

N° Ordre...../FHC/UMBB/2016

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE M'HAMED BOUGARA-BOUMERDES



Faculté des Hydrocarbures et de la Chimie
Mémoire de Fin d'Etudes
En vue de l'obtention du diplôme :

MASTER

Présenté par

LAOUFI Nacer

CHELLIA Bessam

Filière : Hydrocarbure et Chimie

Option : Automatisation des Procédés Industriels :
Commande automatique

Thème

**Commande multivariable d'une colonne de
distillation pour la séparation éthanol-eau**

Devant le jury :

ACHELI	Dalila	Prof	UMBB	Président
FEKHAR	Hacèn	MAA	UMBB	Examineur
KAHOUL	Fadhila	MAA	UMBB	Examineur
KHELASSI	Abdelmadjid	MCA	UMBB	Encadreur

Remerciements

Nous tenons tous d'abord à remercier Dieu tout puissant pour toute la puissance qu'il nous a donné pour réaliser ce modeste travail.

Nous exprimons nos plus vifs remerciements à notre promoteur Mr A. Khelassi pour ses pertinents conseils et orientations, sa disponibilité et sa patience tout au long de ce travail.

Nous présentons aussi nos sincères remerciements à tous les enseignants de la Faculté des Hydrocarbures et de la Chimie et en particulier ceux du département d'Automatisation et Electrification des Procédés Industriels.

Nous tenons à remercier tous les membres de nos familles : nos parentes, nos frères et nos sœurs.

Dédicaces

Je dédie ce mémoire à ma mère et mon père dont je suis et je serais pleinement reconnaissant pour m'avoir soutenu durant tout mon parcours, ainsi que :

- *Mon frère et mes sœurs.*
- *Mes oncles et mes tantes.*
- *Tous mes amis et mes proches*

BESSAM

Je dédie ce mémoire en premier lieu à la mémoire de mon grand père (Amar) et ma grande mère (Hammou messaouda). En deuxième lieu je dédie a mes parents dont je suis et je serais pleinement reconnaissant pour m'avoir soutenu durant tout mon parcours, ainsi que :

- *Mon frère et mes sœurs.*
- *Ma future femme Slimani Souad.*
- *Mes oncles et mes tantes.*
- *Tous mes amis et mes proches.*

NACER

RESUME

La colonne de distillation est le processus le plus populaire et le plus important qui a été étudié dans la littérature de l'ingénierie chimique, la commande de ce procédé industriel posé un problème majeur à cause de sa complexité, ses interactions fortes et sa structure multivariable. Pour résoudre ce problème, il faut d'abord voir les interactions présentes dans le système et dégager une configuration adéquate entre les entrées / sorties c.-à-d. une configuration de commande dont les interactions entre les boucles résultant sont faibles puis on analyse les interactions dans le système en boucle fermée. Selon les résultats de cette analyse on choisit une méthode de synthèse multivariable qui permet d'affaiblir les interactions dans le système et de satisfaire les performances désirées.

L'objectif de ce travail est de contrôler une colonne de distillation avec prélèvement latéral pour la séparation éthanol-eau qui se présente comme un système multivariable à trois entrées et trois sorties. Le premier chapitre présente une généralité sur les systèmes multivariables, le deuxième chapitre présente les méthodes d'analyse des interactions dans un système multivariable, le troisième chapitre présente les méthodes utilisées dans la synthèse des systèmes monovariables et multivariables, le principe de fonctionnement de la colonne de distillation et son modèle mathématique sont présentés dans le quatrième chapitre, le dernier chapitre présente la simulation des résultats de l'application de la méthode d'analyse des interactions et de trouver les régulateurs de la colonne de distillation en utilisant une méthode de synthèse multivariables, The Biggest Log Modulus Tuning, BLT.

Summary

Distillation column is the most popular and the most important process which was study in chemical engineering literature the control of this industrial process pose a big problem because of its complexity, strongly interaction effect and its multivariable status. To resolve this problem we need first to count interaction present in the system and to choose the best inputs/ outputs configuration that mean's configuration which gives poor interaction among control loops. According to interaction analysis we choose the controller design method for the multivariable process which reduce interaction and give good performances.

The objective of this work is the distillation column control to separate ethanol –water which is a multivariable system with three inputs and three outputs. In the first chapter we present generalities of multivariable system, in the second chapter we present methods of analysis of interaction in multivariable system. The third chapter presents the method used to design controllers for multivariable process. The way how distillation column works and its mathematical model presents on fourth chapter. The last chapter presents the simulation results of interaction analysis and design of controller for our distillation column. Using multivariable method, The Biggest Log Modulus Tunning, BLT.

ملخص

قناة التقطير هي العملية الأكثر شيوعا و الأكثر أهمية التي تدرس في أدبيات الهندسة الكيميائية . إن التحكم في هذه العملية الصناعية يطرح إشكالية قصوى وهذا راجع لتعقيد القناة ولتداخلاتها القوية إضافة إلى تعدد المداخل و المخارج ومن أجل إيجاد حل لهذه الإشكالية يجب أولا احتساب التداخلات الموجودة في النظام و اختيار الثنائية مداخل/ مخارج المناسبة أي أن نختار الثنائية التي تضمن لنا تداخلات ضعيفة في النظام ثم نقوم بتحليل التداخلات الموجودة داخل النظام الذي يكون في الوضع الأوتوماتيكي و بناءا على هذا التحليل نقوم باختيار طريقة ضبط متعددة المتغيرات و هذا من أجل إضعاف التداخلات الموجودة في النظام و الحصول على الكفاءة المرجوة

الهدف من هذا العمل هو التحكم في قناة التقطير ذات السحب الجانبي و التي تقوم بفصل الماء-ايتانول هذه الأخيرة تعتبر كنظام متعدد المتغيرات بثلاثة مداخل و ثلاثة مخارج في الفصل الأول قدمنا عموميات حول الأنظمة المتعددة المتغيرات أما في الفصل الثاني فقدمنا الطرق المستخدمة في تحليل التداخلات الموجودة في الأنظمة المتعددة المتغيرات في الفصل الثالث قدمنا الطرق المستعملة في ضبط المتحكمات في الأنظمة ذات مدخل و مخرج واحد و في الأنظمة المتعددة المتغيرات مبدأ عمل قناة التقطير الخاصة بفصل الماء- الايتانول ونموذجها الرياضي قدمت في الفصل الرابع أما الفصل الأخير فقد خصص لدراسة تطبيق طرق تحليل التداخلات على قناة التقطير موضوع الدراسة و محاكاة نتائج تطبيق هذه الطرق و ضبط متحكمات القناة باستعمال طريقة ضبط متعددة المتغيرات

Sommaire

Introduction générale	1
------------------------------------	---

Chapitre I : Généralité sur les systèmes multivariables

.1 Introduction	3
.2 Systèmes multivariables	4
.2.1 Définition	4
I.2.2 Description mathématique des systèmes multivariables	4
.2.2.1 Introduction à la représentation d'état	4
.2.2.2 Introduction à la matrice fonction de transfert	5
.2.2.3 Passage de la représentation d'état a la matrice de transfert.....	6
.3 Introduction a la notion de couplage ou d'interaction	7
.4 Observabilité et Contrôlabilité	7
.4.1 Observabilité	8
.4.2 Contrôlabilité	9
.4.2.1 Définition	9
.5 Dualité	10
.6 La commande par retour d'état	10
.7 La commande multiboucle	11
.7.1 Les avantages de la commande multiboucle	12
.7.2 Le choix de couplage	12
.8 Conclusion	14

Chapitre II : Analyse des interactions dans les systèmes multiboucles

.1 Introduction.....	15
.2 Définition des interactions dans les systèmes multivariables	15
.3 Explication de phénomène d'interaction	16
.4 Méthodes d'analyse des interactions	17
.4.1 Méthode d'analyse directe (analyse en boucle ouverte)	18
.4 .1.1 Méthode de R.G.A (Relative Gains Array)	18
.4 .1.1.1 Méthode générale de calcul RGA	19
.4 .1.1.2 Propriétés de la RGA	19
.4.1.1.3 Interprétation de la Matrice des Gains Relatifs (RGA)	20
.4 .1.2 La méthode DRGA (Matrice des Gains Relatifs Dynamique)	21
.4 .1.2 .1 Interprétation de la DRGA	21
.4 .1.3 La méthode IQ (la matrice de quotient d'interaction)	22
.4 .1.4 La méthode IMC (modèle interne)	23
.4 .1.5 Matrice Directe de Nyquist (DNA)	23
.4 .1.6 Matrice inverse de Nyquist (INA)	24
.4 .1.6.1 Interprétation de la DNA et INA	24
.4 .2 Méthode d'analyse indirecte (analyse des interactions en boucle fermée) ...	25
.4 .2.1 Méthode DRMA (Dynamique Relative Magnitude Array)	25
.4 .2.1.1 Le principe de la DRMA	25
.4 .2.1.2 Interprétation de la DRMA	25
.4 .2.1.3 la DRMA d'un système 3x3	26
.4 .2.2 Méthode GDRG (Matrice des Gains Dynamique Relatifs Généralisées)...	27
.5 Conclusion	28

Chapitre III : Synthèse des correcteurs pour un système multivariable

.1 Introduction	29
.2 Intérêt de la correction	29
.3 Méthode de synthèse	30

. 3.1 Méthode des lieux de racines (méthode d'EVAVS)	30
. 3.2 Méthode de plus grand module BLT	32
. 4 Conclusion	34

Chapitre IV : Principe de fonctionnement de procédé de séparation éthanol-eau

IV.1 Introduction	35
IV.2 La distillation	35
IV.3 La colonne de distillation	35
IV.3.1 Le principe de fonctionnement	35
IV.4 Présentation de la colonne de distillation pour la séparation éthanol-eau avec modélisation ..	36
IV.4.1 La colonne de distillation (éthanol-eau)	36
IV.4.2 Principe de fonctionnement de procédé de séparation éthanol-eau	36
IV.4.3 Schéma d'une colonne de distillation pour la séparation éthanol-eau	37
IV.4.4 Modèle mathématique du procédé	38
IV.5 Conclusion	39

Chapitre V : Analyses des interactions et application de méthode BLT sur la colonne de distillation

V.1 Introduction	40
V.2 Choix de la configuration du système	40
V.2.1 Le calcul de la RGA	40
V.3 La synthèse du correcteur de chaque boucle	41
V.4 La DRMA.....	43
V.4.1 Fréquence de travail de chaque boucle.....	43
V.4.2 La construction de la DRMA	45
V.5 Résultats de simulation.....	47
V.6 Synthèse des correcteurs multiboucles.....	51
V.7 Résultats de simulation après la BLT	52

V.8 Conclusion 58

Conclusion général 59

Bibliographique

Annexe

Liste des figures

Figure I.1 Schéma bloc d'un système multivariable	3
Figure I.2 Un système LTI avec le retour d'état	10
Figure I.3 Commande multivariable ($U_1 - Y_1, U_2 - Y_2$)	13
Figure II.1 Commande multiboucle	16
Figure II.2 Système de commande multiboucle 3x3	26
Figure VI.1 Colonne de distillation pour la séparation éthanol-eau.	37
Figure V.1 La réponse de la composition de distillat dans la première boucle	41
Figure V.2 La réponse de la composition de prélèvement latéral dans la deuxième boucle ..	42
Figure V.3 La réponse de la température de plateau 19 dans la troisième boucle	42
Figure V.4 Détermination de la fréquence de travail de la boucle de régulation 1 de la colonne de distillation	43
Figure V.5 Détermination de la fréquence de travail de la boucle de régulation 2 de la colonne de distillation	43
Figure V.6 Détermination de la fréquence de travail de la boucle de régulation 3 de la colonne de distillation	44
Figure V.7 Application de la DRMA pour la colonne de distillation	45
Figure V.8 La réponse de la composition de distillat lorsque les autres boucles sont ouvertes ou fermées	47
Figure V.9 La réponse de la composition de prélèvement latéral lorsque les autres boucles sont ouvertes ou fermées	48
Figure V.10 La réponse de la Température de plateau 19 lorsque les autres boucles sont ouvertes ou fermées.....	48
Figure V.11 L'effet de la boucle 1 sur 2 et la boucle 2 sur 1	49
Figure V.12 L'effet de la boucle 1 sur 3 et la boucle 3 sur 1	50
Figure V.13 L'effet de la boucle 3 sur 2 et la boucle 2 sur 3	50
Figure V.14 Schéma bloc de système a étudié	51

Figure V.15 La réponse de la composition de distillat lorsque les autres boucles sont fermées avant et après la BLT	52
Figure V.16 La réponse de la composition de prélèvement latéral lorsque les autres boucles sont fermées avant et après la BLT	53
Figure V.17 La réponse de la température de plateau 19 lorsque les autres boucles sont fermées avant et après la BLT	53
Figure V.18 L'effet de la boucle 2 sur 1 avant et après la BLT	54
Figure V.19 l'effet de la boucle 1 sur 2 avant et après la BLT	55
Figure V.20 L'effet de la boucle 1 sur 3 avant et après la BLT.....	55
Figure V.21 L'effet de la boucle 3 sur 1 avant et après la BLT.....	56
Figure V.22 L'effet de la boucle 3 sur 2 avant et après la BLT.....	56
Figure V.23 L'effet de la boucle 2 sur 3 avant et après la BLT.....	57

Introduction Générale

L'automatique est la discipline qui d'une manière générale traite de la commande des systèmes qui sont des natures différentes: système monovariante (continue ; échantillonné), système multivariable.

La commande des systèmes multivariables a pris une place très importante dans l'automatique car la plupart des procédés chimiques notamment les procédés de raffinage et de pétrochimie sont des procédés de nature multivariable. On définit un système multivariable comme étant un système à plusieurs entrées et à plusieurs sorties.

Un des procédés chimiques les plus importantes dans l'industrie pétrolière c'est la distillation qui consiste à séparer un ou plusieurs constituants d'un mélange homogène liquide, en mettant à profit la différence de volatilité des constituants. Cette procédure se déroule dans des colonnes de distillation qui sont des équipements multivariables très complexe à cause de sa grande inertie, ses performances dépendent, en grande partie de la qualité des systèmes destinée à commander ses paramètres.

Le premier obstacle de la commande des systèmes multivariables, est qu'elle est l'entrée qui commande qu'elle sortie c.-à-d le choix de configuration entrées– sorties adéquat. L'autre souci dans la commande des systèmes multivariables est lorsque on arrive à choisir la meilleure configuration entrées –sorties on pose la question est ce que l'entrée u_i qui commande la sortie y_j peut entraîner une variation sur les autres sorties, c'est le problème des interactions présent dans les systèmes multivariables. Une autre question importante dans la commande de ces systèmes est comment synthétiser les paramètres des régulateurs, pour un système à N entrées N sorties si on utilise la commande multiboucle, les paramètres de N régulateurs sont à déterminer de telle sorte que les performances de système sont acceptables.

L'objectif de notre travail est l'analyse des interactions et de la commande automatique d'une colonne de distillation pour la séparation éthanol –eau qui se présente comme un système multivariable 3x3 (trois entrées –trois sorties). Ce travail est divisé en cinq chapitres:

Dans le premier chapitre on présente une généralité sur les systèmes multivariables, les différents types de représentation de ces systèmes et quelque méthode de commande.

Dans le deuxième chapitre on présente l'étape de l'analyse des interactions dans les systèmes multivariables : On explique le phénomène d'interaction puis on expose quelques

méthodes d'analyse des interactions développées dans la littérature et qui sont répondu dans la pratique.

Dans le troisième chapitre on présente la synthèse des systèmes monovariante et multivariante dans la quelle on expose une méthode de synthèse des systèmes monovariante 'lieu des racines' et une autre méthode de synthèse des systèmes multivariante 'BLT'.

Dans le quatrième chapitre on explique le principe de fonctionnement de la colonne de distillation pour la séparation (éthanol-eau) et on présenté son modèle mathématique sous forme d'une matrice de transfert.

Dans le cinquième chapitre on s'intéresse à commander la colonne de distillation étudiée. Dans la première étape on sélectionne la configuration entrées-sorties adéquate, la deuxième étape c'est de quantifier les interactions présentes dans le système en boucle fermée et enfin on applique une méthode de synthèse des systèmes multivariante sur le procédé.

chapitre I

I-1 Introduction

L'automatique considère un procédé comme un système dynamique comportant des entrées et des sorties qu'il doit commander tout en satisfaisant des exigences et des spécifications de qualité des produits. C'est pourquoi la conception de ces commandes doit être rigoureuse. La majorité des systèmes industriels étant multivariable, la commande de ces derniers a pris une grande partie dans la recherche scientifique. Dans ce sens, plusieurs techniques de commande ont été élaborées pour permettre une décomposition totale ou partielle des systèmes multivariables.

Dans ce chapitre on présente des rappelles et des généralités sur les systèmes multivariables.

Le schéma bloc d'un système multivariable est donne par la figure (I.1) :

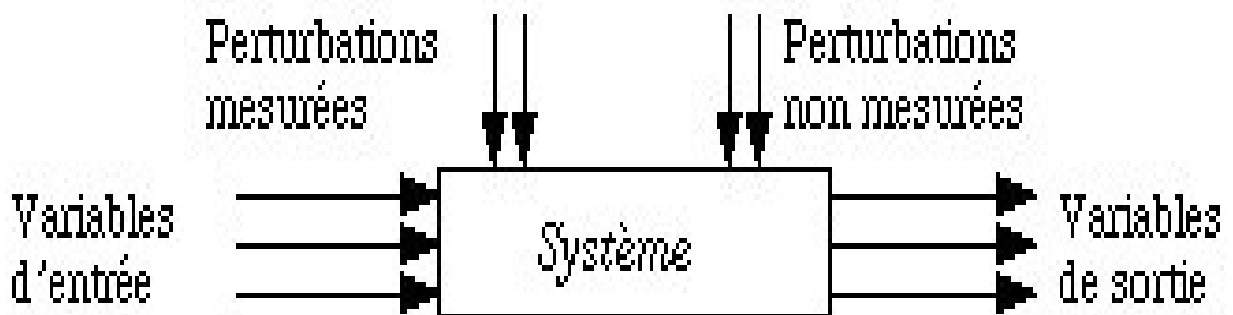


Figure I.1 Schéma bloc d'un système multivariable

I.2 systèmes multivariables

I.2.1 Définition

Un système est un ensemble de pièces, d'objets qui réalisent une opération spécifique. Il est aussi défini par ses entrées et ses sorties qui le relient à l'environnement extérieur.

Par définition un système multivariable est un système a plusieurs entrées et plusieurs sorties, généralement ce genre de système se caractérise par des phénomènes de couplage et/ou d'interaction. [1]

L'application d'un signal sur un entrée, entraîne une variation de plusieurs ou toutes les sorties. [2]

I.2.2 Description mathématique des systèmes multivariables [3]

La commande des systèmes multivariable reste assez difficile à cause des liaisons qui existent entre les différentes boucles, pour cela, il fallait trouver une forme aisée pour une représentation qui facilite la commande de ce genre de système.

Pour représenter ces systèmes, il ya trois modes de représentation

- Représentation par un système d'équations différentielle lient les entrées aux sorties.
- Représentation en espace d'état.
- Représentation par une matrice de fonction de transfert.

I.2.2.1 Introduction à la représentation d'état

Pour un système sous forme d'état, il faut prendre en considération la condition suivante :

- conditions initiales
- le temps t
- la loi de commande $u(t_0, t)$

En général, les équations d'état pour les systèmes LTI (Linear Time Invariant), sont des systèmes donnés par des équations différentielles linéaires à coefficient constant.

L'équation d'état s'écrit sous la forme suivant :

$$\begin{cases} \dot{X}(t) = A.x(t) + B.u(t) + \Gamma.p(t) \\ Y(t) = C.x(t) + D.u(t) \end{cases} \quad \text{I.1}$$

Avec ;

$\dot{X}(t)$: est le vecteur d'état

A : la matrice d'état

B : la matrice d'entrée

u(t) : Le vecteur d'entrée

p : le vecteur des perturbations

Γ : la matrice des perturbations

y(t) : est le vecteur des sorties

C : la matrice des sorties

D : la matrice d'entrées/Sorties

I.2.2.2 Introduction à la matrice fonction de transfert

On appelle matrice de fonction de transfert noté G(s) déterminé pour des conditions initiales nulles, une matrice constituée des fonctions de transferts $G_{ij}(s)$. La matrice de fonction de transfert prend la forme suivante :

$$G(s) = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) & \dots & \dots & G_{1n}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) & \ddots & \ddots & \ddots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots \\ \vdots & \vdots & \dots & \dots & \dots \\ G_{m1}(s) & G_{m2}(s) & \dots & \dots & G_{mn}(s) \end{bmatrix} \quad \text{I.2}$$

L'élément $G_{ij}(s)$ ($i=1, \dots, m$) ; ($j=1, \dots, n$) représente la fonction de transfert entre la ième sortie et la jème entrée. Elle est donnée par :

$$G_{ij}(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + b_{m-2} s^{m-2} + \dots + b_1 s^1 + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s^1 + a_0} e^{-\tau s} \quad \text{I.3}$$

Remarque

- La représentation par la matrice fonction de transfert suppose que les conditions initiales sont nulles.
- Pour que le système $G_{ij}(s)$ soit réalisable physiquement, le degré de numérateur doit être inférieur au degré de dénominateur.

I.2.2.3 Passage de la représentation d'état à la matrice de transfert

Soit un système dynamique décrit par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{X}(t) = A.x(t) + B.u(t) \\ Y(t) = C.x(t) + D.u(t) \\ X(0) = x_0 \end{array} \right. \quad \text{I.4}$$

Avec : $x \in R^n$, $u \in R^p$, $y \in R^q$

Pour les systèmes LTI, la transformé de **LAPLACE** aide à relier la représentation d'état avec les concepts classiques et donne des résultats dans le domaine temporel d'une manière facile.

Les équations d'état d'un procédé Deviennent dans le domaine de LAPLACE

$$\left\{ \begin{array}{l} SX(s) = A X(s) + B U(s) \\ Y(s) = C X(s) + D U(s) \end{array} \right. \quad \text{I.5}$$

Après arrangement des termes, on aura:

$$(SI-A)X(s) = B U(s) \quad \text{I.6}$$

D'où on peut écrire que

$$\left\{ \begin{array}{l} X(s) = (SI-A)^{-1} \cdot B \cdot U(s) \\ Y(s) = [C (SI-A)^{-1} \cdot B + D] \cdot U(s) \end{array} \right. \quad I.7$$

Pour la dernière équation (l'équation de la sortie) $Y(s) = T(s) \cdot U(s)$

Avec $T(s) = C (SI-A)^{-1} \cdot B + D$ qui est une matrice de $m \times r$

(m nombre de sorties et r nombre d'entrées)

La fonction de transfert qui relie la i ième sortie avec la j ième entrée est donnée par :

$$T_{ij}(s) = \frac{y_j(s)}{u_i(s)} \quad I.8$$

I.3 Introduction à la notion de couplage ou d'interaction

Tout système multivariable présent un couplage, c'est à dire si on agit sur une entrée l'effet de cette dernière va influencer sur toutes les sorties, il est de même pour les perturbations.

I.4 Observabilité et Contrôlabilité [5]

C'est l'examen de la structure d'un système et de trouver ce que, c'est possible de commander ce système par ses entrées et ce que c'est possible de déterminer l'état du système par ses sorties.

En général, un système peut se composer en 4 parties (modes) :

- Contrôlable et Observable
- Contrôlable mais non Observable
- Non Contrôlable mais Observable
- Non Contrôlable et Non Observable

I.4.1 Observabilité

Si n'importe quel changement dans l'état du système est détecté à partir des mesures qui sont disponibles, ce système est observable.

Donc l'observabilité concerne la possibilité d'identifier ou de reconstruire l'état du système à partir de la connaissance de ses sorties

En utilisant la notation discrète, on peut écrire

$$Y(k) = H x(k)$$

$$Y(k+1) = H x(k+1) = HA x(k) + HB u(k) \text{ avec } x(k+1) = Ax(k) + Bu(k)$$

$$Y(k+2) = H x(k+2) = HA^2 x(k) + HAB u(k) + HB u(k+1)$$

$$Y(k+N) = H x(k+N) = HA^N x(k) + HA^{N-1} Bu(k) + \dots + HB u(k+N-1)$$

Donc

$$\begin{bmatrix} y(k) \\ y(k+1) \\ y(k+2) \\ \dots \\ y(k+N) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H \\ HA \\ HA^2 \\ \dots \\ HA^N \end{bmatrix} x(k) + \text{termes en } U \quad \text{I.9}$$

Pour calculer $X(k)$ on a besoin d'avoir m équations indépendantes si $X(k)$ est un vecteur de dimension m .

Alors pour que le système soit observable, la matrice d'observabilité Ob , doit avoir le rang plein (ici m).

En d'autres termes, observable si $\text{rang}(Ob) = m$, avec

$$Ob = \begin{bmatrix} H \\ HA \\ HA^2 \\ \dots \\ HA^N \end{bmatrix} \quad \text{I.10}$$

I.4.2 Contrôlabilité

I.4.2.1 Définition

Un système est commandable dans un intervalle du temps t_0, t_1 si durant cet intervalle du temps, il y a des entrées $u(t)$ qui peuvent transférer le système de l'état initial $X(t_0)$ à un autre désiré finale $X(t_1)$.

Si toutes les variables d'état d'un système sont affectées par les variables d'entrées auxquelles sont liées pour la commande, le système est contrôlable.

En utilisant la représentation discrète,

$$X(k+1) = A x(k) + B u(k)$$

$$X(k+2) = A^2 x(k) + A B u(k) + B u(k+1)$$

$$X(k+3) = A^3 x(k) + A^2 B u(k) + A B u(k+1) + B u(k+2)$$

.....

$$X(k+N+1) = A^{N+1}x(k) + A^N B u(k) + A^{N-1} B u(k+1) + \dots + B u(k+N)$$

Donc,

$$X(k+N+1) = A^{N+1}X(k) + [B \quad AB \quad A^2B \quad \dots \quad A^N B] \begin{bmatrix} u(k+N) \\ u(k+N-1) \\ \dots \\ u(k) \end{bmatrix} \quad \text{I. 11}$$

Ces équations ont une solution pour les entrées $u(k), u(k+1), \dots, u(k+N)$, si et seulement si le rang de la matrice est plein, qui est la matrice de commandabilité.

$$C_o = [B \quad AB \quad A^2B \quad \dots \quad A^N B] \quad \text{I. 12}$$

C'est-à-dire

$$\text{Rang} = C_o = [B \quad AB \quad A^2 B \quad \dots \quad A^N B] = n \quad \text{I. 13}$$

I.5 Dualité [2]

L'observabilité et la commandabilité apparaissent comme deux propriétés duales.

On appelle duaux, les systèmes définis respectivement par les équations suivantes :

$$S_1: \begin{cases} \dot{X} = A.X(t) + B.U(t) \\ Y = C.X(t) + D.U(t) \end{cases} \quad \text{I.14}$$

$$S_2: \begin{cases} \dot{X} = A^T X(t) + B^T .U(t) \\ Y = C^T .X(t) + D^T .U(t) \end{cases} \quad \text{I.15}$$

Si S_1 est commandable à t_0 , alors S_2 est observable à t_0 et inversement.

Donc on peut vérifier la commandabilité d'un système en vérifiant l'observabilité du système dual.

I.6 La commande par retour d'état [5]

Les valeurs propres (les pôles) d'un système LTI contrôlable peuvent être placées par le retour d'état comme il est montré par le schéma suivant :

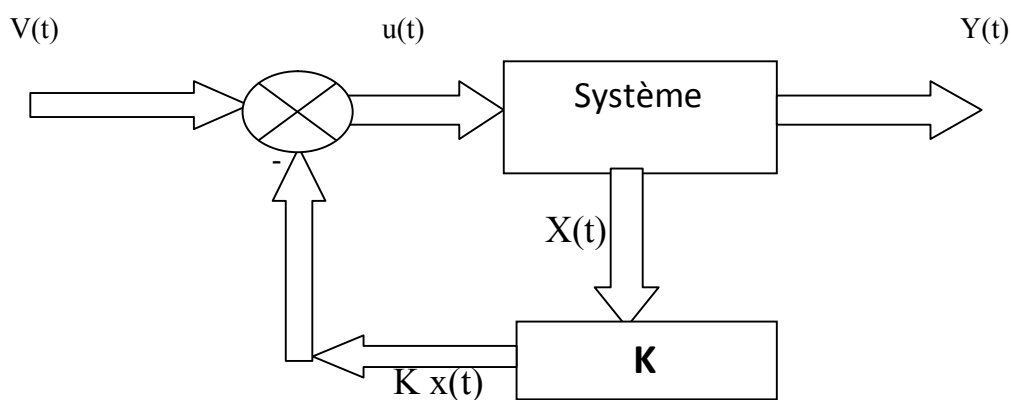


Figure I.2 Un système LTI avec le retour d'état

L'équation d'état du système en boucle ouvert

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad \text{I. 16}$$

En boucle fermée

$$\dot{x} = Ax + B(v - Kx) \quad \text{I. 17}$$

$$\dot{x} = (A - BK)x + Bv \quad \text{I. 17}$$

v est le vecteur d'entrées $(v_1, v_2, v_3, \dots, \dots)^T$

K c'est la matrice constante de retour d'état

La matrice K est choisie pour avoir les pôles dominants (les valeurs propres de $(A - BK)$ à des positions donnant des amortissements souhaitables dans le système.

I.7 La commande multiboucle [6]

La commande multiboucle consiste à utiliser des régulateurs monovariables pour commander un système multivariable. Cette commande multiboucle est donc formée de n_y régulateurs monovariables pour un procédé à n_u entrées et n_y sorties.

La matrice de fonction de transfert des régulateurs est diagonale

$$G_C(s) = \begin{bmatrix} G_{C1}(s) & 0 \\ 0 & G_{C2}(s) \end{bmatrix} \quad \text{I. 19}$$

$G_{C1}(s)$ et $G_{C2}(s)$ sont les fonctions de transfert des régulateurs monovariables.

I.7.1 Les avantages de la commande multiboucle

La commande multiboucle offre un certains nombres d'avantages qui fait qu'elle est préférable à la commande multivariable centralisée, parmi ces avantages on a :

- La simplicité et la rapidité de son implantation sur équipement industriel
- Elle permet de maintenir des sorties constantes alors que d'autre sont volontairement modifiées.
- Si on choisit convenablement les couples entrées/sorties, une des boucles peut être ouverte Sans engendrer d'état instable.
- La commande multiboucle utilise directement la mesure des grandeurs principales qui sont les sorties.

I.7.2 Le choix de couplage

Le choix des couples entrées/sorties consiste à choisir la meilleure configuration de commande par la sélection des couples entrées/sorties de façon à ce que chaque entée soit bouclée avec une seul sortie bien déterminer. Le but est de choisir une configuration de commande dont le niveau des interactions entre les boucles de commande résultantes est très faible.

Par exemple pour un système 2*2 on a la configuration de commande :

Y_1 commandé par U_1 et Y_2 commandé par U_2 (figure I.3)

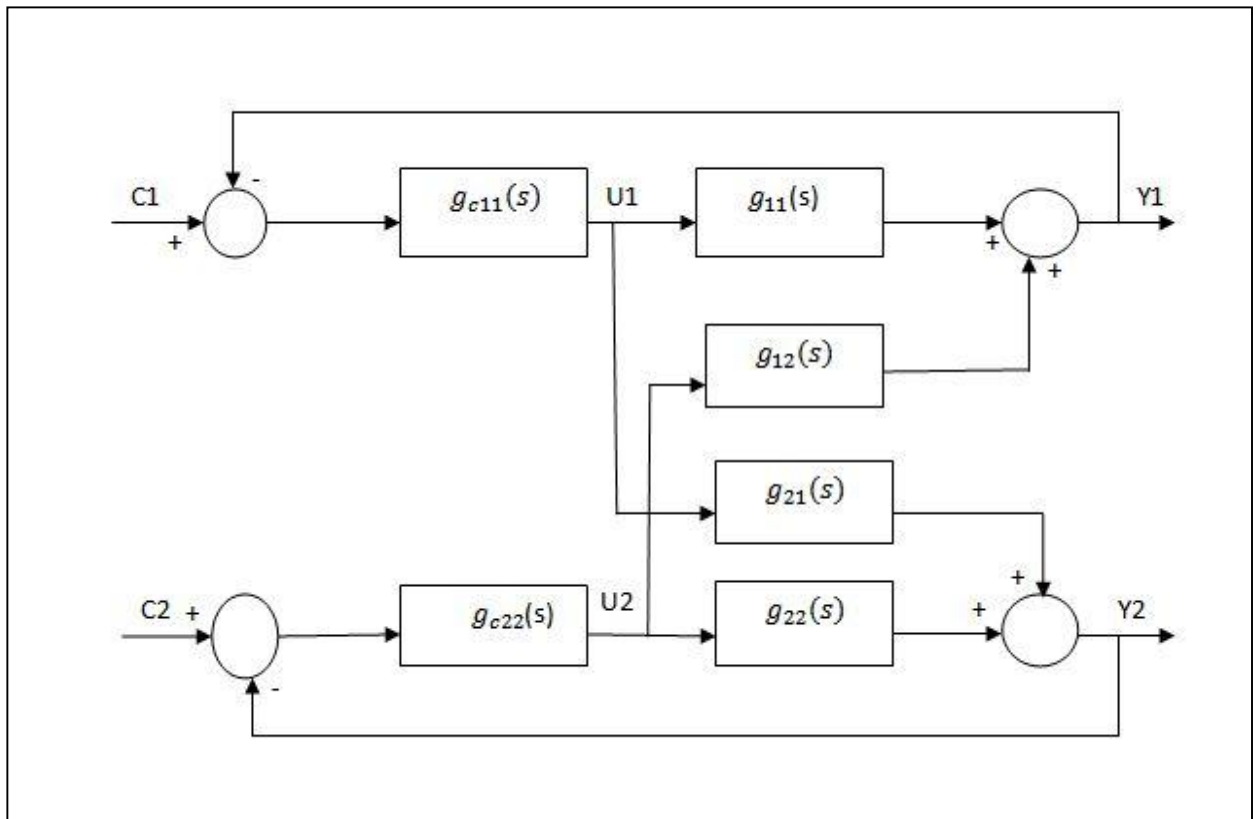


Figure I.3 Commande multiboucle ($U_1 - Y_1, U_2 - Y_2$)

Donc pour un système multivariable à m entrée et m sorties, on a $m!$ configurations possible. Le problème est comment choisir la meilleure configuration de commande.

I.8 Conclusion

Dans ce chapitre, on a présenté des généralités sur les systèmes multivariables.

Les systèmes multivariables sont des systèmes complexes et difficiles à traiter et à commander puisque on risque toujours d'affronter un problème d'interaction.

Pour cela il faut faire au préalable une analyse détaillée des interactions qui peuvent se présenter.

chapitre II

II.1 Introduction

La conception d'un système de commande adapté à un processus industriel multivariable, pose évidemment un certain nombre de problèmes. Parmi ceux-ci, le problème de l'existence des interactions entre les variables d'entrées-sorties du système est la cause principale pour laquelle la synthèse et le fonctionnement du système en multiboucle, boucle par boucle, sont difficiles car un changement d'une variable d'entrée à pour conséquence des changements de plusieurs variables de sorties ; ce qui rend difficile le maintien des performances de chaque boucle.

L'objectif de ce chapitre est de définir, d'expliquer le phénomène d'interaction dans les systèmes multivariables et de donner un aperçu général pour l'analyse des interactions.

II.2 Définition des interactions dans les systèmes multivariables

On dit qu'un système multivariable est interactif si les entrées de ce système affectent plusieurs sorties simultanément

L'interaction entre les boucles d'un système, de n entrée, n sortie est l'influence de l'entrée U_i , sur la sortie Y_j , tel que $i \neq j$

Par ces définitions, on peut conclure que l'effet d'une perturbation ne se limite pas uniquement à la sortie qu'elle affecte, mais se propage pour atteindre les autres sorties, cela est dû aux interactions existantes entre les boucles.

II.3 Explication de phénomène d'interaction [5]

Pour éclaircir le phénomène d'interaction dans un système multivariable, considérons le système représenté par la figure ci-dessus.

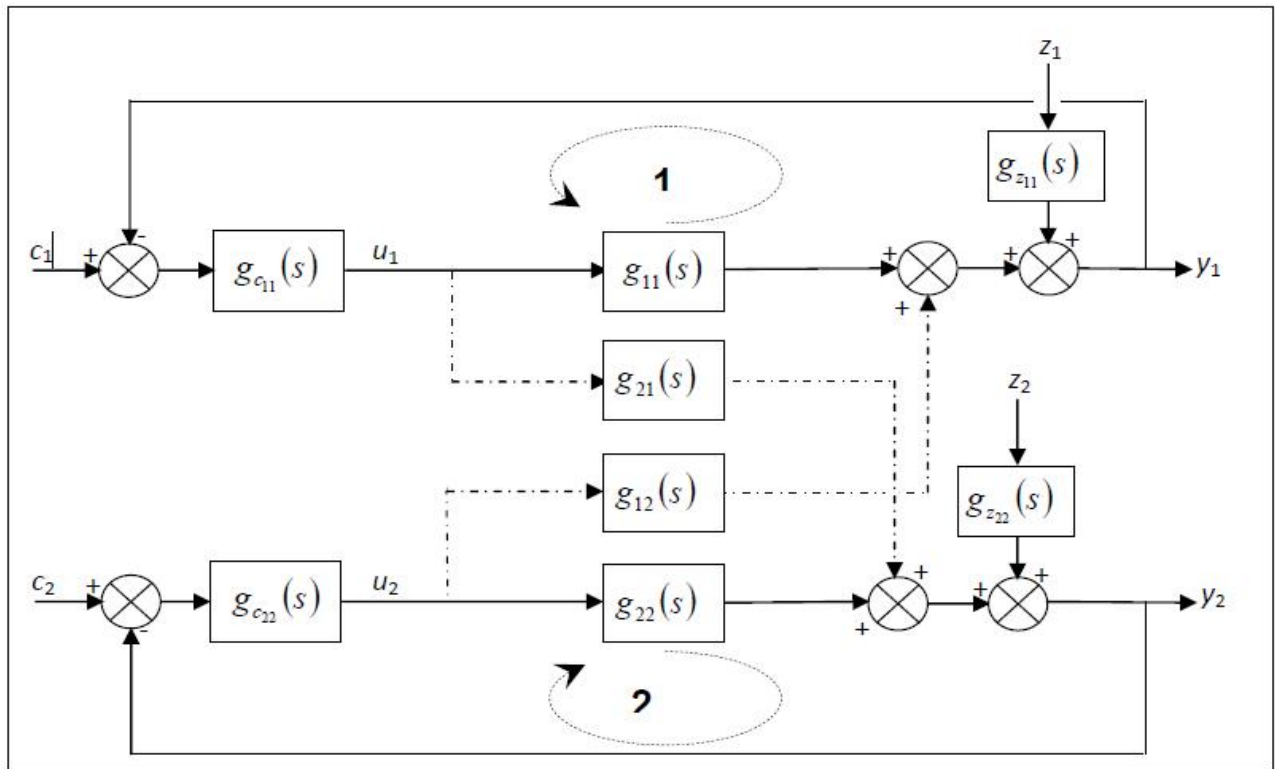


Figure II .1 Commande multiboucle.

Lorsque la perturbation z_1 affecte la sortie y_1 , cette dernière s'écarte de sa valeur de consigne c_1 , le régulateur $g_{c11}(s)$ génère donc une commande u_1 d'une manière à annuler cet écart (ligne continue). Néanmoins, la commande u_1 générée affecte en plus la sortie y_2 à travers la transmittance $g_{21}(s)$ (ligne discontinue), donc la sortie y_2 s'écarte aussi de sa valeur de consigne c_2 . Ceci oblige le régulateur $g_{c22}(s)$ de générer une commande u_2 pour maintenir la sortie y_2 à la position désirée c_2 . L'action correctrice du régulateur $g_{c22}(s)$ de la deuxième boucle (2) (la commande u_2) affecte aussi la sortie y_1 à travers la transmittance $g_{12}(s)$. Alors le maintien des sorties y_1 , y_2 à leurs positions désirées, en dépit de la perturbation z_1 qui doit être annulé par le régulateur $g_{c11}(s)$, est une tâche ardue.

II.4 Méthodes d'analyse des interactions

Afin de remédier aux effets négatifs des interactions, plusieurs chercheurs ont introduit des méthodes d'analyse pour quantifier les interactions dans les systèmes multivariables ou faire découplage.

Il existe deux méthodes :

- Méthodes d'analyse directe utilisant la matrice de transfert du système
- Méthodes d'analyse indirecte

Méthodes d'analyses directes

Plusieurs méthodes d'analyse directe des interactions utilisant la matrice de transfert existent dans la littérature, telle que

- Matrice des Gains Relatifs (**RGA**) ; développée par Bristol, qui a bénéficiée d'une large utilisation dans l'industrie.
- Matrice des Gains Relatifs Dynamique (**DRGA**).
- Méthode du Quotient d'Interaction (**IQ**).
- Matrice des Gains Relatifs Dynamique Moyens (**ADGA**).
- Matrice Dynamique Relative (**RDA**).
- Méthodes basées sur le lieu de Nyquist (**DNA, INA**).
- Méthode **IMC**.

Méthodes d'analyse indirecte

- **D.R.M.A** (la matrice dynamique des amplitudes relatives).
- **G.D.R.G** (matrice des Gains Dynamique relatifs Généralisés).

II.4 .1 Méthodes d'analyse directe (analyse en boucle ouverte)

Les méthodes de cette classe supposent que les régulateurs sont parfaits et l'analyse des interactions est basée sur l'utilisation directe du modèle du système. Ces méthodes permettent de déterminer directement la meilleure configuration de commande.

Cette classe se divise selon deux méthodes :

- Méthode utilisant la matrice de fonction de transfert du système.
- Méthode utilisant la représentation d'état du système.

II.4 .1.1 Méthode de R.G.A (Relative Gains Array) [5]

La méthode de la Matrice des Gains Relatifs développée par Bristol, en 1966, permet de dégager une configuration de commande avec un faible niveau d'interaction.

Le calcul de la RGA est basé sur la matrice des gains statiques du système. Chaque élément de la RGA est déterminé par l'expression suivante :

$$\lambda_{ij} = \frac{\left(\frac{\partial y_i}{\partial u_j}\right)_{k=0, k \neq j}}{\left(\frac{\partial y_i}{\partial u_j}\right)_{k=0, k \neq i}} \quad \text{II. 1}$$

Le numérateur représente le gain statique en boucle ouverte entre u_j et y_i , et le dénominateur c'est le gain statique entre u_j et y_i lorsque les autres sorties sont contrôlées par des correcteurs parfaits. Le gain relatif λ_{ij} indique si le gain d'une boucle ouverte $[u_j - y_i]$ change lorsque toutes les autres boucles sont fermées.

II.4 .1.1.1 Méthode générale de calcul RGA

La Matrice des Gains Relatifs se calcule directement en utilisant la matrice des gains statiques K_s comme suit :

$$\text{RGA} = k_s \cdot [k^{-1}_s]^T, \quad \text{II. 2}$$

Avec

$$\text{RGA} = [\lambda_{ij}, j=1, \dots, m] \quad \text{II. 3}$$

$$k_s = [k_{sij} : i, j=1 \dots m] \quad \text{II. 4}$$

Où :

\cdot : est le produit de Hadamard

k_s : est la matrice des gains statiques

k_{sij} : est le gain statique entre u_j et y_i

Les éléments de k_s sont déterminés par la relation suivante :

$$k_{sij} = \lim_{s \rightarrow 0} g_{ij}(s). \quad \text{II. 5}$$

II.4 .1.1.2 Propriétés de la RGA [5]

La somme algébrique des éléments de la RGA le long d'une ligne i ou d'une colonne j est égale à 1.

$$\sum_{j=1, i=cst}^m \lambda_{ij} = 1 \quad \text{II. 6}$$

$$\sum_{i=1, j=cst}^m \lambda_{ij} = 1 \quad \text{II. 7}$$

II.4 .1.1.3 Interprétation de la Matrice des Gains Relatifs (RGA) [5]

- Si les éléments de la diagonale de la RGA ($\lambda_{ij}; i = j$) sont proches de 1, alors niveau d'interaction dans le système est très faible, dans le cas contraire (inférieur ou supérieur à 1) les interactions sont fortes.
- Si les éléments tel λ_{ij} que $i \neq j$ sont proche de 1, ou proportionnelles non négligeable par rapport a 1 alors notre système est interactif.
- Si λ_{ij} est négatif, la réponse de boucle correspondant peut changer de sens de variation, si les boucles sont fermées, alors le couple correspondant ne doit pas être choisi pour élaborer une commande.
- Le choix de la configuration de commande porte sur les couples ayant un gain relatif λ_{ij} proche de 1.

En résumé le choix de la meilleure configuration de commande revient a sélectionner les paires d'entrées-sorties de telle sorte que soit la plus proche de 1 tout en évitant des paire a gaine relatifs négatifs.

Limitations

La méthode de la RGA reste limite, puisque :

- Elle suppose que les régulateurs sont parfaits, alors que ce n'est pas le cas dans la pratique
- On s'intéresse seulement aux cas statique, tandis que le degré d'interaction dépende de la réelle dynamique du système.
- Elle n'est applicable que pour les systèmes qui travaillent autour de la fréquence nulle.

II.4 .1.2 La méthode DRGA (Matrice des Gains Relatifs Dynamique) [4]

Après la limitation de l'utilisation de la RGA, Witcher et McAvoy, ont développé la dynamique de la RGA et qui donné par :

$$\text{DRGA} = k_s \cdot [k^{-1}_s]^T \quad \text{II. 8}$$

Avec :

$$K_{s_{ij}} = G_{ij}(s), \quad i, j = 1, \dots, m \quad \text{II. 9}$$

II.4 .1.2 .1 Interprétation de la DRGA

Les interactions dans le système sont faibles si le module de chaque élément $\lambda_{ij}(s)$ avec $i=j$ (éléments de la diagonale) est proche de 1 et les modules des autres éléments $\lambda_{ij}(s)$ avec $i \neq j$ (éléments hors diagonale) sont proches de zéro dans la bande de fréquence du travail du système. Pour déterminer la configuration de commande, on choisit les couples correspondants à des éléments $\lambda_{ij}(s)$ dont le module est proche de 1 dans la bande de fréquence dans laquelle le système travaille.

Limitations

La méthode DRGA reste limitée, puisque :

- Cette méthode suppose que les contrôleurs sont parfaits.

II.4 .1.3 La méthode IQ (la matrice de quotient d'interaction) [7]

Pour un système 2*2 le quotient d'interaction est défini par :

$$K = (G_{12} * G_{21}) / (G_{11} * G_{22})$$

Tel que G_{ij} sont des éléments de la matrice de la fonction de transfert $G_p(s)$, le quotient est évalué en le traçant dans le plan polaire, de sorte qu'on remplace s par $j\omega$.

RIJNSDORP à conclure, que si la valeur statique de k est proche de l'unité, l'interaction est forte, c'est aussi le cas si $k(s)$ montre une augmentation négative de la phase avec une fréquence et une amplitude proche de 1.

Cependant, si $k(s)$ est approximativement constant et négatif, un bon contrôle peut être achevé avec la commande multiboucle de système, par contre lorsque $k(s)$, est approximativement constante et supérieure à 1, l'interaction est dominante et les performances du système contrôle sont pauvres.

La relation suivante montre que le quotient d'interaction est limité par la valeur du rapport de la transmittance parallèle et de la transmittance directe, pour un système avec une boucle fermée et l'autre ouverte.

$$K = \frac{G_{12}G_{21}}{G_{11}G_{22}} \quad \text{II. 10}$$

$$K = \lim_{k \rightarrow \infty} \left(\frac{G_{12} * G_{21}}{G_{11} * G_{22} + \frac{G_{22}}{K}} \right) \quad \text{II. 11}$$

$$K = \lim_{k \rightarrow \infty} \left(\frac{\frac{kG_{12}G_{21}}{1+G_{12}*K}}{G_{22}} \right) \quad \text{II. 12}$$

II.4 .1.4 La méthode IMC (modèle interne) [19]

Cette méthode est basée sur la représentation d'une configuration possible pour chaque couple d'E/S, par les graphes données par $R_i(w)$ et $C_i(w)$.

$$R_i(w) = \frac{\sum_{j \neq i}^m |g_{ij}(w)|}{\sum_{j=1}^m |g_{ij}(w)|} \quad 0 < w < \infty \quad \text{II. 13}$$

$$C_i(w) = \frac{\sum_{j=i}^m |g_{ij}(w)|}{\sum_{j=1}^m |g_{ij}(w)|} \quad 0 < w < \infty \quad \text{II. 14}$$

Avec $g_{ij}(w)$ correspond à l'élément de la i ème ligne et la j ème colonne de la matrice des fonctions du transfert du processus $G(s)$

Le choix de meilleur couple dépend des valeurs de R_i et C_i de chaque couple entrée-sortie :

- Des grandes valeurs de R_i et de C_i correspondent à des interactions significantes
- Des petites valeurs de R_i et de C_i correspondent à des faibles interactions.
- Des petites valeurs de R_i signifient que la réponse de la i ème boucle est imposée par son entrée assignée. Des grandes valeurs de R_i signifient qu'il y a des fortes interactions avec les autres boucles et la réponse de i ème boucle est imposée par les autres entrées du système.
- Des petites valeurs de C_i signifient que l'entrée U_i commande sa sortie Y_i et son effet sur les autres sorties est négligeable. Des grandes valeurs de C_i signifient que l'entrée U_i doit de préférence, commander les autres sorties.

Le meilleur choix qui assure une faible interaction est la configuration pour laquelle

$R_i(W) \leq 0.5$ et/ou $C_i(W) \leq 0.5$ dans la bande passante du système.

II.4 .1.5 Matrice Directe de Nyquist (DNA) [9]

La matrice directe de Nyquist, est une méthode graphique dont le principe est le suivant :

- Construction le lieu de Nyquist pour chaque élément $G_{ij}(s)$ de la diagonale de transfert $G(s)$ pour w variant de 0 à $+\infty$.
- Superposer chaque lieu avec les cercles de Geshgorin obtenus pour «variation de 0 à $+\infty$ ».

- Les coordonnées du centre d'un cercle sont partie réelle et imaginaire de $G_{ij}(s)$ le rayon $R_{ij}(s)$ du cercle est la somme des modules des éléments de la colonne sauf le module de l'élément $G_{ij}(s)$ considéré. Le rayon $R_{ij}(s)$ est donné par la formule suivante :

$$R_{ij}(w) = \sum_{j=1, j \neq i}^m |G_{ji}(s)| \quad \text{II .15}$$

II.4 .1.6 Matrice inverse de Nyquist (INA) [9]

Contrairement à la DNA, la matrice Inverse de Nyquist utilise l'inverse de la matrice de transfert de système $G(s)$ désignée par $\hat{G}(s)$. Le principe d'INA, est suivant :

- Calcule $\hat{G}(s)$ qui l'inverse de $G(s)$
- Construire le lieu de Nyquist de chaque élément $\hat{G}_{ii}(s)$ de la diagonale de la matrice de transfert $\hat{G}(s)$ pour «variation de 0 à $+\infty$ »
- Superposer chaque lieu avec les cercles de Geshgorin obtenus pour w «variations de 0 à $+\infty$ »

Les coordonnées du centre d'un cercle sont la partie réelle et imaginaire de $\hat{G}_{ii}(s)$ et le rayon $\hat{R}_{ii}(s)$ du cercle est la somme des modules des éléments de la i ème colonne sauf le module de l'élément $\hat{G}_{ii}(s)$ considéré. Le rayon est $\hat{R}_{ii}(s)$ est donne par la formule suivante :

$$\hat{R}_{ii}(s) = \sum_{j=1, j \neq i}^m |\hat{G}_{ji}(s)| \quad \text{II .16}$$

II.4 .1.6.1 Interprétation de la DNA et INA

Les deux méthodes présentées permettant d'analyser les interactions entre les boucles de la configuration définie par les éléments de la diagonale de la matrice de transfert. Cette configuration présente des faibles interactions, si les cercles de Geshgorin de chaque élément de la diagonale du système $G(s)$ ou $\hat{G}(s)$ selon la méthode d'analyse considérée, n'encerclent pas l'origine du plan complexe dans la bande de fréquence de travail du système.

II.4 .2 Méthode d'analyse indirecte (analyse des interactions en boucle fermée)

II.4 .2.1 Méthode DRMA (Dynamique Relative Magnitude Array)

La DRMA est une méthode fréquentielle d'analyse des interactions dans un système en boucle fermée.

II.4 .2.1.1 Le principe de la DRMA [10] [11]

Cette méthode ne permet pas de dégager une configuration de commande, mais permet d'analyser les interactions présentes dans un système en boucle fermée (commande multiboucle). Le principe de la DRMA consiste à choisir en premier lieu une configuration de commande en utilisant l'une des méthodes d'analyse des interactions directe, ensuite on détermine le correcteur de chaque boucle. Après la synthèse du système de commande multiboucle, on calcul la DRMA pour analyser les interactions dans le système en boucle fermée résultant.

Une fois la DRMA est déterminée, on trace le diagramme de Bode (courbe du module) de chaque élément $X_{ij}(s)$ de la matrice, les diagrammes de Bode obtenus permettent d'analyser les interactions entre les boucles de la configuration choisie.

II.4.2.1.2 Interprétation de la DRMA

- Si les éléments de la diagonale de la DRMA sont proches de 1 dans la bande fréquences utile, les interactions dans le système en boucle fermée seront insignifiantes.
- Les éléments hors diagonale permettent d'examiner l'effet de chaque boucle sur une autre. Si l'élément $X_{ij}(s)(i \neq j)$ est grand (dans la bande de fréquences de travail), alors la commande u_j affecte fortement y_i , par contre si $X_{ij}(s)(i \neq j)$ est proche de zéro la sortie y_i est faiblement affectée par u_j .

II.4.2.1.3 la DRMA d'un système 3x3

Prenons le système 3x3 de la figure (II.2)

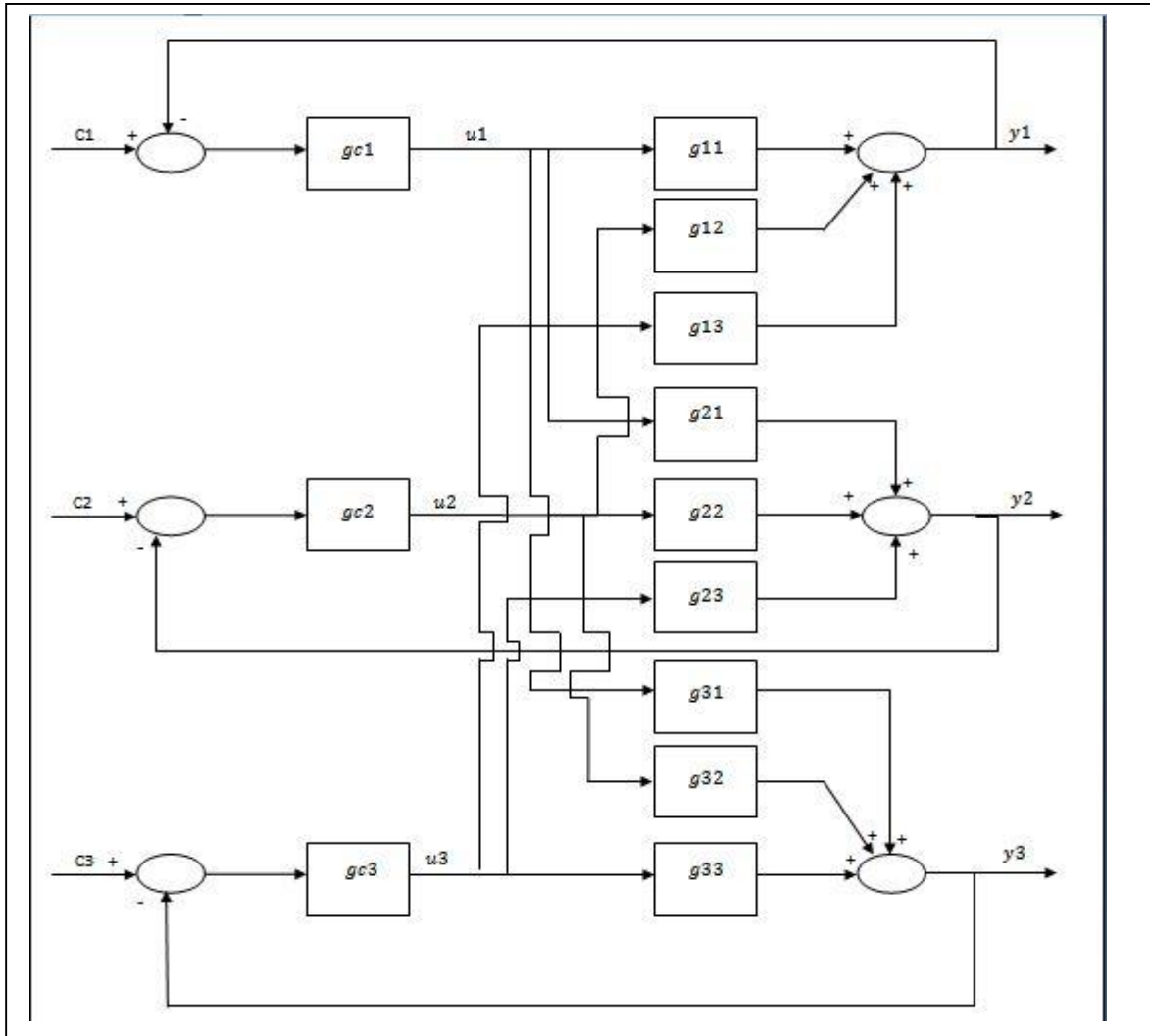


Figure II.2 Système de commande multiboucle 3x3

$$\text{DRMA} = \begin{bmatrix} \left(\frac{y_1(s)}{c_1(s)} \right)_{000} & \left(\frac{y_1(s)}{c_2(s)} \right)_{fff} & \left(\frac{y_1(s)}{c_3(s)} \right)_{fff} \\ \left(\frac{y_1(s)}{c_1(s)} \right)_{off} & \left(\frac{y_3(s)}{c_3(s)} \right)_{fff} & \left(\frac{y_3(s)}{c_3(s)} \right)_{fff} \\ \left(\frac{y_2(s)}{c_1(s)} \right)_{fff} & \left(\frac{y_2(s)}{c_2(s)} \right)_{000} & \left(\frac{y_2(s)}{c_3(s)} \right)_{fff} \\ \left(\frac{y_3(s)}{c_3(s)} \right)_{fff} & \left(\frac{y_2(s)}{c_2(s)} \right)_{fof} & \left(\frac{y_3(s)}{c_3(s)} \right)_{fff} \\ \left(\frac{y_3(s)}{c_1(s)} \right)_{fff} & \left(\frac{y_3(s)}{c_2(s)} \right)_{fff} & \left(\frac{y_3(s)}{c_3(s)} \right)_{000} \\ \left(\frac{y_3(s)}{c_3(s)} \right)_{fff} & \left(\frac{y_3(s)}{c_3(s)} \right)_{fff} & \left(\frac{y_3(s)}{c_3(s)} \right)_{ffo} \end{bmatrix} \quad \text{II.17}$$

ooo indique que tous les boucles sont ouvertes

off indique que la première boucle ouverte la deuxième et la troisième sont fermées

fof indique que la deuxième boucle ouverte la première et la troisième sont fermées

ffo indique que le troisième boucle ouverte, la première et la deuxième sont fermées

fff indique que tous les boucles sont fermées

Remarques

Pour analyser les interactions par la DRMA, on peut choisir par exemple la configuration de commande en utilisant la RGA. Cette dernière est valable seulement pour les systèmes travaillant autour de la fréquence nulle ; ainsi en utilisant la DRMA on vérifie l'adéquation de la configuration issue de l'application de la RGA pour une commande multiboucle.

Si les résultats d'analyse obtenus par l'application de la DRMA ne sont pas probants, alors on refait le choix de la configuration de commande ($m !$ configurations sont possibles) et on reprend l'analyse de nouveau pour déterminer la meilleure configuration.

Les éléments hors diagonale de la DRMA donnent des informations sur l'effet d'une boucle sur une autre (propagation d'une perturbation), dû essentiellement à l'influence des paramètres du régulateur d'une boucle sur les autres car la DRMA ne suppose pas que les régulateurs sont parfaits.

II.4 .2.2 Méthode GDRG (Matrice des Gains Dynamique Relatifs Généralisées) [12]

Huang, Ohshima et Hashimoto ont proposé en 1994, la matrice des gains dynamiques relatifs généralisée (GDRG) pour l'analyse des interactions dans un système multivariable en boucle fermée, contrairement aux méthodes de la première classe, la GDRG ne suppose pas que les régulateurs sont parfait, l'idée de la méthode consiste à analyser les interactions après le choix d'une configuration et la synthèse des régulateurs, l'application de la méthode permet d'évaluer le niveau d'interaction entre les boucles de la configuration considérée.

Chaque élément de la matrice est déterminé par :

$$\hat{\lambda}_{ij}(s) = \frac{\left(\frac{\partial y_i(s)}{\partial u_j(s)}\right)_{\text{boucle ouverte}}}{\left(\frac{\partial y_i(s)}{\partial y_j(s)}\right)_{\text{boucle fermée}}} \quad \text{II .18}$$

$$\text{GDRG} = [\hat{\lambda}_{ij}(s) : i = j = 1 \dots \dots \dots m] \quad \text{II .19}$$

Par la définition (II.18), le gain dynamique relatif généralisé $\hat{\lambda}_{ij}(s)$ indique le changement du gain en boucle ouvert entre u_j et y_i , du aux interactions et aux effets des paramètres des régulateurs des autres boucles.

II.5 Conclusion

L'analyse des interactions est une étape d'extrême importance dans la synthèse d'un système de commande multiboucle.

La technique de commande multiboucles donne un niveau de performances acceptable dans la majorité des cas.

Les Méthodes d'analyse vues dans ce chapitre ont donné lieu à d'importantes applications de la commande multiboucle dans l'industrie avec des résultats concluants.

La matrice des gains relatifs (RGA) est utilisée pour déterminer la configuration de commande.

La DRMA est utilisée pour déterminer le niveau des interactions entre les boucles, d'un procédé.

chapitre III

III. 1 Introduction

Un système asservi est toujours le siège des perturbations, qui peuvent être externes; des signaux perturbateurs qui viennent de l'extérieur et affecte le système interne. Aussi dans les systèmes multivariables les changements de consigne provoquent le phénomène d'interaction entre les boucles.

Pour améliorer la précision, l'amortissement et le temps de réponse, on introduire dans la boucle de régulation le correcteur.

Dans ce chapitre nous avons étudié l'intérêt de la correction et les méthodes de synthèse pour la détermination des paramètres du correcteur PI suivantes :

- Méthode d'EVANS.
- Méthode de BLT.

III. 2 Intérêt de la correction

Un correcteur doit ramener l'écart entre la consigne et la mesure de la sortie, a une valeur très proche de zéro, quelque soit les perturbations, dans le cas de la régulation, qui affectent le système commandé ou bien le changement de la consigne dans le cas de la poursuite.

Pour un système commandé nous cherchons à satisfaire les critères, suivants :

- Assurer la stabilité du système en boucle fermée.
- Annuler ou réduire l'erreur en régime permanent à un changement de consigne.
- Le système doit être rapide.
- Réduire l'influence des variations paramétriques du procédé.

III. 3 Méthodes de synthèse

III. 3. 1 Méthode des lieux de racines (méthode d'EVANS) [13]

Considérons comme forme standard pour la construction de ce lieu des racines, la fonction de transfert en boucle ouverte donnée par :

$$GH(s) = \frac{K*(S+Z_1)(S+Z_2).....(S+Z_n)}{(S+\tau_1)(S+\tau_2).....(S+\tau_m)} \quad \text{III. 1}$$

Avec ;

Z sont les zéros et τ sont les pôles

La construction de lieu des racines est simplifiée par l'application des règles suivantes :

- Le lieu commence des pôles de la fonction de transfert en boucle ouverte (le gain du régulateur $K_c=0$) et termine aux zéros de la fonction de transfert en boucle ouverte ou à l'infini ($K_c=\infty$).
- Les pôles ou les zéros complexes se manifestent en complexes conjugués, ainsi, le graphe est toujours symétrique par rapport à l'axe réel.
- Le nombre de lieu qui tend vers l'infini quand K_c augmente est le nombre des pôles moins le nombre des zéros.
- Le centre de gravité est calculé par la formule :

$$G_0 = \frac{\sum_{k=1}^{N_p} \text{Re}(P_k) - \sum_{k=1}^{N_z} \text{Re}(Z_k)}{N_p - N_z} \quad \text{III. 2}$$

N_p : Nombre des pôles.

N_z : Nombre des zéros.

- Le nombre d'asymptote = $N_p - N_z$.
- Les angles entre les asymptotes et l'axe réel sont donnés par :

$$\gamma = \frac{(1+2n)\pi}{N_p - N_z} \quad , n=0, 1, 2, \dots \quad \text{III. 3}$$

- L'angle de départ du lieu des racines d'un pôle complexe est donné par :

$$\theta_D = 180^\circ + \arg GH' \quad \text{III. 4}$$

$\arg GH'$ est la phase de $GH(s)$ calculée au pôle complexe sans tenir compte de la contribution de ce pôle particulier.

- L'angle d'arrivée du lieu des racines en un zéro complexe sans tenir compte de la contribution de ce zéro particulier.

$$\theta_A = 180^\circ + \arg GH' \quad \text{III. 5}$$

$\arg GH''$ est la phase de $GH(s)$ calculée au zéro complexe sans tenir compte de la contribution de ce zéro particulier.

- Les points de branchement

Ce sont les points où le lieu quitte ou rejoint l'axe des réels. Cela correspond à des valeurs de K telles que le système en BF présente des pôles doubles. Pour trouver ces points on applique la formule

$$\frac{dK}{ds} = 0 \quad \text{III. 6}$$

- Intersection avec l'axe des imaginaires si le lieu coupe l'axe des imaginaires, c'est que pour certaines valeurs de K , la fonction de transfert en BF a des pôles imaginaires purs. Pour trouver ces points, on utilise les techniques qui examinent l'équation caractéristique pour la stabilité critique, comme par exemple, l'utilisation de la matrice de Routh-Hurwitz

III. 3. 2 Méthode de plus grande module BLT [14]

Pour la régulation des systèmes multivariables, la méthode de plus grand module BLT a été proposée. Cette méthode est une généralisation de la méthode de Ziegler- Nichols proposée par Luyben en 1986. Elle permet de calculer les paramètres de chaque correcteur et assure la stabilité du système. La synthèse des correcteurs PI dans un environnement multivariable suivant la méthode BLT passe par les étapes suivantes :

- **Etapas 1**

Calcul des paramètres du correcteur PI d'après la méthode de Ziegler –Nichols pour chaque boucle individuelle. Ainsi, on commence par la détermination de la fréquence critique w_{cr} qui est la fréquence correspondante à la phase $-\pi$, et le gain critique K_{cr} qui correspond à la fréquence critique, puis on calcule les paramètres de Ziegler-Nichols par les formules suivantes :

$$K_{ZN} = \frac{K_{cr}}{2.2} \quad \text{III. 7}$$

$$T_{ZN} = \frac{2\pi}{1.2w_{cr}} \quad \text{III. 8}$$

- **Etapas 2**

On choisit un facteur de réglage $2 < F < 5$, on divise les gains des correcteurs par F :

$$K_C = \frac{K_{ZN}}{F} \quad \text{III. 9}$$

Et les correcteurs de temps des correcteurs sont multipliés par le facteur F :

$$T_i = T_{ZN} F \quad \text{III. 10}$$

- **Etapas 3**

Soit la fonction suivant

$$W(jw) = -1 + \text{Det} [I + G(jw)G_C(jw)] \quad \text{III. 11}$$

Avec :

$G(s)$: matrices fonction de transfert de système.

$G_C(s)$: matrices fonction de transfert diagonale des correcteurs.

I : matrices identité.

$$G_C(s) = \begin{bmatrix} g_{C11}(s) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & g_{C22}(s) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & g_{Cnn}(s) \end{bmatrix} \quad \text{III. 12}$$

La fonction de transfert des correcteurs est de types (PI)

$$g_{Cii} = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s}\right) \quad \text{III. 13}$$

Pour ramener le système à limite de stabilité, on ramène la fonction au point de Nyquist (-1,0). Par analogie avec les systèmes monovariables, on définit le module multivariable en boucle fermée.

$$L^{cm}(j\omega) = 20 \log \left| \frac{W}{1+W} \right| \quad \text{III. 14}$$

- **Etapas 4**

On fait varier le facteur de dérèglement jusqu'à ce que L_{max} , soit égal à $2n$, n étant l'ordre du système multivariable. Alors pour un système 3×3 le facteur

$$L_{max} = 2n = 6 \text{ dB.} \quad \text{III. 15}$$

Cette méthode permet de concevoir un système de commande multiboucle stable avec des performances raisonnable.

III. 4 Conclusion

Le but de ce chapitre était de présenter une boucle de régulation à base d'un correcteur PI.

La synthèse nous permet de calculer correctement les paramètres de correcteur grâce à plusieurs méthodes théoriques et pratiques comme exemple la méthode de Ziegler- Nichols et la méthode d'EVANS.

La méthode de synthèse des systèmes multivariables utilisée dans notre travail est la méthode de BLT.

chapitre IV

IV.1 Introduction

La régulation de colonne à distiller est une des problèmes les plus étudiés à l'intersection de l'automatique et de génie chimique, durant le dernier demi-siècle de nombreux chercheurs ont proposé des diverses méthodes pour l'appréhender. Nos travaux consistent à commander d'une colonne de distillation pour la séparation éthanol-eau proposé par B. A. OGUNNAIKE, J. P. LEMAIRE, M. MORARI, et W. H. RAY. [15] [16]

L'application des méthodes d'analyse des interactions (RGA, DRMA, ...) et la synthèse d'un contrôleur de système à commande exige la recherche de modèle mathématique pour ce système.

IV.2 La distillation [17]

La distillation est une des méthodes de séparation les plus importantes dont dispose le génie chimique. Cette opération permet la séparation de un ou plusieurs constituants d'un mélange homogène liquide, en mettant à profit la différence de volatilité des constituants.

IV.3 La colonne de distillation [20]

Une colonne, aussi appelé tour, est un équipement circulaire disposé verticalement d'une hauteur bien supérieure à son diamètre. Utilisé principalement dans les raffineries et l'industrie chimique, le terme de « colonne » est souvent employé pour les colonnes de distillation. Elles permettront dans ce cas précis de séparer les fractions de mélange (exemple : hydrocarbures contenues dans le pétrole) les unes des autres.

IV.3.1 Le principe de fonctionnement [8]

Le principe de fonctionnement de la colonne à distiller est basé sur l'échange de chaleur entre une source froide (le condenseur) et une source chaude (le rebouilleur). Ainsi la distillation met en œuvre un contre-courant de liquide et de vapeur conduisant à un échange de constituant tel que les plus volatiles s'accumulent dans la vapeur et sont éliminés au niveau de la source froide donnant le distillat, alors que les éléments lourds passent en phase liquide et sont soutirés au niveau de la source chaude donnant le résidu.

Dans les unités industrielles les contacts de deux phases se font au niveau des plateaux qui sont disposés longitudinalement à l'intérieur de la colonne. Le nombre et la forme de ces plateaux diffèrent d'une colonne à une autre.

IV.4 Présentation de la colonne de distillation pour la séparation éthanol-eau avec modélisation

IV.4.1 La colonne de distillation (éthanol-eau) [16]

La colonne de distillation pour la séparation éthanol-eau est une colonne de cuivre à 19 plateaux, un diamètre de 30.48cm, la température est mesurée dans chaque plateau à l'aide des thermocouples, un densitomètre est disponible dans chaque ligne (distillat, prélèvement latéral, résidu) pour mesurer la composition de l'éthanol.

IV.4.2 Principe de fonctionnement de procédé de séparation éthanol-eau

Dans notre procédé on cherche à séparer un mélange binaire éthanol-eau en trois produits le premier c'est le distillat qui contient une fraction molaire d'éthanol égal à 0.7 le deuxième c'est le prélèvement latéral et contient une fraction molaire de l'éthanol égal à 0.52 et le troisième c'est le reste de mélange

La fraction molaire est donnée par : $x_i = \frac{n_i}{n_1+n_2}$

x_i : fraction molaire $x_1+x_2 = 1$.

n_i : quantité de matière (mol)

Le point d'ébullition de l'eau pure est à 100°C, et celui de l'éthanol pur à 78.5°C, un mélange d'eau et d'éthanol bouillira à un certain point dans cet intervalle et ceci dépendra des concentrations relatives de chaque liquide. [18]

L'objectif fondamentale c'est de concevoir un système de commande qui sert à contrôler la composition de l'éthanol dans le distillat, le prélèvement latéral et dans le résidu. Le débit de reflux, le débit de prélèvement latéral et la pression de vapeur de reboiler sont utilisés comme des entrées pour contrôler les trois compositions. La figure IV.1 montre le schéma de cette colonne.

IV.4.3 Schéma d'une colonne de distillation pour la séparation éthanol –eau [16]

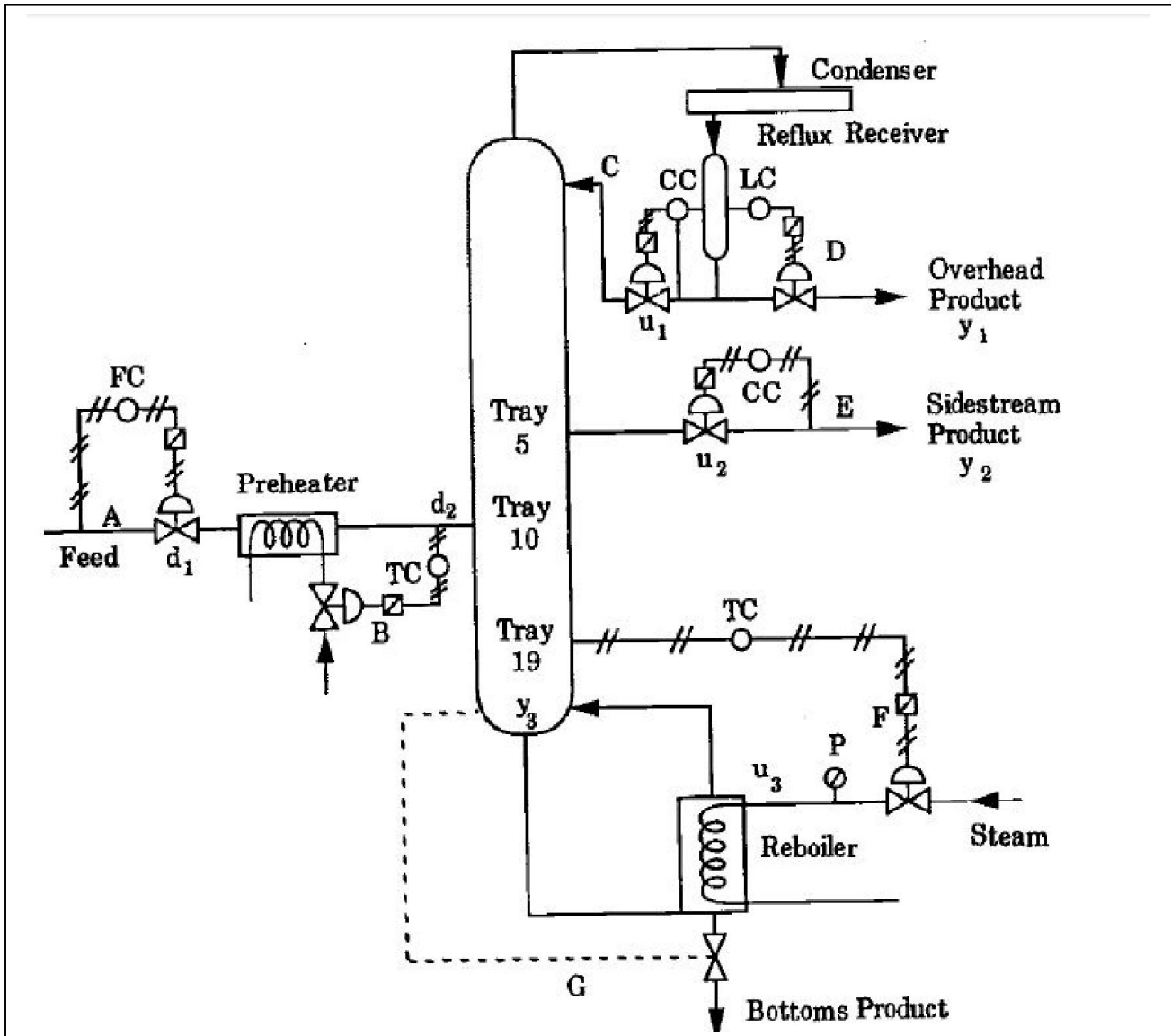


Figure IV.1 Colonne de distillation pour la séparation éthanol-eau

IV.4.4 Modèle mathématique du procédé [16]

Le modèle mathématique de ce procédé est proposé par B. A. OGUNNAIKE, J. P. LEMAIRE, M. MORARI, et W. H. RAY, est donné par :

$$\begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{0.66e^{-2.6s}}{6.7s+1} & \frac{-0.61e^{-3.5s}}{8.64s+1} & \frac{-0.0049e^{-s}}{9.04s+1} \\ \frac{1.11e^{-6.5s}}{3.25s+1} & \frac{-2.36e^{-3s}}{5s+1} & \frac{-0.012e^{-1.2s}}{7.09s+1} \\ \frac{-33.68e^{-9.2s}}{8.15s+1} & \frac{46.2e^{-9.04s}}{10.9s+1} & \frac{0.87(11.61s+1)e^{-s}}{(3.89s+1)(18.8s+1)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{pmatrix} \quad \text{IV.1}$$

Tell que :

Y_1 = composition de fraction éthanol dans le distillat. 0.7

Y_2 = composition de fraction éthanol dans prélèvement latéral. 0.52

Y_3 = température de plateau 19. 92°C

U_1 = débit de reflux

U_2 = débit de produit de prélèvement latéral

U_3 = la pression de vapeur de reboire

IV.5 Conclusion

On a expliqué dans ce chapitre le principe de procédé de distillation et le fonctionnement de procédé de séparation éthanol-eau. Puisque on s'intéresse au contrôle des compositions de distillat, composition de prélèvement latéral et la température de plateau 19 pour des valeur nominale bien précise on a présenté le modèle multivariable sous forme d'une matrice de transfert qui est facile a introduire dans les logiciel de simulation.

chapitre v

V.1 Introduction

Dans ce chapitre on applique :

- a- La méthode d'analyse des interactions : RGA pour déterminer la meilleure configuration entre les entrées et les sorties.
- b- La DRMA est appliquée pour étudier les interactions entre les boucles de la colonne de distillation étudiée.

La méthode BLT est utilisée comme méthode multivariable de synthèse.

V.2 Choix de la configuration du système

V.2.1 Le calcul de la RGA

En appliquant l'équation (II.2) de chapitre 2 sur le modèle mathématique de colonne de distillation on obtient :

$$\text{RGA} = \begin{pmatrix} 1.9454 & -0.6737 & -0.2718 \\ -0.6643 & 1.8991 & -0.2348 \\ -0.2811 & -0.2254 & 1.5065 \end{pmatrix} \quad \text{V.I}$$

Les éléments diagonaux : λ_{11} , λ_{22} et λ_{33} sont supérieurs à 1 donc on déduit que le système est interactif et la bonne configuration de la commande sera comme suite : la commande de la première sortie par la première entrée ($u_1 - y_1$), la commande de la deuxième sortie par la deuxième entrée ($u_2 - y_2$), et la commande de la troisième sortie par la troisième entrée ($u_3 - y_3$), c'est que on appelle une configuration diagonal.

V.3 La synthèse du correcteur de chaque boucle :

On utilise des correcteurs PI dont on détermine les paramètres par placement des pôles. Le facteur d'amortissement imposé pour chaque boucle est $\xi = 0.5$.

Les trois régulateurs sont données par :

$$g_{c1} = \frac{0.391s + 0.1955}{s} \quad \text{V.2}$$

$$g_{c2} = \frac{0.122s + 0.061}{s} \quad \text{V.3}$$

$$g_{c3} = \frac{2.79s + 1.395}{s} \quad \text{V.4}$$

Les figures (Figure V.1), (Figure V.2) et (Figure V.3) représentent respectivement la réponse de la première boucle (régulation de la composition du distillat), la réponse de la deuxième boucle (régulation de la composition du prélèvement latéral) et la réponse de la troisième boucle (régulation de la température de plateau 19)

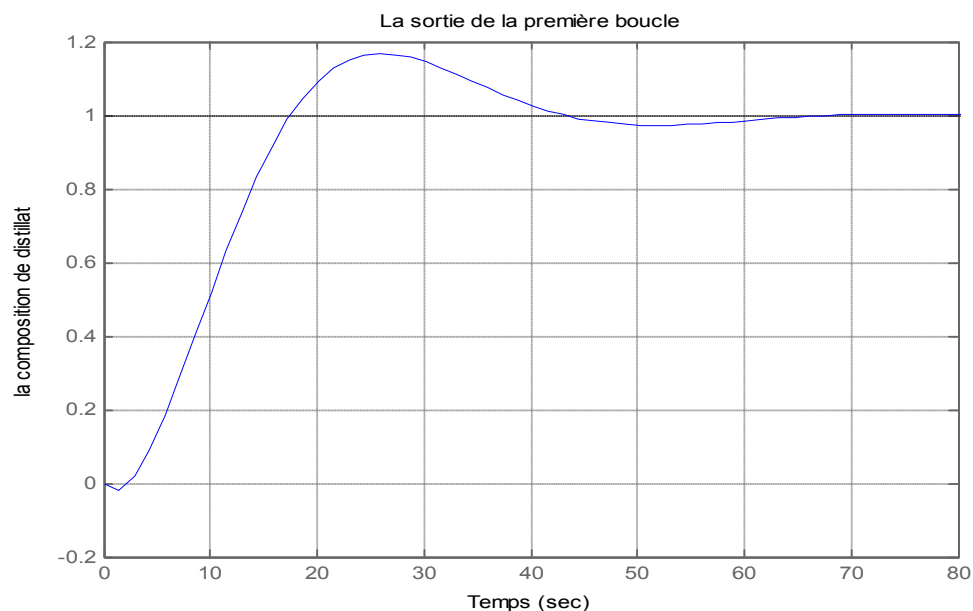


Figure V.1. La réponse de la composition de distillat dans la première boucle

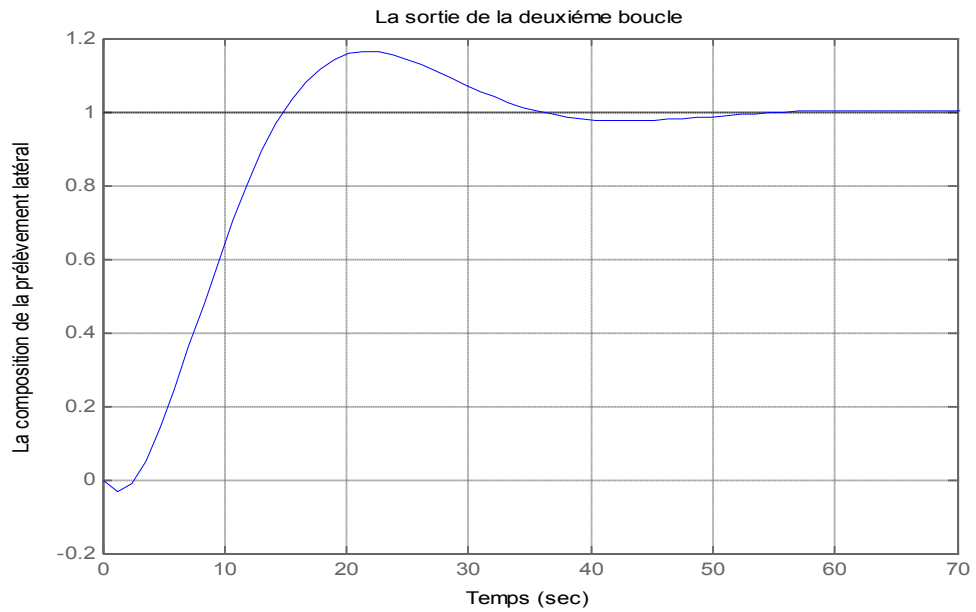


Figure V.2. La réponse de la composition de prélèvement latéral dans la deuxième boucle

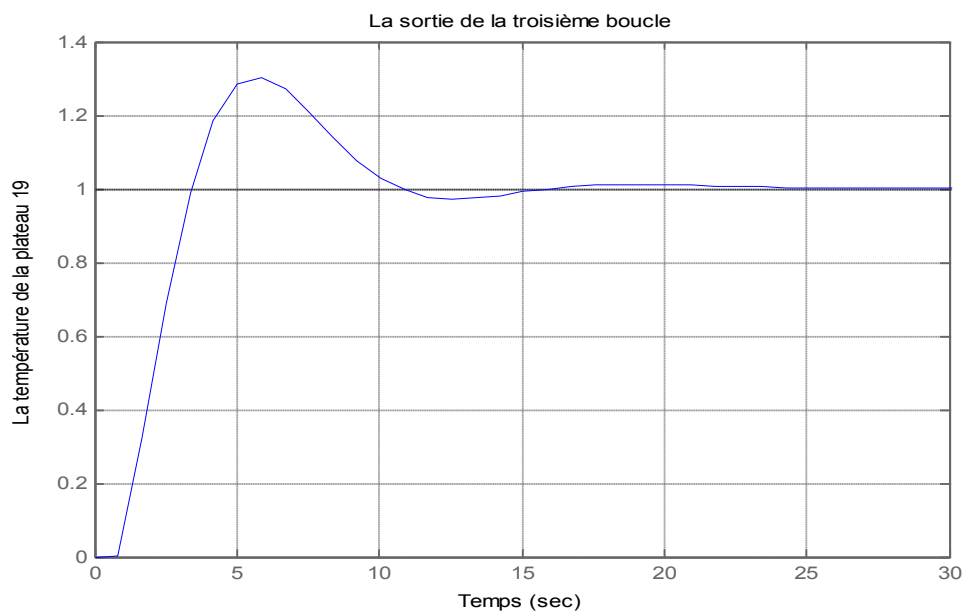


Figure V.3. La réponse de la température de plateau 19 dans la troisième boucle

V.4 La DRMA

V.4.1 Fréquence de travail de chaque boucle

On détermine la fréquence de travail des trois boucles de régulation de la colonne de distillation par le tracé de Bode des amplitudes des trois fonctions de transfert en boucle fermée, la fréquence de travail d'une boucle correspondant au sommet de l'amplitude.

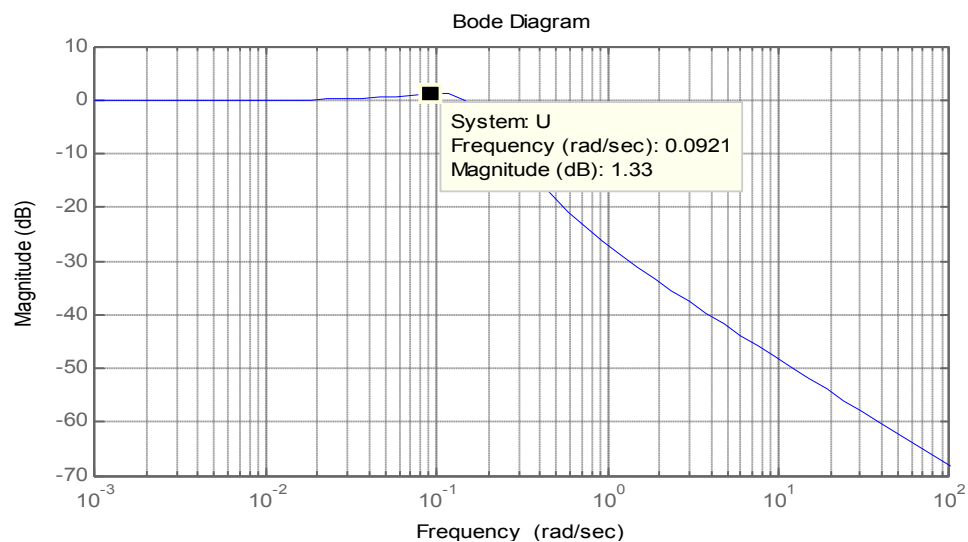


Figure V.4. Détermination de fréquence de travail de la boucle de régulation 1 de la colonne de distillation

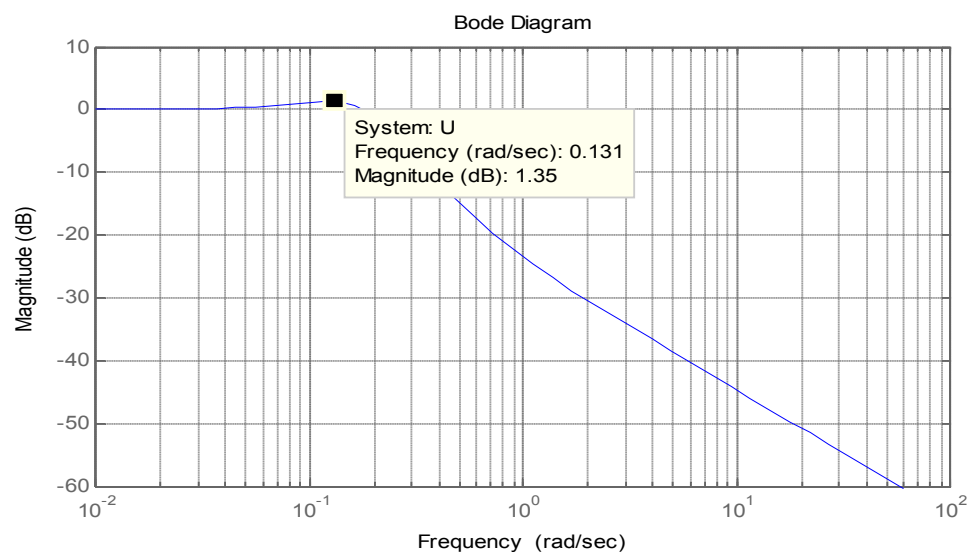


Figure V.5. Détermination de fréquence de travail de la boucle de régulation 2 de la colonne de distillation

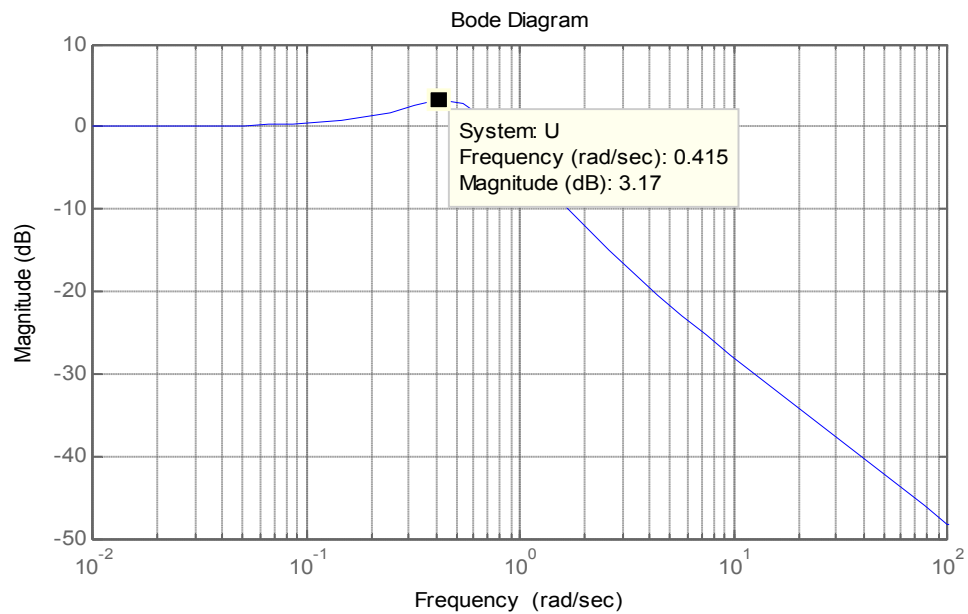


Figure V.6. Détermination de fréquence de travail de la boucle de régulation 3 de la colonne de distillation

Les trois fréquences de travail des boucles de régulation sont données par :

$$\omega_{r1}=0.0921 \text{ rad/sec.}$$

$$\omega_{r2}=0.131 \text{ rad/sec.}$$

$$\omega_{r3}= 0.415 \text{ rad/sec.}$$

V.4.2 La construction de la DRMA :

On trace le diagramme de Bode (courbe d'amplitude) de chaque élément δ_{ij} de la matrice de la DRMA.

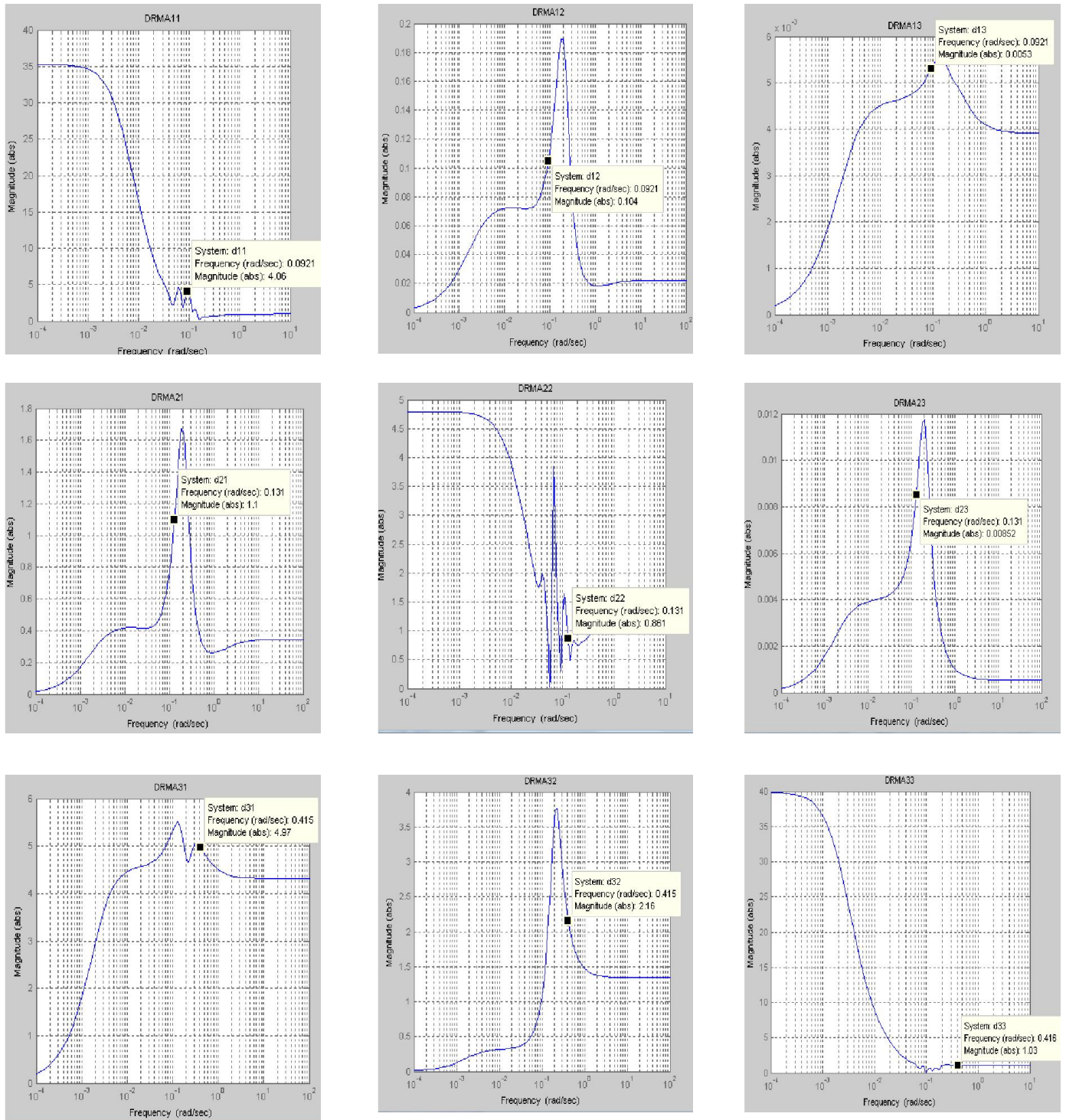


Figure V.7 Application de la DRMA pour la colonne de distillation

Les éléments δ_{ij} aux fréquences de résonance de chaque boucle de la colonne de distillation sont donnés par la matrice DRMA suivante :

$$\text{DRMA} = \begin{pmatrix} 4.06 & 0.104 & 0.0053 \\ 1.1 & 0.861 & 0.00852 \\ 4.97 & 2.16 & 1.03 \end{pmatrix} \quad \text{V.5}$$

Analyse de la matrice de DRMA :

Les éléments diagonaux δ_{11} et δ_{22} de la DRMA sont différent de 1. Pour la première boucle $\delta_{11} = 4.06$ à la fréquence de résonance $\omega r_1 = 0.0921$ rad/sec ce qui montre que le comportement de cette boucle quand la deuxième et la troisième sont ouvertes est différent au cas où ces dernières sont fermées. Pour la deuxième boucle $\delta_{22} = 0.861$ à la fréquence de résonance $\omega r_2 = 0.131$ rad/sec ce qui montre que le comportement de cette boucle quand la première et la troisième sont ouvertes est différent au cas où ces dernières sont fermées. Pour la troisième boucle $\delta_{33} = 1.03$ à la fréquence de résonance $\omega r_3 = 0.415$ rad/sec c'est presque égal à 1 ce qui montre que le comportement de cette boucle quand la première et la deuxième sont ouvertes est presque le même en cas où ces dernières sont fermées. On conclut que le système est interactif.

Les éléments hors diagonaux sont différent de zéro $\delta_{21} = 1.1$ à la fréquence de résonance ωr_2 et $\delta_{12} = 0.104$ à la fréquence de résonance ωr_1 ce qui implique qu'il y a une propagation de perturbation d'une boucle sur l'autre dans les deux directions. Puisque $\delta_{21} > \delta_{12}$ l'effet de la première boucle sur la deuxième sera plus grand que l'effet de la deuxième sur la première. $\delta_{31} = 4.97$ à la fréquence de résonance ωr_3 et $\delta_{13} = 0.0053$ à la fréquence de résonance ωr_1 ce qui implique qu'il y a une propagation de perturbation de la première boucle sur la troisième, l'effet de la troisième sur la première peut être négligeable. $\delta_{32} = 2.16$ à la fréquence de résonance ωr_3 et $\delta_{23} = 0.00852$ à la fréquence de résonance ωr_1 ce qui implique que il y a une propagation de perturbation de la deuxième boucle sur la troisième, l'effet de la troisième sur la deuxième peut être négligeable.

On remarque que l'effet de la première boucle sur la troisième et l'effet de la deuxième sur la troisième est grand mais la réponse de la boucle 03 est un peu affectée par les deux propagations de perturbation alors on dit que le régulateur de la troisième boucle compense ces perturbations.

V.5 Résultats de simulation

Les réponses transitoires des trois boucles pour un changement de consigne d'un échelon quand les autres boucles sont ouvertes ou fermées sont données par les figures (figure V.8, figure V.9 et figure.10).

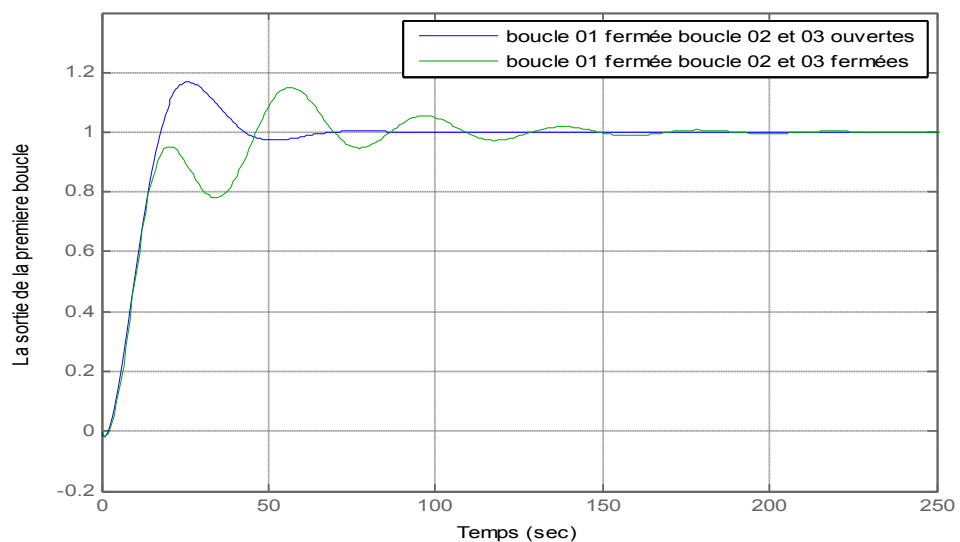


Figure V.8 La réponse de composition de distillat lorsque les autres boucles sont ouvertes ou fermées

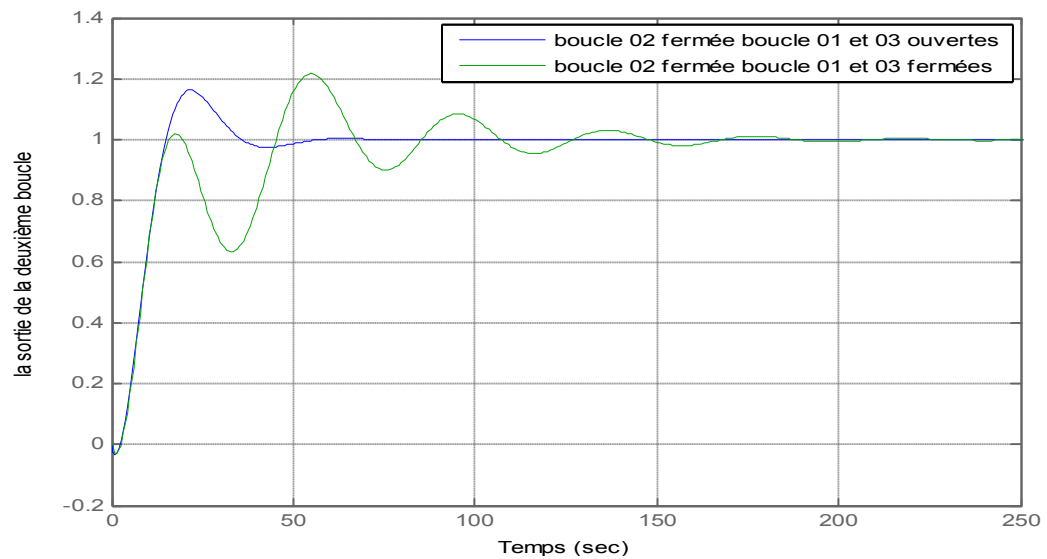


Figure V.9 La réponse de la composition de prélèvement latéral lorsque les autres boucles sont ouvertes ou fermées

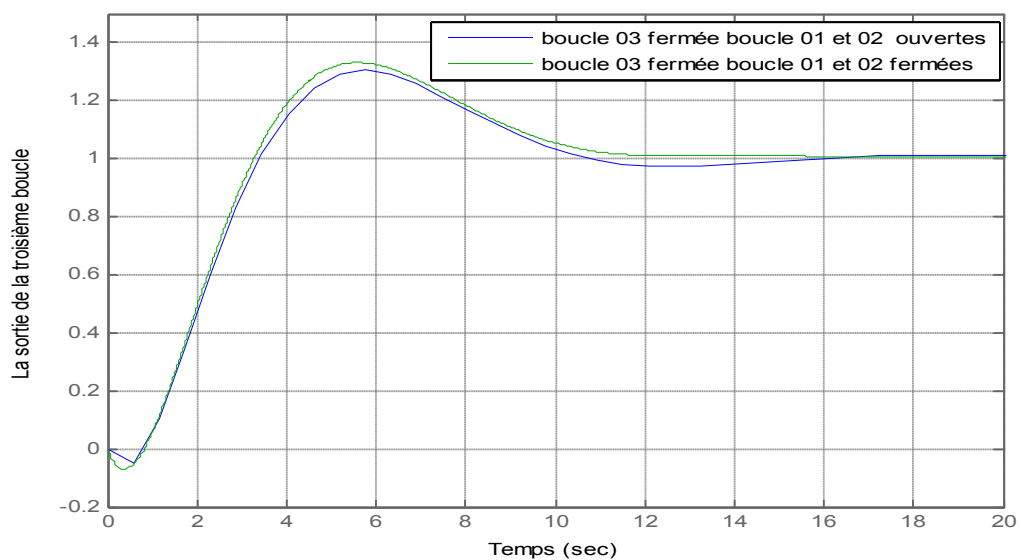


Figure V.10 La réponse de la température de plateau 19 lorsque les autres boucles sont ouvertes ou fermées

Observation

La figure (Figure V.8) montre la différence entre la réponse de la première boucle quand la deuxième boucle et la troisième sont ouvertes ou fermées.

Cette différence figure dans l'apparition des oscillations qui se suivent jusqu'à la stabilité au point de référence, ces oscillations sont dues à la propagation des perturbations de la deuxième et la troisième boucle sur la première.

La figure (Figure V.9) montre la différence entre la réponse de la deuxième boucle quand la première boucle et la troisième sont ouvertes ou fermées. Cette différence figure dans l'apparition des oscillations qui se suivent jusqu'à la stabilité au point de référence, ces oscillations sont dues à la propagation des perturbations de la première et la troisième boucle sur la deuxième.

La figure (Figure V.10) montre les réponses de la troisième boucle quand la première boucle et la deuxième sont ouvertes ou fermées, ces réponses est montre que la troisième boucle est un peut affecte par la propagation des perturbations de la première et la deuxième boucle.

Pour montrer l'effet d'une boucle sur l'autre, on montre la réponse de l'excitation de la 1^{ère} boucle sur la 2^{ème} et l'excitation de la 2^{ème} boucle sur la 1^{ère} boucle, la réponse de l'excitation de la 1^{ère} boucle sur la 3^{ème} et l'excitation de la 3^{ème} boucle sur la 1^{ère} boucle et la réponse de l'excitation de la 2^{ème} boucle sur la 3^{ème} et l'excitation de la 3^{ème} boucle sur la 2^{ème} boucle.

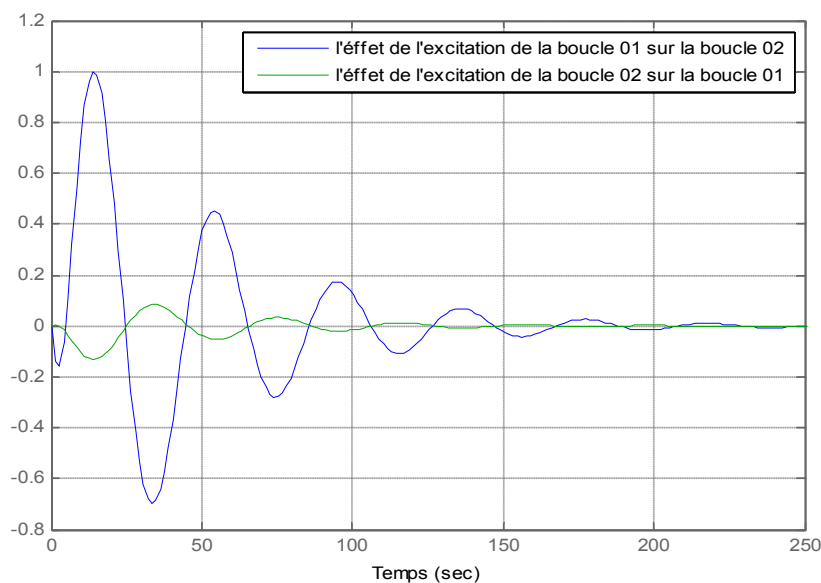


Figure V.11 L'effet de la boucle 1 sur 2 et de la boucle 2 sur 1

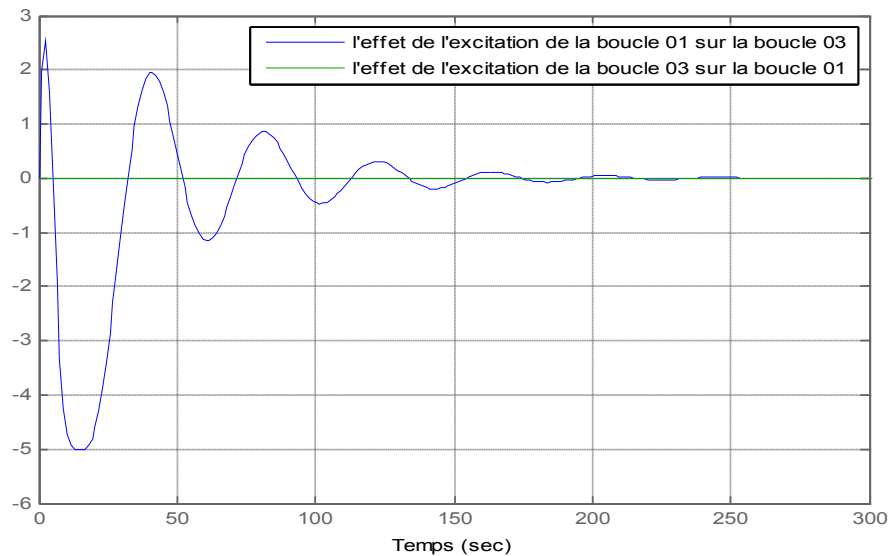


Figure V.12 L'effet de la boucle 1 sur 3 et de la boucle 3 sur 1

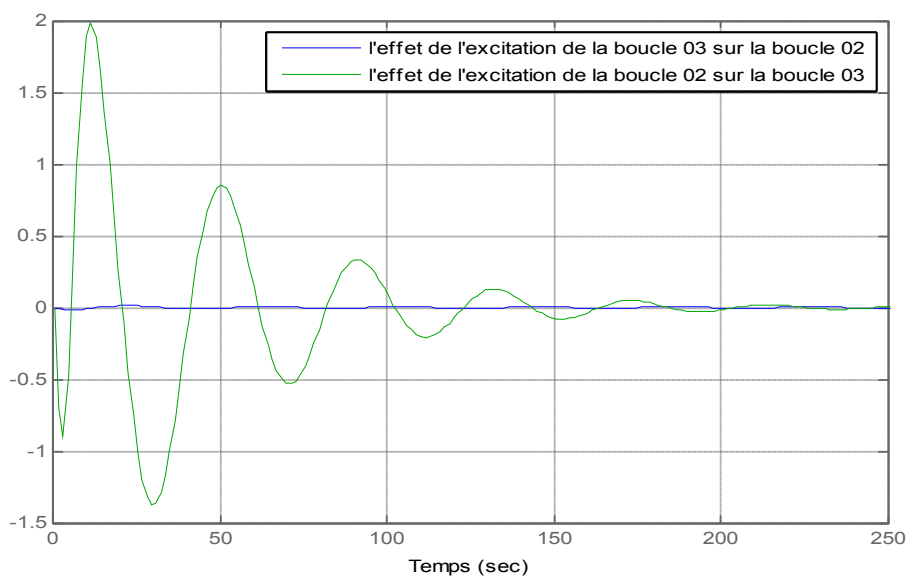


Figure V.13 L'effet de la boucle 3 sur 2 et de la boucle 2 sur 3

Observation

Les résultats de la simulation de l'effet de chaque boucle sur l'autre montre que l'effet de l'excitation de la première boucle sur la deuxième est plus grand que l'effet de l'excitation de la deuxième boucle sur la première.

Il est montré aussi qu'il ya une propagation de perturbation de la première et de la deuxième boucle sur la troisième boucle, la propagation de la perturbation de la troisième boucle sur la deuxième et la première est négligeable.

Les simulations des réponses d'une boucle du système quand les autre boucle sont ouvertes ou fermées et les simulations de l'effet d'une boucle sur l'autre ont confirmé la prédiction de la DRMA.

V.6 Synthèse des correcteurs multiboucles :

La méthode de synthèse pour commander ce procédé interactif est la BLT (Biggest long modulus tuning)

Le schéma bloc du système à étudier en multiboucle est donne par la figure suivante :

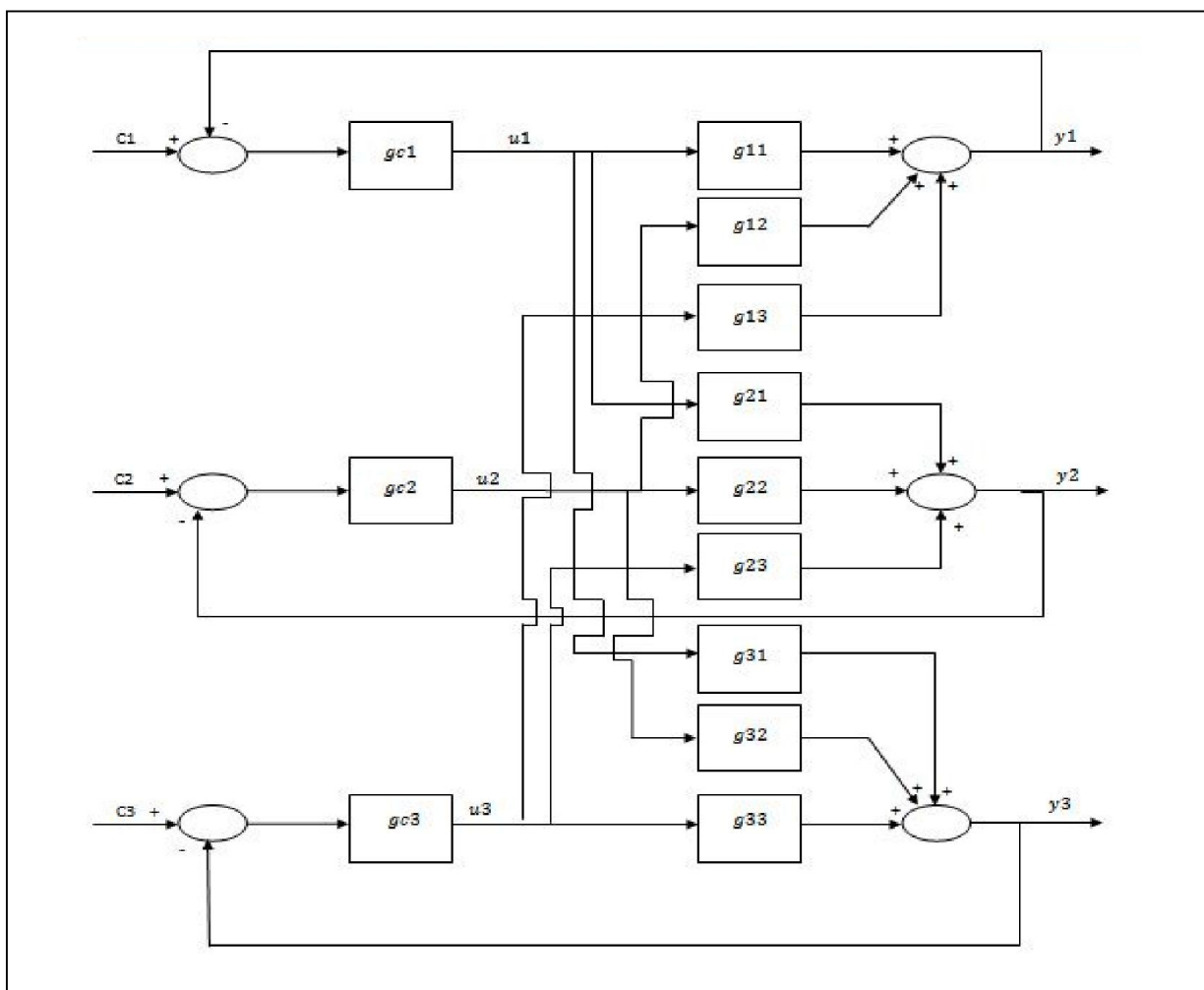


Figure V. 14 Schéma bloc du système à étudier

Les paramètres des régulateurs g_{c1} , g_{c2} et g_{c3} , obtenus par la méthode BLT sont donnés par :

$$g_{c1} = \frac{0.835s + 0.03859}{s} \quad \text{V.6}$$

$$g_{c2} = \frac{0.1425s + 0.005715}{s} \quad \text{V.7}$$

$$g_{c3} = \frac{2.885s + 0.4877}{s} \quad \text{V.8}$$

V.7 Résultats de simulation après la BLT

Les figures (figure V.15, figure V.16 et figure V.17) représentent les réponses transitoires des trois boucles pour un changement de consigne d'un échelon quand les autres boucles sont fermées avant et après la BLT.

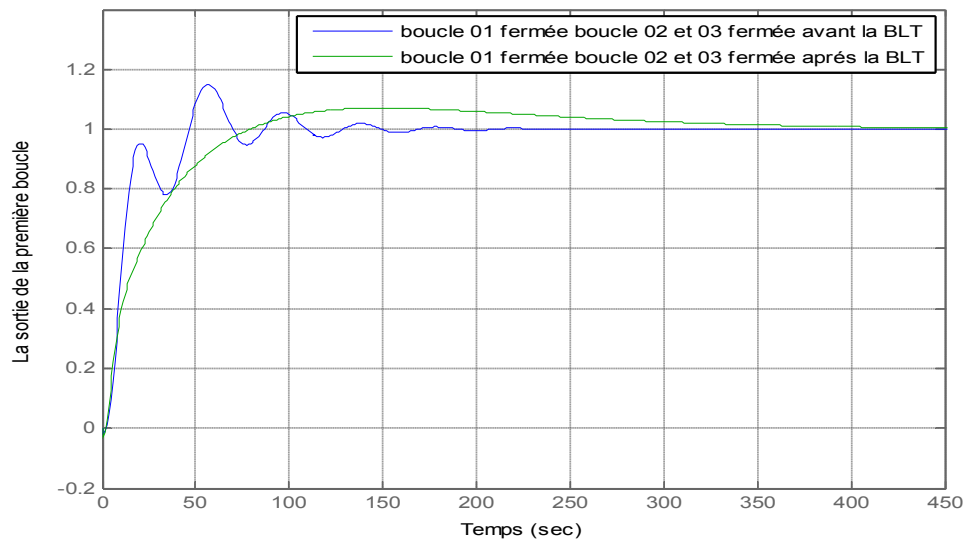


Figure V.15 La réponse de la composition de distillat lorsque les autres boucles sont fermées avant et après la BLT

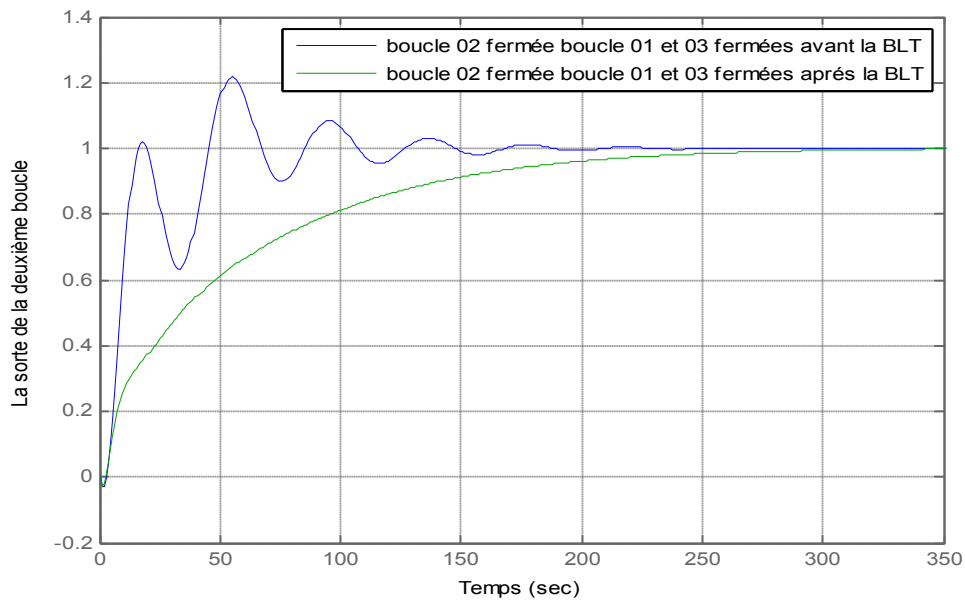


Figure V.16 La réponse de la composition de prélèvement latéral lorsque les autres boucles sont fermées avant et après la BLT

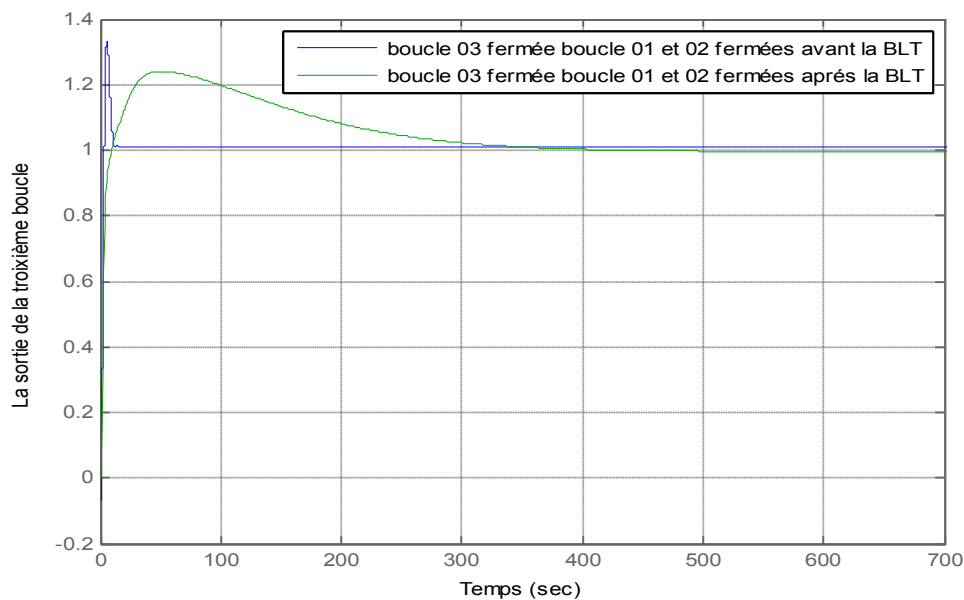


Figure V.17 La réponse de la température de plateau 19 lorsque les autres boucles sont fermées avant et après la BLT

Observation

D'après les résultats de simulation des réponses de chaque boucle quand les autres boucles sont fermées avant et après la BLT, on remarque que la méthode de BLT donne des réponses sans aucune oscillation qui sont dues aux propagations des perturbations d'une boucle sur les autres. Mais les performances de système sont diminuées (temps de réponse, Erreur dynamique).

Pour montrer l'effet de BLT sur les interactions présentées dans le système, on montre la réponse de l'excitation de la 1^{ère} boucle sur la 2^{ème} et l'excitation de la 2^{ème} boucle sur la 1^{ère} boucle, la réponse de l'excitation de la 1^{ère} boucle sur la 3^{ème} et l'excitation de la 3^{ème} boucle sur la 1^{ère} boucle et la réponse de l'excitation de la 2^{ème} boucle sur la 3^{ème} et l'excitation de la 3^{ème} boucle sur la 2^{ème} boucle avant et après le BLT.

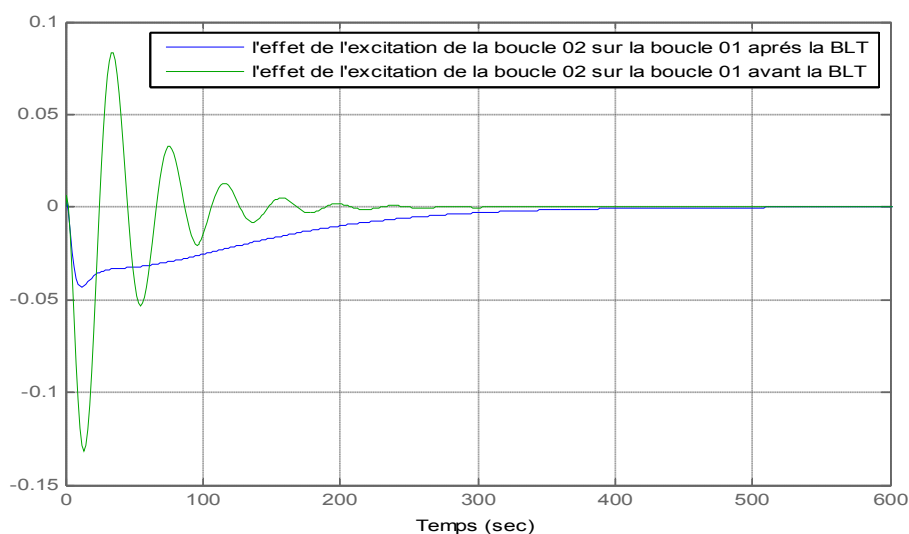


Figure V.18 L'effet de la boucle 2 sur 1 avant et après la BLT

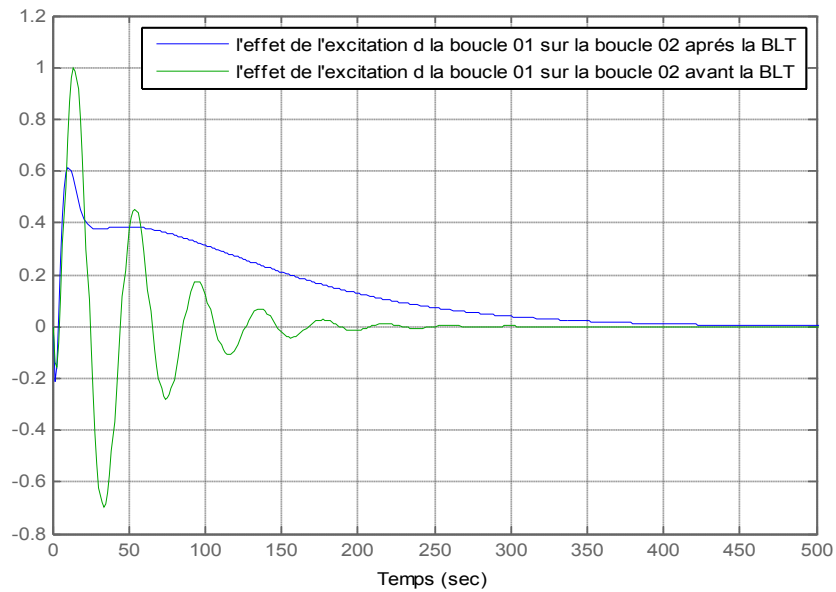


Figure V.19 L'effet de la boucle 1 sur 2 avant et après la BLT

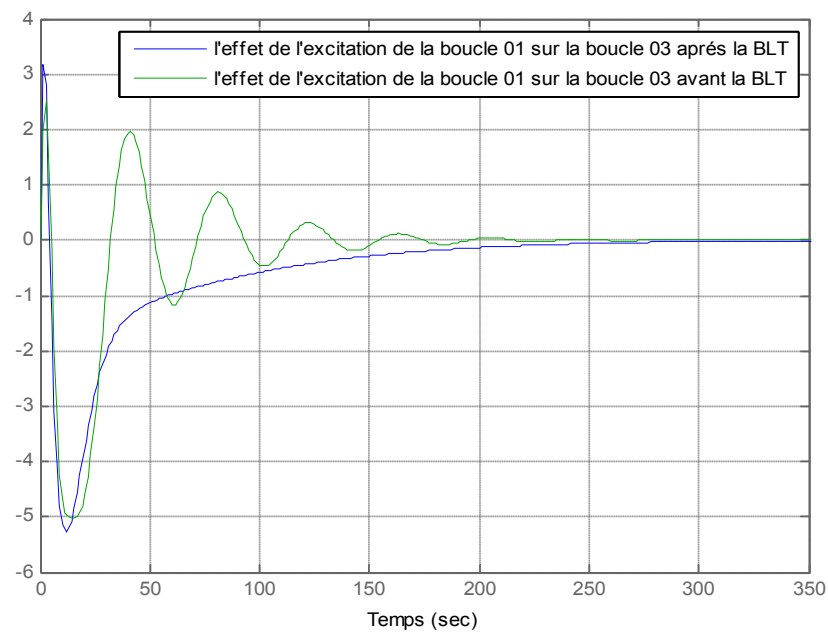


Figure V.20 L'effet de la boucle 1 sur 3 avant et après la BLT

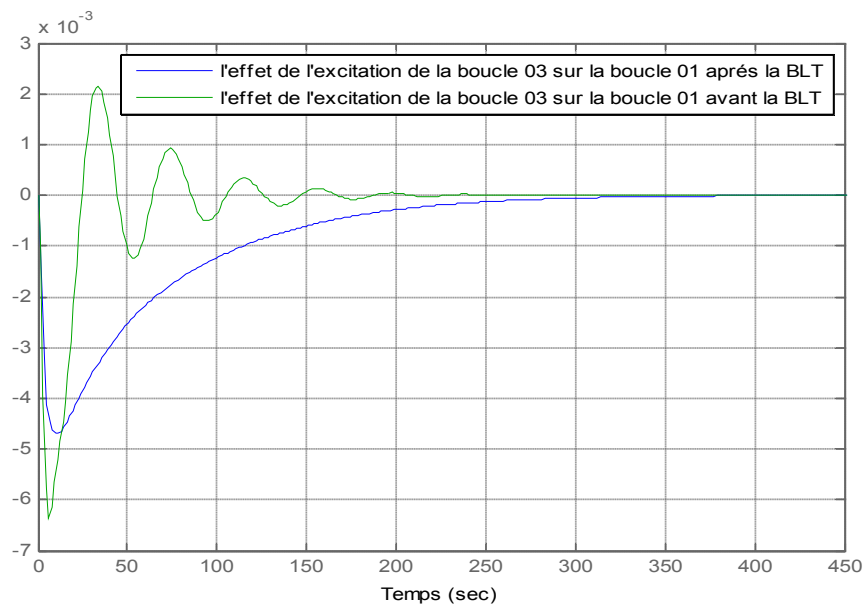


Figure V.21 L'effet de la boucle 3 sur 1 avant et après la BLT

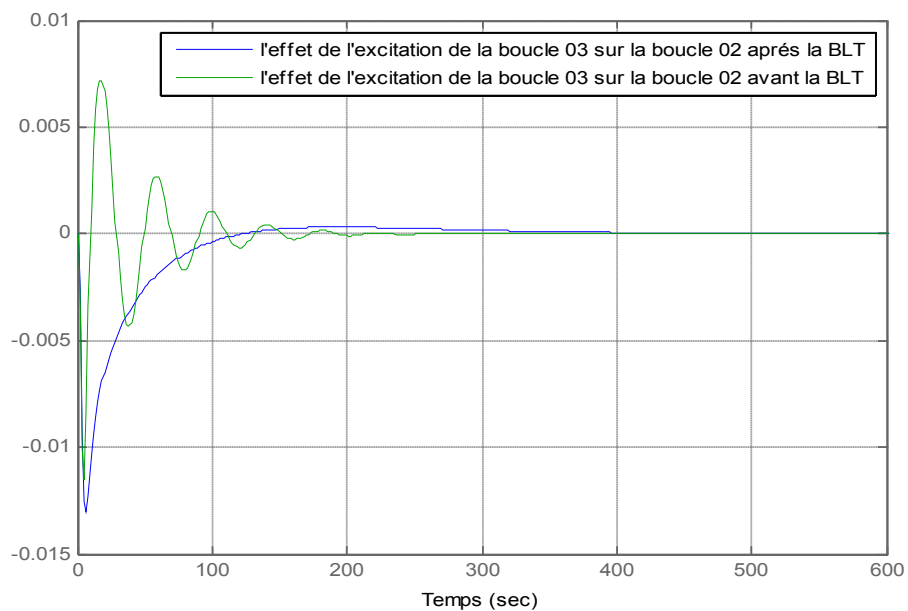


Figure V.22 L'effet de la boucle 3 sur 2 avant et après la BLT

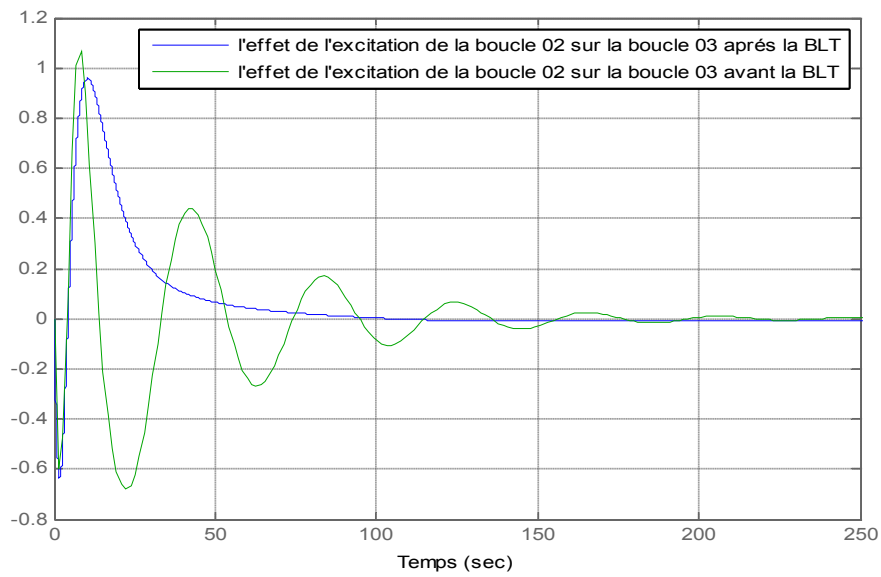


Figure V.23 L'effet de la boucle 2 sur 3 avant et après la BLT

Observation :

La simulation des résultats de l'effet de chaque boucle sur les autres avant et après la BLT, on remarque que la BLT a affaibli les interactions présentent dans le système.

V.8 Conclusion

Dans ce chapitre on a étudié les interactions présentes dans la colonne de distillation mais avant ça on a déterminé la configuration entrées-sorties adéquates puis on a utilisé la méthode DRMA pour analyser les interactions présentent dans le système.

Les résultats de la DRMA ont été confirmé par les résultats de simulation des réponses de chaque boucle quand les autres boucles sont ouvertes ou fermées et l'effet de chaque boucle sur les autres.

Dans l'objectif d'affaiblir les interactions on a utilisé la méthode de la BLT qui est malgré son inconvénient de donner des réponses un peu lente elle nous a permis d'affaiblir les interactions présentent dans le système comme il est montré par les résultats de simulation de l'effet de chaque boucle sur les autres avant et après l'application de la BLT.

Conclusion Générale

Conclusion Générale

L'objectif de ce travail est de réaliser la commande automatique d'une colonne de distillation avec prélèvement latéral pour la séparation éthanol-eau (système multivariable 3x3).

Pour pouvoir commander cette colonne multivariable, on présente dans un premier lieu son modèle mathématique sous forme d'une matrice de transfert qui relie ses trois entrées avec ses trois sorties.

Dans ce travail, deux méthodes d'analyse des interactions sont utilisées ; une est statique, la RGA et l'autre dynamique, la DRMA. Avec la méthode RGA, nous avons déterminé la meilleure configuration entre les entrées-sorties de procédé, par contre avec la DRMA nous l'avons utilisé pour trouver le niveau d'interaction réel entre les boucles de cette colonne. Les méthodes de synthèse conventionnelles ainsi que la BLT sont utilisés dans ce travail.

L'application de la méthode de DRMA, nous a donné des résultats sur le niveau d'interaction entre les trois boucles de commande de cette colonne. Les résultats de simulation ont confirmé ses prédictions d'où l'utilisation d'une méthode de commande multivariable, la BLT.

Dans ce travail, nous pouvons conclure que l'analyse des interactions nous a facilité la tâche de choix de méthode de commande de ce système multivariable entre les méthodes classiques et les méthodes multivariables ainsi que d'avoir cerné la commande automatique de ce procédé multivariable.

Bibliographie

- [1] : **P. SIARRY** « Automatique de base », Edition Berti Alger, 1992.
- [2] : **T. MERAZI** « Analysis of interaction in multivariable system », Thèse d'ingénieur d'état INELEC Boumerdes 1996.
- [3] : **P. BORNE** « Modélisation et identification des processus » (tome 1), Edition technique 1992.
- [4]: **J. P. GAGNEPAIN, D. E. SEBORG** « Analysis of process interactions with Application to multiloop control system design », Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev. 1982
- [5] : **A. KHELASSI** « cour commande des systèmes multivariables » UMBB-FHC 2014.
- [6]: **A. POMERLE** « La commande des procédés industriels », Edition Hermès, Paris, 1997
- [7]: **N. JENSEN, FISHER** « Interaction analysis in multivariable control system », AICHE JOURNAL, vol 32, June 1986.
- [8]: **S. WEILAND** « Binary distillation processes », Department of Electrical Engineering Eindhoven University of Technology, The Netherlands.
- [9]: **J. M. MACIEJOWSKI** « Multivariable feedback design » UK, 1989, PP 409.
- [10]: **A. KHELASSI** «Control loop interaction in process system» P.R. Symposium 10-11, University of Nottingham, England, April 1990.
- [11]: **A. KHELASSI** « Analysis and assessment of interaction in process control system » PH.D, University of Nottingham, England, 1991.
- [12]: **H. HUANG, M. AHSIMA** « Dynamic interaction and multiloop control system Design » J.PROC.VOL 4, 1994.
- [13]: **A. KHELASSI** « Cour sur l'automatisation des systèmes industriels » UMBB Novembre, 2014.
- [14]: **W. L. LUYBEN, M. L. LYBEN** « Essentials of process control » McGraw-Hill, 1997, PP 461.
- [15] : **Y .CREFF** «Sur la dynamique et la commande des colonnes multicomposées » HAL.1992.
- [16]: **B.A OGUNNIKE, J.P LEMAIRE, MORARI et W.H.RAY** «Advanced multivariable control of a pilot plant distillation column», ALCHE Journal. Vol.29.No.4, p632-641, 1983.

[17]:**EMILIAN KOLLER** « Aide-mémoire Génie chimique» 3^e édition DUNOD 2009, Paris.

[18] : **http://** www .chimix.com/an9/cap9/cap72.htm

[19]: **C. G. ECONOMOU, M. MORARI** « Internal model control multiloop design », Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev. 1986

[20] : « Les équipements, Manuel de Formation Total », Révision 0.1, 11.04.2007

Anneke

Annexe A

Programme sous MATLAB pour calcule le RGA :

```
% calcul RGA
clc
clear all
n=input('Donner le nombres des entrées: \n')
m=input('Donner le nombres des sorties: \n')
disp('Donner les valeurs de matrice de gain')
for i = 1 : n
    for j = 1 : m
        Ks(i,j)=input('');
    end
end

end
disp('Ks=')
disp(Ks)
Is=inv(Ks);
Ts=(Is)';
RGA=Ks.*Ts;
disp('RGA=')
disp(RGA)
```

Annexe B

Programme sous MATLAB pour la synthèse des régulateurs : 'lieu d'Evans', le trace des réponses indicielles de chaque boucle et la fréquence de travail de chaque boucle.

```
%synthèse des régulateurs
clc
clear all
%introduction de FT du système
n=input('Donner l ordre de système \n');
k=input('Donner le gain de système \n');
r=input('Donner le temps de retard \n');
disp('Donner le numérateur de la fonction de transfert')
for i=1:n+1
    num(i)=input('');
end
disp('Donner le dénominateur de fonction de transfert')
for j=1:n+1
    den(j)=input('');
end
f=tf(k*num,den,'InputDelay',r)
figure
step(f),grid
%Trace de lieu des racines en BO
l=tf(k*num,den);
s = tf('s');
sys = exp(-r*s);
sysx = pade(sys,1);
d=l*sysx;
q=0.5;
num=[1 q];
den=[1 0];
g=tf(num,den);
m=g*d;
figure
rlocus(m)
%Détermination des paramètres de régulateur
Kp=input('Donner la valeur de régulateur propre \n');
Ki=q*Kp;
num=[Kp Ki];
den=[1 0];
Gc=tf(num,den)
%Réponse indicielle en BF
T=Gc*d;
U=feedback(T,1);
figure
step(U),grid
figure
bode(U),grid
```

Annexe C

Programme sous MATLAB pour le calcul de la DRMA, le trace des réponses indicielles de chaque boucle quand les autres boucles sont ouvertes ou fermées et le trace de l'effet de chaque boucle sur l'autre.

```
% calcul de la DRMA
clc
clear all
a=tf([0 0.66],[6.7 1]);
s = tf('s');
sys = exp(-2.6*s);
sysx1 = pade(sys,1);
g11=a*sysx1;
b=tf([0 -0.61],[8.64 1]);
s = tf('s');
sys = exp(-3.5*s);
sysx2 = pade(sys,1);
g12=b*sysx2;
c=tf([0 -0.0049],[9.06 1]);
s = tf('s');
sys = exp(-1*s);
sysx3 = pade(sys,1);
g13=c*sysx3;
e=tf([0 1.11],[3.25 1]);
s = tf('s');
sys = exp(-6.5*s);
sysx4 = pade(sys,1);
g21=e*sysx4;
f=tf([0 2.36],[5 1]);
s = tf('s');
sys = exp(-3*s);
sysx5 = pade(sys,1);
g22=f*sysx5;
g=tf([0 -0.012],[7.09 1]);
s = tf('s');
sys = exp(-1.2*s);
sysx6 = pade(sys,1);
g23=g*sysx6;
h=tf([0 -34.68],[8.15 1]);
s = tf('s');
sys = exp(-9.2*s);
sysx7 = pade(sys,1);
g31=h*sysx7;
k=tf([0 46.2],[10.9 1]);
s = tf('s');
sys = exp(-9.4*s);
sysx8 = pade(sys,1);
g32=k*sysx8;
l=tf([10.10 0.87],[73.13 22.69 1]);
s = tf('s');
sys = exp(-1*s);
sysx9 = pade(sys,1);
g33=l*sysx9;
gc1=tf([0.391 0.1955],[1 0]);
gc2=tf([0.122 0.061],[1 0]);
gc3=tf([2.79 1.395],[1 0]);
```

```
%calcul les éléments de la DRMA
```

```
d11=(g11*(1+gc2*g22+gc3*g33-  
gc2*g32*gc3*g23+gc2*g22*gc3*g33))/(g11*(1+gc2*g22+gc3*g33-gc2*g32*gc3*g23)-  
g21*gc2*g12*(1+gc3*g33)-  
g31*gc3*g13*(1+gc2*g22)+g21*gc2*g32*gc3*g13+g31*gc3*g23*gc2*g12);  
d22=(g22*(1+gc1*g11+gc3*g33-  
gc1*g31*gc3*g13+gc1*g11*gc3*g33))/(g22*(1+gc1*g11+gc3*g33-gc1*g31*gc3*g13)-  
g12*gc1*g21*(1+gc3*g33)-  
g32*gc3*g23*(1+gc1*g11)+g32*gc3*g13*gc1*g21+g12*gc1*g31*gc3*g13);  
d33=(g33*(1+gc1*g11+gc2*g22-  
gc2*g12*gc1*g21+gc1*g11*gc2*g22))/(g33*(1+gc1*g11+gc2*g22-gc2*g12*gc1*g21)-  
g23*gc2*g32*(1+gc1*g11)-  
g13*gc1*g31*(1+gc2*g22)+g23*gc2*g12*gc1*g31+g13*gc1*g21*gc2*g32);  
d12=(gc2*g12*(1+gc3*g33)-gc2*g32*gc3*g13)/(gc3*g33*(1+gc1*g11+gc2*g22-  
gc1*g21*gc2*g12)-gc3*g23*gc2*g32*(1+gc1*g11)-  
gc3*g13*gc1*g31*(1+gc2*g22)+gc3*g23*gc2*g12*gc1*g31+gc3*g13*gc1*g21*gc2*g32  
);  
d13=(gc3*g13*(1+gc2*g22)-gc3*g23*gc2*g12)/(gc3*g33*(1+gc1*g11+gc2*g22-  
gc1*g21*gc2*g12)-gc3*g23*gc2*g32*(1+gc1*g11)-  
gc3*g13*gc1*g31*(1+gc2*g22)+gc3*g23*gc2*g12*gc1*g31+gc3*g13*gc1*g21*gc2*g32  
);  
d21=(gc1*g21*(1+gc3*g33)-gc1*g31*gc3*g23)/(gc3*g33*(1+gc1*g11+gc2*g22-  
gc1*g21*gc2*g12)-gc3*g23*gc2*g32*(1+gc1*g11)-  
gc3*g13*gc1*g31*(1+gc2*g22)+gc3*g23*gc2*g12*gc1*g31+gc3*g13*gc1*g21*gc2*g32  
);  
d23=(gc2*g23*(1+gc1*g11)-gc3*g13*gc1*g21)/(gc3*g33*(1+gc1*g11+gc2*g22-  
gc1*g21*gc2*g12)-gc3*g23*gc2*g32*(1+gc1*g11)-  
gc3*g13*gc1*g31*(1+gc2*g22)+gc3*g23*gc2*g12*gc1*g31+gc3*g13*gc1*g21*gc2*g32  
);  
d31=(gc1*g31*(1+gc2*g22)-gc1*g21*gc2*g32)/(gc3*g33*(1+gc1*g11+gc2*g22-  
gc1*g21*gc2*g12)-gc3*g23*gc2*g32*(1+gc1*g11)-  
gc3*g13*gc1*g31*(1+gc2*g22)+gc3*g23*gc2*g12*gc1*g31+gc3*g13*gc1*g21*gc2*g32  
);  
d32=(gc2*g32*(1+gc1*g11)-gc2*g12*gc1*g31)/(gc3*g33*(1+gc1*g11+gc2*g22-  
gc1*g21*gc2*g12)-gc3*g23*gc2*g32*(1+gc1*g11)-  
gc3*g13*gc1*g31*(1+gc2*g22)+gc3*g23*gc2*g12*gc1*g31+gc3*g13*gc1*g21*gc2*g32  
);
```

```
%trace de diagramme de Bode de chaque élément
```

```
figure  
bode(d11),grid;  
figure  
bode(d12),grid;  
figure  
bode(d13),grid;  
figure  
bode(d21),grid;  
figure  
bode(d22),grid;  
figure  
bode(d23),grid;  
figure  
bode(d31),grid;  
figure  
bode(d32),grid;  
figure  
bode(d33),grid;
```

%trace des réponses indicielles de chaque boucle quand les autres boucles sont ouvertes ou fermées

```
f1=(gc1*g11)/(1+gc1*g11);  
f11=(gc1*g11*(1+gc2*g22+gc3*g33-gc2*g32*gc3*g23)-  
gc1*g12*gc2*g21*(1+gc3*g33)+gc1*g31*gc3*g13*(1+gc2*g22)-  
gc1*g12*gc2*g23*gc3*g31+gc1*g13*gc2*g21*gc3*g32)/(1+(gc1*g11+gc2*g22+  
gc3*g33-gc1*g21*gc2*g12-gc1*g31*gc3*g13-  
gc2*g32*gc3*g23+gc1*g11*gc2*g22+gc1*g11*gc3*g33+gc2*g22*gc3*g33-  
gc1*g11*gc2*g32*gc3*g23-gc2*g22*gc1*g31*gc3*g13-  
gc3*g33*gc1*g21*gc2*g12+gc1*g11*gc2*g22*gc3*g33+gc1*g12*gc2*g23*gc3*g31+gc1  
*g13*gc2*g21*gc3*g32));
```

figure

```
step(f1),grid on
```

```
hold on
```

```
step(f11),grid on
```

```
f2=(gc2*g22)/(1+gc2*g22);
```

```
f22=(gc2*g22*(1+gc1*g11+gc3*g33+gc1*g13*gc3*g31)-  
gc2*g12*gc1*g21*(1+gc3*g33)-  
gc3*g23*gc2*g32*(1+gc1*g11)+gc1*g12*gc2*g23*gc3*g31-  
gc1*g13*gc2*g21*gc3*g32)/(1+(gc1*g11+gc2*g22+gc3*g33-gc1*g21*gc2*g12-  
gc1*g31*gc3*g13-  
gc2*g32*gc3*g23+gc1*g11*gc2*g22+gc1*g11*gc3*g33+gc2*g22*gc3*g33-  
gc1*g11*gc2*g32*gc3*g23-gc2*g22*gc1*g31*gc3*g13-  
gc3*g33*gc1*g21*gc2*g12+gc1*g11*gc2*g22*gc3*g33+gc1*g12*gc2*g23*gc3*g31+gc1  
*g13*gc2*g21*gc3*g32));
```

figure

```
step(f2),grid on;
```

```
hold on
```

```
step(f22),grid on;
```

```
f3=(gc3*g33)/(1+gc3*g33);
```

```
f33= ((gc3*g33*(1+gc1*g11+gc2*g22-gc1*g21*gc2*g12)-  
gc3*g23*gc2*g32*(1+gc1*g11)+gc3*g13*gc1*g31*(1+gc2*g22)-  
gc3*g23*gc2*g12*gc1*g31+gc3*g13*gc1*g21*gc2*g32)/(1+gc1*g11+gc2*g22+gc3*g33  
-gc1*g21*gc2*g12-gc1*g31*gc3*g13-  
gc2*g32*gc3*g23+gc1*g11*gc2*g22+gc1*g11*gc3*g33+gc2*g22*gc3*g33-  
gc1*g11*gc2*g32*gc3*g23-gc2*g22*gc1*g31*gc3*g13-  
gc3*g33*gc1*g21*gc2*g12+gc1*g11*gc2*g22*gc3*g33+gc1*g12*gc2*g23*gc3*g31+gc1  
*g13*gc2*g21*gc3*g32));
```

figure

```
step(f3),grid on;
```

```
hold on
```

```
step(f33),grid on;
```

%trace l'effet de chaque boucle sur l'autre

```
b12=(gc2*g12*(1+gc3*g33)-gc2*g32*gc3*g13)/(1+gc1*g11+gc2*g22+gc3*g33-  
gc1*g21*gc2*g12-gc1*g31*gc3*g13-  
gc2*g32*gc3*g23+gc1*g11*gc2*g22+gc1*g11*gc3*g33+gc2*g22*gc3*g33-  
gc1*g11*gc2*g32*gc3*g23-gc2*g22*gc1*g31*gc3*g13-  
gc3*g33*gc1*g21*gc2*g12+gc1*g11*gc2*g22*gc3*g33+gc1*g12*gc2*g23*gc3*g31+gc1  
*g13*gc2*g21*gc3*g32);
```

```
b21=(gc1*g21*(1+gc3*g33)-gc1*g31*gc3*g23)/(1+gc1*g11+gc2*g22+gc3*g33-  
gc1*g21*gc2*g12-gc1*g31*gc3*g13-  
gc2*g32*gc3*g23+gc1*g11*gc2*g22+gc1*g11*gc3*g33+gc2*g22*gc3*g33-  
gc1*g11*gc2*g32*gc3*g23-gc2*g22*gc1*g31*gc3*g13-  
gc3*g33*gc1*g21*gc2*g12+gc1*g11*gc2*g22*gc3*g33+gc1*g12*gc2*g23*gc3*g31+gc1  
*g13*gc2*g21*gc3*g32);
```

```
figure
```

```
step(b21),grid on
```

```
hold on
```

```
step(b12),grid on
```

```

b13=(gc3*g13*(1+gc2*g22)-gc3*g23*gc2*g12)/(1+gc1*g11+gc2*g22+gc3*g33-
gc1*g21*gc2*g12-gc1*g31*gc3*g13-
gc2*g32*gc3*g23+gc1*g11*gc2*g22+gc1*g11*gc3*g33+gc2*g22*gc3*g33-
gc1*g11*gc2*g32*gc3*g23-gc2*g22*gc1*g31*gc3*g13-
gc3*g33*gc1*g21*gc2*g12+gc1*g11*gc2*g22*gc3*g33+gc1*g12*gc2*g23*gc3*g31+gc1
*g13*gc2*g21*gc3*g32);
b31=(gc1*g31*(1+gc2*g22)-gc1*g21*gc2*g32)/(1+gc1*g11+gc2*g22+gc3*g33-
gc1*g21*gc2*g12-gc1*g31*gc3*g13-
gc2*g32*gc3*g23+gc1*g11*gc2*g22+gc1*g11*gc3*g33+gc2*g22*gc3*g33-
gc1*g11*gc2*g32*gc3*g23-gc2*g22*gc1*g31*gc3*g13-
gc3*g33*gc1*g21*gc2*g12+gc1*g11*gc2*g22*gc3*g33+gc1*g12*gc2*g23*gc3*g31+gc1
*g13*gc2*g21*gc3*g32);
figure
step(b31),grid on
hold on
step(b13),grid on
b32=(gc2*g32*(1+gc1*g11)-gc2*g12*gc1*g31)/(1+gc1*g11+gc2*g22+gc3*g33-
gc1*g21*gc2*g12-gc1*g31*gc3*g13-
gc2*g32*gc3*g23+gc1*g11*gc2*g22+gc1*g11*gc3*g33+gc2*g22*gc3*g33-
gc1*g11*gc2*g32*gc3*g23-gc2*g22*gc1*g31*gc3*g13-
gc3*g33*gc1*g21*gc2*g12+gc1*g11*gc2*g22*gc3*g33+gc1*g12*gc2*g23*gc3*g31+gc1
*g13*gc2*g21*gc3*g32);
b23=(gc3*g23*(1+gc1*g11)-gc3*g13*gc1*g21)/(1+gc1*g11+gc2*g22+gc3*g33-
gc1*g21*gc2*g12-gc1*g31*gc3*g13-
gc2*g32*gc3*g23+gc1*g11*gc2*g22+gc1*g11*gc3*g33+gc2*g22*gc3*g33-
gc1*g11*gc2*g32*gc3*g23-gc2*g22*gc1*g31*gc3*g13-
gc3*g33*gc1*g21*gc2*g12+gc1*g11*gc2*g22*gc3*g33+gc1*g12*gc2*g23*gc3*g31+gc1
*g13*gc2*g21*gc3*g32);
figure
step(b23),grid on
hold on
step(b32),grid on

```

Annexe D

Programme sous MATLAB de calculer la BLT et de tracer les réponses indicielles de chaque boucle quand les autres boucles sont ouvertes ou fermées et de tracer l'effet de chaque boucle sur l'autre avant et après la BLT.

```
% calcul de la BLT

clc
clear all
a=tf([0 0.66],[6.7 1]);
s = tf('s');
sys = exp(-2.6*s);
sysx1 = pade(sys,1);
g11=a*sysx1;
b=tf([0 -0.61],[8.64 1]);
s = tf('s');
sys = exp(-3.5*s);
sysx2 = pade(sys,1);
g12=b*sysx2;
c=tf([0 -0.0049],[9.06 1]);
s = tf('s');
sys = exp(-1*s);
sysx3 = pade(sys,1);
g13=c*sysx3;
e=tf([0 1.11],[3.25 1]);
s = tf('s');
sys = exp(-6.5*s);
sysx4 = pade(sys,1);
g21=e*sysx4;
f=tf([0 2.36],[5 1]);
s = tf('s');
sys = exp(-3*s);
sysx5 = pade(sys,1);
g22=f*sysx5;
g=tf([0 -0.012],[7.09 1]);
s = tf('s');
sys = exp(-1.2*s);
sysx6 = pade(sys,1);
g23=g*sysx6;
h=tf([0 -34.68],[8.15 1]);
s = tf('s');
sys = exp(-9.2*s);
sysx7 = pade(sys,1);
g31=h*sysx7;
k=tf([0 46.2],[10.9 1]);
s = tf('s');
sys = exp(-9.4*s);
sysx8 = pade(sys,1);
g32=k*sysx8;
l=tf([10.10 0.87],[73.13 22.69 1]);
s = tf('s');
sys = exp(-1*s);
sysx9 = pade(sys,1);
g33=l*sysx9;
Kc=[1.67 0.285 5.77];
Ic=[10.818 12.467 2.958];
for f=1.5:0.05:5
    Kc1=Kc/f;
    Ic1=Ic*f;
end
```

```

numgc11=[Kc1(1,1) Kc1(1,1)/Ic1(1,1)];
dengc11=[1 0];
numgc22=[Kc1(1,2) Kc1(1,2)/Ic1(1,2)];
dengc22=[1 0];
numgc33=[Kc1(1,3) Kc1(1,3)/Ic1(1,3)];
dengc33=[1 0];
gc1=tf(numgc11,dengc11);
gc2=tf(numgc22,dengc22);
gc3=tf(numgc33,dengc33);
z=(gc1*g11+gc2*g22+gc3*g33-gc1*g21*gc2*g12-gc1*g31*gc3*g13-
gc2*g32*gc3*g23+gc1*g11*gc2*g22+gc1*g11*gc3*g33+gc2*g22*gc3*g33-
gc1*g11*gc2*g32*gc3*g23-gc2*g22*gc1*g31*gc3*g13-
gc3*g33*gc1*g21*gc2*g12+gc1*g11*gc2*g22*gc3*g33+gc1*g12*gc2*g23*gc3*g31+gc1
*g13*gc2*g21*gc3*g32);
s=feedback(z,1);
[module,phase]=bode(s);
Lc=20.*log10(abs(module));
Lmax=max(Lc);
    if Lmax<6
        break
    end
end
f
Lmax
gc1=tf(numgc11,dengc11)
gc2=tf(numgc22,dengc22)
gc3=tf(numgc33,dengc33)
gc11=tf([0.391 0.1955],[1 0]);
gc22=tf([0.122 0.061],[1 0]);
gc33=tf([2.79 1.395],[1 0]);
f1=gc11*g11/(1+gc11*g11);
f11=(gc1*g11*(1+gc2*g22+gc3*g33-gc2*g32*gc3*g23)-
gc1*g12*gc2*g21*(1+gc3*g33)+gc1*g31*gc3*g13*(1+gc2*g22)-
gc1*g12*gc2*g23*gc3*g31+gc1*g13*gc2*g21*gc3*g32)/(1+(gc1*g11+gc2*g22+gc3*g3
3-gc1*g21*gc2*g12-gc1*g31*gc3*g13-
gc2*g32*gc3*g23+gc1*g11*gc2*g22+gc1*g11*gc3*g33+gc2*g22*gc3*g33-
gc1*g11*gc2*g32*gc3*g23-gc2*g22*gc1*g31*gc3*g13-
gc3*g33*gc1*g21*gc2*g12+gc1*g11*gc2*g22*gc3*g33+gc1*g12*gc2*g23*gc3*g31+gc1
*g13*gc2*g21*gc3*g32));
figure
step(f1),grid on
hold on
step(f11),grid on
f2=gc22*g22/(1+gc22*g22);
f22=(gc2*g22*(1+gc1*g11+gc3*g33+gc1*g13*gc3*g31)-
gc2*g12*gc1*g21*(1+gc3*g33)-
gc3*g23*gc2*g32*(1+gc1*g11)+gc1*g12*gc2*g23*gc3*g31-
gc1*g13*gc2*g21*gc3*g32)/(1+(gc1*g11+gc2*g22+gc3*g33-gc1*g21*gc2*g12-
gc1*g31*gc3*g13-
gc2*g32*gc3*g23+gc1*g11*gc2*g22+gc1*g11*gc3*g33+gc2*g22*gc3*g33-
gc1*g11*gc2*g32*gc3*g23-gc2*g22*gc1*g31*gc3*g13-
gc3*g33*gc1*g21*gc2*g12+gc1*g11*gc2*g22*gc3*g33+gc1*g12*gc2*g23*gc3*g31+gc1
*g13*gc2*g21*gc3*g32));
figure
step(f2),grid on;
hold on
step(f22),grid on
f3=gc33*g33/(1+gc33*g33);
f33=(gc3*g33*(1+gc1*g11+gc2*g22-gc1*g21*gc2*g12)-
gc3*g23*gc2*g32*(1+gc1*g11)+gc3*g13*gc1*g31*(1+gc2*g22)-
gc3*g23*gc2*g12*gc1*g31+gc3*g13*gc1*g21*gc2*g32)/(1+gc1*g11+gc2*g22+gc3*g33

```

```

-gc1*g21*g2*g12-gc1*g31*g3*g13-
gc2*g32*g3*g23+gc1*g11*gc2*g22+gc1*g11*gc3*g33+gc2*g22*gc3*g33-
gc1*g11*gc2*g32*g3*g23-gc2*g22*gc1*g31*g3*g13-
gc3*g33*gc1*g21*gc2*g12+gc1*g11*gc2*g22*gc3*g33+gc1*g12*gc2*g23*gc3*g31+gc1
*g13*gc2*g21*gc3*g32));
figure
step(f3),grid on;
hold on
step(f33),grid on
b12=(gc2*g12*(1+gc3*g33)-gc2*g32*gc3*g13)/(1+gc1*g11+gc2*g22+gc3*g33-
gc1*g21*gc2*g12-gc1*g31*gc3*g13-
gc2*g32*gc3*g23+gc1*g11*gc2*g22+gc1*g11*gc3*g33+gc2*g22*gc3*g33-
gc1*g11*gc2*g32*gc3*g23-gc2*g22*gc1*g31*gc3*g13-
gc3*g33*gc1*g21*gc2*g12+gc1*g11*gc2*g22*gc3*g33+gc1*g12*gc2*g23*gc3*g31+gc1
*g13*gc2*g21*gc3*g32);
b1122=(gc22*g12*(1+gc33*g33)-
gc22*g32*gc33*g13)/(1+gc11*g11+gc22*g22+gc33*g33-gc11*g21*gc22*g12-
gc11*g31*gc33*g13-
gc22*g32*gc33*g23+gc11*g11*gc22*g22+gc11*g11*gc33*g33+gc22*g22*gc33*g33-
gc11*g11*gc22*g32*gc33*g23-gc22*g22*gc11*g31*gc33*g13-
gc33*g33*gc11*g21*gc22*g12+gc11*g11*gc22*g22*gc33*g33+gc11*g12*gc22*g23*gc3
3*g31+gc11*g13*gc22*g21*gc33*g32);
b2211=(gc11*g21*(1+gc33*g33)-
gc11*g31*gc33*g23)/(1+gc11*g11+gc22*g22+gc33*g33-gc11*g21*gc22*g12-
gc11*g31*gc33*g13-
gc22*g32*gc33*g23+gc11*g11*gc22*g22+gc11*g11*gc33*g33+gc22*g22*gc33*g33-
gc11*g11*gc22*g32*gc33*g23-gc22*g22*gc11*g31*gc33*g13-
gc33*g33*gc11*g21*gc22*g12+gc11*g11*gc22*g22*gc33*g33+gc11*g12*gc22*g23*gc3
3*g31+gc11*g13*gc22*g21*gc33*g32);
b21=(gc1*g21*(1+gc3*g33)-gc1*g31*gc3*g23)/(1+gc1*g11+gc2*g22+gc3*g33-
gc1*g21*gc2*g12-gc1*g31*gc3*g13-
gc2*g32*gc3*g23+gc1*g11*gc2*g22+gc1*g11*gc3*g33+gc2*g22*gc3*g33-
gc1*g11*gc2*g32*gc3*g23-gc2*g22*gc1*g31*gc3*g13-
gc3*g33*gc1*g21*gc2*g12+gc1*g11*gc2*g22*gc3*g33+gc1*g12*gc2*g23*gc3*g31+gc1
*g13*gc2*g21*gc3*g32);
figure
step(b12),grid on
hold on
step(b1122),grid on
figure
step(b21),grid on
hold on
step(b2211),grid on
b13=(gc3*g13*(1+gc2*g22)-gc3*g23*gc2*g12)/(1+gc1*g11+gc2*g22+gc3*g33-
gc1*g21*gc2*g12-gc1*g31*gc3*g13-
gc2*g32*gc3*g23+gc1*g11*gc2*g22+gc1*g11*gc3*g33+gc2*g22*gc3*g33-
gc1*g11*gc2*g32*gc3*g23-gc2*g22*gc1*g31*gc3*g13-
gc3*g33*gc1*g21*gc2*g12+gc1*g11*gc2*g22*gc3*g33+gc1*g12*gc2*g23*gc3*g31+gc1
*g13*gc2*g21*gc3*g32);
b1133=(gc33*g13*(1+gc22*g22)-
gc33*g23*gc22*g12)/(1+gc11*g11+gc22*g22+gc33*g33-gc11*g21*gc22*g12-
gc11*g31*gc33*g13-
gc22*g32*gc33*g23+gc11*g11*gc22*g22+gc11*g11*gc33*g33+gc22*g22*gc33*g33-
gc11*g11*gc22*g32*gc33*g23-gc22*g22*gc11*g31*gc33*g13-
gc33*g33*gc11*g21*gc22*g12+gc11*g11*gc22*g22*gc33*g33+gc11*g12*gc22*g23*gc3
3*g31+gc11*g13*gc22*g21*gc33*g32);
b31=(gc1*g31*(1+gc2*g22)-gc1*g21*gc2*g32)/(1+gc1*g11+gc2*g22+gc3*g33-
gc1*g21*gc2*g12-gc1*g31*gc3*g13-
gc2*g32*gc3*g23+gc1*g11*gc2*g22+gc1*g11*gc3*g33+gc2*g22*gc3*g33-
gc1*g11*gc2*g32*gc3*g23-gc2*g22*gc1*g31*gc3*g13-

```

```

gc3*g33*gc1*g21*gc2*g12+gc1*g11*gc2*g22*gc3*g33+gc1*g12*gc2*g23*gc3*g31+gc1
*g13*gc2*g21*gc3*g32);
b3311=(gc11*g31*(1+gc22*g22)-
gc11*g21*gc22*g32)/(1+gc11*g11+gc22*g22+gc33*g33-gc11*g21*gc22*g12-
gc11*g31*gc33*g13-
gc22*g32*gc33*g23+gc11*g11*gc22*g22+gc11*g11*gc33*g33+gc22*g22*gc33*g33-
gc11*g11*gc22*g32*gc33*g23-gc22*g22*gc11*g31*gc33*g13-
gc33*g33*gc11*g21*gc22*g12+gc11*g11*gc22*g22*gc33*g33+gc11*g12*gc22*g23*gc3
3*g31+gc11*g13*gc22*g21*gc33*g32);
figure
step(b31),grid on
hold on
step(b3311),grid on
figure
step(b13),grid on
hold on
step(b1133),grid on
b32=(gc2*g32*(1+gc1*g11)-gc2*g12*gc1*g31)/(1+gc1*g11+gc2*g22+gc3*g33-
gc1*g21*gc2*g12-gc1*g31*gc3*g13-
gc2*g32*gc3*g23+gc1*g11*gc2*g22+gc1*g11*gc3*g33+gc2*g22*gc3*g33-
gc1*g11*gc2*g32*gc3*g23-gc2*g22*gc1*g31*gc3*g13-
gc3*g33*gc1*g21*gc2*g12+gc1*g11*gc2*g22*gc3*g33+gc1*g12*gc2*g23*gc3*g31+gc1
*g13*gc2*g21*gc3*g32);
b3322=(gc2*g32*(1+gc1*g11)-gc2*g12*gc1*g31)/(1+gc11*g11+gc22*g22+gc33*g33-
gc11*g21*gc22*g12-gc11*g31*gc33*g13-
gc22*g32*gc33*g23+gc11*g11*gc22*g22+gc11*g11*gc33*g33+gc22*g22*gc33*g33-
gc11*g11*gc22*g32*gc33*g23-gc22*g22*gc11*g31*gc33*g13-
gc33*g33*gc11*g21*gc22*g12+gc11*g11*gc22*g22*gc33*g33+gc11*g12*gc22*g23*gc3
3*g31+gc11*g13*gc22*g21*gc33*g32);
b23=(gc3*g23*(1+gc1*g11)-gc3*g13*gc1*g21)/(1+gc1*g11+gc2*g22+gc3*g33-
gc1*g21*gc2*g12-gc1*g31*gc3*g13-
gc2*g32*gc3*g23+gc1*g11*gc2*g22+gc1*g11*gc3*g33+gc2*g22*gc3*g33-
gc1*g11*gc2*g32*gc3*g23-gc2*g22*gc1*g31*gc3*g13-
gc3*g33*gc1*g21*gc2*g12+gc1*g11*gc2*g22*gc3*g33+gc1*g12*gc2*g23*gc3*g31+gc1
*g13*gc2*g21*gc3*g32);
b2233=(gc3*g23*(1+gc1*g11)-gc3*g13*gc1*g21)/(1+gc11*g11+gc22*g22+gc33*g33-
gc11*g21*gc22*g12-gc11*g31*gc33*g13-
gc22*g32*gc33*g23+gc11*g11*gc22*g22+gc11*g11*gc33*g33+gc22*g22*gc33*g33-
gc11*g11*gc22*g32*gc33*g23-gc22*g22*gc11*g31*gc33*g13-
gc33*g33*gc11*g21*gc22*g12+gc11*g11*gc22*g22*gc33*g33+gc11*g12*gc22*g23*gc3
3*g31+gc11*g13*gc22*g21*gc33*g32);
figure
step(b23),grid on
hold on
step(b2233),grid on
figure
step(b32),grid on
hold on
step(b3322),grid on

```