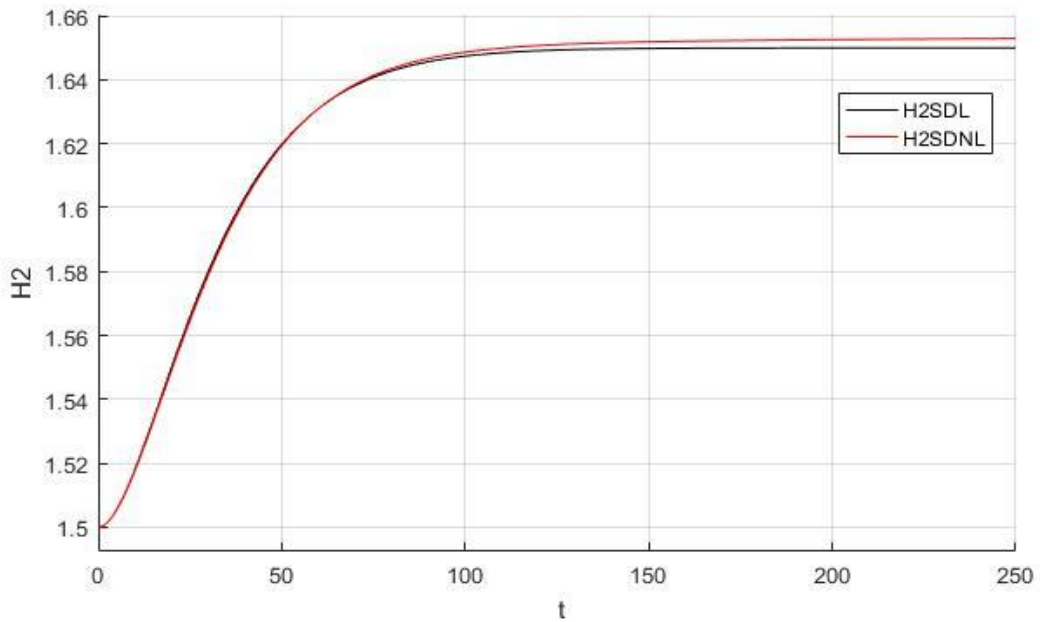


Figure IV-15 Résultats de simulation du niveau H_2 des modèles linéaire et non linéaire avec correcteur statique dans la chaîne de retour et précommande pour $y_r \neq 0$

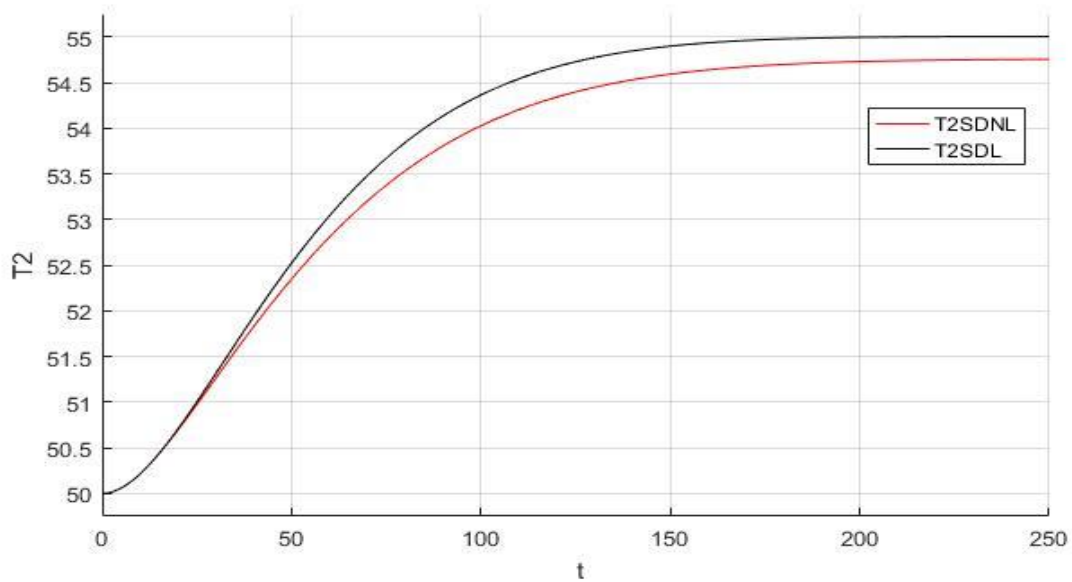


Figure IV-16 Résultats de simulation de température T_2 des modèles linéaire et non linéaire avec correcteur statique dans la chaîne de retour et précommande pour $y_r \neq 0$

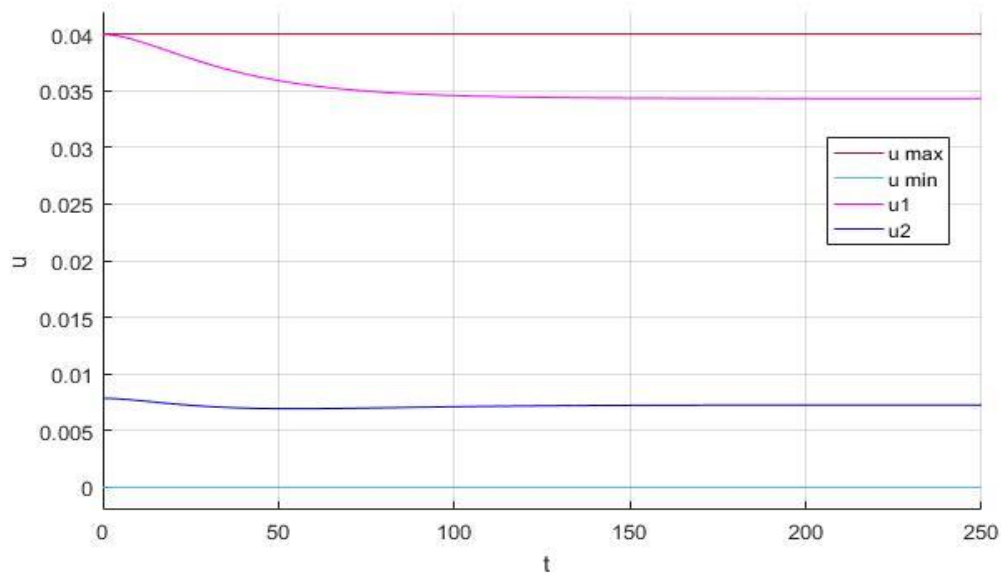


Figure IV-17 Résultats de simulation de la commande u avec correcteur statique dans la chaîne de retour et précommande pour $y_r \neq 0$

A.2 Interprétation des résultats

Cette approche apporte un effet stabilisant sur le système, nous remarquons que les réponses atteignent progressivement les valeurs souhaitées. Nous remarquons aussi que la commande $u(t)$ est entre $0.04 \text{ m}^3/\text{sec}$ et $0 \text{ m}^3/\text{sec}$ ce qui prouve qu'elle peut être implémentée.

Les temps de réponses et les dépassements sont présentés dans le tableau suivant :

Table IV-6 Résultats de l'approche K dans la chaîne de retour pour la synthèse du correcteur statique : en mode poursuite-

Pôles en BF	Pôles en BO	tr (sec)	D (%)
-0.0589 + 0.0072i	-0.0077	tr (H ₂) 52.5	D (H ₂) 0.13
-0.0589 - 0.0072i	-0.1100		
-0.0294 + 0.0132i	-0.0336	tr (T ₂) 82.5	D (T ₂) 0.4
-0.0294 - 0.0132i	-0.0252		

B. Analyse des perturbations

B.1 Effet du gain du correcteur K

Nous appliquons les perturbations dv_1, dv_2 et dv_3 sur le système, sans intervention du compensateur N, avec un temps de simulation de **5000 sec**, nous obtenons les résultats de simulation suivants :

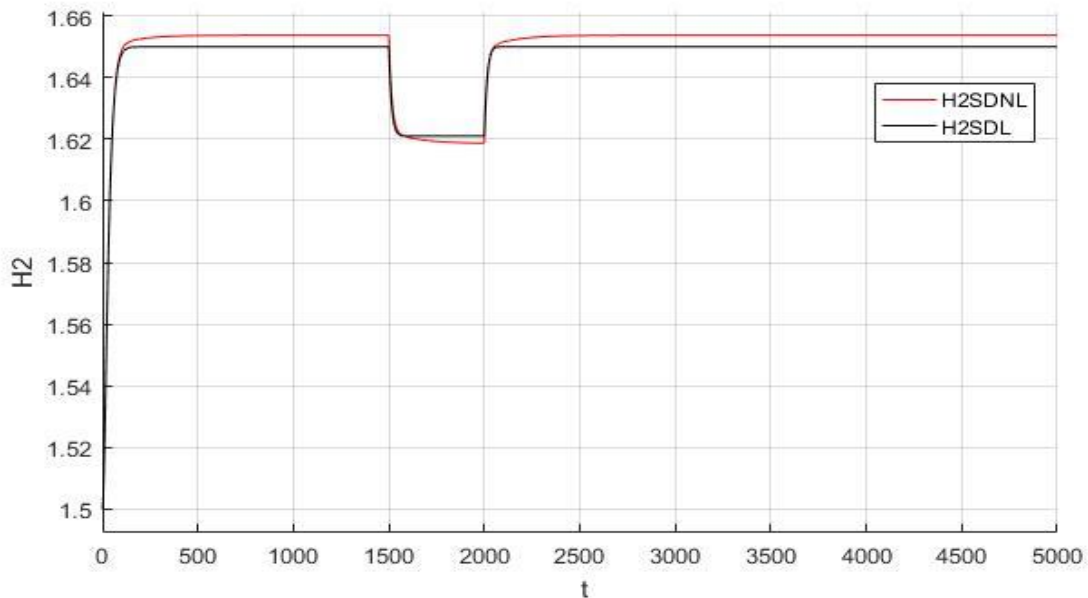


Figure IV-18 Résultats de simulation du niveau H₂ des modèles linéaire et non linéaire avec correcteur statique dans la chaîne de retour et précommande pour $y_r \neq 0$ avec perturbations

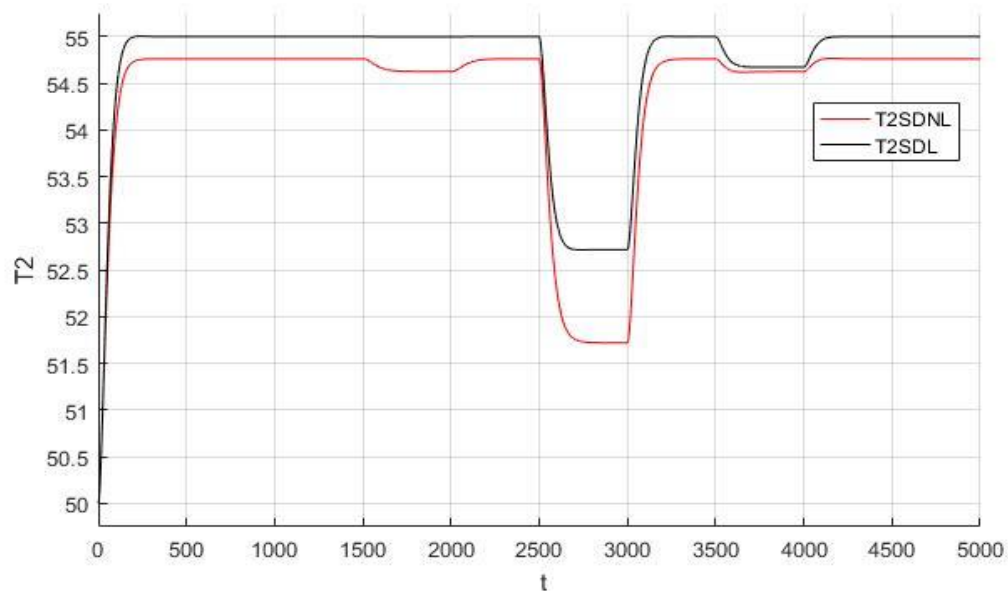


Figure IV-19 Résultats de simulation de température T_2 des modèles linéaire et non linéaire avec correcteur statique dans la chaîne de retour et précommande pour $y_r \neq 0$ avec perturbations

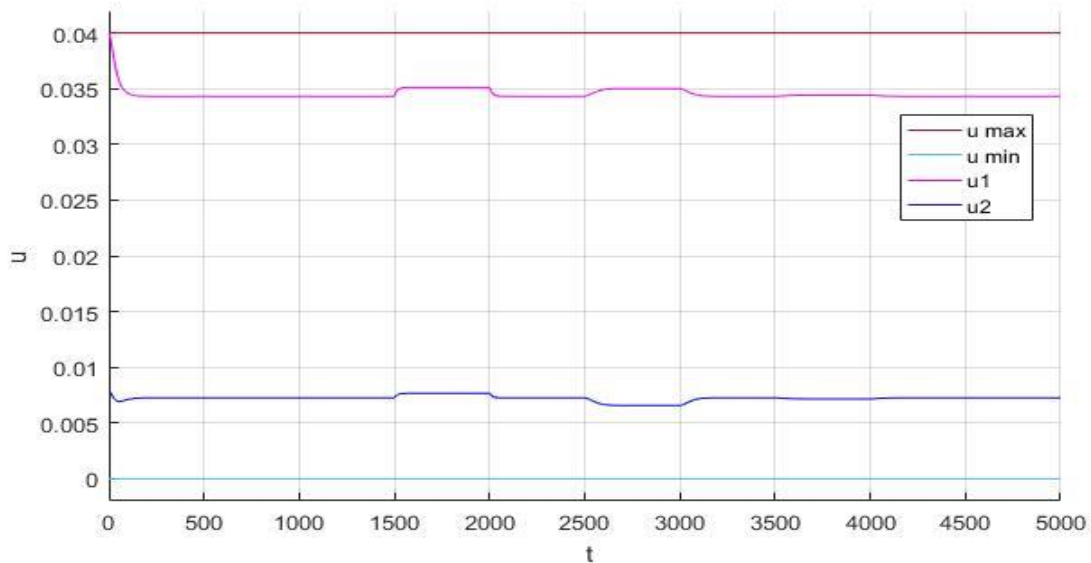


Figure IV-20 Résultats de simulation de la commande u avec correcteur statique dans la chaîne de retour et précommande pour $y_r \neq 0$ avec perturbations

B.1.1 Interprétations des résultats

L'effet du gain sur les perturbations dans cette partie est faible, donc le système reste toujours soumis à des perturbations importantes.

Table IV-7 Effets des perturbations sur les systèmes linéaire et non linéaire avec correcteur statique dans la chaîne de retour et précommande M en mode poursuite

		Effets des perturbations (%)	
		Système non-linéaire	Système linéaire
H_2 (m)	dv_1	20.66	19.33
T_2 (°C)	dv_1	7.4	0
	dv_2	65.6	45.6
	dv_3	7.5	6.5

B.2 Effet des gains du correcteur K et du compensateur N

Dans cette étape, nous appliquons les perturbations avec intervention du compensateur N, nous obtenons les résultats suivants :

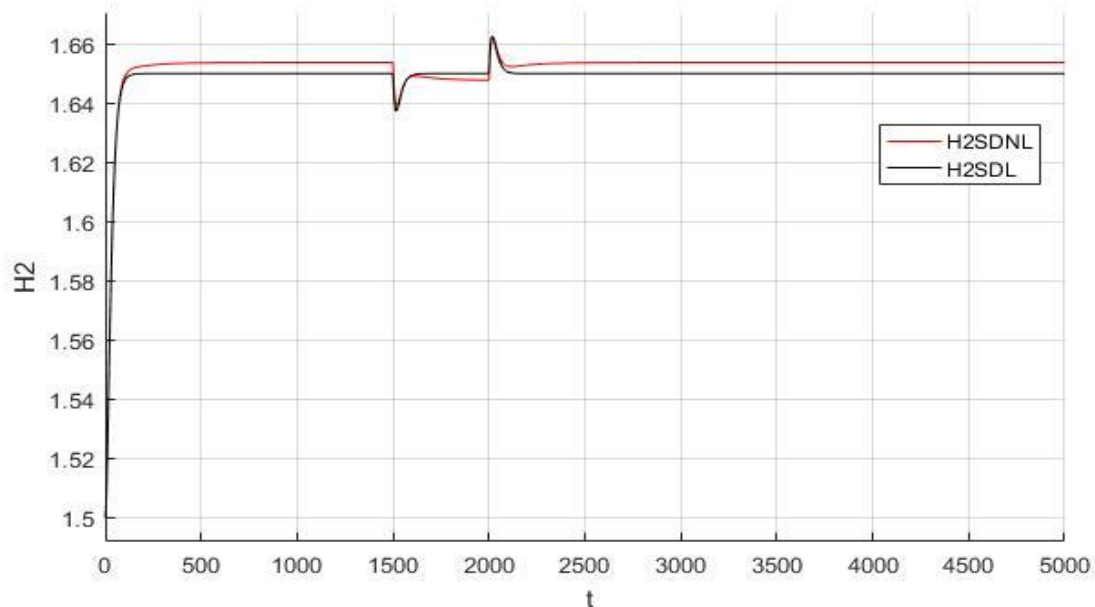


Figure IV-21 Résultats de simulation du niveau H_2 des modèles linéaire et non linéaire avec correcteur statique dans la chaîne de retour, et précommande et compensateur pour $y_r \neq 0$

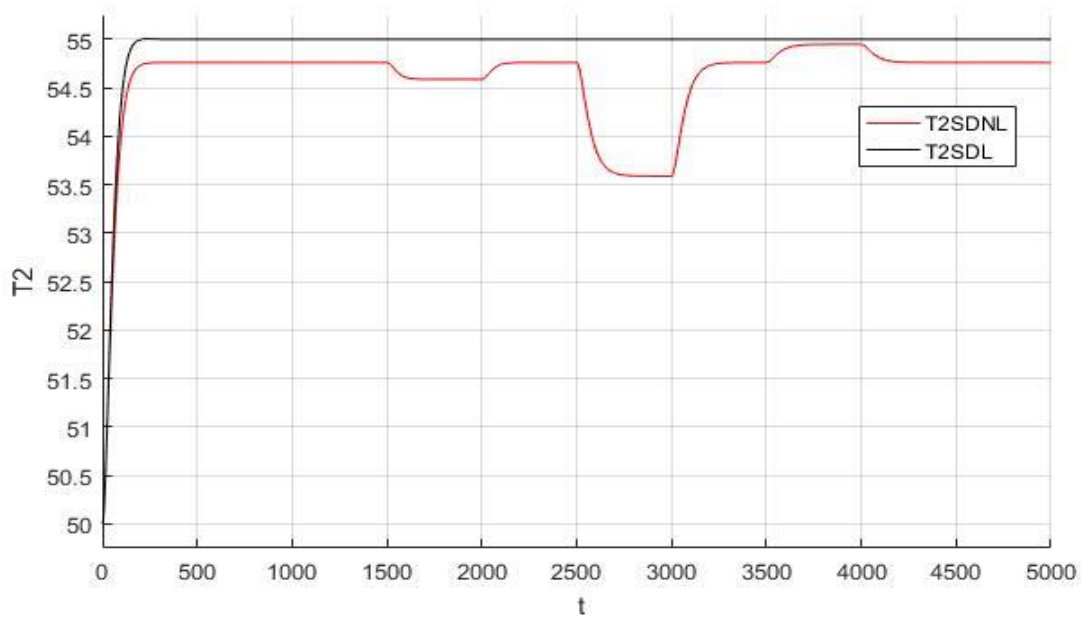


Figure IV-22 Résultats de simulation de température T_2 des modèles linéaire et non linéaire avec correcteur statique dans la chaîne de retour, et précommande et compensateur pour $y_r \neq 0$

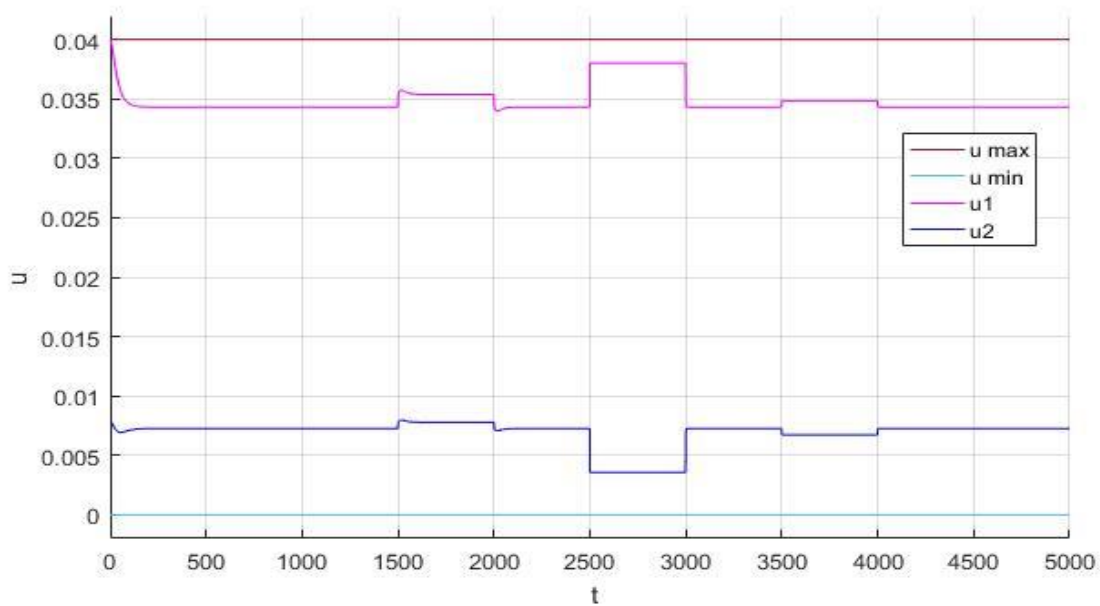


Figure IV-23 Résultats de simulation de la commande u avec correcteur statique dans la chaîne de retour, et précommande et compensateur pour $y_r \neq 0$

B.2.1 Interprétation des résultats

La matrice gain du compensateur \mathbf{N} a réussi à compenser l'effet des perturbations sur le système d'une manière très efficace au niveau de la température T_2 , néanmoins, dans le niveau H_2 reste un certain pourcentage.

Table IV-8 Effets des perturbations sur les systèmes linéaire et non linéaire avec correcteur statique dans la chaine de retour et compensateur : en mode poursuite

		Effets des perturbations (%)	
		Système non-linéaire	Système linéaire
H_2 (m)	dv_1	7.13	8.4
T_2 (°C)	dv_1	8	0
	dv_2	28	0
	dv_3	1	0

- **Conclusion 2** (Mode poursuite statique) : Après avoir testé plusieurs approches, aucune d'eux nous a donné les performances désirées, ce qui nous a amené à mettre le correcteur dans la chaine de retour afin de gérer le problème de la commande en poursuite en deux étapes de synthèse.

IV.5 Application de la commande par retour de sortie dynamique

L'idée de la commande par retour de sortie dynamique consiste toujours à piloter le système à travers un correcteur, donné par l'expression suivante :

$$\begin{cases} \dot{z} = A_k \cdot z + B_k \cdot e \\ u_z = C_k \cdot z + D_k \cdot e \end{cases} \quad (IV-37)$$

Pour générer le signal de commande.

IV.5.1 Mode régulation ($y_r = 0$)

IV.5.1.1 Synthèse du correcteur par changement de variable

A. Développement mathématique

La représentation d'état du système est donnée par la relation (IV-1), et celle du correcteur est exprimée par la relation (IV-37),

Tel que :
$$e = -y = -c \cdot x$$

Remplaçons l'expression de la commande dans \dot{x} :

$$\begin{aligned}\dot{x} &= A \cdot x + B \cdot C_K \cdot z - B \cdot D_K \cdot C \cdot x \\ \dot{x} &= (A - B \cdot D_K \cdot C) \cdot x + B \cdot C_K \cdot z\end{aligned}\tag{IV-38}$$

Et :

$$\dot{z} = -B_K \cdot C \cdot x + A_K \cdot z\tag{IV-39}$$

Ce qui permet d'écrire :

$$\dot{x}_a = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - B \cdot D_K \cdot C & B \cdot C_K \\ -B_K \cdot C & A_K \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix}\tag{IV-40}$$

Avec la notation :

$$\dot{x}_a = \mathbb{A} \cdot x_a\tag{IV-41}$$

Nous développons la matrice \mathbb{A} de sorte que nous pouvons faire apparaitre la matrice du correcteur K_a , relation (IV-42), sous la forme suivante :

$$\mathbb{A} = A_a - B_a \cdot K_a \cdot C_a\tag{IV-43}$$

Tel que:

$$A_a = \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_a = \begin{bmatrix} B & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}$$

$$C_a = \begin{bmatrix} C & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}$$

Sachant que I est la matrice identité,

et avec :

$$K_a = \begin{bmatrix} D_K & -C_K \\ B_K & -A_K \end{bmatrix}\tag{IV-44}$$

B. Approche 1 \implies Le premier changement de variable : $Y = P \cdot B_a \cdot K_a$

Il faut assurer ces deux contraintes pour que le système bouclé soit stable :

$$\begin{cases} P > 0 \\ A^T \cdot P + P \cdot A < 0 \end{cases}$$

Après développement nous trouvons:

$$\begin{cases} P > 0 \\ A_a^T \cdot P - C_a^T \cdot K_a^T \cdot B_a^T \cdot P + P \cdot A_a - P \cdot B_a \cdot K_a \cdot C_a < 0 \end{cases}$$

Nous allons effectuer le changement de variable $Y = P \cdot B_a \cdot K_a$:

$$\begin{cases} P > 0 \\ P \cdot A_a + A_a^T \cdot P - Y \cdot C_a - C_a^T \cdot P < 0 \end{cases}$$

Cette approche nous a donné le gain suivant :

$$K_a = \begin{bmatrix} 0.0446 & 0.0011 & 0 & 0 \\ 0.0223 & -0.0011 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5000 \end{bmatrix}$$

Ce qui donne:

$$A_K = \begin{bmatrix} -0.5000 & 0 \\ 0 & -0.5000 \end{bmatrix}$$

$$B_K = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C_K = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D_K = \begin{bmatrix} 0.0446 & 0.0011 \\ 0.0223 & -0.0011 \end{bmatrix}$$

B.1 Analyse de la stabilité

B.1.1 Schéma bloc des modèles Simulink

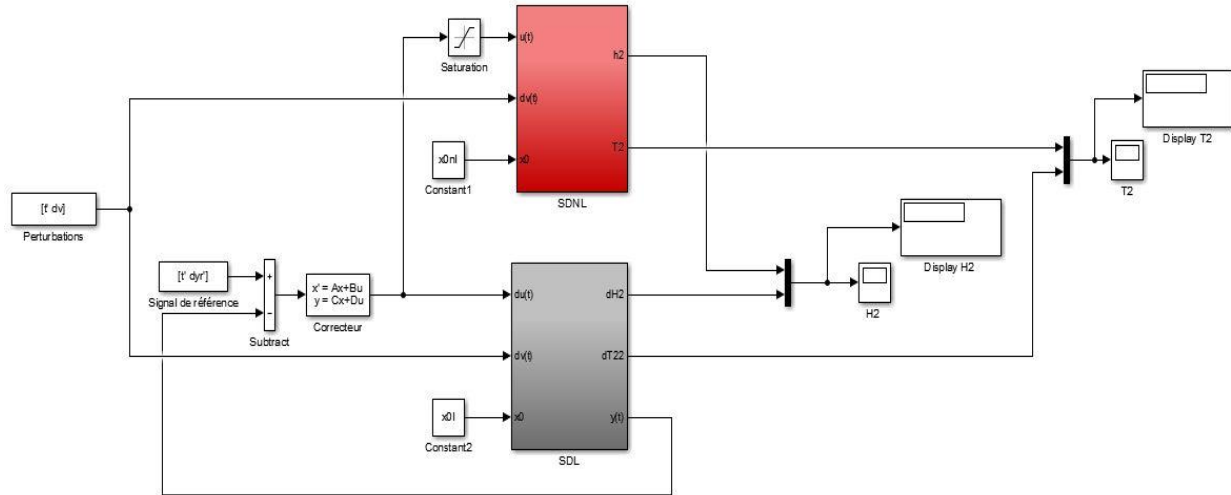


Figure IV-24 Bloc de simulation des modèles linéaire et non linéaire avec correcteur dynamique pour $y_r = 0$

B.1.2 Résultats de simulation

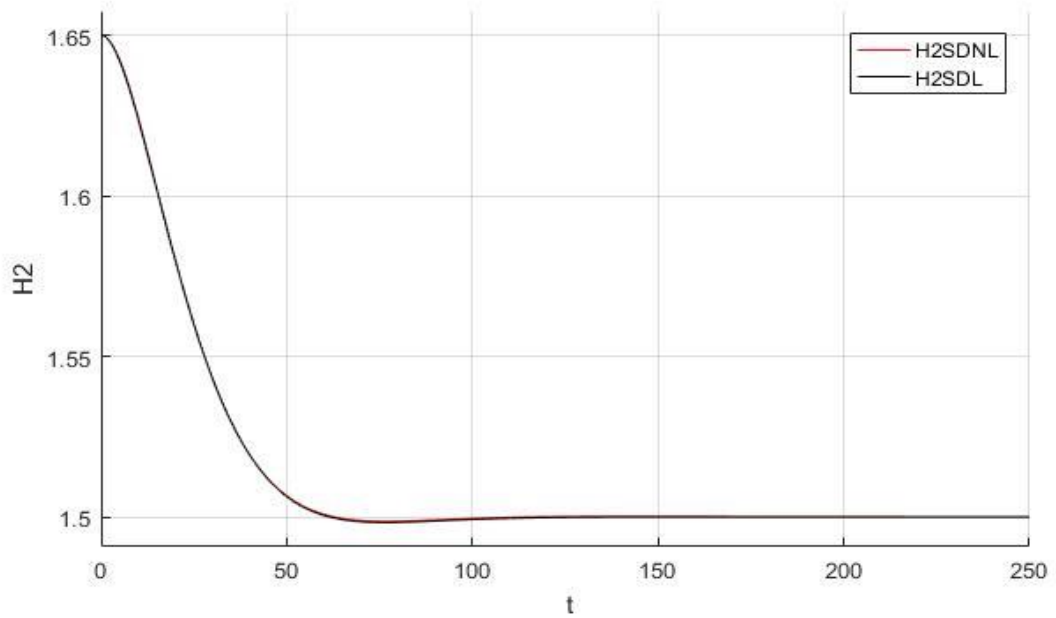


Figure IV-25 Résultats de simulation du niveau H_2 des modèles linéaire et non linéaire avec correcteur dynamique pour $y_r = 0$

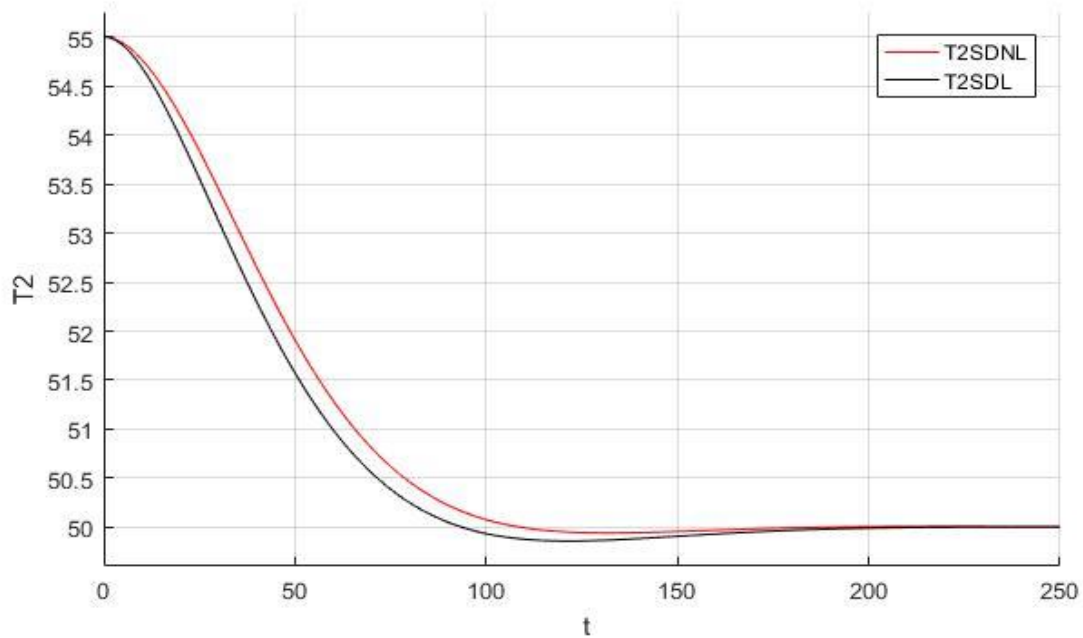


Figure IV-26 Résultats de simulation de température T_2 des modèles linéaire et non linéaire avec correcteur dynamique pour $y_r = 0$

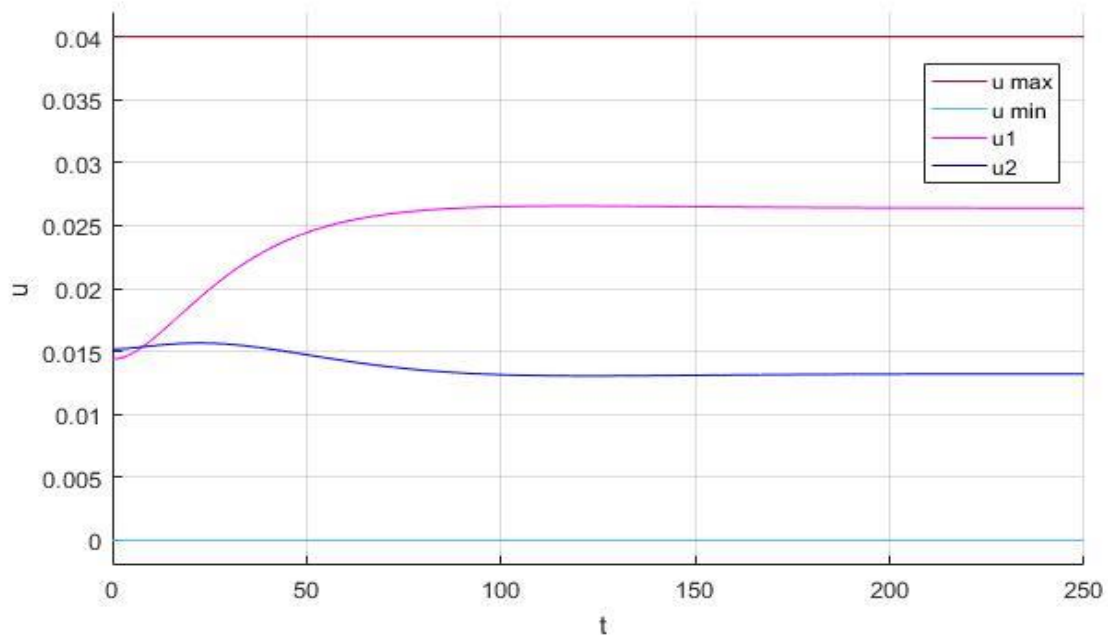


Figure IV-27 Résultats de simulation de la commande u avec correcteur dynamique pour $y_r = 0$

B.1.3 Interprétations des résultats

La convergence des réponses vers le point de fonctionnement montre la stabilité du système. Le temps de réponse est court par rapport au niveau, et n'est pas assez long pour la température.

Table IV-9 Résultats de l'approche $Y = P. B_a. K_a$ avec correcteur dynamique : en mode régulation

Pôle en BF	Pôle en BO	tr (sec)	D (%)
-0.0589 + 0.0410i	-0.0077	tr (H ₂) 50	D (H ₂) 1.3
-0.0589 - 0.0410i	-0.1100		
-0.0294 + 0.0258i	-0.0336		
-0.0294 - 0.0258i	-0.0252	tr (T ₂) 80	D (T ₂) 2.76
-0.5000 + 0.0000i			
-0.5000 + 0.0000i			

B.2 Analyse des perturbations

B.2.1 Effet du correcteur dynamique

Dans cette partie, nous appliquons les perturbations dv_1, dv_2 et dv_3 , sur notre système, avec $T_{max} = 5000$ sec, nous obtenons les résultats suivants :

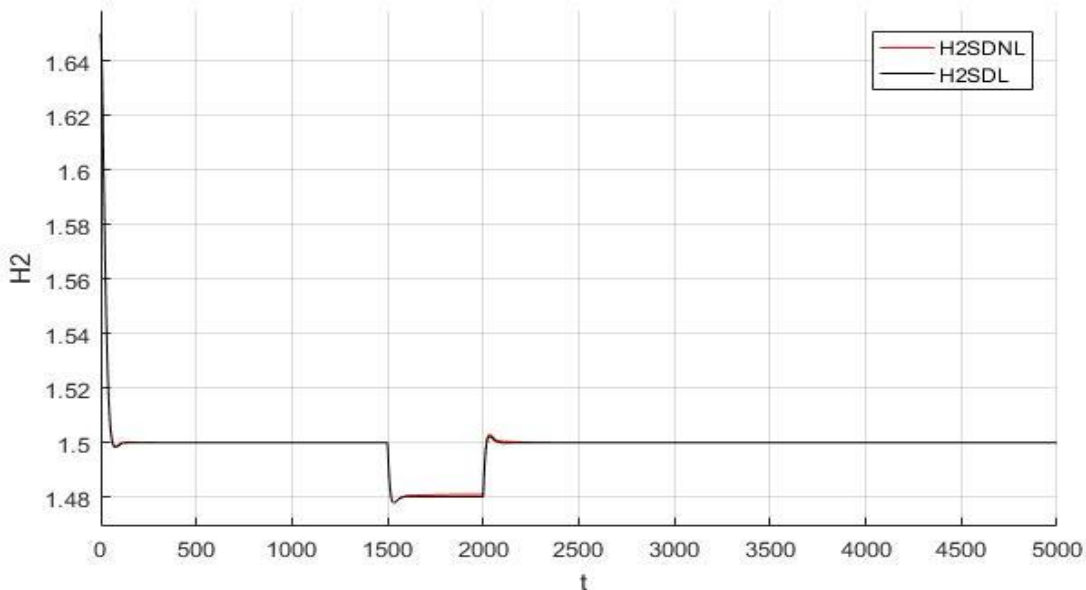


Figure IV-28 Résultats de simulation du niveau H₂ des modèles linéaire et non linéaire avec correcteur dynamique pour $y_r=0$ et avec perturbations

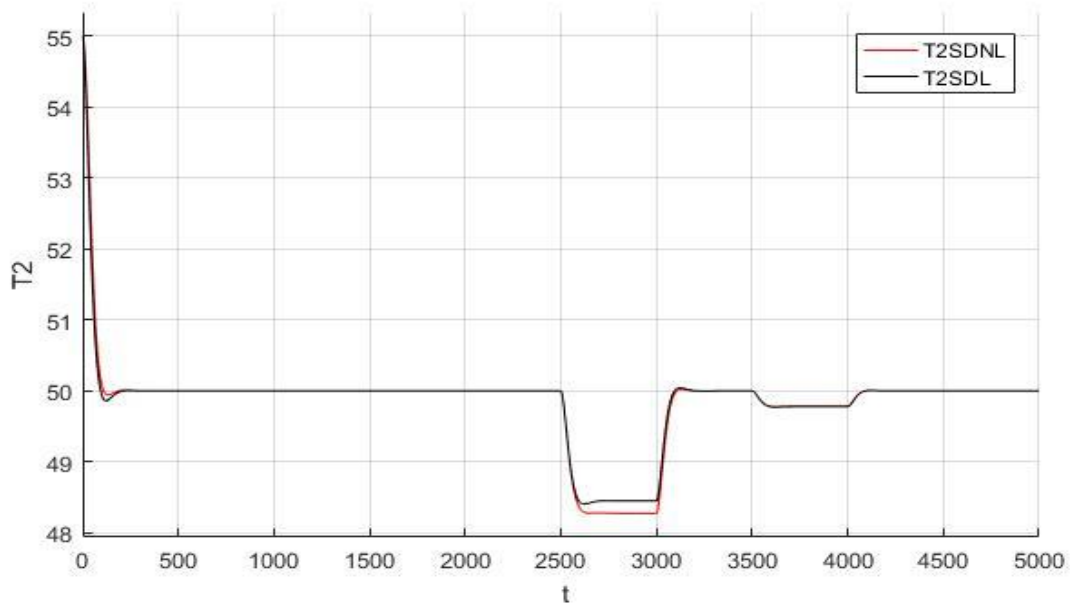


Figure IV-29 Résultats de simulation de température T_2 des modèles linéaire et non linéaire avec correcteur dynamique pour $y_r=0$ et avec perturbations

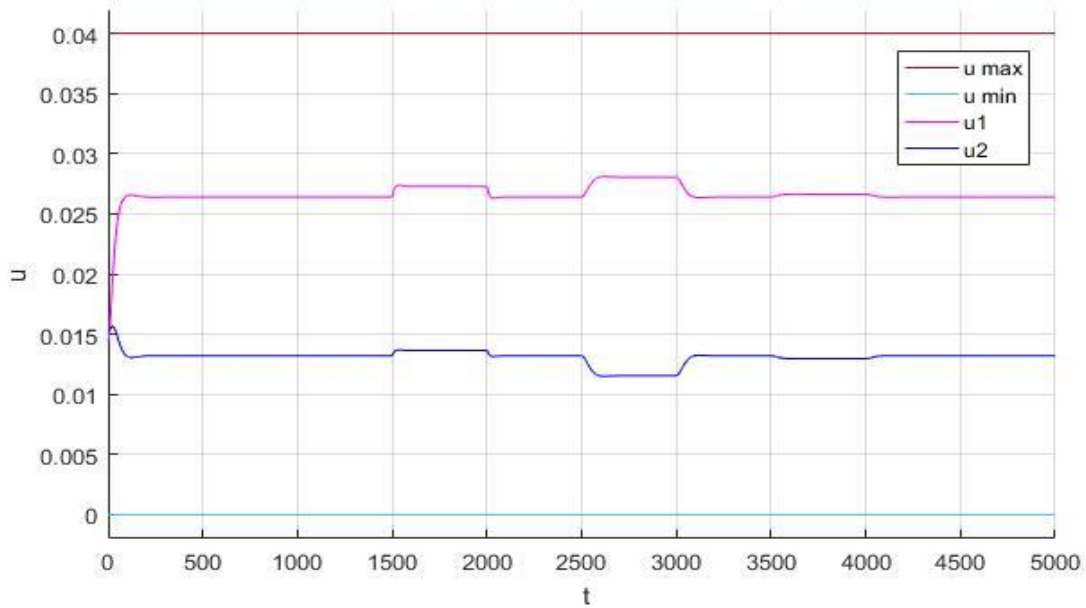


Figure IV-30 Résultats de simulation de la commande u avec correcteur dynamique pour $y_r=0$ et avec perturbations

B.2.1.1 Interprétation des résultats

L'effet des perturbations sur le système est toujours présent malgré l'application du correcteur dynamique, mais avec un pourcentage plus ou moins réduit.

Table IV-10 Effets des perturbations sur les systèmes linéaire et non linéaire avec correcteur dynamique : en mode régulation

		Effets des perturbations (%)	
		Système non-linéaire	Système linéaire
H₂ (m)	dv₁	12.66	13.2
T₂ (°C)	dv₂	34.4	31
	dv₃	4.3	4.4

B.2.2 Effet du correcteur dynamique K_a avec compensateur N

B.2.2.1 Développement mathématique :

Le système est donné par l'expression (IV-32), et le correcteur par l'expression suivante :

$$\begin{cases} \dot{z} = A_k \cdot z + B_k \cdot y \\ u_z = C_k \cdot z + D_k \cdot y \end{cases} \quad (IV-45)$$

La commande est :

$$u = -u_z + N \cdot v \quad (IV-46)$$

Ce qui implique que :

$$u = -C_K \cdot z - D_K \cdot C \cdot x + N \cdot v \quad (IV-47)$$

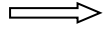
Remplaçant (IV-46) dans \dot{x} :

$$\dot{x} = A \cdot x - B \cdot C_K \cdot z - B \cdot D_K \cdot C \cdot x + B \cdot N \cdot v + E v$$

$$\dot{x} = (A - B \cdot D_K \cdot C) \cdot x - B \cdot C_K \cdot z + (B \cdot N + E) \cdot v \quad (IV-48)$$

Au régime permanent nous avons:

$$\begin{cases} \dot{z} = 0 \\ \dot{x} = 0 \end{cases}$$



$$\begin{cases} A_K \cdot z_p + B_K \cdot C \cdot x_p = 0 \\ (A - B \cdot D_K \cdot C) \cdot x_p - B \cdot C_K \cdot z_p + (B \cdot N + E) \cdot v = 0 \end{cases} \quad (IV-49)$$

Nous tirons z_p de la première équation, puis nous mettons son expression dans la deuxième équation :

$$\begin{cases} z_p = -A_K^{-1} B_K \cdot C \cdot x_p = -F \cdot x_p \\ (A - B \cdot D_K \cdot C) \cdot x_p + B \cdot C_K \cdot F \cdot x_p + (B \cdot N + E) \cdot v = 0 \end{cases} \quad (IV-50)$$

Tel que :

$$F = A_K^{-1} B_K \cdot C$$

Nous posons :

$$A_a = A - B \cdot D_K \cdot C$$

et

$$\mathbb{A} = A_a + B \cdot C_K \cdot F$$

Nous tirons x_p :

$$x_p = -\mathbb{A}^{-1} \cdot B \cdot N - \mathbb{A}^{-1} \cdot E$$

$$y_p = C \cdot x_p = -C \cdot \mathbb{A}^{-1} \cdot B \cdot N - C \cdot \mathbb{A}^{-1} \cdot E \quad (IV-51)$$

Ce qui permet d'obtenir :

$$N = -(C \cdot \mathbb{A}^{-1} \cdot B)^{-1} \cdot C \cdot \mathbb{A}^{-1} \cdot E \quad (IV-52)$$

Don't la Valeur est:

$$N = \begin{bmatrix} 2.1719 & -0.0009 & -0.0004 \\ 1.0859 & 0.0009 & 0.0004 \end{bmatrix}$$

B.2.2.2 Schéma bloc des modèles Simulink

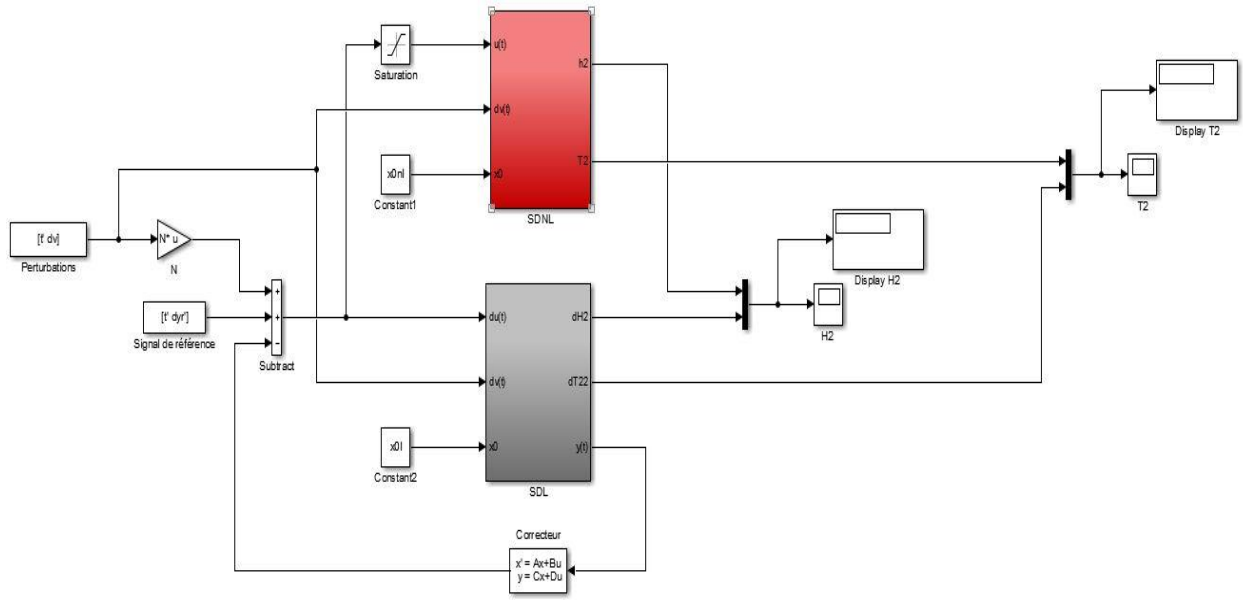


Figure IV-31 Bloc de simulation des modèles linéaire et non linéaire avec correcteur dynamique et compensateur pour $y_r = 0$ avec perturbations

B.2.2.3 Résultats de simulation

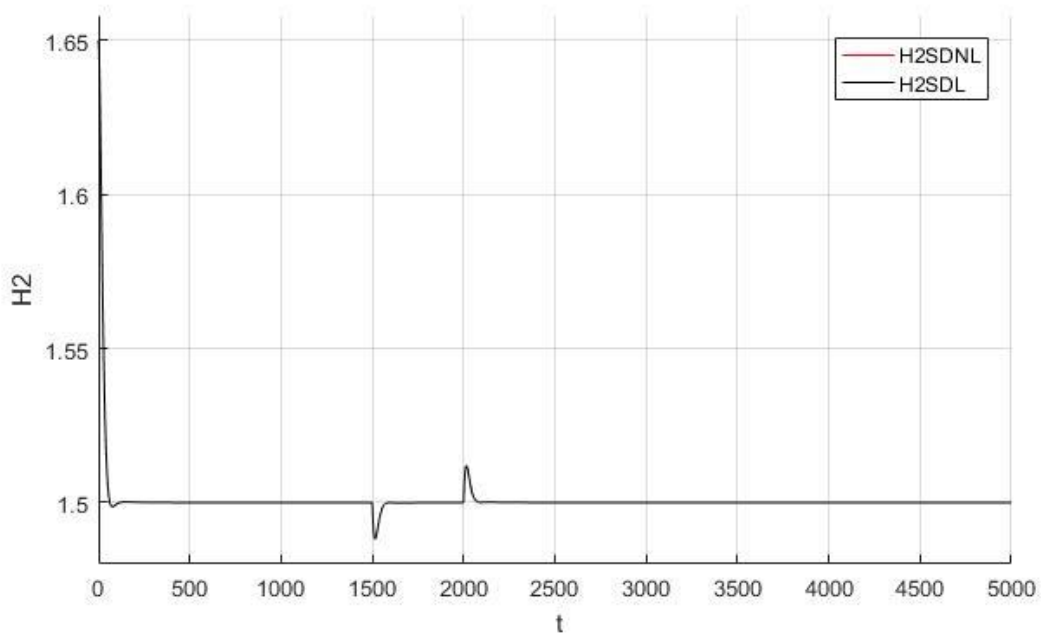


Figure IV-32 Résultats de simulation du niveau H_2 des modèles linéaire et non linéaire avec correcteur dynamique et compensateur pour $y_r = 0$ avec perturbations

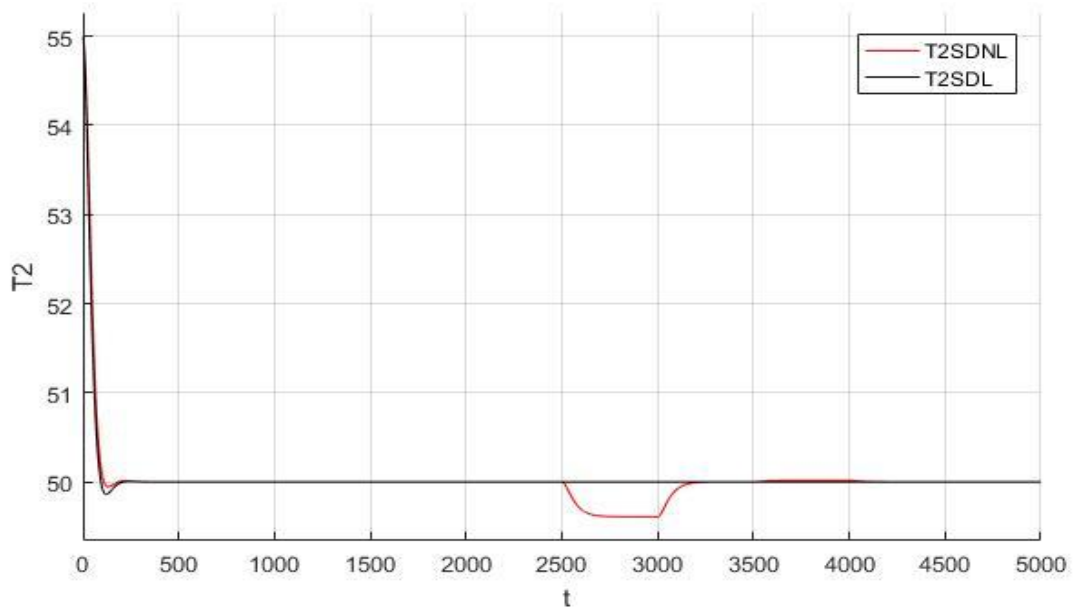


Figure IV-33 Résultats de simulation de température T_2 des modèles linéaire et non linéaire avec correcteur dynamique et compensateur pour $y_r = 0$ avec perturbations

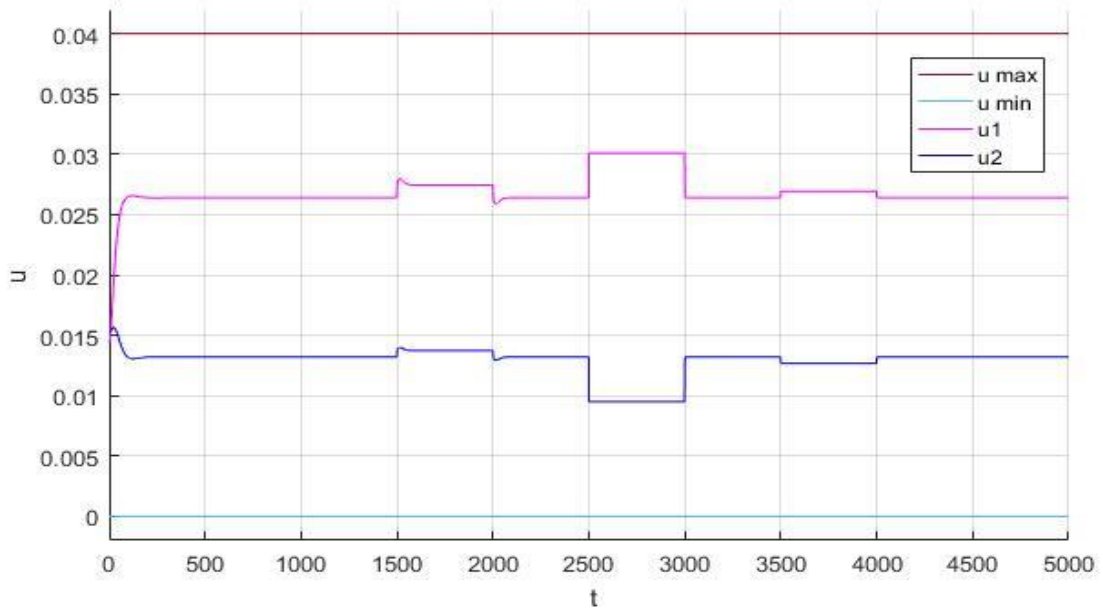


Figure IV-34 Résultats de simulation de la commande u avec correcteur dynamique et compensateur pour $y_r = 0$ avec perturbations

B.2.2.4 Interprétation des résultats

Après simulation et calcul des pourcentages des effets de perturbations, nous constatons que les résultats sont bien améliorés, donc le gain du compensateur **N** a un effet de compensation efficace sur ces perturbations.

Table IV-11 Effets des perturbations sur les systèmes linéaire et non linéaire avec correcteur dynamique et compensateur : en mode régulation

		Effets des perturbations (%)	
		Système non-linéaire	Système linéaire
H₂ (m)	dv₁	7.87	7.83
T₂ (°C)	dv₂	8	0
	dv₃	0	0

C. Autres approches de la synthèse du correcteur

C.1 Approche 2 \implies Le deuxième changement de variable $C_a \cdot Q = X \cdot C_a$

Comme nous avons l’habitude de faire, nous tirons d’abord les contraintes, puis nous effectuons le changement de variable.

Nous avons obtenu dans le développement mathématique les deux contraintes suivantes :

$$\begin{cases} P > 0 \\ A_a^T \cdot P - C_a^T \cdot K_a^T \cdot B_a^T \cdot P + P \cdot A - P \cdot B_a \cdot K_a \cdot C_a < 0 \end{cases}$$

Nous allons multiplier la deuxième contrainte par P^{-1} des deux côtés :

Sachant que : $P^{-1} = Q$

Nous obtenons :

$$A_a \cdot Q + Q \cdot A_a^T - B_a \cdot K_a \cdot C_a \cdot Q - Q \cdot C_a^T \cdot K_a^T \cdot B_a^T < 0$$

Après changement de variable : $C_a \cdot Q = X \cdot C_a$

$$A_a \cdot Q + Q \cdot A_a^T - B_a \cdot K_a \cdot X \cdot C_a - C_a^T \cdot X^T \cdot K_a^T \cdot B_a^T < 0$$

Nous posons: $Y = K_a \cdot X$

$$A_a \cdot Q + Q \cdot A_a^T - B_a \cdot Y \cdot C_a - C_a^T \cdot Y^T \cdot B_a^T < 0$$

C.2 Approche 3 \implies Le troisième changement de variable $P \cdot B_a = B_a \cdot X$

Travaillant sur la contrainte suivante:

$$\begin{cases} P > 0 \\ A_a^T \cdot P - C_a^T \cdot K_a^T \cdot B_a^T P + P \cdot A_a - P \cdot B_a \cdot K_a \cdot C_a < 0 \end{cases}$$

Effectuant le changement de variable motionné ci-dessus :

Cela revient à trouver:

$$\begin{cases} P > 0 \\ A_a^T \cdot P - C_a^T \cdot K_a^T \cdot X^T \cdot B_a^T + P \cdot A_a - B_a \cdot X \cdot K_a \cdot C_a < 0 \end{cases}$$

Nous posons : $Y = X \cdot K_a$

$$\begin{cases} P > 0 \\ P \cdot A_a + A_a^T \cdot P - B_a \cdot Y \cdot C_a - C_a^T \cdot Y^T \cdot B_a^T < 0 \end{cases}$$

Les résultats de ces deux dernières approches sont montrés dans le tableau suivant :

Table IV-12 **Résultats des deux dernières approches de synthèse du correcteur dynamique : en mode régulation**

Approches	Correcteur K_a	Pôles en BF	Pôles en	tr (sec)	D (%)
-----------	------------------	-------------	----------	----------	-------

			BO		
Approche 2	$\begin{bmatrix} 0.0342 & 0.0012 & 0 & 0 \\ 0.0165 & -0.0012 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0.2582 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.2582 \end{bmatrix}$	-0.0588 + 0.0254i	-0.0077	tr (H₂)	D (H₂)
		-0.0588 - 0.0254i	-0.1100	65.5	0
		-0.0294 + 0.0275i	-0.0336	tr (T₂)	D (T₂)
		-0.0294 - 0.0275i	-0.0252	75	3.2
		-0.2582 + 0.0000i			
		-0.2582 + 0.0000i			
Approche 3	$\begin{bmatrix} 0.0431 & 0.0016 & 0 & 0 \\ 0.0220 & -0.0018 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0.2500 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.2500 \end{bmatrix}$	-0.0588 + 0.0396i	-0.0077	tr (H₂)	D (H₂)
		-0.0588 - 0.0396i	-0.1100	60	0
		-0.0294 + 0.0330i	-0.0336	tr (T₂)	D (T₂)
		-0.0294 - 0.0330i	-0.0252	65	6
		-0.2500 + 0.0000i			
		-0.2500 + 0.0000i			

C.3 Interprétation des résultats

En termes de rapidité et précision, les résultats de ces deux approches sont satisfaisants. De même pour la stabilité.

- Conclusion 3** (Mode régulation dynamique) : Les trois approches appliquées dans ce cas sont valables :
 - Au sens de la performance stabilité : les valeurs propres en boucle fermée sont à parties réelles négatives et différentes de celles de la boucle ouverte.
 - Au sens de la performance rapidité : la réponse est rapide pour la température et le niveau.
 - Au sens de la performance précision : l'écart statique est nul.

IV.5.2 Mode poursuite ($y_r \neq 0$)

Dans cette partie, le correcteur est placé dans la chaîne de retour, et la valeur de son gain \mathbf{K}_a était obtenue dans la partie en mode régulation, avec l'ajout des matrices gains de précommande \mathbf{M} et compensation \mathbf{N} .

IV.5.2.1 Calculs des matrices gains de précommande \mathbf{M} et de compensations \mathbf{N}

Le système est donné par l'équation (IV-32), et le correcteur est exprimé par (IV-44), avec

(IV-31) qui exprime l'expression de la commande :

$$\mathbf{u} = -\mathbf{C}_K \cdot \mathbf{z} - \mathbf{D}_K \cdot \mathbf{C} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{M} \cdot \mathbf{y}_r + \mathbf{N} \cdot \mathbf{v}$$

Remplaçant l'expression de la commande dans $\dot{\mathbf{x}}$:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} - \mathbf{B} \cdot \mathbf{C}_K \cdot \mathbf{z} - \mathbf{B} \cdot \mathbf{D}_K \cdot \mathbf{C} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{B} \cdot \mathbf{M} \cdot \mathbf{y}_r + \mathbf{B} \cdot \mathbf{N} \cdot \mathbf{v} + \mathbf{E} \mathbf{v}$$

$$\dot{\mathbf{x}} = (\mathbf{A} - \mathbf{B} \cdot \mathbf{D}_K \cdot \mathbf{C}) \cdot \mathbf{x} - \mathbf{B} \cdot \mathbf{C}_K \cdot \mathbf{z} + \mathbf{B} \cdot \mathbf{M} \cdot \mathbf{y}_r + (\mathbf{B} \cdot \mathbf{N} + \mathbf{E}) \cdot \mathbf{v}$$

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}_a \cdot \mathbf{x} - \mathbf{B} \cdot \mathbf{C}_K \cdot \mathbf{z} + \mathbf{B} \cdot \mathbf{M} \cdot \mathbf{y}_r + \mathbb{E} \cdot \mathbf{v} \quad (\text{IV-53})$$

Tel que:

$$\mathbf{A}_a = \mathbf{A} - \mathbf{B} \cdot \mathbf{D}_K \cdot \mathbf{C}$$

$$\mathbb{E} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{N} + \mathbf{E}$$

Au régime permanent:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{z}} = \mathbf{0} \\ \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{0} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \mathbf{A}_K \cdot \mathbf{z}_p + \mathbf{B}_K \cdot \mathbf{C} \cdot \mathbf{x}_p = \mathbf{0} \\ \mathbf{A}_a \cdot \mathbf{x}_p - \mathbf{B} \cdot \mathbf{C}_K \cdot \mathbf{z}_p + \mathbf{B} \cdot \mathbf{M} \cdot \mathbf{y}_r + \mathbb{E} \cdot \mathbf{v} = \mathbf{0} \end{cases} \quad (\text{IV-54})$$

Nous tirons \mathbf{z}_p pour déterminer l'expression de \mathbf{x}_p :

$$\begin{cases} \mathbf{z}_p = -\mathbf{A}_K^{-1} \mathbf{B}_K \cdot \mathbf{C} \cdot \mathbf{x}_p = -\mathbf{F} \cdot \mathbf{x}_p \\ (\mathbf{A}_a + \mathbf{B} \cdot \mathbf{C}_K \cdot \mathbf{F}) \cdot \mathbf{x}_p + \mathbf{B} \cdot \mathbf{M} \cdot \mathbf{y}_r + \mathbb{E} \cdot \mathbf{v} = \mathbf{0} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \mathbf{z}_p = -\mathbf{A}_K^{-1} \mathbf{B}_K \cdot \mathbf{C} \cdot \mathbf{x}_p = -\mathbf{F} \cdot \mathbf{x}_p \\ \mathbb{A} \cdot \mathbf{x}_p + \mathbf{B} \cdot \mathbf{M} \cdot \mathbf{y}_r + \mathbb{E} \cdot \mathbf{v} = \mathbf{0} \end{cases} \quad (\text{IV-55})$$

Tel que:

$$F = A_K^{-1} B_K \cdot C$$

$$\mathbb{A} = A_a + B \cdot C_K \cdot F$$

Nous obtenons:

$$x_p = -\mathbb{A}^{-1} \cdot B \cdot M \cdot y_r - \mathbb{A}^{-1} \cdot E \cdot v$$

$$y_p = C \cdot x_p = -C \cdot \mathbb{A}^{-1} \cdot B \cdot M \cdot y_r - C \cdot \mathbb{A}^{-1} \cdot E \cdot v \quad (IV-56)$$

Pour que y_p converge vers y_r , il faut assurer ces deux conditions :

$$\begin{cases} -C \cdot \mathbb{A}^{-1} \cdot B \cdot M = \mathbf{1} \\ -C \cdot \mathbb{A}^{-1} \cdot E = \mathbf{0} \end{cases}$$

Ce qui permet d'obtenir :

$$\begin{cases} M = -(C \cdot \mathbb{A}^{-1} \cdot B)^{-1} \\ N = M \cdot C \cdot \mathbb{A}^{-1} \cdot E \end{cases} \quad (IV-57)$$

Les valeurs des matrices gains de précommande M et de compensation N sont données par :

$$M = \begin{bmatrix} 0.0534 & 0.0024 \\ 0.0267 & -0.0024 \end{bmatrix}$$

$$N = \begin{bmatrix} 2.1719 & -0.0009 & -0.0004 \\ 1.0859 & 0.0009 & 0.0004 \end{bmatrix}$$

IV.5.2.2 Schéma bloc des modèles Simulink

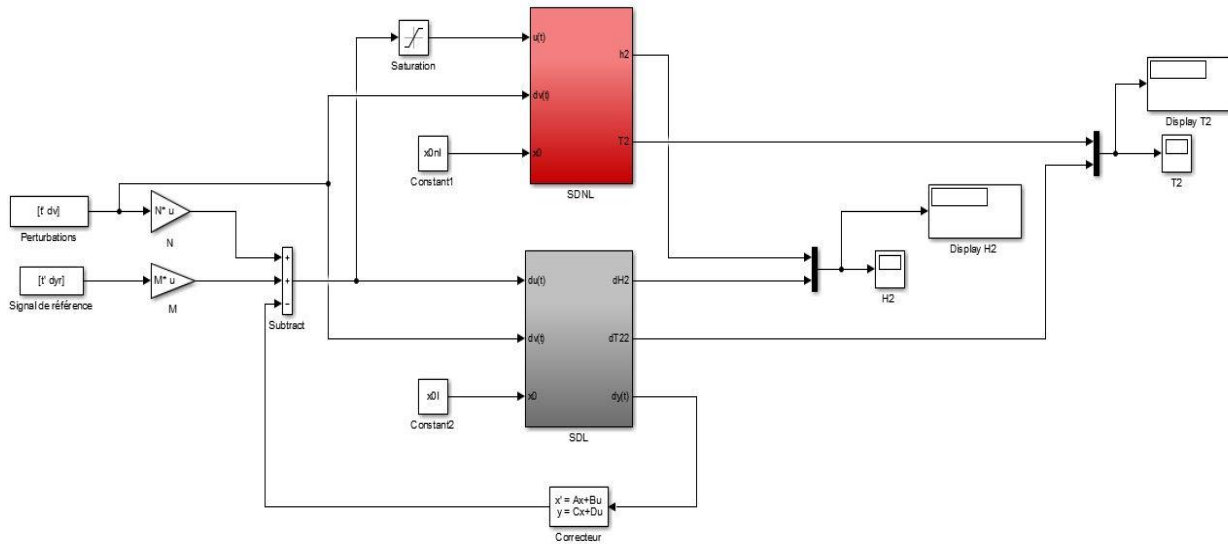


Figure IV-35 Bloc de simulation des modèles linéaire et non linéaire avec correcteur dynamique, et précommande et compensateur pour $y_r \neq 0$

IV.5.2.3 Résultats de simulation

A- Analyse de stabilité

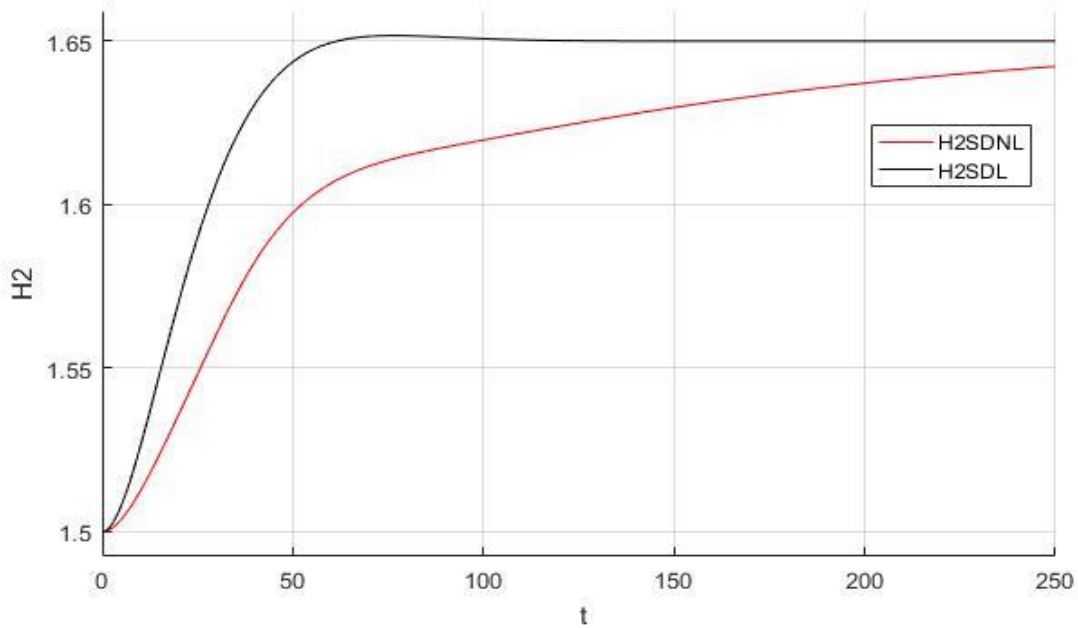


Figure IV-36 Résultats de simulation du niveau H_2 des modèles linéaire et non linéaire avec correcteur dynamique, et précommande et compensateur pour $y_r \neq 0$

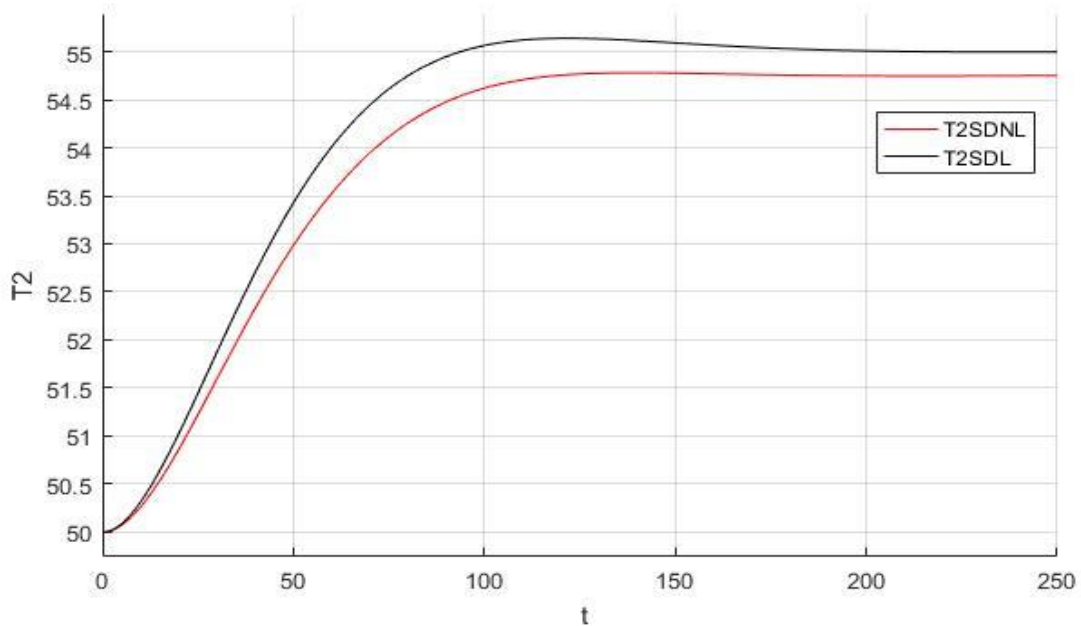


Figure IV-37 Résultats de simulation de température T_2 des modèles linéaire et non linéaire avec correcteur dynamique, et précommande et compensateur pour $y_r \neq 0$

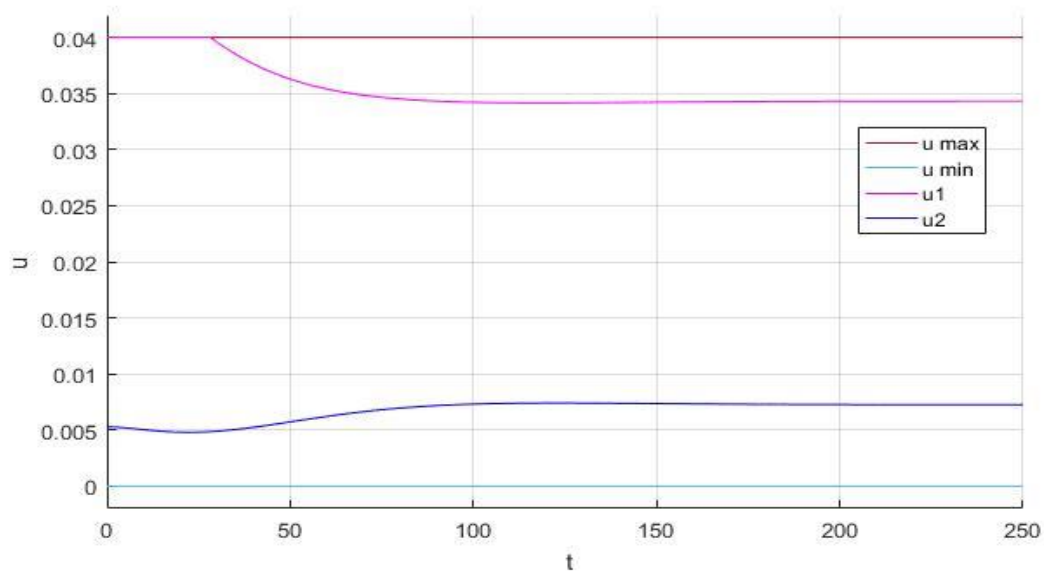


Figure IV-38 Résultats de simulation de la commande avec correcteur dynamique, et précommande et compensateur pour $y_r \neq 0$

A.1 Interprétation des résultats

Les résultats de simulation du niveau et de température montrent que le correcteur dynamique assure la rapidité et la précision, ainsi que la stabilité et par conséquent la convergence des réponses.

Table IV-13 **Résultats de l'approche de synthèse du correcteur dynamique dans la chaîne de retour avec précommande et compensateur : en mode poursuite**

Pôles en BF	Pôles en BO	tr (sec)	D (%)
-0.0589 + 0.0410i	-0.0077	tr (H₂) 52.5	D (H₂) 1
-0.0589 - 0.0410i	-0.1100		
-0.0294 + 0.0258i	-0.0336		
-0.0294 - 0.0258i	-0.0252	tr (T₂) 82	D (T₂) 2.8

B- Analyse des perturbations

B.1 Effet du correcteur dynamique sans compensateur

Dans cette partie, nous appliquons les perturbations sur notre système, afin d'observer l'effet du correcteur dynamique sans compensation.

B.1.1 Résultats de simulation

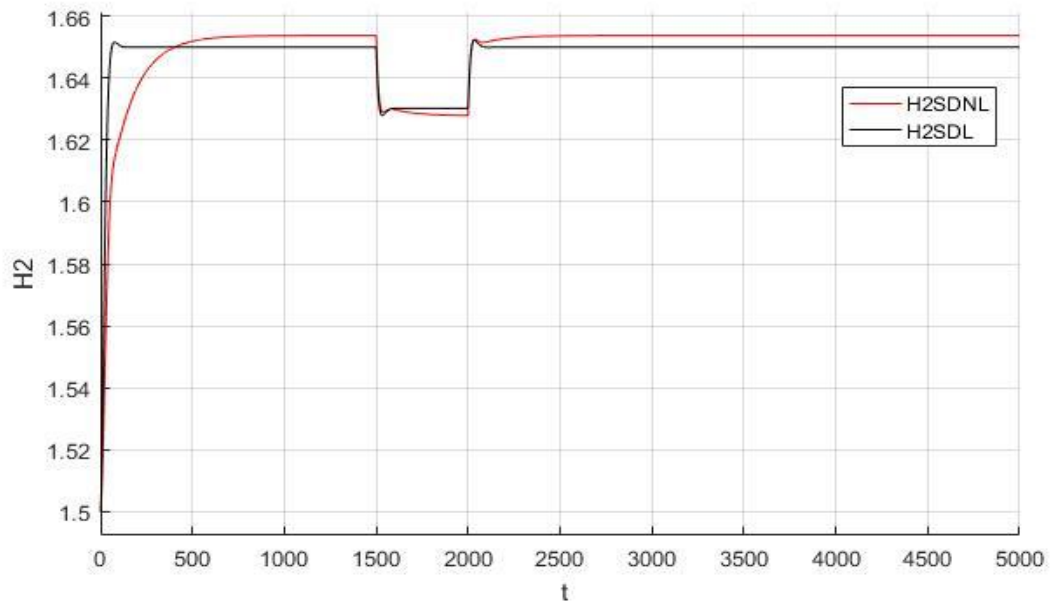


Figure IV-39 Résultats de simulation du niveau H_2 des modèles linéaire et non linéaire avec correcteur dynamique pour $y_r \neq 0$ avec perturbations

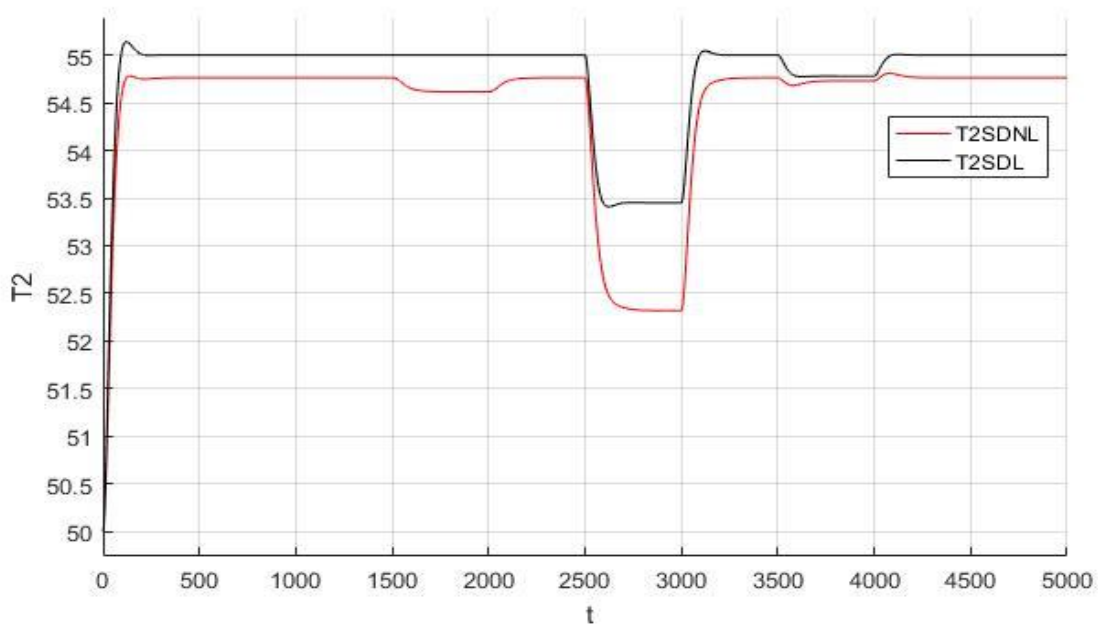


Figure IV-40 Résultats de simulation de température T_2 des modèles linéaire et non linéaire avec correcteur dynamique pour $y_r \neq 0$ avec perturbations

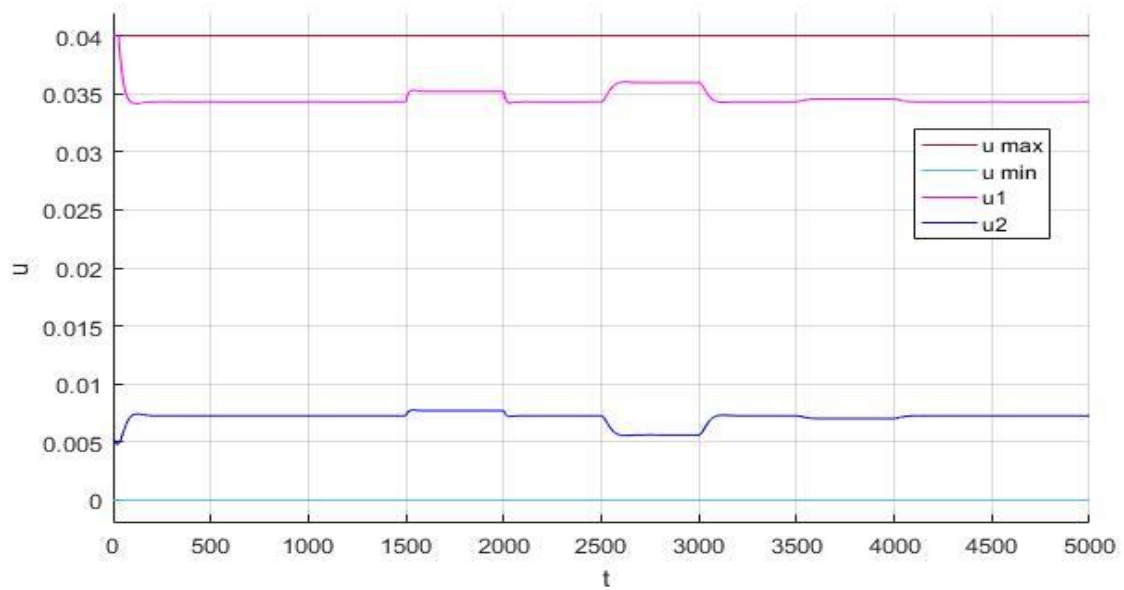


Figure IV-41 Résultats de simulation du commande u avec correcteur dynamique pour $y_r \neq 0$ avec perturbations

B.1.2 Interprétation des résultats

L'élimination des perturbations dans ce cas n'a pas été bien réaliser, car la correction du correcteur est insuffisante.

Table IV-14 Effet des perturbations sur les systèmes linéaire et non linéaire avec correcteur dynamique : en mode poursuite

		Effets des perturbations (%)	
		Système non-linéaire	Système linéaire
H_2 (m)	dv_1	14.66	13.33
T_2 (°C)	dv_1	8	0
	dv_2	53.6	31
	dv_3	5.4	4.4

B.2 Effet du correcteur dynamique avec compensateur

Rajoutant la matrice gain du compensation N , nous obtenons :

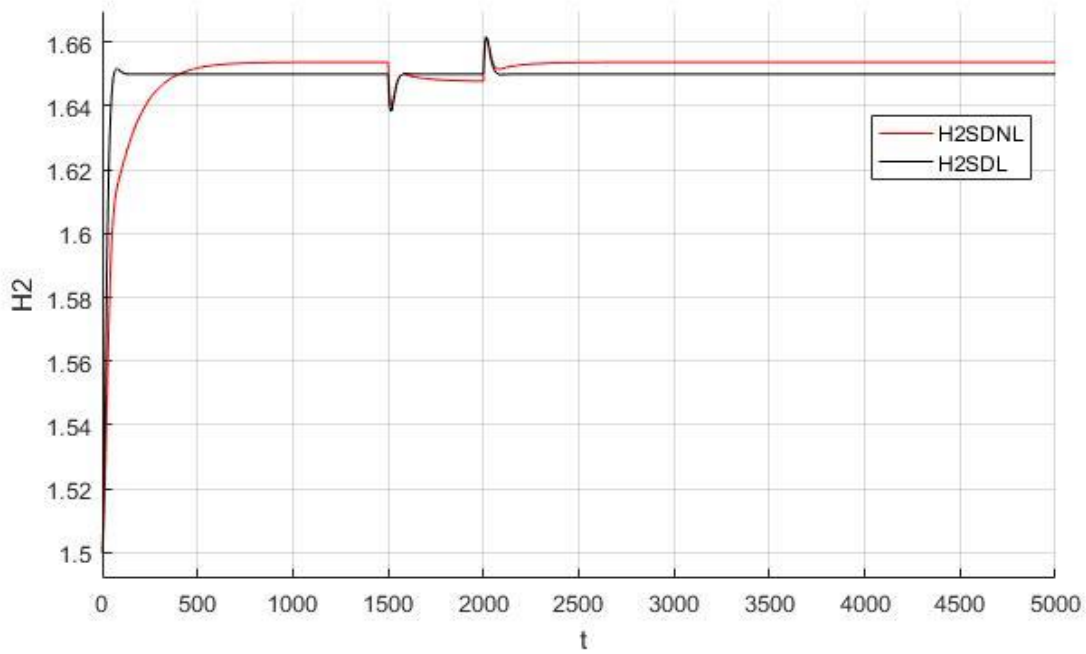


Figure IV-42 Résultats de simulation du niveau H_2 des modèles linéaire et non linéaire avec correcteur dynamique, et compensateur pour $y_r \neq 0$ avec perturbations

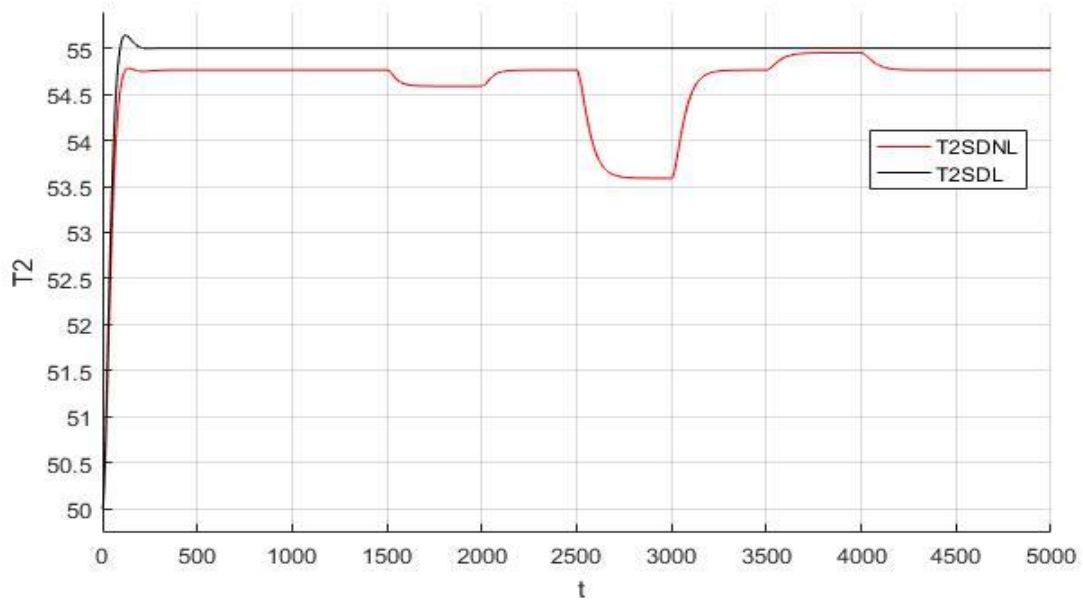


Figure IV-43 Résultats de simulation de température T_2 des modèles linéaire et non linéaire avec correcteur dynamique, et compensateur pour $y_r \neq 0$ avec perturbations

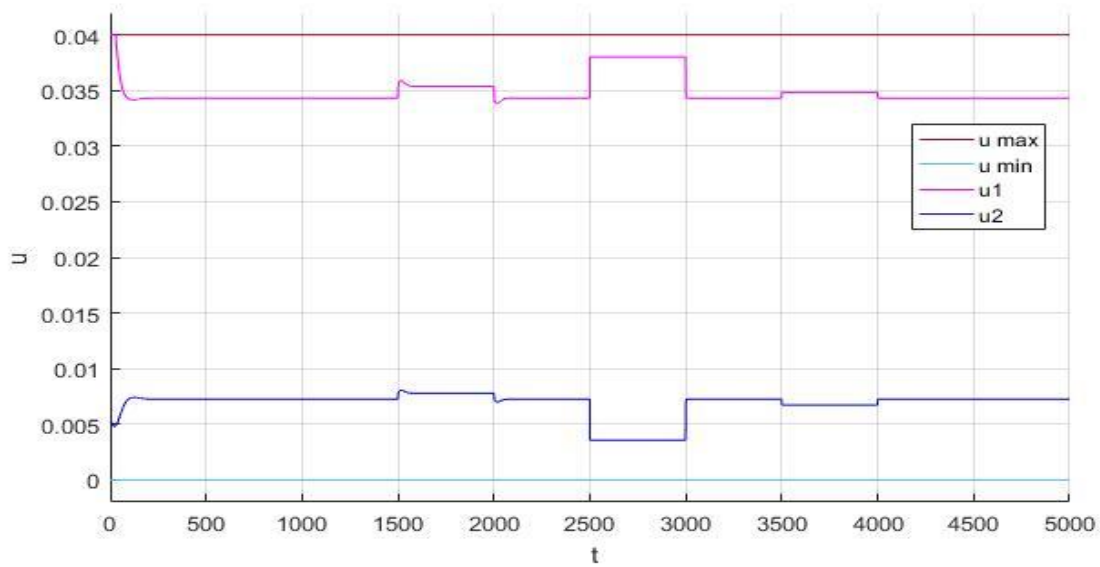


Figure IV-44 Résultats de simulation de la commande u avec correcteur dynamique, et compensateur pour $y_r \neq 0$ avec perturbations

B.2.1 Interprétation des résultats

Les résultats obtenus prouvent que la matrice gain N du compensateur est efficace pour l'annulation de l'effet des perturbations.

Nous remarquons au démarrage un petit dépassement de la valeur maximale au niveau de l'amplitude de la commande, qui reste très faible, car il ne présente pas une influence sur la dynamique de notre système.

Table IV-15 Effet des perturbations sur les systèmes linéaire et non linéaire avec correcteur dynamique et compensateur : en mode poursuite

		Effets des perturbations (%)	
		Système non-linéaire	Système linéaire
H_2 (m)	dv_1	6.46	7.83
T_2 (°C)	dv_1	8	0
	dv_2	28	0
	dv_3	1	0

IV.6 Application d'un signal de référence variable sur la base des sorties linéaires

Pour voir clairement la poursuite des réponses au signal de référence, nous allons le considérer variable, sachant que dans cette partie l'entrée du correcteur dépendra de la sortie du système linéaire.

IV.6.1 Cas statique

IV.6.1.1 Schéma bloc des modèles Simulink

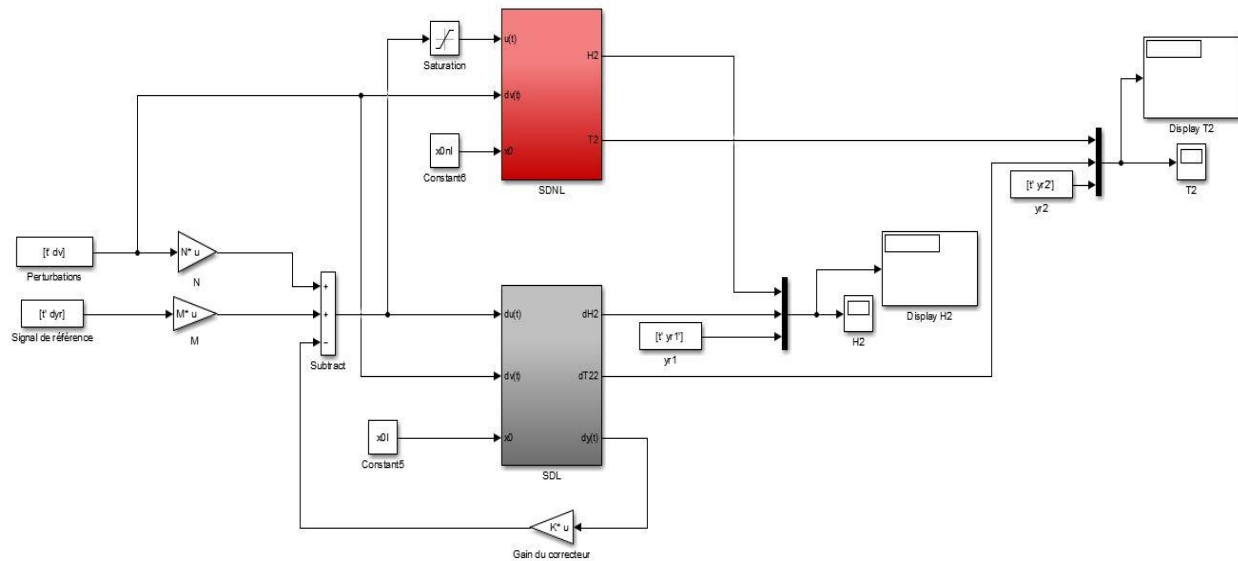


Figure IV-45 Bloc de simulation des modèles linéaire et non linéaire avec correcteur statique pour $y_r \neq 0$ variable avec sorties linéaires

IV.6.1.2 Résultats de simulation

Les résultats de simulation du niveau H_2 et la température T_2 , du modèle linéaire, sont affichés séparément, afin de bien observer le comportement du système aux signaux de références variables.

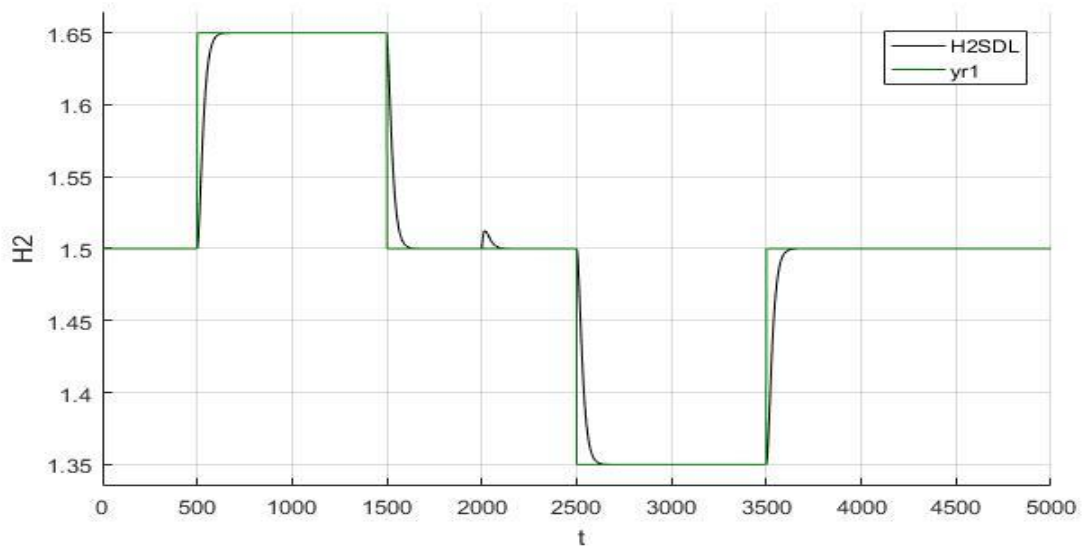


Figure IV-46 Résultats de simulation du niveau H₂ du modèle linéaire avec correcteur statique pour $y_r \neq 0$ variable avec sorties linéaires

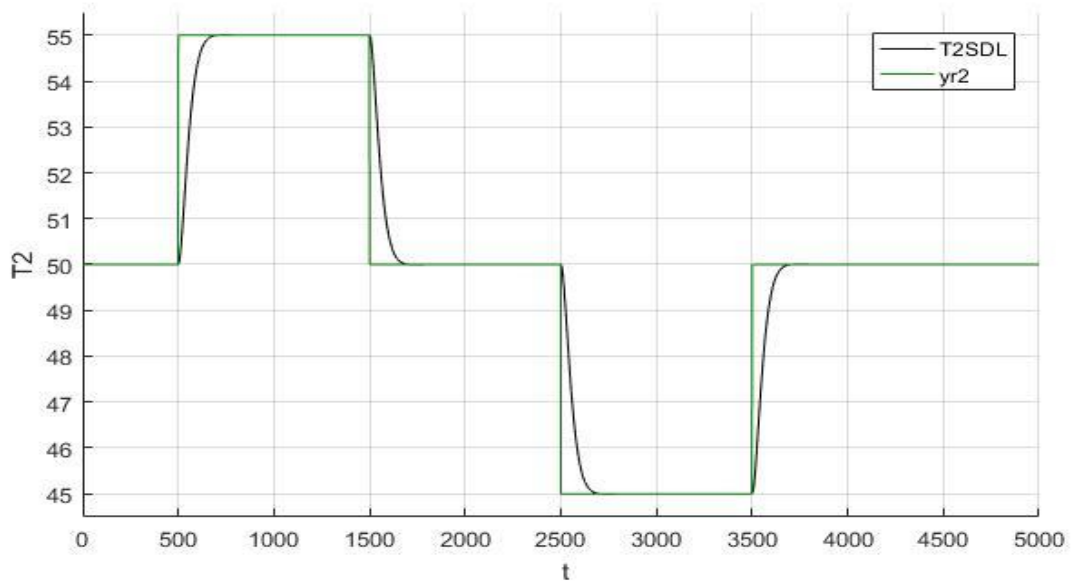


Figure IV-47 Résultats de simulation de température T₂ du modèle linéaire avec correcteur statique pour $y_r \neq 0$ variable avec sorties linéaires

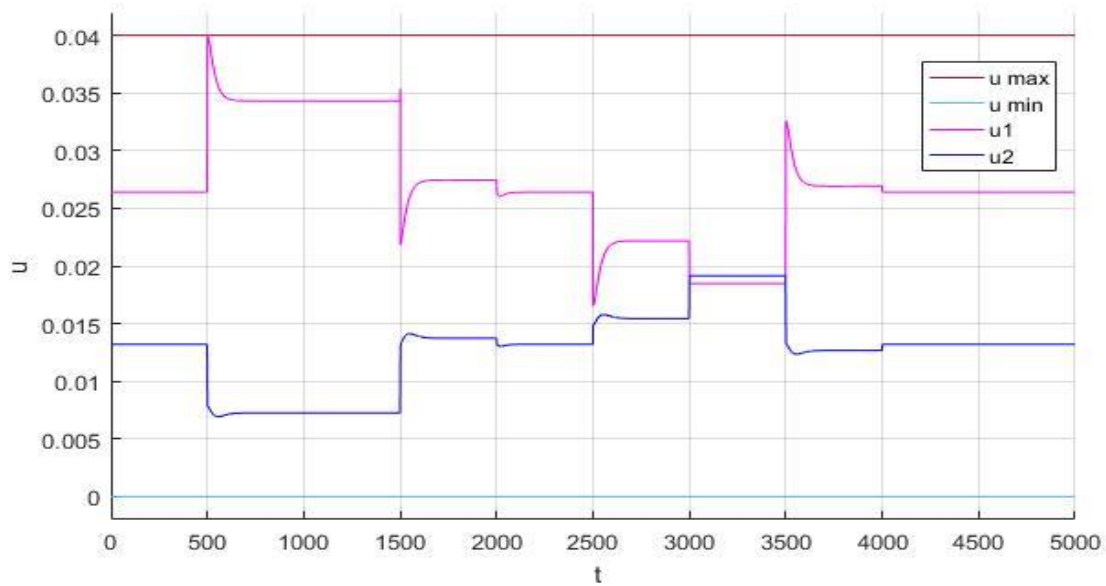


Figure IV-48 Résultats de simulation de la commande u avec correcteur statique pour $y_r \neq 0$ variable avec sorties linéaires

IV.6.1.3 Interprétation des résultats

Les figures montrent que les réponses du système linéaire suivent avec précision les variations du signal de référence, dans une plage de variation de 20%, en garantissant la stabilité, grâce à la présence du correcteur statique.

IV.6.2 Cas dynamique

IV.6.2.1 Schéma bloc des modèles Simulink

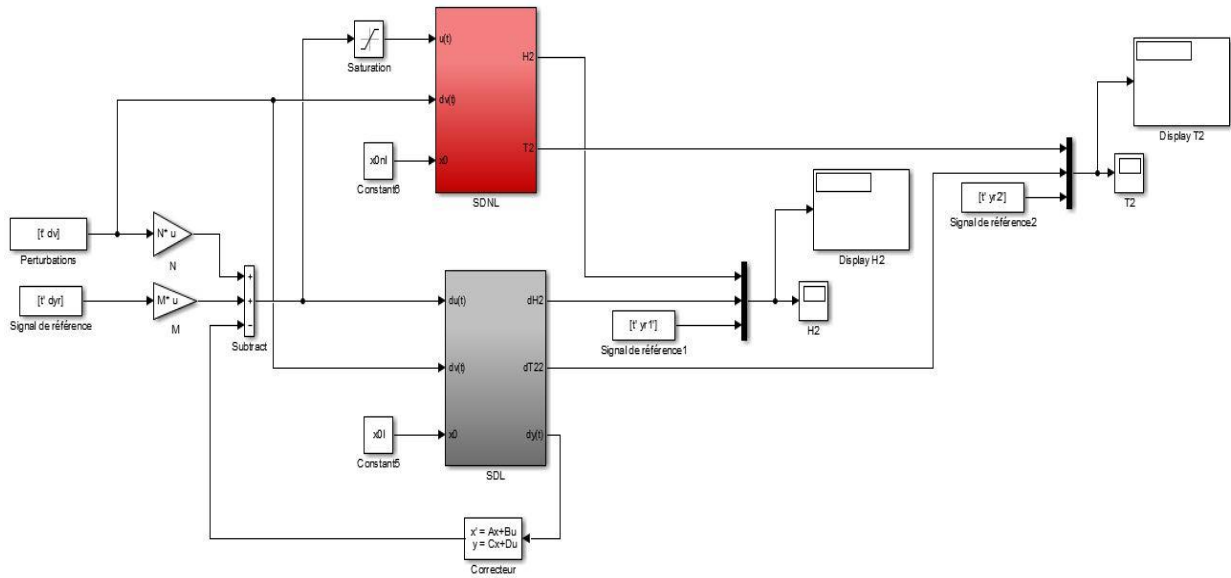


Figure IV-49 Bloc de simulation des modèles linéaire et non linéaire avec correcteur dynamique pour $y_r \neq 0$ variable avec sorties linéaires

IV.6.2.2 Résultats de simulation

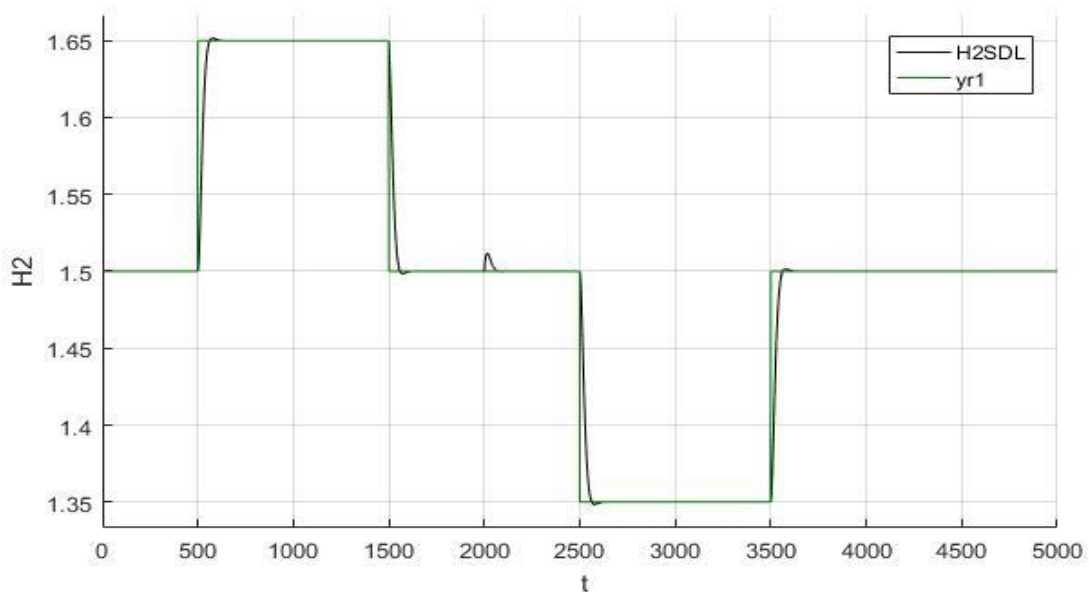


Figure IV-50 Résultats de simulation du niveau H₂ du modèle linéaire avec correcteur dynamique pour $y_r \neq 0$ variable avec sorties linéaires

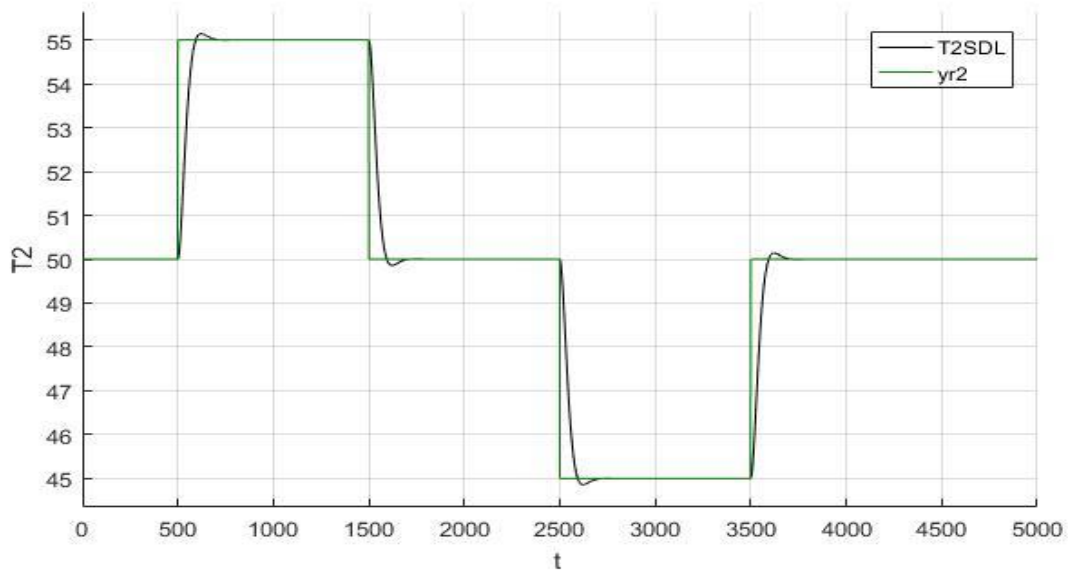


Figure IV-51 Résultats de simulation de température T_2 du modèle linéaire avec correcteur dynamique pour $y_r \neq 0$ variable avec sorties linéaires

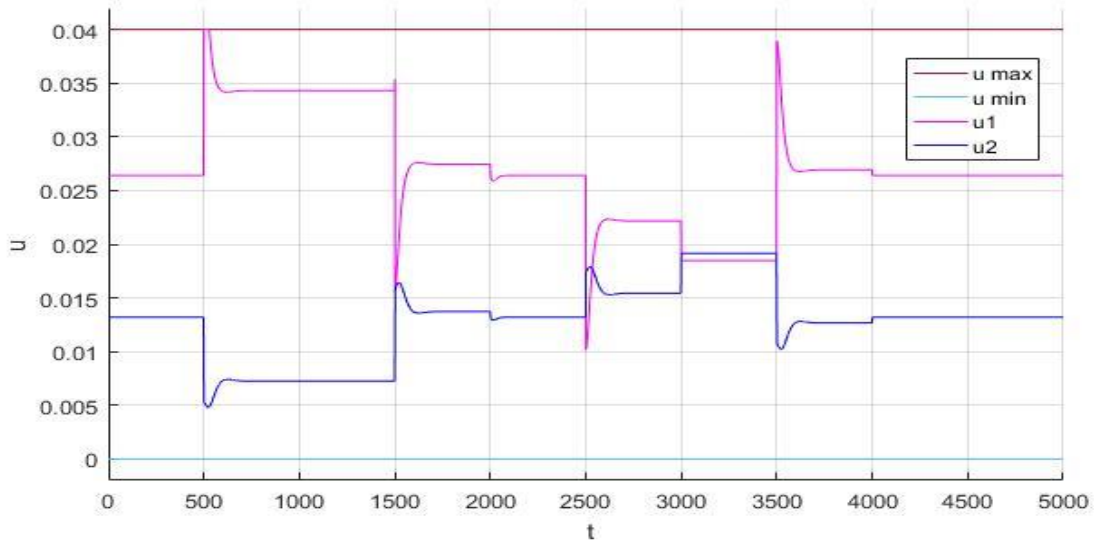


Figure IV-52 Résultats de simulation de la commande u avec correcteur dynamique pour $y_r \neq 0$ variable avec sorties linéaires

IV.6.2.3 Interprétation des résultats

Les graphes indiquent que le comportement des sorties y_1 et y_2 du système linéaire est proche de celui de la référence. Ce qui résulte la poursuite des réponses, malgré que l'amplitude de la commande présente un faible dépassement du seuil.

IV.7 Application d'un signal de référence variable sur la base des sorties non linéaires

Dans cette partie nous allons considérer que les entrées du correcteur dépendra de la sortie du système non linéaire.

IV.7.1 Cas statique

IV.7.1.1 Schéma bloc des modèles Simulink

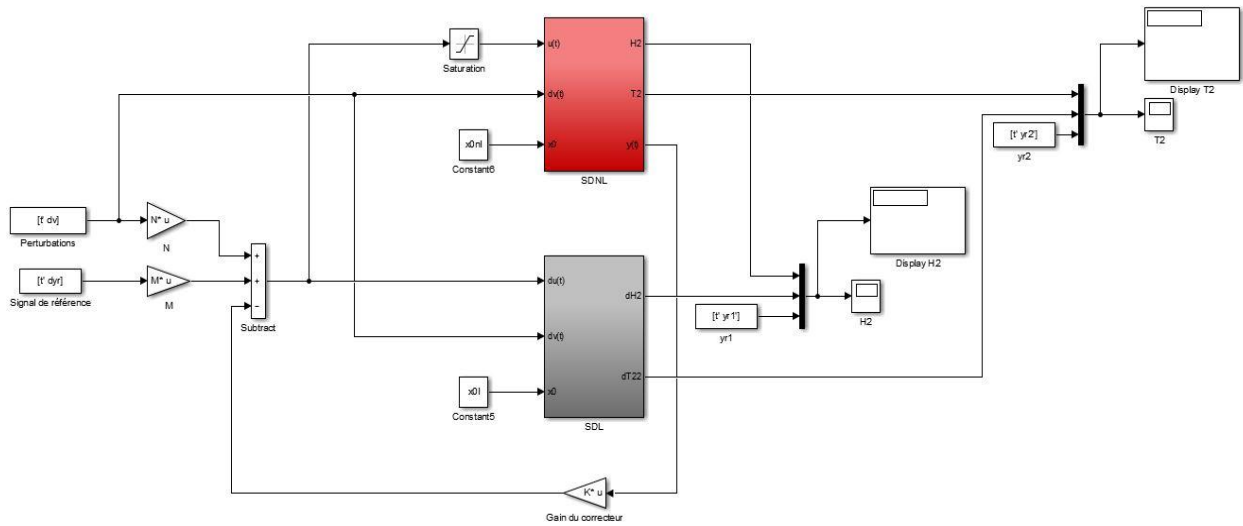


Figure IV-53 Bloc de simulation des modèles linéaire et non linéaire avec correcteur statique pour $y_r \neq 0$ variable avec sorties non linéaires

IV.7.1.2 Résultats de simulation

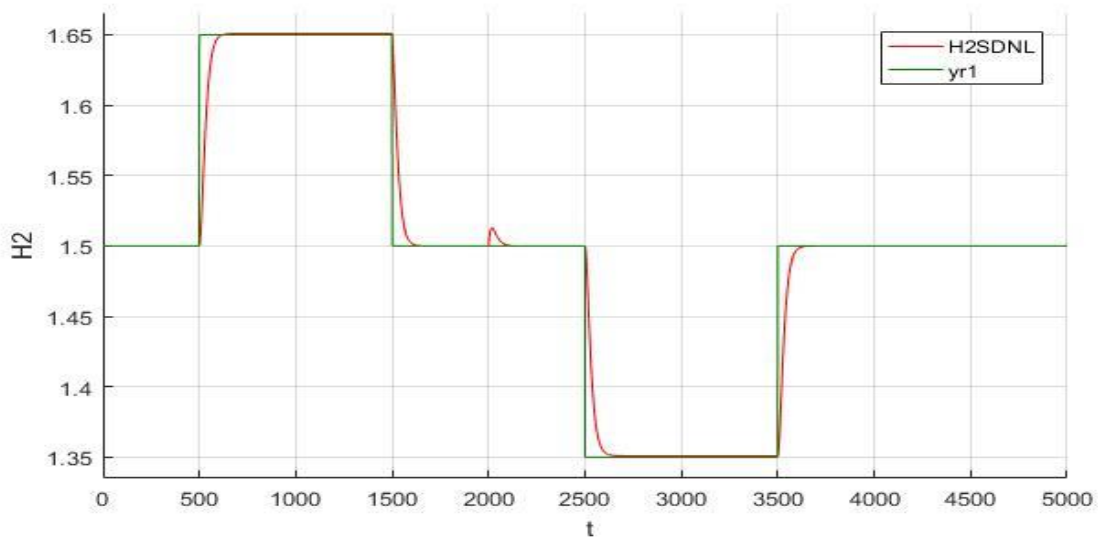


Figure IV-54 Résultats de simulation du niveau H_2 du modèle non linéaire avec correcteur statique pour $y_r \neq 0$ variable avec sorties non linéaires

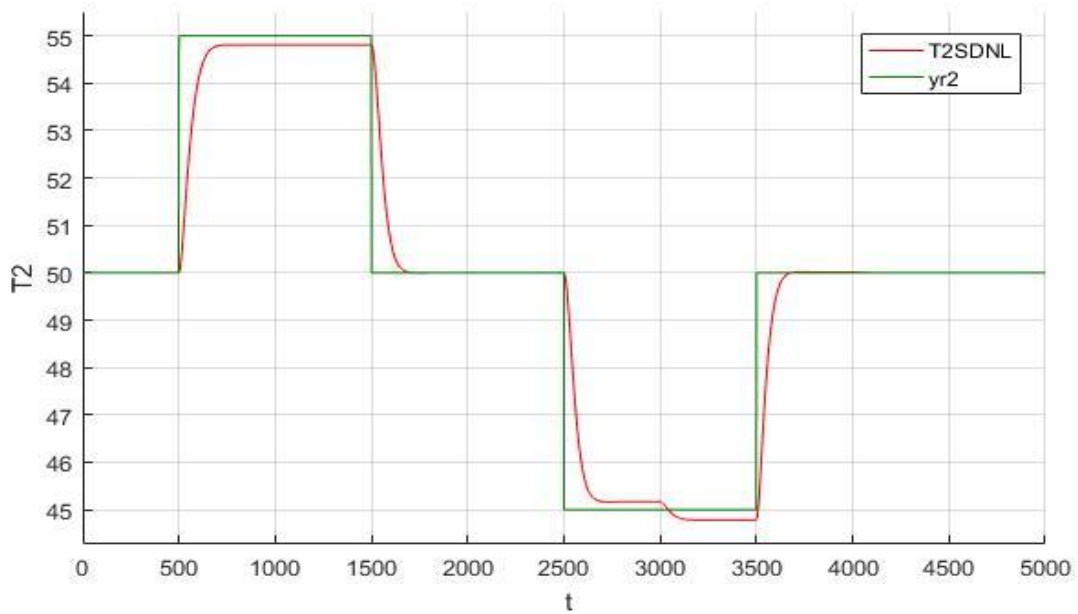


Figure IV-55 Résultats de simulation de température T_2 du modèle non linéaire avec correcteur statique pour $y_r \neq 0$ variable avec sorties non linéaires

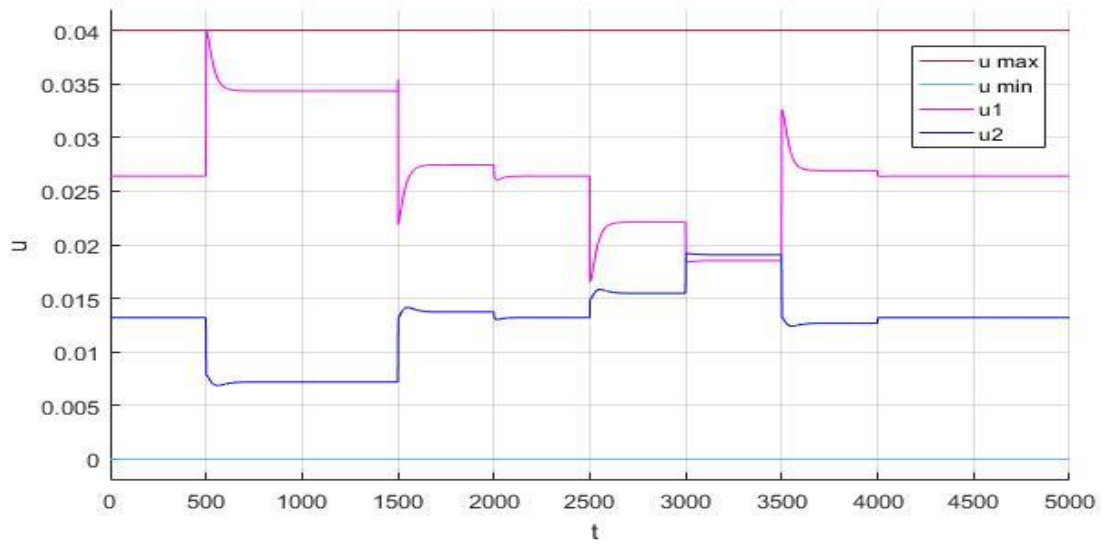


Figure IV-56 **Résultats de simulation de la commande u avec correcteur statique pour $y_r \neq 0$ variable avec sorties non linéaires**

IV.7.1.3 Interprétation des résultats

La poursuite dans ce cas est réalisée, ce qui implique que le comportement de notre système atteint les performances voulues. Dans le graphe de la température, nous remarquons un dépassement de **0.4%** entre **3000 sec** et **3500 sec**, due au changement brusque du signal de commande.

IV.7.2 Cas dynamique

IV.7.2.1 Schéma bloc des modèles Simulink

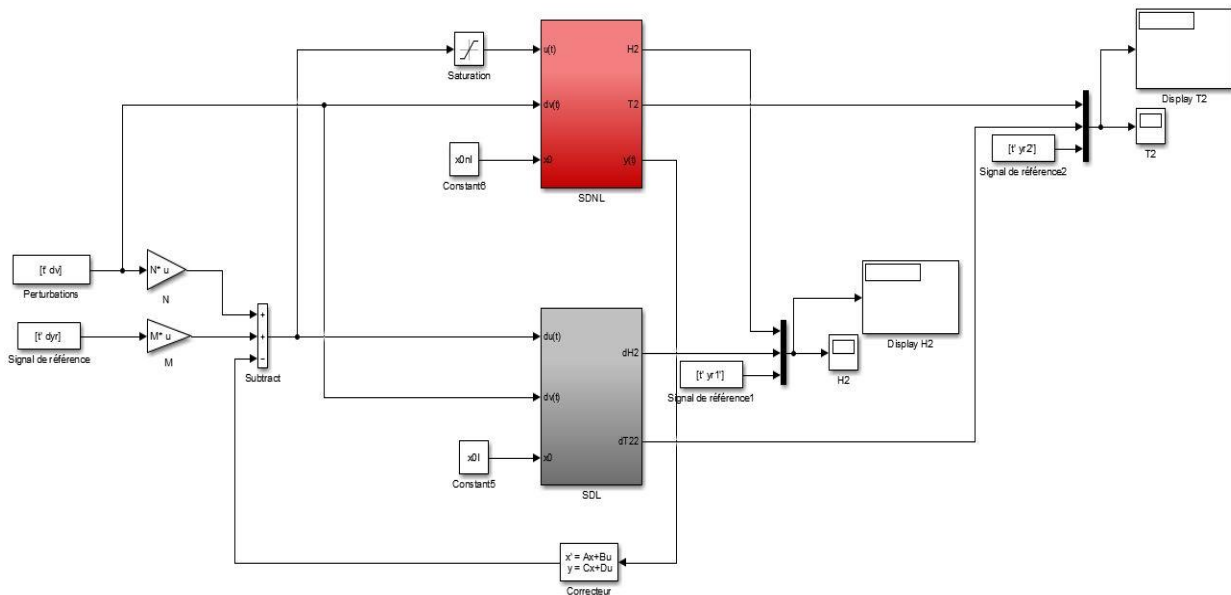


Figure IV-57 Bloc de simulation des modèles linéaire et non linéaire avec correcteur dynamique pour $y_r \neq 0$ variable avec sorties non linéaires

IV.7.2.2 Résultats de simulation

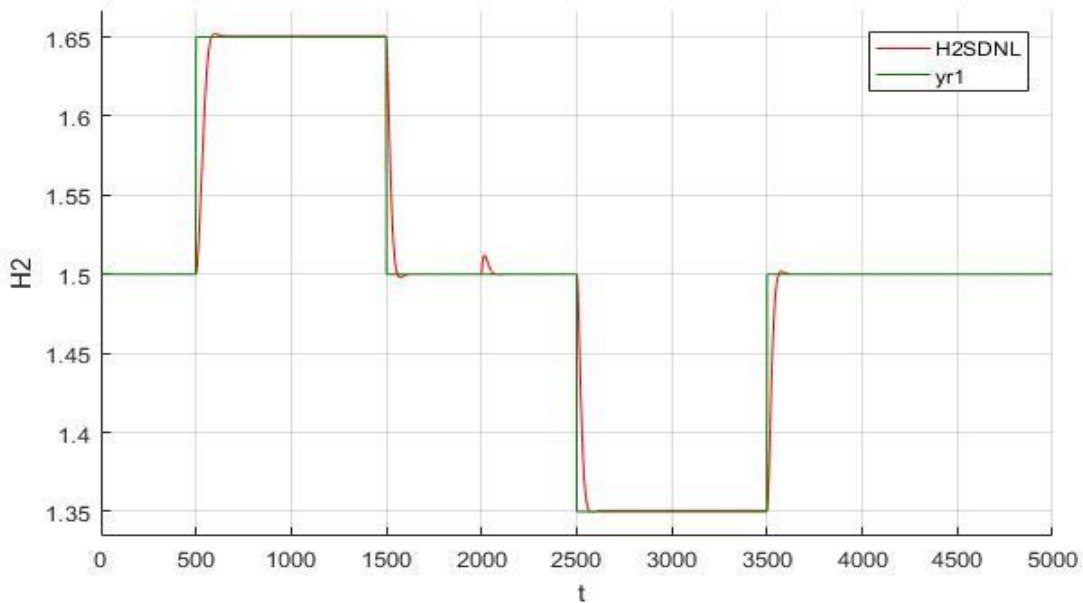


Figure IV-58 Résultats de simulation du niveau H_2 du modèle non linéaire avec correcteur dynamique pour $y_r \neq 0$ variable avec sorties non linéaires

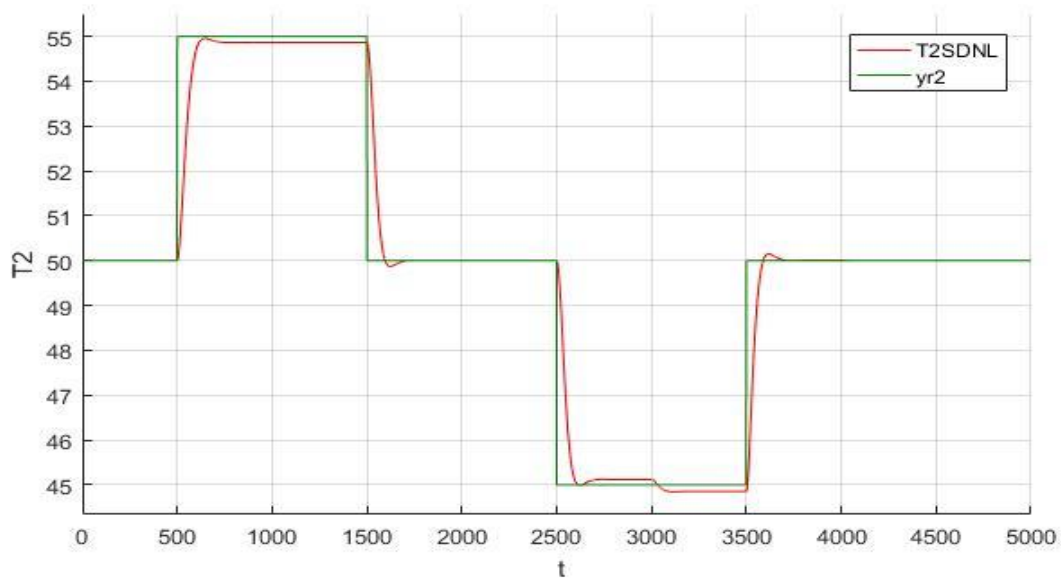


Figure IV-59 Résultats de simulation de température T_2 du modèle non linéaire avec correcteur dynamique pour $y_r \neq 0$ variable avec sorties non linéaires

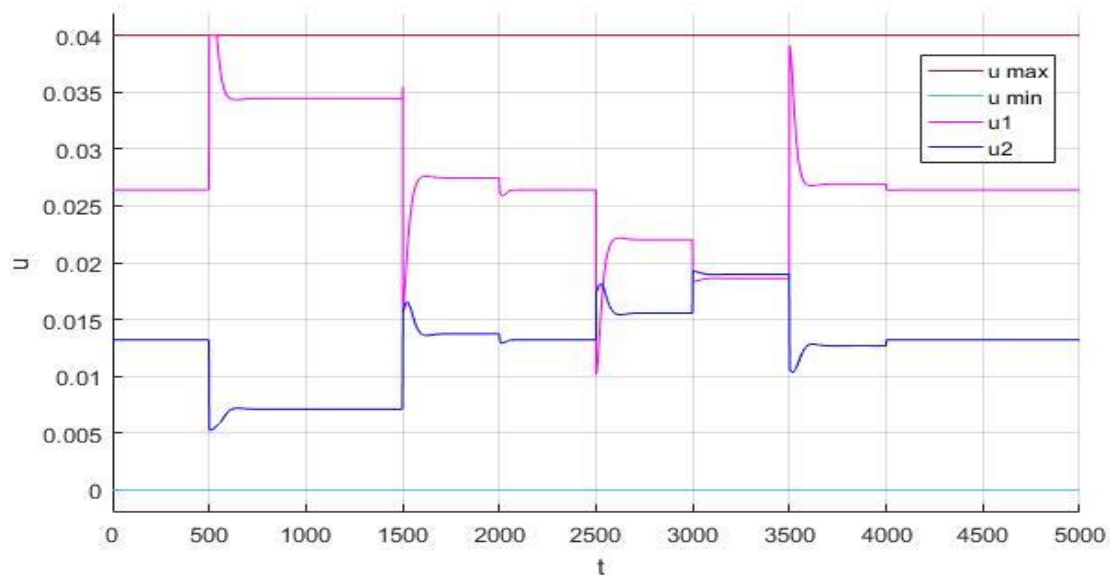


Figure IV-60 Résultats de simulation de la commande u avec correcteur dynamique pour $y_r \neq 0$ variable avec sorties non linéaires

IV.7.2.3 Interprétation des résultats

La représentation graphique confirme que la dynamique de notre système non linéaire suit parfaitement le signal de référence, malgré la présence au démarrage d'un faible dépassement au niveau de l'amplitude de commande.

IV.8 Conclusion

Dans le cadre de l'analyse de la stabilité en boucle fermée d'un système dynamique soumis à des effets de perturbations, nous nous sommes penchés vers la synthèse de la commande par retour de sortie statique et dynamique, où nous avons traité deux cas : mode régulation et mode poursuite, en cherchant à garantir les meilleures performances au système hydro-thermique.

Une étape primordiale avant la synthèse, il s'agit de la vérification de la commandabilité et l'observabilité de notre système.

Notre sujet d'étude se base sur la correction statique et dynamique, tout en appliquant différentes approches, chaque approche comporte un développement mathématique, qui nous permet d'extraire des conditions de stabilité formulées en contraintes LMIs, puis nous les simulons afin de visualiser les réponses de notre système hydro-thermique.

La synthèse du correcteur statique et dynamique se subdivise en deux grandes parties :

- La première est consacrée au réglage du niveau H_2 et de la température T_2 du deuxième réservoir, en analysant la stabilité et les perturbations.
- La deuxième partie gère le problème de poursuite qui traite aussi la stabilité et l'effet des perturbations sur le système considéré.

Ce chapitre se termine par un exemple d'une référence variable dans les deux cas statique et dynamique avec des sorties linéaires en premier lieu, et puis des sorties non linéaires en deuxième lieu, pour montrer que les réponses du processus suivent avec précision le signal de référence.

V. Conclusion Générale

Puisqu'il est parfois difficile ou coûteux d'exploiter la mesure de tout le vecteur d'état x , un choix peut consister à se contenter de l'information présente au niveau du vecteur de sortie y . Si ces sorties sont les seules à utilisées pour la contre-réaction, nous parlons du retour de sortie statique, si la contre réaction contient elle-même un système linéaire multivariable (correcteur dynamique), dont les sorties servent à la commande du procédé, on est dans le cas du retour de sortie dynamique.

Ce travail a été conduit au départ dans le but de commander le niveau et la température d'un système hydro-thermique soumis à des perturbations mesurables par retour de sortie statique et dynamique, en s'intéressant en premier lieu à l'analyse de la stabilité, donc il est nécessaire de montrer l'influence de la structure propre d'une matrice d'état sur le comportement transitoire du système associé. L'analyse de perturbations est une étape très importante dans notre travail, c'est la raison pour laquelle nous avons introduit une matrice de compensation.

Dans le premier chapitre nous avons présenté d'une manière générale les systèmes asservis, ainsi que le principe de la régulation et de l'asservissement. Nous avons introduit les notions de base de l'instrumentation, ainsi que les principaux instruments de mesure utilisés dans le système hydro-thermique.

Après avoir présenté le système étudié, nous avons effectué une modélisation dans le deuxième chapitre, puis une linéarisation autour d'un point de fonctionnement pour l'obtention du modèle linéaire. A la fin de ce chapitre nous avons comparé les réponses en simulation du modèle linéaire avec celles du modèle non afin de juger sa validation pour la commande.

Dans le troisième chapitre, nous avons présenté les différentes structures de loi de commande. La différence entre ces lois de commande réside dans l'origine et la nature de la contre-réaction qui est appliquée. En effet, cette rétroaction peut se faire à partir du vecteur de sortie du système. Nous avons exposé dans ce chapitre les différents concepts et critères de stabilité de Lyapunov d'un système linéaire (et non-linéaire), tout en mettant l'accent sur les contraintes exprimées en termes des LMIs garantissant la stabilité du système.

Enfin nous avons développé une loi de commande dans le quatrième chapitre qui a permis la régulation et l'asservissement des grandeurs physiques, niveau et température du système hydro-

thermique. Les simulations effectuées ont montré l'efficacité de la loi de commande mise en place

Conclusion Générale

à contrôler le niveau et la température du deuxième réservoir suivant les trajectoires de niveau et de température désirées, avec une minimisation du temps de réponse. Pour chaque mode (régulation / poursuite) statique et dynamique nous avons testé plusieurs approches (changement de variable, action proportionnelle intégrale, compensation...), en analysant la stabilité et les perturbations dans chaque mode. Pour traiter le problème de la commande de la poursuite, nous avons terminé ce travail par le suivi d'un profil de référence variable.

Les perspectives que nous pouvons envisager comme suites à notre travail se traduisent par :

- Notre étude est théorique, mais il serait très intéressant de tester, sur un banc expérimental.
- Introduire le phénomène de saturation des actionneurs dans la phase de synthèse du correcteur.
- Aborder cette étude dans le cas discret.

VI. Liste de Références Bibliographiques

- [1] O.BACHELIER, «Sensibilisation à des concepts de l'Automatique», Cours d'Automatique de la licence professionnelle
- [2] H.GARNIER, «Modélisation des systèmes», Cours Automatique continue, Université de Lorraine, 9 septembre 2021
- [3] M.MOKHTARI, «Introduction aux systèmes non linéaires», Cours, Université Batna2, 2020
- [4] N.BOUNAR, «SYSTEMES LINEAIRES MULTIVARIABLES», Cours, Université Mohammed Seddik Benyahia- Jijel, 2017/2018
- [5] A.Khellassi, «Cours sur l'Automatisation des Systèmes Industriels», UMBB, Boumerdes, Novembre 2014
- [6] M.OUALI, A.BEN MASLI, « Modélisation et identification des systèmes dynamiques par les réseaux de neurones artificiels et les algorithmes méta-heuristiques», Mémoire Master, UNIVERSITÉ MOHAMED BOUDIAF - M'SILA, 2019/2020
- [7] A.MAIDI, H.ISSAD, K.HAMMOUCHE, «Identification d'un système par analyse d'images», Mémoire de Master, Université MOULOUD MAMMERI TIZI OUZOU, 2009
- [8] « Régulation», cours, Université Orléans
- [9] <https://illustrationprize.com/fr/62-difference-between-open-loop-amp-closed-loop-system.html>, 31 mai 2022
- [10] H.ZAYANI, « Régulation et contrôle des systèmes de climatisation», Support de cours, Institut Supérieur des Etudes Technologiques de Sfax, 2014-2015
- [11] S.AZRIKEM, E.ELBAHLOUL, « ASSERVISSEMENT D'UNE MACHINE ACOMMANDE NUMERIQUE», cours, Ecole Normale Supérieur de l'Enseignement Technique de Rabat, 2014
- [12] M.Grout, P.Salaün, «Spécification et installation des capteurs et vannes de régulation», 4^e édition Dunod, Paris, 2015
- [13] P.Maréchal, F.Guérin, «Instrumentation et Régulation: Normes, théorie et applications», Université du Havre, IUT du Havre, Département GEII Laboratoire Ondes et Milieux Complexes (LOMC), Mai 2012

- [14] « Capteurs et transmetteurs », Cours Instrumentation CIRA, 2006/2007
- [15] PDFprof.com, 03/06/2022
- [16] N.SGHAIER, F.DOUIRI, « LES ERREURS DE MESURE », Cours Mesures Electriques, ISET de Kélibia
- [17] P.DESGOUTTE, «Les capteurs en instrumentation industrielle», Dunod, Paris, 2006/ 2010
- [18] «Les capteurs», TECHNOLOGIE D'ELECTRICITE, Lycée L.RASCOL 10, rue de la République BP 218. 81012 ALBI CEDEX
- [19] S. BENSALD, «Cours Capteurs et Actionneurs», Université de BOUIRA, Faculté des Sciences et des Sciences Appliquées, 2014
- [20] A.SETHOUM, A.ABDELOUADOUD, « Commande multivariables du niveau et de la température d'un système hydro-thermique soumis à des perturbations non mesurables», Mémoire Master, 2021
- [21] C.ABBAS, « Installation et mise en marche d'un banc d'essai pour la construction des courbes caractéristiques de deux pompes identiques fonctionnant en parallèle», Mémoire Master, Mars 2017
- [22] « Vannes de régulation », Cour Instrumentation, Lycée ROUVIERE, Toulon
- [23] E.HENDRICKS , O.JANNERUP, P.H.SORENSEH, «Linear systems control», Springer-Verlang Berlin Heidelberg, page 36, 2008
- [24] Y. Ariba et J. Cadieux, Manuel MATLAB, Toulouse
- [25] O.KADI, K.SHALI, « Synthèse d'un régulateur optimal, basée sur l'algorithme d'optimisation par Essaim particulaire (PSO) : Application à la commande en vitesse de la machine à courant continu (MCC) », Mémoire de Master, Université Akli Mohand Oulhadj Bouira, Instrumentation Biomédicale, 2017/2018
- [26] Ph.de Larminat, « Commande des systèmes linéaires», cours, 1993
- [27] K.Bedoud, « Modélisation et diagnostic de défaillance d'une électrovanne pneumatique », mémoire de Magister, Université Badji Mokhtar Annaba, 2010
- [28] G.Boukerche, « L'étude et synthèse d'un contrôleur PI et Application », Mémoire de Master, Université d'Annaba BordjBadji Mokhtar, 2017

- [29] Dutertre, Automatique linéaire 1 – J.M, 2016
- [30] J.J.Gertler, M.Drekkerinc article «Fault Detection and Diagnosis in Engineering Systems», New York, 1998
- [31] K. Boudjllab, « Simulation des correcteurs classique (PID) sous PSpice matlab (Simulink)», Mini projet master, Université/Mira de Bejaia, Electronique, 2009/2010
- [32] Y.Jean le Chenadec « Asservissement des systèmes d'ordre 2 », cours, Lycée Louis Armand
- [33] B.BHIRI, «Stabilité et Stabilisation en Temps Fini des Systèmes Dynamiques», Thèse Doctorat, Centre de Recherche en Automatique de Nancy (CRAN), UMR 7039, 05 Juillet 2017
- [34] I.Ellouze, «Etude de la stabilité et de la stabilisation des systèmes à retard et des systèmes impulsifs», Doctorat de l'Université Paul Verlaine de Metz et de l'Université de Sfax, 5 décembre 2010
- [35] M.Djebbar, « Les inégalités matricielles linéaires (LMI) », Mémoire de Master, Université M. Khider Biskra, 2006
- [36] Y.Houam, «Etude des inégalités matricielles linéaires LMIs », Mémoire de Master, Université M. Khider Biskra, 2013
- [37] N.TENNICHE, T.TAKABAIT, «Commande par retour d'état et observateur d'un système bille sur rail», Mémoire de Master, Université A.MIRA Bejaïa Faculté de technologie, 2018/2019
- [38] A.GUERGAZI, «Observateur d'état et commande par retour de sortie des systèmes multi variables», Université Mohamed Khider Biskra Faculté des Sciences et de la Technologie, 2019/2020
- [39] H.AMRANI, C.IBAOUENE, « Commande multivariable, du niveau et de la température d'un système hydro-thermique, soumis à des perturbations : Approche LFT », Mémoire de Master, 2020
- [40] C.PRIEUR, «Diverses méthodes pour des problèmes de stabilisation», Université Paris Sud - Paris XI, 2001