

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



UNIVERSITÉ DE BOUMERDÈS



FACULTÉ DES HYDROCARBURES ET DE LA CHIMIE
Département Automatisation et Électrification des Procédés Industriels
Laboratoire d'Automatique Appliquée

Mémoire de Magister

Option : Automatique Appliquée et Traitement du Signal

Thème

**Les Techniques de Découplage Explicite et Implicite
des Systèmes Multivariables.
Application sur un modèle d'une colonne de distillation binaire**

Présenté par : M^{elle} Tassadit BENABDALLAH

Soutenu publiquement devant le jury composé de :

| | | | |
|-------------------------------|------|------|------------|
| M. TADJINE Mohamed | Prof | ENP | Président |
| M. KHELASSI Abdelmadjid | MC/A | UMBB | Rapporteur |
| M ^{me} ACHELI Dalila | MC/A | UMBB | Examineur |
| M. KHELLIL Mohand el Hocine | MC/A | UMBB | Examineur |

Boumerdès 2011

ملخص :

إن غالبية الأنظمة الصناعية هي عبارة عن أنظمة متعددة المتغيرات. هذه الأخيرة تتميز بظاهرة التداخلات التي تؤثر على إنشاء نظام تحكم مكنين و على جودة المنتج وتكلفة الاشتغال. كل هذا يخلق مشكل في الميدان الصناعي، الواجب حله. الحل هو استعمال تقنية الأفراد التي تسمح بإضعاف التداخلات و تطبيق التحكم الغير مركزي، الأكثر استعمالا في المصانع نظرا للمزايا التي يوفرها بالمقارنة مع التحكم المركزي. من بين هذه المزايا، نذكر: سهولة التحضير و الصيانة، المحافظة على الاستقرار في حالة وجود قطع في احد الحلقات (ضعف جهاز الاستبيان أو ضعف جهاز المحرك)، عدم انتشار الإضطراب المؤثر على المتغيرات المتحكم فيها في النظام وإمكانية تطبيق التحكم المستعمل في حالة الأنظمة الأحادية المتغير مع النتائج القياسية التي يمكننا التوصل إليها بتركيز اهتمامنا على النتائج القياسية لكل حلقة بمعزل عن الأخرى،...الخ.

يهدف هذا العمل إلى عرض التقنيات الحديثة للأفراد الجلي والأفراد الضمني وتطبيق البعض منها على نموذج لقناة التقطير الثنائية، من أجل اختبار مدى قدرتها على إضعاف التداخلات الموجودة. إن اختيار قناة التقطير راجع لشعبيتها في الميدان الصناعي و التداخلات الموجودة فيها. قبل أي عملية أفراد لنظام ما، يجب القيام أولا بتحديد كمية التداخلات الموجودة، لهذا قمنا في المحور الأول بعرض طرق تحليل التداخلات قبل القيام بعرض الطرق الحديثة للأفراد التي اقترحناها في المحور الثاني. نظرا للحاجة إلى نموذج رياضي لنظام العمل التطبيقي، كرسنا المحور الثالث لنمذجة قناة التقطير، أين عرضنا آلية عملها مع نموذجها الخطي. أما المحور الرابع، فيعرض تظاهرات عملية الأفراد و النتائج المحصل عليها.

Summary :

The majority of the industrial systems are multivariable. The latter are characterized by the phenomenon of the interactions which influence the design of a robust control device thus the quality of the product and the cost of operation. This poses a major problem in the industry, which should be solved. The solution is to use the technique of decoupling which allows the weakening of the interactions and the application of the decentralized control which is the most used in industry in view of considering the advantages that it offers relative to the centralized control. Among these advantages we site : the simplicity of implementation and maintenance, the keeping of stability if one of the loops is crossed (failure of a sensor or an actuator), the no-propagation of the disturbance acting on an output in a system and the possibility of application of the techniques of control used into single input single output systems and the performances which one can reach while being interested in the performances of each loop independently to the other... etc.

The objective of this work is to present new techniques of explicit and implicit decoupling developed recently and to apply some of them on a binary distillation column, in order to test their potentiality to weaken the interactions. The choice of the distillation column is due to the fact that this system is one of the most popular systems in the petroleum industry and where the phenomenon of interaction exists between its variables of input/output. Before applying decoupling, it is necessary to quantify the existing interactions. For that, methods of analysis of the interactions are presented first, then the new decoupling methods suggested in this thesis, are presented in second. Considering the need for a mathematical model of the application system, the third chapter is devoted to the modeling of the column where we presented its principle of operating thus its linear model. The final chapter presents the obtained results of simulations, using the new techniques of decoupling.

Résumé :

La plupart des systèmes industriels sont des systèmes multivariables. Ces derniers sont caractérisés par le phénomène des interactions qui influent sur la conception d'un système de commande robuste ainsi sur la qualité du produit et le coût de fonctionnement. Ceci pose un problème majeur dans l'industrie, qu'il faut résoudre. La solution est d'utiliser la technique de découplage qui permet l'affaiblissement des interactions et l'application de la commande décentralisée qui est la plus utilisée en industrie vu les avantages qu'elle offre par rapport à la commande centralisée. Parmi ces avantages, on cite : la simplicité d'implémentation et de l'entretien, le maintien de la stabilité dans le cas où l'une des boucles se trouve coupée (défaillance d'un capteur ou d'un actionneur), la non-propagation de la perturbation agissant sur une sortie dans le système et la possibilité d'application des techniques de commande utilisées en monovariable et les performances qu'on peut atteindre en s'intéressant aux performances de chaque boucle indépendamment de l'autre, ...etc.

L'objectif de ce travail est de présenter des nouvelles techniques de découplage explicite et implicite développées récemment et d'appliquer quelques unes sur le procédé d'une colonne de distillation binaire, afin de tester leur potentialité à affaiblir les interactions. Le choix de la colonne de distillation est dû au fait que ce système est l'un des systèmes les plus populaires dans l'industrie pétrolière et dont le phénomène d'interaction existe entre ses variables d'entrée/sortie. Avant d'appliquer le découplage, il est nécessaire de quantifier les interactions existantes. Pour cela, des méthodes d'analyse des interactions sont présentées en premier, puis les nouvelles méthodes de découplage, proposées dans ce mémoire, sont présentées en deuxième. Vu le besoin d'un modèle mathématique du système d'application, on a consacré le troisième chapitre à la modélisation de la colonne où on a présenté son principe de fonctionnement ainsi son modèle linéaire. Le dernier chapitre présente les simulations de découplage sur la colonne et les résultats de simulations obtenus.

Remerciement

Je tiens à remercier en premier lieu ALLAH, le tout puissant, qui m'a donné le courage et la volonté pour bien mener ce travail.

Ainsi, je me permet d'exprimer ici mes sincères reconnaissances à mon promoteur M^r : A. KHELASSI pour ses pertinentes conseils et orientations ainsi sa disponibilité et sa patience tout au long de ce travail.

Je remercie Mlle T.LALEG et N.BOUNSSEUR anciennes étudiantes à l'ENP, pour leur disponibilité à m'aider dans la bibliographie.

Je remercie les membres du jury qui m'ont fait l'honneur d'examiner mon travail.

Je remercie mes enseignants de la Faculté des Hydrocarbures et de la Chimie pour leurs efforts voués à nous transmettre le savoir, en particulier ceux du département Automatisation et Électrification des Procédés Industriels.

Je tiens à exprimer ma très grande gratitude et ma profonde affection à mes chers parents pour leurs encouragements, leur patience et leur grand soutien, durant toutes ces années d'études.

Je remercie également toutes mes cousines, mes amis et camarades, pour leurs encouragements et leur précieux soutien.



Dédicaces

Je dédie ce mémoire à mes très chers parents, ma mère Malika et mon père Rabah, dont je suis et je serais pleinement reconnaissant pour m'avoir soutenu durant tout mon parcours, ainsi qu'à :

Ma sœur Dalila ;

Mes frère Said et Hafidh ;

Mes oncles et tantes ;

Mes cousins et cousines ;

Mes fidèles amies Ahlèm, Linda et Lila,

A mes très chère Alia, Tounssia, Aicha, Merièm,

Mimi, Sabrina, Nadjette et Soussou.

Toute ma grande famille de près et de loin ;

A tous ceux qui sont chers à mon coeur.

A ceux que j'aime et qui m'aiment

Affectueusement

Tassadit.

sommaire

| | |
|--|----|
| Introduction générale..... | 1 |
| Chapitre 1 : Analyse des Interactions | |
| Introduction..... | 4 |
| 1.1 Définition de l'interaction dans un système multivariable..... | 4 |
| 1.2 Explication du phénomène d'interaction..... | 4 |
| 1.3 Quelques méthodes d'analyse des interactions..... | 6 |
| 1.3.1 La méthode de RGA | 6 |
| 1.3.1.1 Interprétation de RGA..... | 6 |
| 1.3.1.2 Un procédé général de calcul de RGA | 7 |
| 1.3.1.3 Propriétés de la RGA | 7 |
| 1.3.2 La méthode de RDGA..... | 8 |
| 1.3.3 La méthode de RDA | 9 |
| 1.3.4 La méthode de l'ARGA | 9 |
| 1.3.5 La méthode du modèle interne (IMC) | 11 |
| 1.3.6 La méthode de DRMA | 11 |
| 1.3.6.1 Définition de la DRMA | 11 |
| 1.3.6.2 Le principe de la DRMA | 12 |
| 1.3.6.3 Construction de la DRMA..... | 12 |
| 1.3.6.4 Interprétation de la DRMA | 12 |
| 1.3.6.5 L'utilité de la DRMA..... | 13 |
| 1.3.6.6 La DRMA. | 13 |
| Conclusion..... | 16 |
| Chapitre 2 : Découplage des Systèmes Multivariables | |
| Introduction..... | 17 |
| 2.1 Le découplage explicite..... | 17 |
| 2.1.1 Le découplage LPV..... | 17 |
| 2.1.1.1 Principe et objectif | 17 |
| 2.1.1.2 Situation du problème | 18 |

| | |
|---|----|
| 2.1.1.3 La méthode de décomposition SVD..... | 18 |
| 2.1.1.4 Mesure des interactions du système découplé et synthèse des contrôleurs | 19 |
| 2.1.2 Méthode de découplage inversé | 22 |
| 2.1.2.1 La configuration de découplage inversé..... | 22 |
| 2.1.2.2 La synthèse de découpleur..... | 23 |
| 2.1.3 Le découplage basé sur la matrice de transformation..... | 27 |
| 2.1.3.1 Description de la méthode | 27 |
| 2.1.3.2 Le découplage basé sur la matrice de transformation par Owens..... | 28 |
| 2.1.3.3 Le résumé de la procédure de contrôle..... | 29 |
| 2.1.4 Le découplage par mode glissant..... | 29 |
| 2.1.4.1 Schéma de contrôle..... | 29 |
| 2.1.4.2 Le principe de la méthode | 31 |
| 2.1.4.3 Le comportement du système en présence des perturbations | 33 |
| 2.2 Le découplage implicite | 34 |
| 2.2.1 La méthode de Sum and Difference..... | 34 |
| Conclusion..... | 34 |

Chapitre 3 : Modélisation d'une Colonne de Distillation

| | |
|---|----|
| Introduction..... | 36 |
| 3.1 La colonne de distillation | 36 |
| 3.1.1 La distillation..... | 36 |
| 3.1.2 Le principe de fonctionnement..... | 37 |
| 3.2 Présentation d'une colonne de distillation binaire avec modélisation..... | 37 |
| 3.2.1 Colonne de distillation binaire (benzène-toluène)..... | 37 |
| 3.2.2 Modélisation | 38 |
| Conclusion..... | 43 |

Chapitre 4 : Application de Découplage sur la Colonne de Distillation

| | |
|--|----|
| Introduction..... | 44 |
| 4.1. L'analyse des interactions | 44 |
| 4.1.1 Le calcul de la RGA | 44 |
| 4.1.2 La synthèse du correcteur de chaque boucle | 44 |
| 4.1.3 La construction de la DRMA | 46 |

| | |
|--|----|
| 4.2. Le découplage..... | 50 |
| 4.2.1 Application de découplage explicite..... | 50 |
| 4.2.1.1 Application de la méthode LPV | 50 |
| 4.2.1.2 Application de la méthode de découplage inversé..... | 55 |
| 4.2.2 Application de découplage implicite | 58 |
| 4.2.2.1 La méthode de Sum and Difference..... | 58 |
| Conclusion..... | 62 |
| | |
| Conclusion générale..... | 63 |
| | |
| Références bibliographiques | |

Liste des Figures

| | |
|---|----|
| Figure 1.1 : Commande multiboucle..... | 5 |
| Figure 1.2 : Système de commande multiboucle 2×2..... | 13 |
| Figure 1.3 : Système de commande 2×2 en boucle fermée..... | 14 |
| Figure 1.4 : Système de commande 2×2 en boucle ouverte..... | 14 |
| Figure 1.6 : Système de commande 2×2 avec la 1 ^{ère} -boucle ouverte et la 2 ^{ème} boucle fermée | 15 |
| Figure 1.6 : Système de commande 2×2 avec la 1 ^{ère} -boucle fermée et la 2 ^{ème} boucle ouverte..... | 15 |
| | |
| Figure 2.1 : Découplage LPV d'un système de commande..... | 18 |
| Figure 2.2 : Le découplage inversé..... | 23 |
| Figure 2.3 : Le découplage inversé alternatif..... | 24 |
| Figure 2.4 : Le découplage inversé avec un temps de retard inséré..... | 25 |
| Figure 2.5 : Découplage par transformation et les m contrôleurs monovariables..... | 28 |
| Figure 2.6 : Le contrôle décentralisé par la boucle de conditionnement de référence avec mode glissant..... | 29 |
| | |
| Figure 3.1 : Schéma de la colonne de distillation..... | 38 |
| | |
| Figure 4.1 : La réponse de la composition x_d dans la première boucle..... | 45 |
| Figure 4.2 : La réponse de la composition x_b dans la deuxième boucle..... | 45 |
| Figure 4.3 : Détermination des fréquences du travail des deux boucles de régulation de la colonne de distillation..... | 46 |
| Figure 4.4 : Application de la DRMA pour la colonne de distillation..... | 46 |
| Figure 4.5 : La composition du distillat x_d | 47 |
| Figure 4.6 : La composition du résidu x_b | 48 |
| Figure 4.7 : L'effet d'une boucle sur l'autre..... | 49 |
| Figure 4.8 : La composition du distillat x_d | 51 |
| Figure 4.9 : La composition du résidu x_b | 52 |

| | |
|--|----|
| Figure 4.10 : L'effet de la boucle 2 sur la boucle 1..... | 53 |
| Figure 4.11 : L'effet de la boucle 1 sur la boucle 2..... | 53 |
| Figure 4.12 : L'effet de la boucle 2 sur la boucle 1..... | 54 |
| Figure 4.13 : L'effet de la boucle 1 sur la boucle 2..... | 54 |
| Figure 4.14 : Le découplage inversé..... | 56 |
| Figure 4.15 : La composition du distillat x_d | 57 |
| Figure 4.16 : La composition du résidu x_b | 57 |
| Figure 4.17 : La structure de Sum and Difference..... | 59 |
| Figure 4.18 : La composition du distillat x_d | 60 |
| Figure 4.19 : La composition du distillat x_d | 60 |
| Figure 4.20 : La composition du résidu x_b | 61 |
| Figure 4.21 : La composition du résidu x_b | 61 |

Introduction générale

Nous savons tous que l'objectif de l'industrie est d'avoir une bonne qualité du produit en dépensant moins d'argent et moins de temps. Pour réaliser cet objectif, elle doit assurer un bon contrôle de ses systèmes en consommant moins d'énergie. Le contrôle d'un système industriel dépend de plusieurs facteurs, parmi ces facteurs, on trouve la nature du système. Il existe trois différentes natures des systèmes industriels : les systèmes monovariables, les systèmes sous actionnés et les systèmes multivariables. On trouve souvent, les systèmes multivariables qui sont des systèmes dont le nombre des entrées et de sorties dépassent deux ; en d'autres termes, la configuration minimale est de deux entrées et de deux sorties.

On peut définir le système multivariable comme un ensemble des sous systèmes monovariables interconnectés. Cette interconnexion peut engendrer des interactions entre ces sous systèmes monovariables. Ce qu'on veut dire, est que l'application d'un signal sur une entrée du système peut entraîner une variation de plusieurs sorties. Le niveau de cette variation peut être négligeable comme il peut être important. Il existe plusieurs méthodes d'analyse des interactions qui nous informe sur le niveau d'interaction et qui nous donne la meilleure configuration de commande où les interactions sont moins importantes.

La présence d'un niveau d'interaction important ou non désiré influe sur la qualité du produit, l'énergie consommée et le coût de fonctionnement, comme il pose un problème pour la conception d'un système de commande robuste. Donc ce phénomène d'interaction ou de couplage caractérisant les systèmes multivariables, est un problème majeur dans l'industrie, qu'il faut résoudre pour atteindre les objectifs mentionnés ci-dessus.

Dans la littérature, on trouve que si le niveau d'interaction est négligeable, le problème est résolu. La commande du système revient à un ensemble de synthèses monovariables en créant autant de boucles de retour que de couples entrées-sorties et commander chaque boucle de régulation séparément en assurant les performances et les robustesses désirées. Mais si le niveau d'interaction est important ou non désiré, on doit soit effectuer une synthèse multivariable du contrôleur (commande centralisée [2]) ou effectuer un ensemble de synthèses monovariables après avoir affaibli les interactions existantes dans le système. Cette dernière stratégie de commande est appelée la commande décentralisée ou la commande multiboucles [1], [2], [21], [43], [46]. Cette dernière est la plus utilisée en industrie, vu la simplicité d'implémentation et de l'entretien, ainsi que les performances qu'on peut atteindre en s'intéressant aux performances des boucles individuelles.

Il reste un problème à résoudre : c'est l'affaiblissement des interactions nommé par le mot : découplage [36]. Pendant plusieurs années et jusqu' à maintenant, cette opération de découplage constitue un axe important de recherche. Dans la littérature, on trouve par exemple, la méthode de dominance diagonale en utilisant la matrice directe de Nyquist (DNA) [2], [48]. Cette méthode présente des limitations à cause de la complexité de son algorithme, principalement dans le cas d'un modèle complexe du système. On trouve aussi, la méthode de BLT (Biggest Log modulus Tuning), proposée par Luyben en 1989 et qui donne des bons résultats dans le cas des systèmes fortement interactifs et où toutes les boucles agissent l'une sur l'autre (Both Ways Interaction) [2]. La méthode de découplage par blocs en utilisant le retour d'état statique ou dynamique a été utilisé par Tores Munos dans sa thèse en 1990 ; mais cette technique présente des limitations tel que : le système doit être inversible à gauche, la vérification de la condition nécessaire et suffisante de découplage et la vérification de la condition d'admissibilité de la commande [45]. Il existe d'autres techniques comme la technique de découplage conventionnel simple où on bute sur l'inconvénient de complexité du système découplé et la difficulté du contrôle [33]. Dans les cinq dernières années, on trouve des nouvelles méthodes dont quelques unes sont destinées à un ensemble spécifié des systèmes comme celle proposée par Tain-Sou Tsay pour les systèmes aérodynamiques [46] et des méthodes qui ne présentent pas des exigences sur le type du système, comme la méthode de découplage intelligent proposé par Tian-you Chai et Heng yue et qui est appliquée avec succès sur une colonne de distillation binaire et sur un four métallurgique [43]. D'autres méthodes de découplage sont aussi développées, comme la méthode de découplage où on traite les interactions comme des perturbations externes par la stratégie de DDC (Disturbance Decoupling Control) [36] et la méthode de découplage LPV (découplage des systèmes dont les paramètres varient linéairement) où on utilise la décomposition SVD du système et des paramètres imposés du contrôleur pour l'obtention d'un système découplé [22], ...etc.

Les techniques de découplage sont classées en deux catégories : les techniques de découplage explicite et les techniques de découplage implicite. Le travail présenté dans ce mémoire rentre dans ce cadre. Notre objectif est de présenter les nouvelles techniques de découplage les plus simples et d'appliquer quelques unes sur un exemple de colonne de distillation binaire afin de les tester et voir leur potentialité à découpler un système interactif. Le choix de la colonne de distillation est dû au fait que ce système est l'un des systèmes multivariables complexes dont le modèle est non-linéaire et dont le phénomène d'interaction existe entre les variables de commande et celles à commander [38], [41].

Dans le premier chapitre, vu l'importance de l'étape de l'analyse des interactions dans la commande décentralisée, on explique le phénomène d'interaction puis on expose quelques méthodes d'analyse des interactions développées dans la littérature et qui sont les plus répandues dans la pratique.

Dans le second chapitre, on s'intéresse à l'objectif principal de notre travail qui est le découplage. On présente et on explique dans ce chapitre, les deux méthodes de découplage explicite et implicite et on présente pour chaque type quelques méthodes trouvées dans la littérature. On s'intéresse beaucoup plus au découplage explicite où des méthodes récentes seront exposées et expliquées.

Dans le troisième chapitre, on s'intéresse à la modélisation d'un exemple d'une colonne de distillation binaire (benzène-toluène) qui servira d'exemple d'application des méthodes de découplage dans ce travail. On entame ce chapitre, en expliquant l'utilisation et les caractéristiques de la colonne de distillation et en expliquant la notion de distillation et le principe de fonctionnement de la colonne. Ensuite, en se basant sur des hypothèses simplificatrices garantissant un modèle qui traduit le comportement dynamique de la colonne, on présente les équations physico-chimiques régissant son fonctionnement. Enfin, en s'intéressant aux boucles interactives et aux valeurs nominales de la colonne, on donne le modèle correspondant sous forme d'une matrice de transfert qui nous servira dans les simulations.

Dans le quatrième chapitre, on sélectionne une méthode d'analyse des interactions et on l'applique pour évaluer et quantifier le niveau d'interaction existant entre les variables entrées sorties de la colonne étudiée. Après l'analyse des interactions, on applique quelques méthodes de découplage explicite et implicite les plus simples et on teste leur acte dans l'affaiblissement des interactions en analysant les interactions du système découplé et en analysant les réponses transitoires de chaque grandeur de sortie et voir s'il n'y a pas d'effet entre les boucles.

Enfin, on finit notre travail par une conclusion générale dans laquelle sont présentés notre méthodologie de travail, les résultats obtenus et les perspectives de continuité de travail.

Chapitre I

Analyse des Interactions

Introduction

Dans toute synthèse multiboucle, la première étape à effectuer est de choisir la bonne configuration de commande dont les interactions entre les boucles sont très faibles, permettant d'appliquer la commande monovariante, en s'intéressant au réglage individuel des boucles de régulation. Pour un système qui comprend m boucles, on aura $m!$ configurations possibles dont une seule est prise en considération.

La procédure qui nous permet de choisir la bonne configuration, c'est l'analyse des interactions. Cette procédure est une étape très importante. Pour cela, plusieurs méthodes d'analyse des interactions ont été développées permettant de choisir la meilleure connexion et/ou de juger le niveau d'interaction entre les boucles de régulation [6], [8], [31], [34].

On présente dans ce chapitre quelques méthodes d'analyse des interactions après avoir défini le mot interaction et décrit le phénomène d'interaction.

1.1 Définition de l'interaction dans un système multivariable

L'interaction dans un système multivariable en boucle fermée, c'est l'influence des transmittances tel que la consigne $c_j(s)$ ou la perturbation $z_j(s)$ affecte plusieurs sorties ($y_i(s), i \neq j$) ou alternativement, c'est l'influence des transmittances tel que la sortie $y_i(s)$ est affectée par plusieurs consignes ($c_j(s), i \neq j$) ou plusieurs perturbations $z_j(s)$ [32].

1.2 Explication du phénomène d'interaction [7]

Pour bien expliquer le phénomène d'interaction dans un système en boucle fermée, on prend un système multivariable (2×2) de la figure (Fig 1.1) :

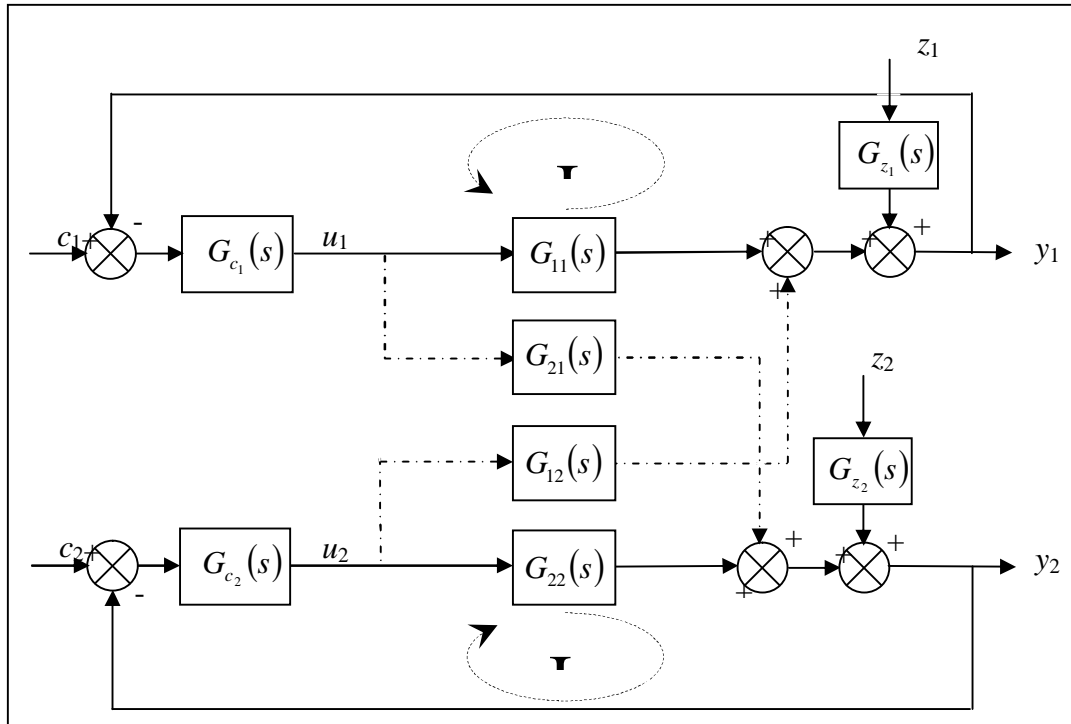


Figure 1.1 : Commande multiboucle.

Lorsque la perturbation z_1 affecte la sortie y_1 , cette dernière s'écarte de sa valeur de consigne c_1 , le régulateur $G_{c_1}(s)$ génère donc une commande u_1 d'une manière à annuler cet écart (ligne continue). Néanmoins, la commande u_1 générée affecte en plus la sortie y_2 à travers la transmittance $G_{21}(s)$ (ligne discontinue), donc la sortie y_2 s'écarte aussi de sa valeur de consigne c_2 . Ceci oblige le régulateur $G_{c_2}(s)$ de générer une commande u_2 pour maintenir la sortie y_2 à la position désirée c_2 . L'action correctrice du régulateur $G_{c_2}(s)$ de la deuxième boucle (II) (la commande u_2) affecte aussi la sortie y_1 à travers la transmittance $G_{12}(s)$. Alors le maintien des sorties y_1 et y_2 à leurs positions désirées, en dépit de la perturbation z_1 qui doit être annulé par le régulateur $G_{c_1}(s)$, est une tâche ardue.

Par cet exemple, on a montré comment une commande affecte plusieurs sorties et comment une perturbation affectant une sortie se propage dans le système et perturbe d'autres sorties. Cela est dû essentiellement à l'existence des interactions entre les deux boucles (I) et (II) de la configuration de commande.

1.3 Quelques méthodes d'analyse des interactions

Après le succès de la méthode de la RGA [16], des travaux de recherches ont abouti à des méthodes plus efficaces assurant un meilleur choix de la configuration de commande et une étude de niveau d'interaction entre les boucles de régulation.

1.3.1 La méthode de RGA (Relative Gain Array) [16], [29], [30], [31], [47], [48]

La matrice des gains relatifs (RGA) a été proposée par Bristol en 1966. Cette technique est basée sur la matrice des gains statiques du système en boucle ouverte et elle est relativement simple à expliquer et interpréter.

Chaque élément de la **RGA** est déterminé par l'expression suivante :

$$\lambda_{ij} = \frac{\left(\frac{\partial y_i}{\partial u_j} \right)_{u_k=0, k \neq j}}{\left(\frac{\partial y_i}{\partial u_j} \right)_{y_k=0, k \neq i}}. \quad (1.1)$$

Le numérateur représente le gain statique en boucle ouverte entre u_j et y_i et le dénominateur c'est le gain statique entre u_j et y_i lorsque les autres sorties sont contrôlées par des correcteurs parfaits. Le gain relatif λ_{ij} indique si le gain d'une boucle ouverte $[u_j - y_i]$ change lorsque toutes les autres boucles sont fermées.

1.3.1.1 Interprétation de RGA

Si les éléments de la diagonale de la **RGA** ($\lambda_{ij} : i = j$) sont proches de 1, alors le niveau d'interaction dans le système est très faible, dans le cas contraire les interactions sont fortes.

1/ $\lambda_{ij} = 1$: Il n'y a aucune interaction entre la boucle de régulation de couple (y_i, u_j) et les autres boucles de régulation.

2/ $\lambda_{ij} = 0$: L'entrée j n'a aucun effet sur la sortie i .

3/ $0.5 < \lambda_{ij} < 1$: Il y a de l'interaction entre les boucles de régulation. Cependant, ce serait la sélection préférable car elle réduirait au minimum les interactions.

Pour un système (2x2), si $0.5 < \lambda_{11} < 1$, la sortie y_1 doit être commandée par u_1 et si $0.5 < \lambda_{22} < 1$, la sortie y_2 doit être commandée par u_2 .

4/ $\lambda_{ij} = 0.5$: Il y a un niveau important d'interaction. Les autres boucles de régulation ont le même effet de l'entrée j sur la sortie i .

5/ $\lambda_{ij} > 1$: L'interaction est forte, donc on doit l'affaiblir. Cependant, ce serait la sélection préférable dans la configuration de commande.

6/ $\lambda_{ij} < 0$: il y a de fortes interactions, la réponse de la boucle correspondante peut changer de sens de variation (système à réponse inverse), si les autres boucles sont fermées. En plus la boucle elle-même peut être instable ou le système global devient instable si jamais la boucle considérée s'ouvre, d'où le couple correspondant ne doit pas être choisi dans la configuration de commande.

- Le choix de la configuration de commande porte sur les couples ayant un gain relatif λ_{ij} proche de 1.

1.3.1.2 Méthode générale de calcul de RGA

Skogestad (1987) a démontré que le calcul de **RGA** peut être exprimé d'une façon à faciliter le calcul pour les systèmes de dimension plus grande que (2x2).

Pour un système ($m \times m$), on a :

$$\text{RGA} = K_s \cdot * \left[K_s^{-1} \right]^T, \quad (1.2)$$

avec :

$$K_{s_{ij}} = \lim_{s \rightarrow 0} G_{ij}(s), \quad i, j = 1, \dots, m \quad (1.3)$$

où :

$\cdot *$: le produit de Hadamard.

K_s : la matrice des gains statiques.

$K_{s_{ij}}$: le gain statique entre u_j et y_i .

1.3.1.3 Propriétés de la RGA

-La somme algébrique des éléments de la RGA le long d'une ligne i ou d'une colonne j est égale à 1.

-Si la RGA indique qu'il y a des faibles interactions dans le système alors il est possible d'utiliser des contrôleurs monovariables.

-Pour un système non carré, on utilise une autre version de la RGA : la pseudo inversien [40].

Limitations

-Elle suppose que les régulateurs sont parfaits, alors que ce n'est pas le cas en pratique.

-Elle donne des prédictions justes dans le cas statique mais pour le cas dynamique, on ne peut rien dire. Elle n'est applicable que pour les systèmes qui travaillent autour de la fréquence nulle

1.3.2 La méthode de RDGA (Relative Dynamic Gain Array) [23]

Après la limitation de l'utilisation de la RGA, Witcher et McAvoy [28], ont développé la dynamique de la RGA et qui est donné par :

$$\text{RDGA} = K_s \cdot * [K_s^{-1}]^T, \quad (1.4)$$

avec :

$$K_{s_{ij}} = G_{ij}(s), \quad i, j = 1, \dots, m \quad (1.5)$$

L'examen de lieu de Bode des éléments de RDGA, permet d'analyser les interactions existantes entre les variables du système et de déterminer la configuration de commande.

Les interactions dans le système sont faibles si le module de chaque élément $\lambda_{ij}(s)$ avec $i = j$ (éléments de la diagonale) est proche de 1 et les modules des autres éléments $\lambda_{ij}(s)$ avec $i \neq j$ (éléments hors diagonale) sont proches de zéro dans la bande de fréquences du travail du système. Pour déterminer la configuration de commande, on choisit les couples correspondants à des éléments $\lambda_{ij}(s)$ dont le module est proche de 1 dans la bande de fréquences dans laquelle le système travaille.

Remarques

-La RDGA est applicable aussi pour les systèmes non carrés, en utilisant la pseudo inversien mais avec $s \neq 0$ [7], [40].

-Pour $s = 0$, la RDGA se réduit à la RGA.

Limitations

-Cette méthode suppose que les contrôleurs sont parfaits.

1.3.3 La méthode de RDA (Relative Dynamic Array) [23], [28]

Cette méthode est basée sur les réponses transitoires des sorties en boucle ouverte en calculant le potentiel dynamique $\phi_{ij}(\theta)$.

$$\phi_{ij}(\theta) = \int_0^{\theta} y_i(t) dt \quad (i, j = 1, 2, \dots, m) \quad (1.6)$$

$\phi_{ij}(\theta)$: L'intégrale de la réponse transitoire y_i en boucle ouverte pour un changement de commande u_j à l'instant $t=0$.

$$\lambda_{ij}(\theta) = \phi_{ij}(\theta) \cdot *(\phi_{ij}(\theta)^T)^{-1} \quad (1.7)$$

$$RDA = (\lambda_{ij}(\theta), i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, m) \quad (1.8)$$

θ est prise entre 20% et 100% de la constante du temps dominante du processus.

Remarques

- La somme des éléments RDA le long d'une ligne ou d'une colonne est égale à 1.
- Le choix des couples E/S est déterminé de la même manière que la RGA (les couples sélectionnés correspondent aux éléments positifs proches de 1).

Si θ tend vers ∞ , RDA se rapproche de RGA.

Avantage

La RDA fournit des informations utiles sur les interactions puisqu'elle prend en considération la réaction du processus à tout instant ($\phi_{ij}(\theta) = \int_0^{\theta} y_i(t) dt$).

Limitations

- La Période du temps θ utilisée est arbitraire, ce qui implique que RDA est aussi arbitraire, donc même le degré d'interaction et la détermination de la configuration des couples de commande seront arbitraires.

1.3.4 La méthode de l'ARGA (Average Relative Gain Array) (1982) [23]

La méthode de l'ARGA est développée pour éviter les inconvénients de la RDA. Elle est basée sur les réponses transitoires des sorties en boucle ouverte.

Soit le modèle du processus multivariable ($m \times m$) suivant :

$$Y(s) = G(s)U(s) \quad (1.9)$$

où chaque fonction de transfert est exprimée comme suit :

$$g_{ij}(s) = \frac{K_{ij} e^{-d_{ij}s}}{T_{ij}s + 1} \quad (1.10)$$

d_{ij} : le retard de la sortie y_i affectée par la commande u_j

K_{ij} : le gain statique de sous système g_{ij}

T_{ij} : la constante du temps de sous système g_{ij}

On suppose qu'initialement $U = Y = 0$

Pendant l'intervalle $[0, d_{ij}]$, la sortie y_i n'est pas affectée par u_j . Le gain dynamique (de y_i) pour cette période du temps est égale à 0.

Pendant l'intervalle $[d_{ij}, \theta]$, Le gain dynamique moyen D^*_{ij} est :

$$D^*_{ij} = \frac{1}{\theta - d_{ij}} \int_{d_{ij}}^{\theta} y_i(t) dt \quad (1.11)$$

Donc :

$$D_{ij}(t) = \begin{cases} 0 & t \in [0, d_{ij}] \\ D^*_{ij} & t \in [d_{ij}, \theta] \end{cases} \quad (1.12)$$

Le nouveau gain relatif est défini par :

$$\mu_{ij}(t) = D_{ij}(t) \cdot (D_{ij}(t)^T)^{-1} \quad (1.13)$$

Pour mesurer l'interaction, on prend la valeur moyenne de $\mu_{ij}(t)$ sur l'intervalle $[\theta_1, \theta]$

$$\mu_{ij}^* = \frac{1}{\theta - \theta_1} \int_{\theta_1}^{\theta} \mu_{ij}(t) dt \quad (1.14)$$

$$ARGA = (\mu_{ij}^*, i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, m) \quad (1.15)$$

$$\theta = \theta_1 + T_m \quad (1.16)$$

θ_1 : c'est le retard d_{ij} minimum pour lequel la matrice $D(t)$ ne soit pas singulière.

T_m : La plus grande constante du temps dans la matrice des fonctions de transfert du $G(s)$

- Les couples E/S sélectionnés correspondent aux éléments proches de l'unité de l'ARGA.

1.3.5 La méthode du modèle interne (IMC) [11]

Cette méthode est basée sur la représentation d'une configuration possible pour chaque couple d'E/S, par les graphes donnés par $R_i(w)$ et $C_i(w)$.

$$R_i(w) = \frac{\sum_{j \neq i}^m |g_{ij}(w)|}{\sum_{j=1}^m |g_{ij}(w)|} \quad 0 < w < \infty \quad (1.17)$$

$$C_i(w) = \frac{\sum_{j \neq i}^m |g_{ji}(w)|}{\sum_{j=1}^m |g_{ji}(w)|} \quad 0 < w < \infty \quad (1.18)$$

Avec $g_{ij}(w)$ correspond à l'élément de la $i^{\text{ème}}$ ligne et la $j^{\text{ème}}$ colonne de la matrice des fonctions du transfert du processus $G(s)$

Le choix de meilleur couple dépend des valeurs de R_i et C_i de chaque couple entrée-sortie :

- Des grandes valeurs de R_i et de C_i correspondent à des interactions significatives.
- Des petites valeurs de R_i et de C_i correspondent à des faibles interactions.
- Des petites valeurs de R_i signifient que la réponse de la $i^{\text{ème}}$ boucle est imposée par son entrée assignée. Des grandes valeurs de R_i signifient qu'il y a des fortes interactions avec les autres boucles et la réponse de la $i^{\text{ème}}$ boucle est imposée par les autres entrées du système.
- Des petites valeurs de C_i signifient que l'entrée u_i commande sa sortie y_i et son effet sur les autres sortie est négligeable. Des grandes valeurs de C_i signifient que l'entrée u_i doit de préférence, commander les autres sorties.

- Le meilleur choix qui assure une faible interaction est la configuration pour laquelle $R_i(w) \leq 0.5$ et/ou $C_i(w) \leq 0.5$ dans la bande passante du système.

1.3.6 La méthode de DRMA (Dynamic Relative Magnitude Array) ou RDMA [3]

1.3.6.1 Définition de la DRMA

La DRMA est une méthode fréquentielle d'analyse des interactions dans un système en boucle fermée.

1.3.6.2 Le principe de la DRMA

1/ Choisir une configuration de commande en utilisant une méthode d'analyse des interactions statique, par exemple la RGA.

2/ déterminer le correcteur de chaque boucle du système.

3/ calculer les éléments de la DRMA.

1.3.6.3 Construction de La DRMA

La formule générale pour trouver les éléments de la diagonale et les éléments hors diagonale de la DRMA d'un système multivariable ($m \times m$) est donnée par :

$$\delta_{ii} = \frac{\begin{bmatrix} y_i \\ c_i \end{bmatrix}_{\text{système en boucle ouverte}}}{\begin{bmatrix} y_i \\ c_i \end{bmatrix}_{\text{la boucle } j(i \neq j) \text{ est fermée}}} \quad (1.19)$$

et

$$\delta_{ij} = \frac{\begin{bmatrix} y_i \\ c_j \end{bmatrix}_{\text{système en boucle fermée}}}{\begin{bmatrix} y_i \\ c_i \end{bmatrix}_{\text{système en boucle fermée}}} \quad (1.20)$$

$$DRMA = (\delta_{ij}, i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, m) \quad (1.21)$$

Une fois la DRMA est déterminée, on trace le diagramme de Bode (courbe du module) de chaque élément δ_{ij} de la matrice DRMA. Les diagrammes obtenus permettent d'analyser les interactions entre les boucles de la configuration choisie.

Remarque : On utilise le même dénominateur pour tous les éléments hors diagonale.

1.3.6.4 Interprétation de la DRMA

1. Les éléments de la diagonale nous informent sur l'ampleur pour laquelle la fonction de transfert entre c_i et y_i est affectée par la présence du régulateur $g_{c_j}(s)$ ($i \neq j$). Si les éléments de la diagonale de la DRMA sont proches de 1 aux fréquences de travail du système, les interactions dans le système en boucle fermée seront très faibles.

2. Les éléments hors diagonale permettent d'examiner l'effet de chaque boucle sur une autre.

Ce sont les perturbations qui affectent les boucles interactives et elles sont calculées pour le système qui est complètement commandé en automatique (Fig 1.3). On utilise le même dénominateur pour tous les éléments hors diagonale pour relever plus efficacement l'amplitude de la propagation des perturbations entre les boucles de régulation. Les éléments hors diagonale δ_{ij} montrent comment la i -ième boucle est excitée par la j -ième boucle, quand le changement de consigne de cette dernière est effectué. Si l'élément $\delta_{ij} (i \neq j)$ est grand (aux fréquences de travail du système), alors la commande u_j affecte fortement y_i , par contre si $\delta_{ij} (i \neq j)$ est proche de zéro, la sortie y_i est faiblement affectée par u_j .

1.3.6.5 L'utilité de la DRMA

L'usage de la DRMA pour l'analyse des interactions présente deux intérêts distincts:

le premier : vérification de la commodité de la configuration de commande choisie.

le second : examiner le phénomène de propagation de perturbations dans les boucles de commande.

1.3.6.6 La DRMA d'un système 2x2

Prenons le système 2x2 de la figure (Fig 1.2) :

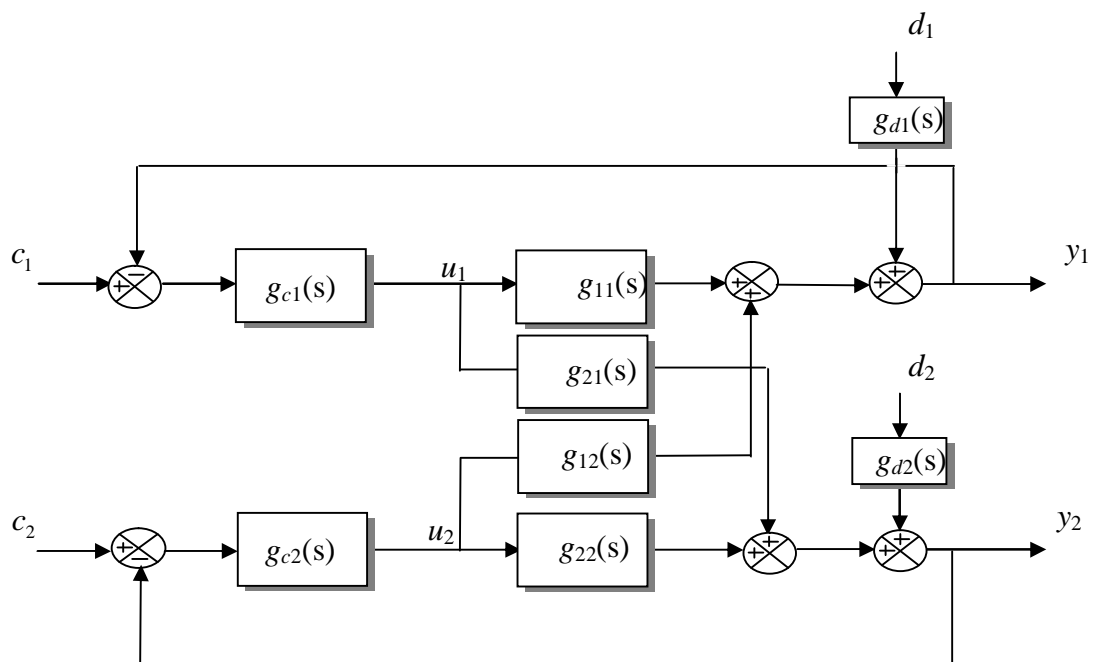


Figure 1.2 : Système de commande multiboucle 2x2

$$DRMA = \begin{bmatrix} \delta_{11}(s) & \delta_{12}(s) \\ \delta_{21}(s) & \delta_{22}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(\frac{y_1(s)}{c_1(s) } \right)_{oo} & \left(\frac{y_1(s)}{c_2(s) } \right)_{ff} \\ \left(\frac{y_1(s)}{c_1(s) } \right)_{of} & \left(\frac{y_2(s)}{c_2(s) } \right)_{ff} \\ \left(\frac{y_2(s)}{c_1(s) } \right)_{ff} & \left(\frac{y_2(s)}{c_2(s) } \right)_{oo} \\ \left(\frac{y_2(s)}{c_2(s) } \right)_{ff} & \left(\frac{y_2(s)}{c_2(s) } \right)_{fo} \end{bmatrix} \quad (1.22)$$

ff : indique que les deux boucles sont fermées (Fig 1.3)

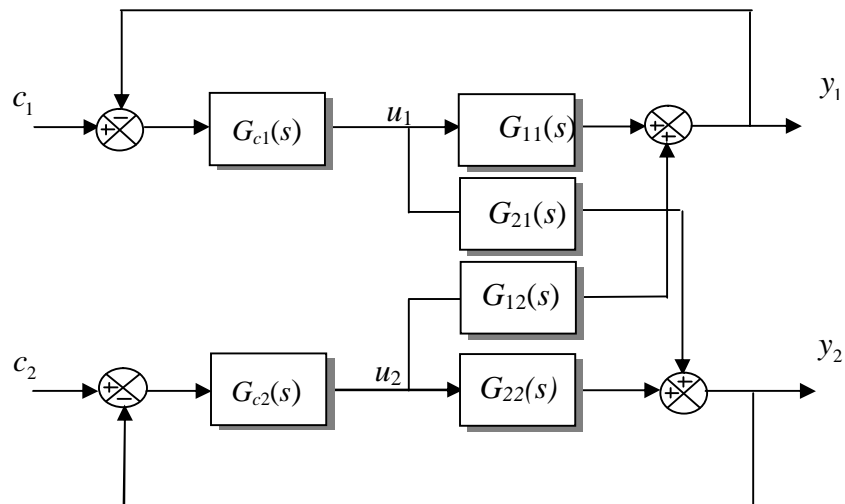


Figure 1.3 : système de commande 2x2 en boucle fermée

oo : indique que les deux boucles sont ouvertes (Fig 1.4)

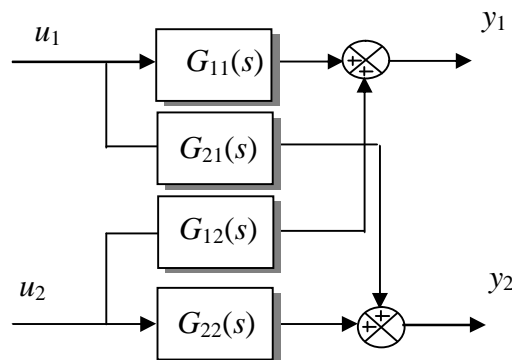


Figure 1.4 : Système de commande 2x2 en boucle ouverte

of : indique que la première boucle est ouverte et la deuxième boucle est fermée (Fig.1.5)

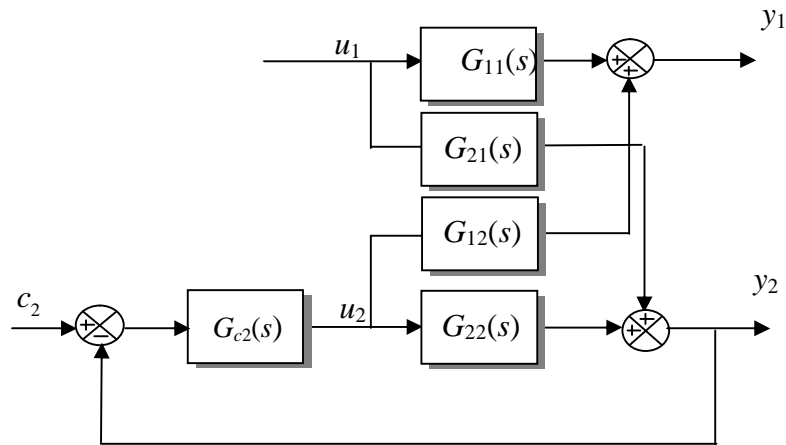


Figure 1.5 : Système de commande 2×2 avec la 1^{ère} boucle ouverte et la 2^{ème} boucle fermée

fo : indique que la première boucle est fermée et la deuxième boucle est ouverte (Fig.1.6)

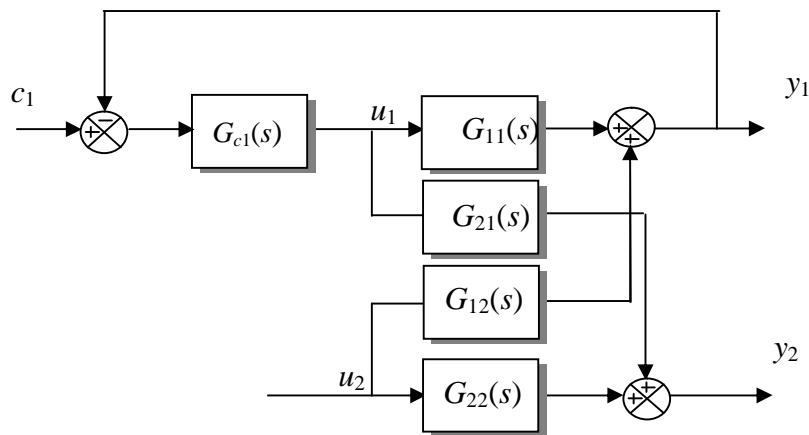


Figure 1.6 Système de commande 2×2 avec la 1^{ère} boucle fermée et la 2^{ème} boucle ouverte

On aura le résultat suivant :

$$DRMA = \begin{bmatrix} \frac{G_{11}}{G_{11} - \frac{G_{c2}G_{21}G_{12}}{1 + G_{22}G_{c2}}} & \frac{G_{c2}G_{12}}{G_{c2}G_{22}(1 + G_{c1}G_{11}) - G_{c1}G_{c2}G_{12}G_{21}} \\ \frac{G_{c1}G_{21}}{G_{c2}G_{22}(1 + G_{c1}G_{11}) - G_{c1}G_{c2}G_{12}G_{21}} & \frac{G_{22}}{G_{22} - \frac{G_{c1}G_{21}G_{12}}{1 + G_{11}G_{c1}}} \end{bmatrix} \quad (1.23)$$

Avantages

- La matrice DRMA est calculée à base des contrôleurs réels et non parfaits
- La DRMA donne des prédictions justes pour n'importe quelle fréquence de travail d'un système dynamique.
- Contrairement aux méthodes précédentes, la DRMA nous ajoute une information très importante, c'est la quantification des interactions à travers la connaissance de niveau d'influence d'une boucle sur l'autre.

Conclusion

A base des propriétés de chaque méthode d'analyse des interactions exposée dans ce chapitre, on conclut que la DRMA est plus efficace, car non seulement elle nous informe sur le niveau d'interaction pour n'importe quelle fréquence utile d'un système dynamique, mais aussi, elle vérifie l'adéquation de la configuration issue de l'application de la RGA et nous ajoute aussi, une information très importante sur l'effet d'une boucle sur l'autre. Dans le chapitre suivant, on montrera comment affaiblir ces interactions non désirées dans un système de commande.

Chapitre II

Découplage des Systèmes Multivariables

Introduction

Dans l'approche décentralisée, si l'étape de l'analyse des interactions nous montre un niveau d'interactions non désiré, on devra d'abord l'affaiblir afin de nous permettre le passage d'une synthèse multivariable à un ensemble de synthèses monovariables effectuées séparément. On appelle la procédure qui affaiblit les interactions : le découplage. Il existe deux différents types de découplage, le découplage explicite et le découplage implicite.

On explique dans ce chapitre ces deux différents types de découplage et on présente quelques méthodes pour chaque type. On s'intéresse beaucoup plus au découplage explicite où des méthodes plus récentes sont exposées.

2.1 Le découplage explicite

Le découplage explicite est un découplage où on ajoute un système découpleur dynamique ou statique pour le système à contrôler.

2.1.1 Le découplage LPV

Cette méthode concerne les systèmes LPV (Linear Parameter Varying) qui sont des systèmes dont les paramètres varient linéairement dans le temps [22].

2.1.1.1 Principe et objectif [22]

L'objectif est de proposer une méthodologie pour synthétiser des découpleurs assurant les performances désirées, en présence des nonlinéarités dues aux variations linéaires des paramètres et en présence des variations des conditions de fonctionnement.

La première étape consiste à réduire les interactions du système par la méthode statique de décomposition par les valeurs singulières (SVD).

La deuxième étape consiste à synthétiser les contrôleurs linéaires PI ou PID pour améliorer le découplage et atteindre les performances désirées en conditionnant des bornes supérieures des interactions de la boucle fermée à l'état statique et des bornes supérieures des sensibilités.

-Le découpleur et les contrôleurs sont adaptatifs aux variations des paramètres estimés en temps réel. Ils dépendent des paramètres du système LPV.

2.1.1.2 Situation du problème [22]

✚ On suppose que les points de fonctionnement sont mesurables en temps réel et varient lentement (ils varient en fonction des paramètres).

Soit le système LPV suivant :

$$\begin{cases} \dot{x} = A(\rho)x + B(\rho)u \\ y = C(\rho)x + D(\rho)u \end{cases} \quad (2.1)$$

$$x \in R^n \quad u \in R^m \quad y \in R^p$$

$\rho = [\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_s]^T$: le vecteur des paramètres de système. Il est considéré inconnu a priori mais il peut être mesuré ou estimé en temps réel.

2.1.1.3 La méthode de décomposition SVD [22], [40]

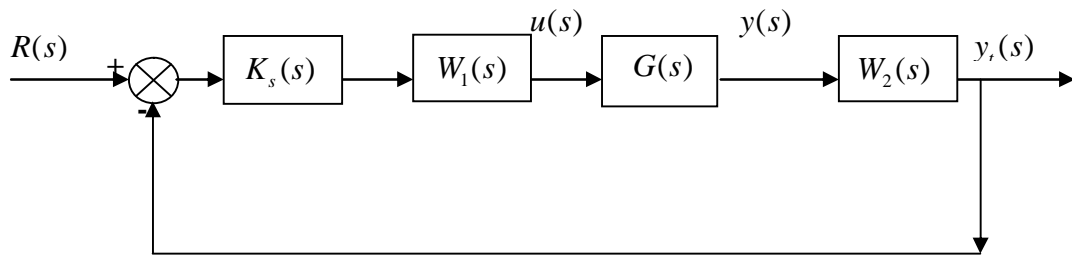


Figure 2.1 : Découplage LPV d'un système de commande

On s'intéresse au cas statique (w_0 égale à 0, ou appartenant à la bande passante).

Le découpleur est composé d'un pré-compensateur $W_1(\rho) = W_1(jw_0, \rho)$ et d'un post-compensateur $W_2(\rho) = W_2(jw_0, \rho)$.

On aura le système découplé (diagonal ou approximativement diagonal) suivant :

$$G_s(s, \rho) = W_2(\rho)G(s, \rho)W_1(\rho) \quad (2.2)$$

Dans ce cas, on synthétise les contrôleurs monovariabiles appropriés aux sous systèmes dans la diagonale du $G_s(s, \rho)$. On aura un contrôleur diagonal $K_s(s, \rho)$.

Le contrôleur complet du système $G(s, \rho)$ est :

$$K(s, \rho) = W_1(\rho)K_s(s, \rho)W_2(\rho) \quad (2.3)$$

La décomposition SVD du système $G_0(\rho)$ est donnée par :

$$G_0(\rho) = U_0(\rho)\Sigma_0(\rho)V_0^T(\rho) \quad (2.4)$$

Avec :

$G_0(\rho)$: représente l'approximation réelle de $G(jw_0, \rho)$.

$U_0(\rho)$ [dim= $(p \times p)$]: contient les vecteurs propres de la matrice $G_0(\rho)G_0^H(\rho)$

$V_0(\rho)$ [dim= $(m \times m)$]: contient les vecteurs propres de la matrice $G_0^H(\rho)G_0(\rho)$

$U_0(\rho)$ et $V_0(\rho)$ sont des matrices unitaires : $U_0^H = U_0^{-1}$ et $V_0^H = V_0^{-1}$

-Les matrices de découplage $W_1(\rho)$ et $W_2(\rho)$ sont actualisées au fur et à mesure que le vecteur des paramètres ρ est estimé en temps réel.

$$W_1(\rho) = V_0(\rho) \quad (2.5)$$

$$W_2(\rho) = U_0^T(\rho) \quad (2.6)$$

2.1.1.4 Mesure des interactions du système découplé et synthèse des contrôleurs [22], [40]

- ✚ On s'intéresse aux systèmes carrés $(m \times m)$
- ✚ On considère le découplage statique par la méthode SVD autour de $s = 0$ ($w_0 = 0$).
- ✚ En tenant compte de découplage, on synthétise des régulateurs PI.

Dans la figure (Fig 2.1), on a :

$R(s)$ représente le vecteur de la référence.

$Y(s)$ représente le vecteur de sortie du système non compensé $G(s, \rho)$

K_s est diagonale et dépend des paramètres du système.

$$K_{s_j} = K_{p_j} + \frac{K_{I_j}}{s} \quad (2.7)$$

On cherche la relation entre la référence et la sortie compensée du système découplé :

On note le système découplé $G_s(s, \rho)$ par $Q(s, \rho)$ et le contrôleur K_s par C .

On note la sortie compensée par Y_t .

$$Y_t = W_2(\rho)Y \quad (2.8)$$

$$Y_t(s) = H(s)R(s) \quad (2.9)$$

$$Y(s) = G(s, \rho)W_1(\rho)C(s, \rho)(R(s) - Y_t(s)) \quad (2.10)$$

$$H(s) = [I + Q(s, \rho)C(s, \rho)]^{-1} Q(s, \rho)C(s, \rho) \quad (2.11)$$

Pour simplifier l'étude, on prend l'exemple d'un système (2×2) : $Q(s, \rho) = \{q_{ij}\}, i, j = 1, 2$

$$H(s, \rho) = \begin{bmatrix} 1 + q_{11}c_1 & q_{12}c_2 \\ q_{21}c_1 & 1 + q_{22}c_2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} q_{11}c_1 & q_{12}c_2 \\ q_{21}c_1 & q_{22}c_2 \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

La bande passante w_b de la boucle fermée est limitée par les zéros instables du système en boucle ouverte $G(s, \rho)$. Si on suppose qu'on a un zéro instable dans $G(s, \rho)$, w_b doit être inférieur à $\frac{z}{2} \text{ rad/sec}$ [25]. Si cette condition est vérifiée et si on suppose que

$|\det(G(s, \rho))| \gg 0$ pour tout $w < w_b$, on déduit que :

$$|q_{11}(s, \rho)q_{22}(s, \rho)| \gg |q_{12}(s, \rho)q_{21}(s, \rho)| \quad (2.13)$$

Donc $H(s)$ peut être approximée par :

$$H(s, \rho) \approx \begin{bmatrix} \frac{q_{11}c_1}{1 + q_{11}c_1} & \frac{q_{12}c_2}{(1 + q_{11}c_1)(1 + q_{22}c_2)} \\ \frac{q_{21}c_1}{(1 + q_{11}c_1)(1 + q_{22}c_2)} & \frac{q_{22}c_2}{1 + q_{22}c_2} \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

Les éléments hors diagonal indiquent la quantité des interactions dans la boucle fermée.

Tenant compte de l'action intégrale des contrôleurs, les interactions sont inexistantes aux basses fréquences.

La sensibilité caractérisant la stabilité du système en boucle fermée est donnée par la formule :

$$S(s, \rho) = (I + Q(s, \rho)C(s, \rho))^{-1} \quad (2.15)$$

Les sensibilités de la première boucle et de la deuxième boucle sont respectivement :

$$S_1 = \frac{1}{1 + q_{11}c_1}, \quad S_2 = \frac{1}{1 + q_{22}c_2} \quad (2.16)$$

On remarque bien que :

$$H_{12} = q_{12}c_2 S_1 S_2, \quad H_{21} = q_{21}c_1 S_1 S_2 \quad (2.17)$$

On peut les borner comme suit :

$$|H_{12}(jw)| \leq |q_{12}c_2| M_{s1} M_{s2}, \quad |H_{21}(jw)| \leq |q_{21}c_1| M_{s1} M_{s2} \quad (2.18)$$

Avec M_{s1} et M_{s2} sont les maximums de S_1 et de S_2 respectivement.

A l'état statique (autour de $s=0$), et en utilisant le développement de MacLaurin en s , on aura l'approximation suivante :

$$Q(s, \rho) = U_0^T(\rho)G(s, \rho)V_0(\rho) \quad (2.19)$$

$$\approx U_0^T \left(G(s=0, \rho) + s \frac{dG(s, \rho)}{ds} (s=0) \right) V_0 \quad (2.20)$$

$$= \Sigma_0 + s \Sigma_1 \quad (2.21)$$

Où

$$\Sigma_0 = U_0^T G(s=0, \rho) V_0 = \text{diag}(\sigma_0(\rho), \sigma_1(\rho)) \quad (2.22)$$

$$\Sigma_1 = U_0^T \frac{dG(s, \rho)}{ds} (0) V_0 = [\sigma_{ij}]_{i,j \in \{1,2\}} \quad (2.23)$$

Donc autour de $s=0$:

$$Q(s, \rho) = \begin{bmatrix} \sigma_0(\rho) & s\sigma_{12}(\rho) \\ s\sigma_{21}(\rho) & \sigma_1(\rho) \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

Et :

$$|H_{12}(jw)| \leq h_{12} = |\sigma_{12} K_{I_2}| M_{s_1} M_{s_2} \quad (2.25)$$

$$|H_{21}(jw)| \leq h_{21} = |\sigma_{21} K_{I_1}| M_{s_1} M_{s_2} \quad (2.26)$$

Il est noté aussi qu'aux basses fréquences : $H_{11} \approx 1$ et $H_{22} \approx 1$

K_{I_j} est déterminé par le conditionnement des h_{12}, h_{21}, M_{s_1} et M_{s_2} :

$$K_{I_1} = \frac{h_{21}}{M_{s_1} M_{s_2} |\sigma_{21}|} \quad (2.27)$$

$$K_{I_2} = \frac{h_{12}}{M_{s_1} M_{s_2} |\sigma_{12}|} \quad (2.28)$$

K_{p_j} est déterminé par la méthode de placement des pôles.

Remarque

Dans le cas où $q_{12} = 0$ ou $q_{21} = 0$, on utilise une autre méthode de calcul des paramètres du régulateur PI [24] ou on utilise le découplage partiel.

Avantages

- Pour les systèmes LPV, cette méthodologie prévoit une famille des contrôleurs linéaires et garantissent la stabilité et les performances pour tous les points de l'intervalle de fonctionnement.
- Les matrices de découpleur sont adaptatives et actualisées en temps réel, ce qui nous assure une performance face aux non-linéarités du système et au changement des conditions de fonctionnement. Cet avantage n'est pas assuré par le découplage traditionnel où le découplage dynamique ou statique n'assure pas un découplage satisfaisant dans le cas où les conditions de fonctionnement changent dans le temps.
- Puisque le découpleur et le contrôleur sont actualisés dans le temps en fonction des mesures de vecteur des paramètres du système, la méthode proposée est robuste face aux erreurs de modélisation.
- Le contrôleur dépend de conditionnement des limites des interactions et des limites des sensibilités des sous systèmes. Alors malgré que le découplage n'est pas parfaitement achevé par le découpleur, le contrôleur en combinaison avec ce découpleur améliore le découplage de la boucle fermée et garantit la stabilité et les performances désirées quelque soient les variations des paramètres.

2.1.2 Méthode de découplage inversé

La technique de découplage inversé est proposée pour les systèmes multivariables stables même en présence des temps de retards et des zéros instables.

La méthode étudie les systèmes (2×2) , car la plupart des systèmes dont la dimension est supérieur à (2×2) en pratique sont traités comme plusieurs sous systèmes (2×2) [18], [33].

2.1.2.1 la configuration de découplage inversé [27], [33]

Dans le cas de découplage conventionnel, le découpleur est simple mais le système découplé est complexe et donc il est difficile à contrôler. Pour éviter ces inconvénients, Shinskey [19] a proposé la structure de découplage inversé (**Fig 2.2**)

On note $P = \text{diag}(P_{11}, P_{22})$: le processus découplé, $G = [G_{ij}(i, j = 1, 2)]_{2 \times 2}$: le système à découpler, $D = [D_{ij}(i, j = 1, 2)]_{2 \times 2}$: le découpleur et $C = \text{diag}(C_1, C_2)$: le contrôleur de système découplé.

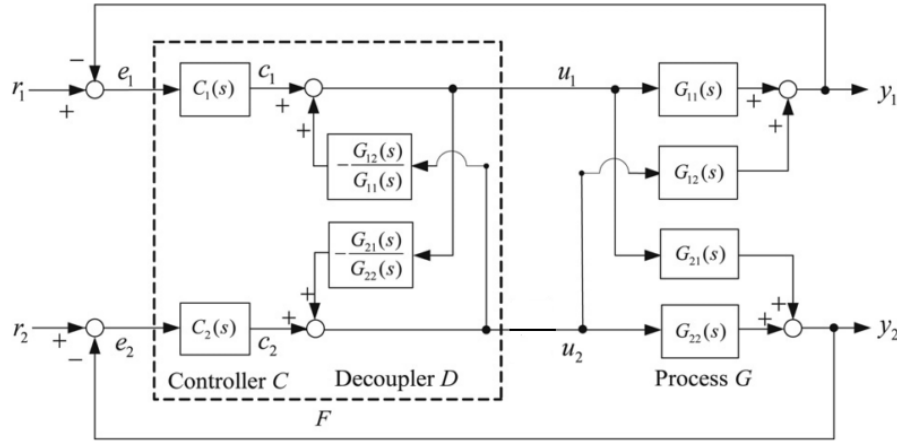


Figure 2.2 : Le découplage inversé

La structure de découplage est simple.

Le système découplé obtenu est simple : $p = \text{diag}(G_{11}, G_{22})$.

La relation entre les entrées du système u_i et les sorties de contrôleur c_i est donnée par :

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = D \times \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{G_{11}G_{22}}{G_{11}G_{22} - G_{12}G_{21}} & \frac{-G_{12}G_{22}}{G_{11}G_{22} - G_{12}G_{21}} \\ \frac{-G_{21}G_{11}}{G_{11}G_{22} - G_{12}G_{21}} & \frac{G_{11}G_{22}}{G_{11}G_{22} - G_{12}G_{21}} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

On peut transformer cette équation comme suit :

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -G_{12}/G_{11} \\ -G_{21}/G_{22} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

2.1.2.2 la synthèse de découpleur [33]

On distingue trois cas de processus :

Cas 1 : Un processus dont les éléments $G_{ij} = g_{ij} (i, j = 1, 2)$, avec g_{ij} différent de zéros, stable, et il ne contient ni un zéro instable ni un temps de retard.

- 1- Si $\frac{G_{12}}{G_{11}}$ et $\frac{G_{21}}{G_{22}}$ sont propres, on utilise la configuration présentée dans (Fig 2.2).
- 2- Si $\frac{G_{12}}{G_{11}}$ et $\frac{G_{21}}{G_{22}}$ sont non propres, on utilise la configuration de découplage inversé alternatif (Fig 2.3).

Les éléments de découpleur deviendront $\frac{G_{11}}{G_{12}}$ et $\frac{G_{22}}{G_{21}}$ (propres).

La relation entre la sortie y_i et la commande c_i sera :

$$\begin{cases} y_1 = G_{12}c_1 \\ y_2 = G_{21}c_2 \end{cases} \quad (2.31)$$

Le système découplé sera :

$$P = \begin{bmatrix} g_{12} & 0 \\ 0 & g_{21} \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

- 3- Si $\frac{G_{12}}{G_{11}}$ et $\frac{G_{21}}{G_{22}}$ sont bi-propres, on peut utiliser les deux configurations, celle de la figure (Fig 2.2) ou celle de la figure (Fig 2.3).

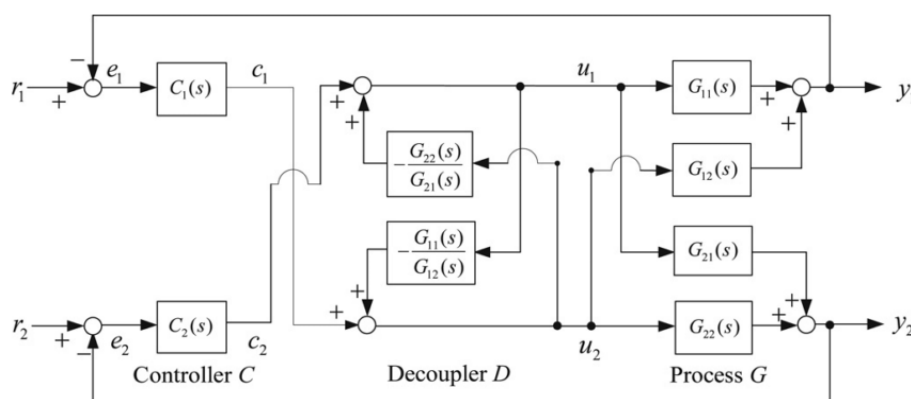


Figure 2.3: Le découplage inversé alternatif

Cas 2 : Un processus dont les éléments $G_{ij} = g_{ij}e^{-\theta_{ij}s}$ ($i, j = 1,2$), avec g_{ij} différent de zéros, stable, et il ne contient pas de zéro instable.

On considère que g_{12}/g_{11} et g_{21}/g_{22} sont bi-propres.

- 1- Si $\frac{G_{12}}{G_{11}}$ et $\frac{G_{21}}{G_{22}}$ sont propres, on utilise la configuration présentée dans (Fig 2.2).
- 2- Si $\frac{G_{12}}{G_{11}}$ et $\frac{G_{21}}{G_{22}}$ sont non propres, on utilise la configuration présentée dans (Fig 2.3).
- 3- Si $\theta_{11} = \theta_{12}$ et $\theta_{21} = \theta_{22}$, alors les deux paires $(\frac{G_{12}}{G_{11}}, \frac{G_{21}}{G_{22}})$ et $(\frac{G_{11}}{G_{12}}, \frac{G_{22}}{G_{21}})$ sont réalisables. Donc, on peut utiliser les deux configurations (Fig 2.2) et (Fig 2.3).

4- S'il existe un élément non réalisable dans chaque paire $(\frac{G_{12}}{G_{11}}, \frac{G_{21}}{G_{22}})$ et $(\frac{G_{11}}{G_{12}}, \frac{G_{22}}{G_{21}})$, on va insérer un temps de retard en amont de l'entrée de processus, convenable pour forcer l'élément non réalisable à être réalisable [20].

Prenons le cas où $\theta_{11} > \theta_{12}$, $\theta_{22} < \theta_{21}$ et $\theta_{11} - \theta_{12} < \theta_{21} - \theta_{22}$.

Le terme $\frac{G_{22}}{G_{21}}$ sera non réalisable plus que le terme $\frac{G_{12}}{G_{11}}$.

Donc pour éviter le terme le plus non réalisable, on choisit la configuration de (Fig 2.2).

Puisque $\frac{G_{12}}{G_{11}} = \frac{g_{12}}{g_{11}} e^{\theta_{11} - \theta_{12}}$, on va insérer $N_x = e^{\theta_{12} - \theta_{11}}$ à l'entrée u_2 de processus (voir

Fig 2.4).

Le terme N_x va augmenter le temps de retard des G_{12} et G_{22} .

Les termes de découpleur vont changer en :

$$\begin{cases} D_{12} = \frac{-G'_{12}}{G_{11}} = \frac{-G_{12}N_x}{G_{11}} \\ D_{21} = \frac{-G'_{21}}{G'_{22}} = \frac{-G_{21}}{G_{22}N_x} \end{cases} \quad (2.33)$$

Puisque $\theta_{11} - \theta_{12} < \theta_{21} - \theta_{22}$, N_x garde D_{21} réalisable.

Le système découplé sera $p = \text{diag}(G_{11}, G_{22}N_x)$ et donc :

$$\begin{cases} y_1 = G_{11}c_1 \\ y_2 = g_{22}N_x c_2 \end{cases} \quad (2.34)$$

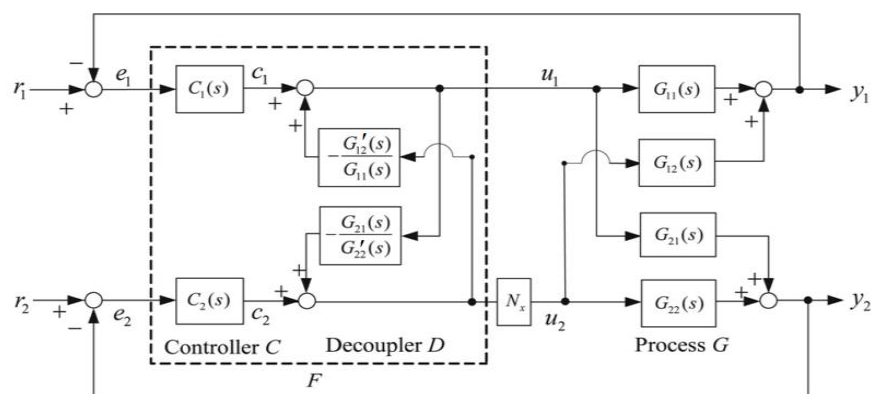


Figure 2.4 : Le découplage inversé avec un temps de retard inséré

Cas 3 : Un processus dont les éléments $G_{ij} = g_{ij}(s - z_{ij})^{m_{ij}} e^{-\theta_{ij}s}$ ($i, j = 1, 2$), avec g_{ij} différent de zéros, stable et sans zéro instable. z_{ij} représente le zéro instable de G_{ij} .

On suppose que $\theta_{11} = \theta_{12}$ et $\theta_{21} = \theta_{22}$, et

On suppose que $z_{12} = z_{11}$ et $z_{21} = z_{22}$

$$1- \text{ Si } \frac{G_{12}}{G_{11}} = \frac{g_{12}}{g_{11}}(s - z) \frac{m(\frac{G_{12}}{G_{11}})}{G_{11}} \text{ et } \frac{G_{21}}{G_{22}} = \frac{g_{22}}{g_{21}}(s - z) \frac{m(\frac{G_{21}}{G_{22}})}{G_{22}} \text{ tel que } m(\frac{G_{12}}{G_{11}}) > 0 \text{ et } m(\frac{G_{21}}{G_{22}}) > 0,$$

les éléments de découpleur $\frac{G_{12}}{G_{11}}$ et $\frac{G_{21}}{G_{22}}$ seront stables et réalisables. Dans ce cas, on

utilise la configuration de la figure (Fig 2.2).

$$2- \text{ Si } \frac{G_{12}}{G_{11}} = \frac{g_{12}}{g_{11}}(s - z) \frac{m(\frac{G_{12}}{G_{11}})}{G_{11}} \text{ et } \frac{G_{21}}{G_{22}} = \frac{g_{22}}{g_{21}}(s - z) \frac{m(\frac{G_{21}}{G_{22}})}{G_{22}} \text{ tel que } m(\frac{G_{12}}{G_{11}}) < 0 \text{ et } m(\frac{G_{21}}{G_{22}}) < 0,$$

les éléments $\frac{G_{11}}{G_{12}}$ et $\frac{G_{22}}{G_{21}}$ seront stables et réalisables. Donc, on utilise la configuration de

(Fig 2.3).

$$3- \text{ Si } m(\frac{G_{12}}{G_{11}}) = 0 \text{ et } m(\frac{G_{21}}{G_{22}}) = 0, \text{ alors les deux paires } (\frac{G_{12}}{G_{11}}, \frac{G_{21}}{G_{22}}) \text{ et } (\frac{G_{11}}{G_{12}}, \frac{G_{22}}{G_{21}}) \text{ seront}$$

réalisables. Donc, on peut utiliser les deux configurations (Fig 2.2) et (Fig 2.3).

$$4- \text{ S'il existe un élément non réalisable dans chaque paire } (\frac{G_{12}}{G_{11}}, \frac{G_{21}}{G_{22}}) \text{ et } (\frac{G_{11}}{G_{12}}, \frac{G_{22}}{G_{21}}),$$

on va insérer un all-pass term N_x en amont de l'entrée de processus, convenable pour supprimer le pôle instable.

$$\text{Prenons le cas où } m(\frac{G_{12}}{G_{11}}) < 0, m(\frac{G_{21}}{G_{22}}) > 0, \left| m(\frac{G_{12}}{G_{11}}) \right| < \left| m(\frac{G_{21}}{G_{22}}) \right| \text{ et } \frac{G_{12}}{G_{11}} \text{ et } \frac{G_{21}}{G_{22}} \text{ ont le même}$$

pôle instable $s = z$.

$$\text{Le terme } \frac{G_{22}}{G_{21}} \text{ sera non réalisable plus que le terme } \frac{G_{12}}{G_{11}}.$$

Donc pour éviter le terme le plus non réalisable, on choisit la configuration de (Fig 2.2).

On va insérer N_x à l'entrée u_2 de processus. (Fig 2.4)

$$N_x = \prod_{i=1}^{\left| m(\frac{G_{12}}{G_{11}}) \right|} \frac{-s + z}{s + z^*} \quad (2.35)$$

Où z^* représente le conjugué de z

Les termes de découpleur ont la forme donnée par (2.33)

Puisque $\left| m\left(\frac{G_{12}}{G_{11}}\right) \right| < \left| m\left(\frac{G_{21}}{G_{22}}\right) \right|$, N_x garde D_{21} réalisable.

Le système découplé a la forme de (2.34).

Le procédé de découplage présenté en haut est illustré en prenant trois facteurs : degré relatif différent, des temps de retards, des zéros instables. Mais en pratique, les processus multivariables impliquent deux ou trois de ces facteurs à la fois. Dans ce cas, la procédure de découplage sera comme suit : premièrement, on choisit la configuration qui réduit au maximum les termes irréalisables dans les éléments de découpleur. Puis on insère un temps de retard ou un all-pass term en amont de l'entrée de processus pour éliminer les termes irréalisables restants.

Avantages

La structure de découplage inversé évite les inconvénients de découplage conventionnel.

La structure de découpleur inversé est simple, le système découplé obtenu est simple et donc la synthèse du contrôleur sera aussi simple.

2.1.3 Le découplage basé sur la matrice de transformation [13]

Elle sert à écrire le système MIMO (Multi Inputs Multi outputs) sous forme d'une combinaison des systèmes SISO (Single Input Single Output), en utilisant les matrices de transformation.

2.1.3.1 Description de la méthode

On note :

$\tilde{G}(f)$: la matrice FRF du système multivariable (identification dans le domaine fréquentielle [35], [44]).

$G(s)$: le modèle complet du système.

T_Y et T_U : les matrices de transformation en sortie et en entrée.

$\tilde{D}(f)$: la matrice de transformation de la matrice FRF, donnée par $\tilde{D}(f) = T_Y^{-1} \tilde{G}(f) T_U^{-1}$.

$\tilde{D}_d(f) = \text{diag}(\tilde{D}(f)) = \{\tilde{D}_{ii}(f), i = 1 : m\}$

$$D_d(s) = \text{diag}(G(s)) = \{G_{ii}(s), i = 1 : m\}$$

L'objectif est d'écrire le système sous forme :

$$Y = T_Y D_d(s) T_U U \tag{2.36}$$

La relation entre l'entrée transformée $U' = T_U U$ et la sortie transformée $Y' = T_Y^{-1} Y$ est une relation découplée.

On synthétise des régulateurs monovariabes $k_i(s)$ pour les systèmes $G_{ii}(s)$

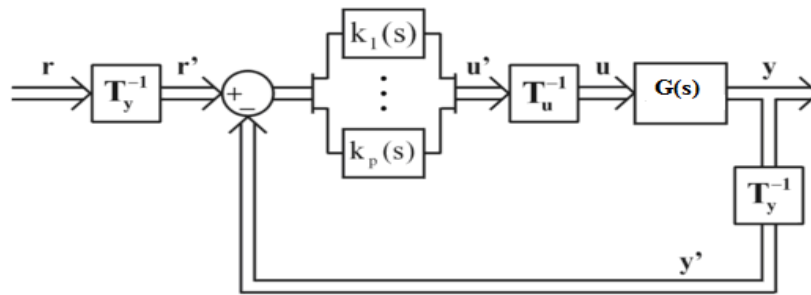


Figure 2.5 : Découplage par transformation et les m contrôleurs monovariabes

2.1.3.2 Le découplage basé sur la matrice de transformation par Owens [14]

Les matrices T_U^{-1} et T_Y^{-1} sont construites comme suit :

Les colonnes de T_Y sont les vecteurs propres de $\tilde{G}(f_2)\tilde{G}^{-1}(f_1)$

Les colonnes de T_U^{-1} sont les vecteurs propres de $\tilde{G}^{-1}(f_1)\tilde{G}(f_2)$

Si les matrices de transformation ne sont pas réelles, il est préférable de prendre leurs parties réelles que de prendre la valeur absolue. La partie réelle donne des meilleurs résultats.

Le choix des fréquences f_1 et f_2 [13]

-Les fréquences f_1 et f_2 sont choisis où la matrice $\tilde{G}(f)$ est identifiée. Puisque le choix de f_1 et f_2 n'est pas unique, on les choisit autour de 1/3 ou de 2/3 de la bande fréquentielle désirée. Le système est parfaitement découplé à ces fréquences.

Remarque

On peut optimiser les valeurs des fréquences f_1 et f_2 en minimisant l'écart entre le système identifié $\tilde{G}(f)$ et le système transformé $T_Y \tilde{D}_d(f) T_U$. Le but est de découpler parfaitement le système. Plusieurs critères peuvent être pris [13]. Les valeurs initiales de f_1 et f_2 sont choisis autour de 1/3 ou de 2/3 de la bande fréquentielle désirée [13].

2.1.3.3 Le résumé de la procédure de contrôle

- 1- Identifier le système par la matrice FRF $\tilde{G}(f)$.
- 2- Choisir les fréquences initiales de f_1 et f_2 et entamer la procédure d'optimisation.
- 3- Prendre les éléments diagonales de $\tilde{D}(f)$ comme $\tilde{D}_d(f) = \text{diag}(\tilde{D}(f)) = \{\tilde{D}_{ii}(f), i = 1:m\}$
- 4- Synthétiser des régulateurs monovariante $k_i(s)$ pour chaque système $\tilde{D}_{d_i}(f) = \tilde{D}_{ii}(f)$.

Remarques

- La décomposition proposée n'a pas de contrainte, sauf que T_Y et T_U doivent être inversibles.
- Si la description découplée (2.36) du système est confondue avec la matrice FRF $\tilde{G}(f)$ du système, le découplage est réussi.

2.1.4 Le découplage par mode glissant [17]

Pour limiter les interactions dans un système interactif, un algorithme du contrôle est développé, basé sur la combinaison des caractéristiques de mode glissant et la technique de conditionnement de référence. Cet Algorithme est appliqué même pour les systèmes a phase non minimale à conditions que les éléments hors diagonal de la matrice des fonctions de transfert du processus ont les zéros stables.

Pour bien illustrer la méthode, on prend un système (2×2) comme exemple.

2.1.4.1 Schéma de contrôle

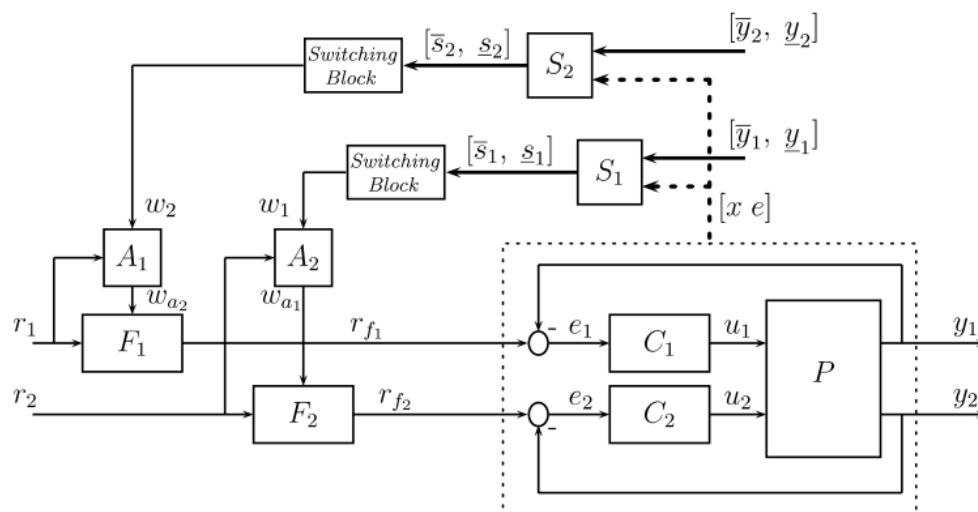


Figure 2.6 : Le contrôle décentralisé par la boucle de conditionnement de référence avec mode glissant

- Le bloc pointillé représente le bloc principal de commande décentralisée.
- Le bloc non pointillé représente la boucle de conditionnement de référence avec mode glissant pour limiter les interactions.
- P : Le système à contrôler.
- C₁ et C₂ : les contrôleurs monovariabiles des sorties y₁ et y₂ respectivement.
- r₁ et r₂ : sont les consignes des sorties y₁ et y₂ respectivement, on les suppose qu'elles ne changent pas au même temps (dans la plus parts des cas de problème de commande, les systèmes sont excités par un changement individuel des référence).
- S₁(S₂) : engendre les fonctions de glissement \underline{s}_1 et \bar{s}_1 (\underline{s}_2 et \bar{s}_2), sont calculées en tenant compte des limites min et max des interactions \underline{y}_1 et \bar{y}_1 (\underline{y}_2 et \bar{y}_2), respectivement.
- Les blocs de commutation (Switching block): engendre les signaux discontinus w₁ et w₂ en fonction des valeurs des fonctions de glissement.
- Bloc logique A₁(A₂) : quand r₁ (r₂) change, A₁(A₂) permet le conditionnement de référence en mettant w_{a2} = w₂ (w_{a1} = w₁). Si r₁(r₂) reste inchangé, A₁(A₂) met w_{a2} = 0 (w_{a1} = 0) évitant que le signal discontinu influe sur la référence.
- F₁ et F₂ : sont des filtres de référence de 1^{ier} ordre dont leurs dynamiques sont plus rapides que celles de la boucle fermée, dans le but de ne pas affecter le système de commande.

Le modèle du système P :

$$\begin{cases} \dot{x}_p = Ax_p + B_p u \\ y = Cx_p + d \end{cases} \quad (2.37)$$

A_p(n × n) , B_p(n × 2) , C_p(2 × n)

u(2 × 1) , y(2 × 1) , d(2 × 1) = col(d₁, d₂)

d : vecteur des perturbations intervenantes sur les sorties du système

- On considère que la perturbation d_j pour évaluer comment le découplage proposé va se comporter face à son effet sur la sortie y_i (i ≠ j).

La dynamique da la paire des filtres F₁ et F₂ :

$$F : \begin{cases} \dot{x}_f = A_f x_f + B_f r + B_w w_a \\ r_f = C_f x_f \end{cases} \quad (2.38)$$

$$A_f = -C_f = \text{diag}(\lambda_{f1}, \lambda_{f2}), \quad B_f = I_2, \quad B_w = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$w_a(2 \times 1) = \text{col}(w_{a1}, w_{a2}), \quad r_f(2 \times 1) = \text{col}(r_{f1}, r_{f2}), \quad r(2 \times 1) = \text{col}(r_1, r_2)$$

$$\begin{cases} F_1(s) = \frac{1}{1 - 1/\lambda_{f1}s} \\ F_2(s) = \frac{1}{1 - 1/\lambda_{f2}s} \end{cases} \quad \text{avec } \lambda_{f1} < 0 \text{ et } \lambda_{f2} < 0 \quad (2.39)$$

La dynamique de la paire des contrôleurs C_1 et C_2 :

$$C : \begin{cases} \dot{x}_c = A_c x_c + B_c e \\ u = C_c x_c + D_c e \end{cases} \quad (2.40)$$

A_c, B_c et C_c sont des matrices diagonales avec leurs dimensions appropriées.

$D_c(2 \times 2)$: matrice diagonale.

$$e(2 \times 1) = \text{col}(e_1, e_2)$$

La représentation d'état du système en boucle fermée depuis la référence r_f jusqu'à la sortie y est :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Br_f + B_d d \\ y = Cx + d \end{cases} \quad (2.41)$$

$$A = \begin{bmatrix} A_p - B_p D_c C_p & B_p C_c \\ -B_c C_p & A_c \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

$$B = -B_d = \begin{bmatrix} B_p D_c \\ B_c \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

$$C = [C_p \quad 0] \quad (2.44)$$

2.1.4.2 Le principe de la méthode

Quand la sortie y_i en boucle fermée dépasse les limites des interactions \tilde{y}_i ($\overline{y}_i = r_i + \delta_i^+$ ou $\underline{y}_i = r_i + \delta_i^-$) engendrées par le changement de la référence r_j ($i \neq j$), le bloc de conditionnement des références engendre le signal de contrôle $w_i = w_i^+$ ou $w_i = w_i^-$ qui va conditionner la référence filtrée r_{fj} de tel façon à ramener les états du système aux surfaces de

glissement $\overline{S}_i = 0$ ou $\underline{S}_i = 0$ où y_i va être limité par sa limite d'interaction ($\overline{y}_i = r_i + \delta_i^+$ ou $\underline{y}_i = r_i + \delta_i^-$).

w_i est gouverné par la loi de commutation suivante :

$$\begin{cases} w_i = w_i^- & \text{si } \overline{s}_i < 0 \\ w_i = w_i^+ & \text{si } \underline{s}_i > 0 \\ w_i = 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad i = 1, 2 \quad (2.45)$$

-Si $w_i \pm = 0$, les trajectoires des variables d'état ne changent pas leurs directions.

-Si $w_i \pm \neq 0$, les trajectoires sont forcées à changer leurs directions. Dans ce cas le mode glissant est établi car il y a risque de dépassement des limites des interactions.

-Dans le cas où Le système revient à l'intérieur de la région entre les deux surfaces de glissement, il n'y aura pas de risque d'atteindre les limites des interactions, le conditionnement par mode glissant sera donc inactif.

$$\begin{cases} \overline{s}_i(x, e_j, \overline{y}_i) = \overline{\psi}_i(\overline{y}_i) - k_i^T x - K_{ij} e_j \\ \underline{s}_i(x, e_j, \underline{y}_i) = \underline{\psi}_i(\underline{y}_i) - k_i^T x - K_{ij} e_j \end{cases} \quad (2.46)$$

➤ Pour ne pas poser de problème dans la méthode proposée, les variables d'état associées aux surfaces de glissement sont supposées accessibles et peuvent être estimées.

$$\tilde{\psi}_i(\tilde{y}_i) = \tilde{y}_i - \gamma_{(i, \rho_{ij}+1)} \eta \quad (2.47)$$

Avec :

$$\eta = c_i A^{(\rho_{ij}-1)} b_i r_{f_j}$$

Si $\rho_{ij} \neq \rho_{ii}$ alors $\eta = 0$

$$K_{ij} = \gamma_{(i, \rho_{ij}+1)} c_i A^{\rho_{ij}-1} b_j, \quad K_{ij} \neq 0 \quad (2.48)$$

c_i : La $i^{\text{ème}}$ ligne de la matrice C

b_j : La $j^{\text{ème}}$ colonne de la matrice B

ρ_{ij} : Le degré relatif de la fonction de transfert liant r_{f_j} et y_i

$\gamma_{(i, \rho_{ij}+1)}$ sont les coefficients du polynôme caractéristique de la fonction de transfert reliant

\tilde{y}_i et y_i .

$$k_i^T = \Gamma_i^T \cdot O_{(i, \rho_{ij}+1)} + \phi_i^T \quad (2.49)$$

Avec :

$$\Gamma_i = \text{col}(\gamma_{(i,1)}, \dots, \gamma_{(i,\rho_{ij}+1)}) ; \gamma_{(i,1)} = 1$$

$$O_{(i,\rho_{ij}+1)} = \begin{bmatrix} c_i \\ c_i A \\ \dots \\ c_i A^{\rho_{ij}} \end{bmatrix}$$

$$\phi_i = \text{col}(0, \dots, 0, K_{ij} c_j)$$

$O_{(i,\rho_{ij}+1)}$ contient les $(\rho_{ij} + 1)$ premières lignes de la matrice d'observabilité de sous système associé à y_i .

w_i^- et w_i^+ doivent être bien désignés afin d'assurer la condition nécessaire et suffisante pour établir le mode glissant.

$[\delta_i^-, \delta_i^+]$ Représente la gamme de variation permise pour y_i quand il y a changement de r_j .

La présence du terme e_j dans l'expression de \tilde{S}_i (soit \bar{S}_i ou \underline{S}_i) garantit que les fonctions de glissements sont de l'ordre relatif =1 (par apport à w_i). C'est la condition nécessaire pour établir le mode glissant. Effectivement, \dot{e}_j dépende de \dot{r}_{f_j} et \dot{r}_{f_j} dépend de w_i car F_j est un filtre de 1^{ier} ordre. [10]

2.1.4.3 Le comportement du système en présence des perturbations

Nous considérons aussi le changement des perturbations d_j , pour évaluer comment le découplage proposé va se comporter face à son effet sur la sortie y_i ($i \neq j$). Dans ce cas, les dynamiques durant le mode glissant présentent une forte invariance face aux perturbations.

Remarques

- 1/ Le conditionnement de référence ne s'effectue que s'il y a changement de la référence.
- 2/ Dans le cas des perturbations d_j , la sortie y_i ($i \neq j$) ne dépasse pas ses limites d'interaction, par contre y_j peut dépasser ses limites d'interaction.
- 3/ Dans la plus part des cas de la commande décentralisée, l'introduction de découpleur nécessite un changement du contrôleur. La méthode proposée ne nécessite pas ce changement des contrôleurs.

2.2 Le découplage implicite

Le découplage implicite est une méthode qui affaiblit les interactions en effectuant des modifications sur le système sans ajouter un système découpleur. Dans la littérature, on trouve quelques méthodes comme : la décomposition de modèle du système en modes dynamiques lents et rapides [9], [12], la modification de la structure physique du système à découpler [3], [9], la modification de la configuration du contrôle du ce système par la combinaison de ses entrée/sorties [3], [12], [37] ...etc.

Le système sur lequel on appliquera le découplage explicite et le découplage implicite est la colonne de distillation. Puisqu'il n y a pas une méthode systématique de découplage implicite, on montrera juste des méthodes de découplage implicite de la colonne de distillation.

Dans la colonne de distillation on trouve deux boucles interactives : la boucle de contrôle de la composition de distillat et la boucle de contrôle de la composition du résidu. Le découplage implicite peut s'effectuer en rendant la boucle la plus importante rapide et l'autre lente ; la boucle rapide sera faiblement affectée par le changement effectué sur la boucle lente [9], [12]. On peut aussi affaiblir les interactions par la modification de la structure physique en modifiant la rétention liquide (quantité de liquide qui se trouve au niveau d'un plateau) dans le plateau d'alimentation de la colonne ; l'augmentation de la rétention liquide affaiblit les interactions [3], [4]. La modification de la configuration du contrôle du système peut être ainsi utilisée pour affaiblir les interactions. On trouve plusieurs stratégies de structures comme la structure Energie Balance LV, la structure Material balance (DV), la structure de Ryskamp et la structure de Sum and Différence [3], [9], [12], [37].

2.2.1 La méthode de Sum and Difference [3]

Dans cette méthode, c'est les variables à contrôler qui changent. L'entrée u_1 contrôle la somme des sorties $y_1 + y_2$ au lieu de la sortie y_1 et l'entrée u_2 contrôle la différence des sorties $y_1 - y_2$ au lieu de la sortie y_2 .

On expliquera l'application de cette méthode plus clairement dans le chapitre 4

Conclusion

Dans ce chapitre, on a présenté les deux méthodes de découplage explicite et implicite. D'abord, on a présenté et expliqué quelques méthodes récentes de découplage explicite.

Ensuite, on a expliqué le découplage implicite et mentionné quelques méthodes trouvées dans la littérature. Comme le découplage implicite n'est pas une méthode systématique, les méthodes mentionnées concernent la colonne de distillation. Cette colonne est le système sur lequel on fera l'application. Parmi les méthodes de découplage implicite mentionnées, on n'a présenté que la méthode de Sum and Difference et qui sera expliquée plus clairement dans le quatrième chapitre.

Pour appliquer les méthodes de découplage sur la colonne de distillation, on a besoin de son modèle mathématique. C'est l'objectif du chapitre suivant.

Chapitre III

Modélisation d'une Colonne de Distillation

Introduction

L'application des méthodes d'analyse des interactions et la synthèse d'un découpleur ou d'un contrôleur du système à commander exige la recherche de son modèle mathématique, donc une phase de modélisation est nécessaire pour permettre l'étude en simulation.

La modélisation consiste à représenter les aspects importants du système en décrivant les relations entre les différentes grandeurs qui caractérisent son fonctionnement. Cette modélisation peut être analytique : en utilisant un ensemble d'équations mathématiques décrivant le comportement du système étudié. Elle peut être empirique : en se basant sur des observations et des expériences effectuées sur le processus (boîte noire), ou dans quelque cas où les équations physiques et/ou chimiques du système ne sont pas bien connues, on utilise les deux méthodes (modélisation boîte grise).

Dans ce chapitre, on va d'abord représenter la colonne de distillation et expliquer son fonctionnement. Ensuite, on prend un exemple d'une colonne de distillation binaire et on présente ses équations physico-chimiques. Enfin, en s'intéressant aux boucles interactives, on donne la représentation correspondante du modèle linéaire dans l'espace de transfert, qui est la forme la plus utilisée pour les simulations et la conception des systèmes de contrôle [30].

3.1 La colonne de distillation

La colonne de distillation est le processus le plus populaire et le plus important qui a été étudié dans la littérature de l'ingénierie chimique. Elle est utilisée pour la séparation des constituants d'un mélange en fonction des températures de vaporisation. La plupart sont des colonnes multi constituants, mais beaucoup d'entre eux peuvent être approximées par des colonnes binaires [38], [50].

La colonne de distillation est un procédé industriel complexe, multivariable et fortement non linéaire dû principalement à l'interaction mutuelle de plusieurs phénomènes de natures diverses et l'association de composants technologiques qui mettent en œuvre des lois issues de disciplines différentes (thermique, chimique...) [38], [41].

3.1.1 La distillation

La distillation est un procédé de séparation consistant à chauffer un liquide dont les températures d'ébullition sont différentes jusqu'à ce que ses constituants les plus volatils —

ceux qui ont le point d'ébullition le plus bas — passent en phase vapeur, cette dernière étant ensuite condensée pour récupérer les constituants devenus liquides par condensation. [51]

3.1.2 Le principe de fonctionnement

Le principe de fonctionnement de la colonne à distiller est basé sur l'échange de chaleur entre une source froide (le condenseur) et une source chaude (le rebouilleur). Ainsi la distillation met en œuvre un contre courant de liquide et de vapeur conduisant à un échange de constituant tel que : les plus volatiles s'accumulent dans la vapeur et sont éliminés au niveau de la source froide donnant le distillat, alors que les éléments lourds passent en phase liquide et sont soutirés au niveau de la source chaude donnant le résidu [9], [42], [49].

Dans les unités industrielles, les contacts de deux phases se font au niveau des plateaux qui sont disposés longitudinalement à l'intérieur de la colonne [9]. Le nombre et la forme de ces plateaux diffère d'une colonne à une autre [15], [50].

3.2 Présentation d'une colonne de distillation binaire avec modélisation

3.2.1 Colonne de distillation binaire (benzène-toluène)

On va prendre la colonne de distillation représentée sur la figure (Fig 3.1) [9]. Celle-ci est alimentée par une charge F (benzène-toluène) au niveau du plateau d'alimentation ($f=4$), avec les données suivantes [9]:

F : débit molaire de la colonne (mole/sec).

z_f : composition molaire de la charge.

P_f : condition d'alimentation, sa valeur dépend de la nature de la charge F (exemple : si la charge est un liquide saturé, $P_f = 1$ [42])

Cette colonne est constituée de n ($n=7$) plateaux avec des composés liquides et de vapeur de concentration x_n et y_n . La vapeur sortante de haut de la colonne est entièrement condensée dans un condenseur total, le condensât s'accumulera dans un ballon séparateur de volume de rétention (hold-up) M_r et de composition x_d . Le liquide sortant du ballon séparateur est à son point d'ébullition. Le distillat produit est récupéré à un débit D (mole/sec). En bas de la colonne, le résidu produit est recueilli à un débit B et de composition x_b . Une partie du liquide résidu est réchauffée dans un rebouilleur de type thermosiphon

transformé en vapeur, et injectée au niveau du premier plateau à un débit V_0 de composition y_b [9].

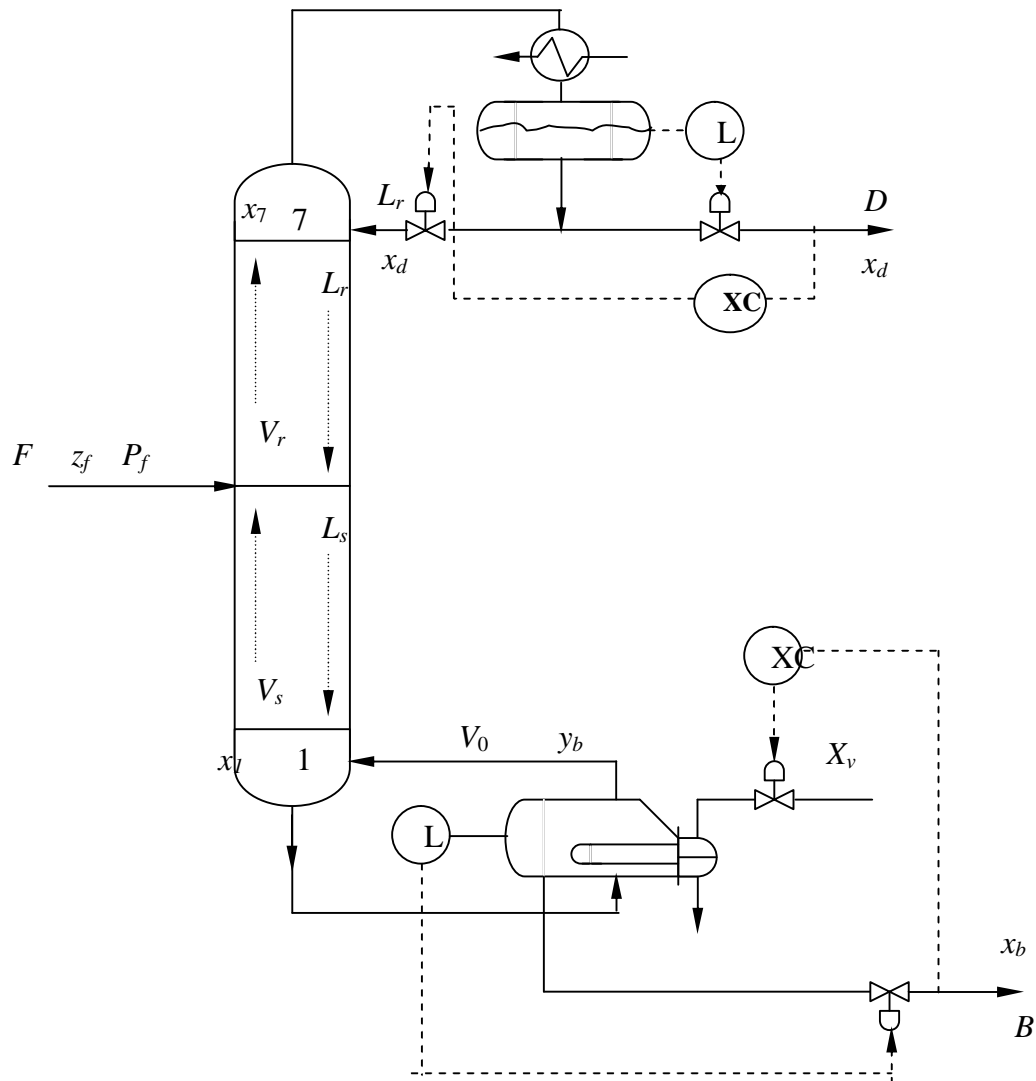


Figure 3.1 : Schéma de la colonne de distillation

3.2.2 Modélisation

Lors de la modélisation il est tenu en compte des hypothèses simplificatrices [26], [50].

Les hypothèses sont données comme suit [26] :

- a- On considère le mélange à séparer comme une solution idéale : la distillation s'opère dans une plage pas très large de température d'ébullition.

- b- On considère que les deux constituants ont des chaleurs latentes de vaporisation du même ordre. On appelle chaleur latente: l'énergie échangée lors d'un changement de phase d'un corps [52].
- c- Le coefficient de volatilité α est constant.
- d- La colonne est formée de n plateaux théoriques (efficacité proche de 100%).

De ces quatre hypothèses, une relation d'équilibre liquide-vapeur est déduite comme suit :

$$y_n = \frac{\alpha x_n}{1 + (\alpha - 1)x_n} \quad (3.1)$$

x_n : la composition liquide pour le n^{ième} plateau.

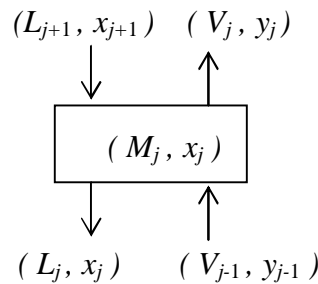
y_n : la composition vapeur pour le n^{ième} plateau.

α : coefficient de volatilité relative.

- e- On néglige la rétention vapeur au niveau de chaque plateau.
- f- Les rétentions liquides au niveau de chaque plateau, du condenseur et du rebouilleur sont considérées comme constantes.
- g- La pression dans la colonne est constante.

Le modèle est établi à partir des équations caractéristiques des différentes étapes de fonctionnement de la colonne [5] :

◆ Au niveau d'un plateau quelconque



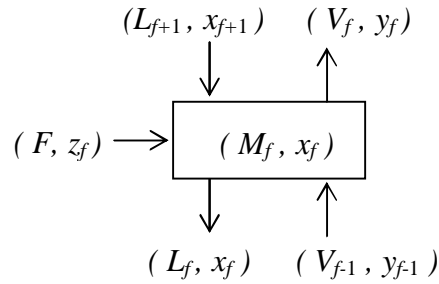
- Equation du bilan matière globale :

$$V_j = V_{j-1} \quad \text{et} \quad L_j = L_{j+1} \quad (3.2)$$

- Equation du bilan matière partiel :

$$\frac{d}{dt}(M_j x_j) = L_{j+1} x_{j+1} - L_j x_j + V_{j-1} y_{j-1} - V_j y_j \quad (3.3)$$

◆ Au niveau du plateau d'alimentation :



- Equation du bilan matière globale :

$$V_f = (1 + P_f)F + V_{f-1} \quad (3.4)$$

$$L_f = L_{f+1} - P_f F \quad (3.5)$$

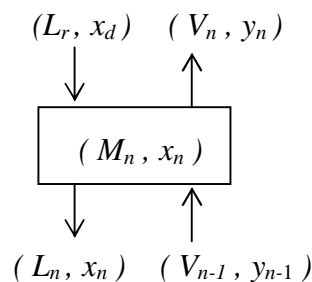
où la condition de l'alimentation est définie par :

$$P_f = \frac{\text{chaleur fournie pour la vaporisation d'un mole de l'alimentation}}{\text{chaleur latente molaire de vaporisation}}$$

- Equation du bilan matière partiel :

$$\frac{d}{dt}(M_f x_f) = L_{f+1} x_{f+1} - L_f x_f + V_{f-1} y_{f-1} - V_f y_f + F z_f \quad (3.6)$$

◆ Au niveau du dernier plateau :



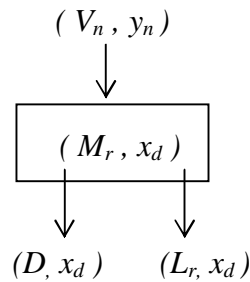
- Equation du bilan matière globale :

$$V_n = V_{n-1} \quad \text{et} \quad L_n = L_r \quad (3.7)$$

- Equation du bilan matière partiel :

$$\frac{d}{dt}(M_n x_n) = L_r x_d - L_n x_n + V_{n-1} y_{n-1} - V_n y_n \quad (3.8)$$

◆ **Au niveau du condenseur :**



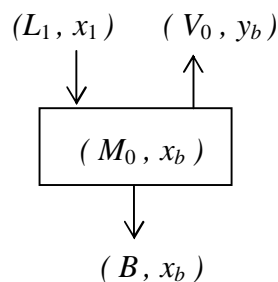
- Equation du bilan matière globale :

$$D = V_n - L_r \quad (3.9)$$

- Equation du bilan matière partiel :

$$\frac{d}{dt}(M_r x_d) = V_n y_n - (L_r + D)x_d \quad (3.10)$$

◆ **Au niveau du rebouilleur :**



- Equation du bilan matière globale :

$$B = L_1 - V_0 \quad (3.11)$$

- Equation du bilan matière partiel :

$$\frac{d}{dt}(M_0 x_b) = L_1 x_1 - B x_b - V_0 y_b \quad (3.12)$$

D'après les équations (3.2), (3.4), (3.5) et (3.7) on a :

$$\begin{aligned} L_r &= L_n = L_{n-1} = \dots = L_{f+1} \\ V_r &= V_n = V_{n-1} = \dots = V_f \\ L_s &= L_f = L_{f-1} = \dots = L_1 \\ V_s &= V_{f-1} = V_{f-2} = \dots = V_0 \end{aligned} \quad (3.13)$$

En rajoutant les équations du transfert de chaleur dans le rebouilleur, on obtient un système d'équations régissant le fonctionnement de la colonne de distillation :

$$\dot{X} = f(X, U) \quad (3.14)$$

Avec

$$X^T, \text{ vecteur d'état : } X^T = (x_d, x_7, \dots, x_f, \dots, x_1, x_b, P_c, V_s)$$

$$U^T, \text{ vecteur d'entrée : } U^T = (L_r, P_f, F, z_f, P_{ss}, X_v)$$

P_c : Pression dans le rebouilleur.

p_{ss} : Pression à l'entrée du rebouilleur.

X_v : Coefficient de contrôle de la vanne de l'alimentation de rebouilleur en gaz.

La linéarisation autour des valeurs nominales nous ramène à un nouveau système d'équations linéaires :

$$\dot{X} = A X + B U \quad (3.15)$$

Puisque on s'intéresse au contrôle des compositions x_d et x_b , le vecteur de sortie sera pris comme $Y = [x_d, x_b]^T$. Ces deux sorties sont affectées beaucoup plus par le débit de reflux liquide L_r et le débit de gaz d'alimentation, noté par F_v [39]. Pour cette raison, le vecteur d'entrée sera pris comme $U = [L_r, F_v]$ (On peut remplacer X_v par F_v).

Tout ce qui est pression et niveau dans la colonne de distillation a une dynamique rapide par rapport aux dynamiques des x_d et x_b . Pour cette raison, leurs effets interactifs sont considérés négligeables [2].

Le modèle est pris comme suit [33] :

$$\begin{bmatrix} x_d \\ x_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{12.8}{16.7s+1} e^{-s} & \frac{-18.9}{21s+1} e^{-3s} \\ \frac{6.6}{10.9s+1} e^{-7s} & \frac{-19.4}{14.4s+1} e^{-3s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_r \\ F_v \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

Conclusion

On a expliqué dans ce chapitre le fonctionnement de la colonne de distillation binaire et on a pris un exemple dont on a présenté d'une manière générale les équations régissant son fonctionnement. Puisque on s'intéresse au contrôle des compositions du distillat x_d et du résidu x_b pour des valeurs nominales bien précises, on a présenté le modèle multivariable linéaire. Le modèle est donné sous forme d'une matrice de transfert qui est facile à introduire dans les logiciels de simulation et montrer les résultats d'analyse des interactions et de découplage.

Chapitre IV

Application de Découplage sur la Colonne de Distillation

Introduction

Des méthodes de découplage explicites et implicites sont appliquées sur la colonne de distillation utilisée. L'objectif, est de voir si on arrive à affaiblir les interactions en appliquant ces méthodes. Avant d'appliquer le découplage, une phase d'analyse des interactions est nécessaire. Pour cela, et vu les avantages de la méthode de la DRMA, on l'a choisit comme l'outil d'analyse des interactions du système étudié.

Pour ce mémoire, deux méthodes de découplage explicite sont utilisées; le découplage LPV et le découplage inversé. La méthode de découplage Sum and Difference est utilisée dans la partie de découplage implicite.

4.1. L'analyse des interactions

4.1.1 Le calcul de la RGA

En appliquant l'équation (1.2) dans le chapitre 1, sur le modèle de la colonne de distillation choisie comme exemple, on obtient :

$$RGA = \begin{bmatrix} 2.0049 & -1.0094 \\ -1.0094 & 2.0049 \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

Les éléments diagonaux λ_{11} et λ_{22} sont supérieurs à 1, donc on déduit que le système est interactif et la bonne configuration de commande sera comme suit : la commande de la première sortie (x_d) par la première entrée (L_r) et la commande de la deuxième sortie (x_b) par la deuxième entrée (F_v).

4.1.2 La synthèse du correcteur de chaque boucle

On utilise des correcteurs PI dont on détermine les paramètres par placement des pôles. Le facteur d'amortissement imposé pour chaque boucle est $\zeta = 0.5$.

Ces deux régulateurs sont donnés par :

$$g_{c1}(s) = 0.9915 + \frac{0.0594}{s} \quad (4.2)$$

$$g_{c2}(s) = -0.1893 + \frac{-0.0131}{s} \quad (4.3)$$

Les figures (Fig 4.1) et (Fig 4.2) représentent respectivement la réponse de la première boucle (régulation de la composition du distillat x_d) et la réponse de la deuxième boucle (régulation de la composition du résidu x_b).

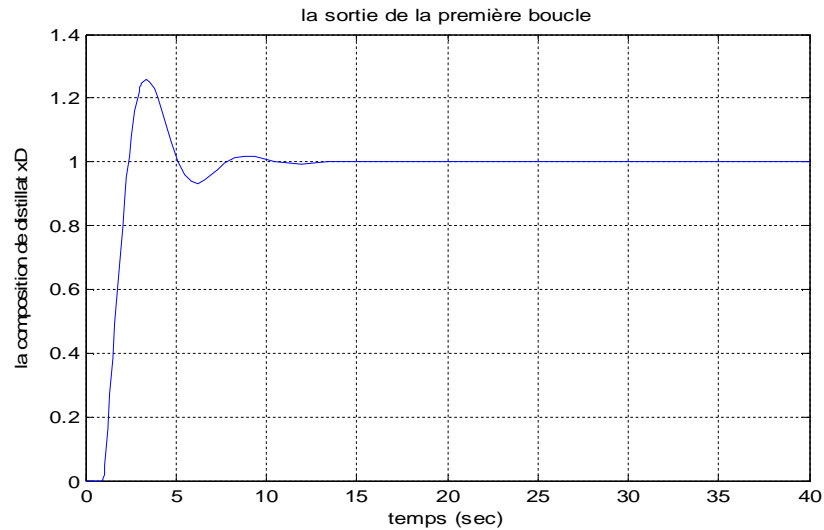


Figure 4.1 : La réponse de la composition x_d dans la première boucle

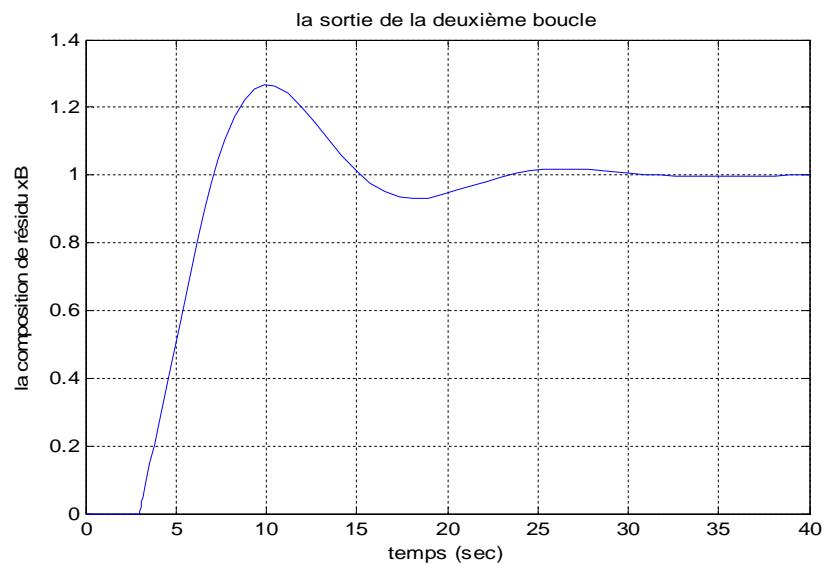


Figure 4.2 : La réponse de la composition x_b dans la deuxième boucle

On remarque que la régulation de chaque boucle séparément, a atteint les contraintes imposées et les réponses sont satisfaisantes.

On détermine les fréquences du travail des deux boucles de régulation de la colonne de distillation par le tracé de lieu de Bode des amplitudes des deux fonctions de transfert en boucle fermée : Gbf_1 et Gbf_2 (voir Fig 4.3). La fréquence du travail d'une boucle correspond au sommet de l'amplitude.

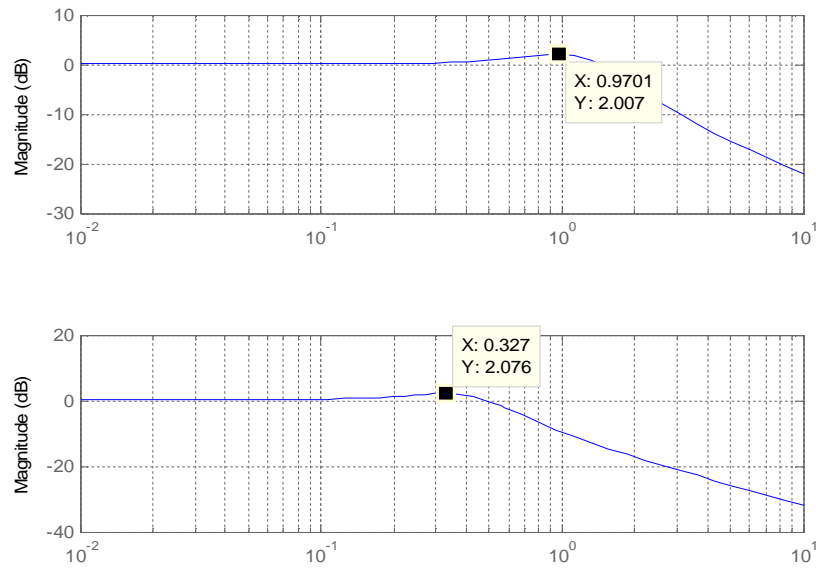


Figure 4.3 : Détermination des fréquences du travail des deux boucles de régulation de la colonne de distillation

4.1.3 La construction de la DRMA

En utilisant la matrice DRMA de l'équation (1.23), on aboutit au diagramme de Bode (courbe d'amplitude) de chaque élément δ_{ij} de la matrice DRMA (voir Fig 4.4)

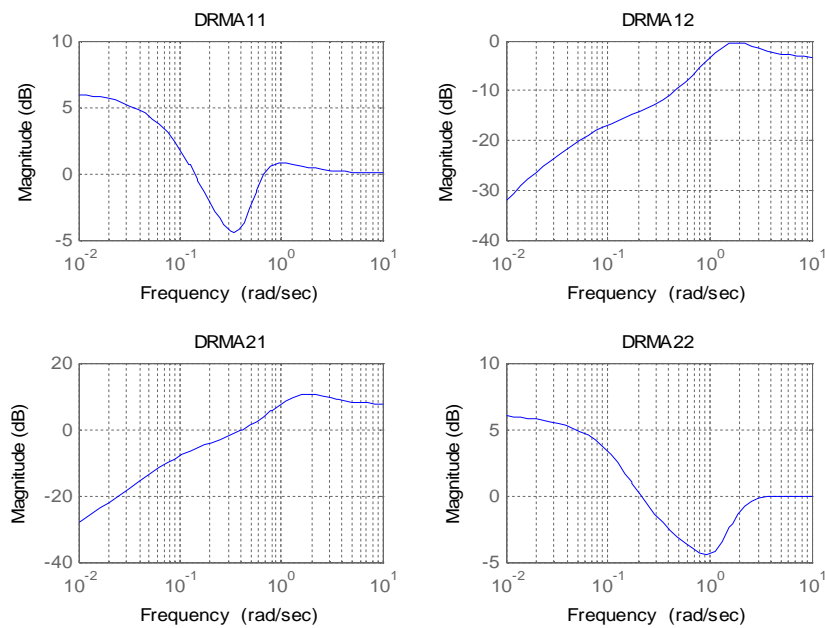


Figure 4.4 : Application de la DRMA pour la colonne de distillation

Les éléments δ_{ij} aux fréquences de résonance de la colonne de distillation sont donnés dans la matrice DRMA suivante :

$$DRMA = \begin{bmatrix} 1.1 & 0.25 \\ 2.28 & 0.8 \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

En analysant les éléments diagonaux de la DRMA, on remarque qu'ils sont différents de l'unité. Pour la première boucle, $\delta_{11} = 1.1$ à la fréquence de résonance $w_{r1} = 0.97 \text{ rad/sec}$, ce qui nous montre que le comportement de cette boucle quand la deuxième est ouverte, est différent au cas où cette dernière soit fermée. Pour la deuxième boucle, $\delta_{22} = 0.8$ à la fréquence de résonance $w_{r2} = 0.327 \text{ rad/sec}$, ce qui montre que le comportement de cette boucle quand la première est ouverte, est aussi différent au cas où cette dernière soit fermée. Les réponses transitoires d'une boucle par rapport aux consignes quand les autres boucles sont ouvertes ou fermées sont différentes. On conclut que le système est interactif.

Les éléments hors diagonale sont différents de zéro : $\delta_{21} = 2.28$ à la fréquence de résonance w_{r1} et $\delta_{12} = 0.25$ à la fréquence de résonance w_{r2} , ce qui implique qu'il y a une propagation d'une perturbation d'une boucle sur l'autre dans les deux directions. Puisque $\delta_{21} > \delta_{12}$, l'effet de la première boucle sur la deuxième sera plus grand que l'effet de la deuxième sur la première.

Les réponses transitoires des deux boucles pour un changement de consigne d'un échelon, quand les autres boucles sont ouvertes ou fermées, sont données par les figures (Fig 4.5) et (Fig 4.6)

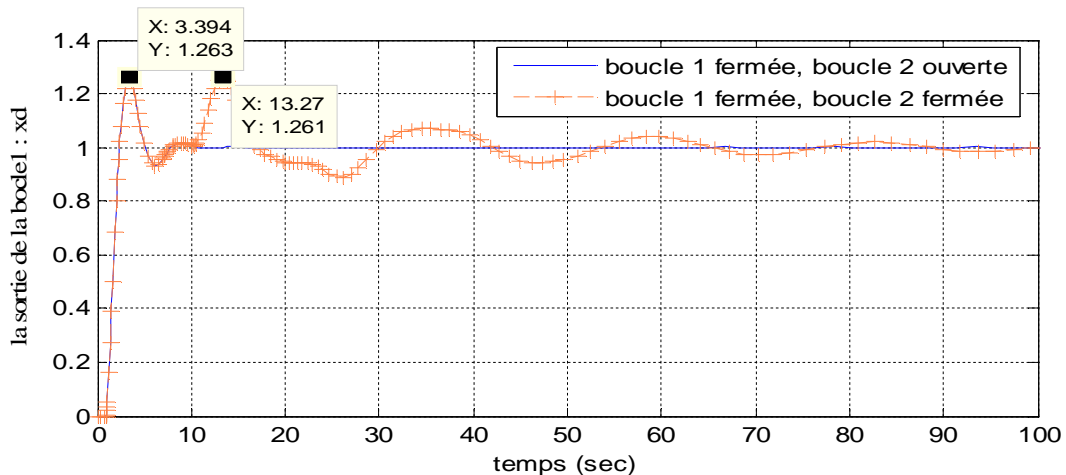


Figure 4.5 : La composition du distillat x_d

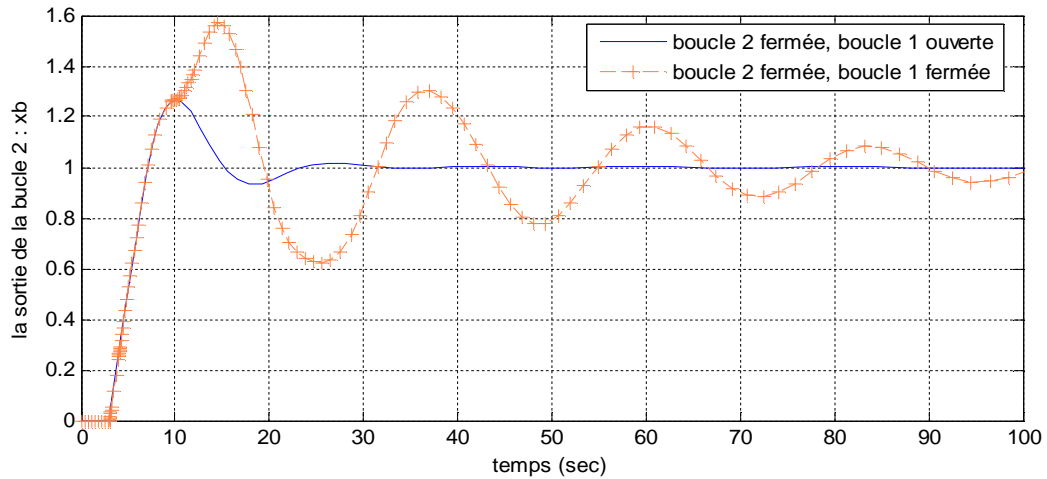


Figure 4.6 : La composition du résidu x_b

La figure (Fig 4.5) montre la différence entre les réponses de la première boucle quand la deuxième boucle est ouverte ou fermée. Cette différence figure dans l'apparition d'un deuxième dépassement de 26% sur la sortie x_d et les oscillations qui se suivent jusqu'à la stabilité au point de référence. Ce dépassement et ces oscillations sont dus à la propagation des perturbations de la deuxième boucle sur la première.

La figure (Fig 4.6) montre la différence entre les réponses de la deuxième boucle quand la première boucle est ouverte ou fermée. Cette différence figure dans le premier dépassement qui a passé de 27% où la première boucle était ouverte à 57% quand cette dernière a été mise en automatique. Ainsi, la différence figure dans l'apparition des oscillations sur la sortie x_b de la deuxième boucle et qui se suivent jusqu'à la stabilité au point de référence. Ce dépassement et ces oscillations sont dus à la propagation des perturbations de la première boucle sur la deuxième.

Pour montrer l'effet d'une boucle sur l'autre, on montre, la réponse de la première boucle pour un changement d'un échelon dans la consigne de la boucle 2 et la réponse de la deuxième boucle pour un changement d'un échelon dans la consigne de la boucle 1. Le système est en automatique. (Voir Fig 4.7).

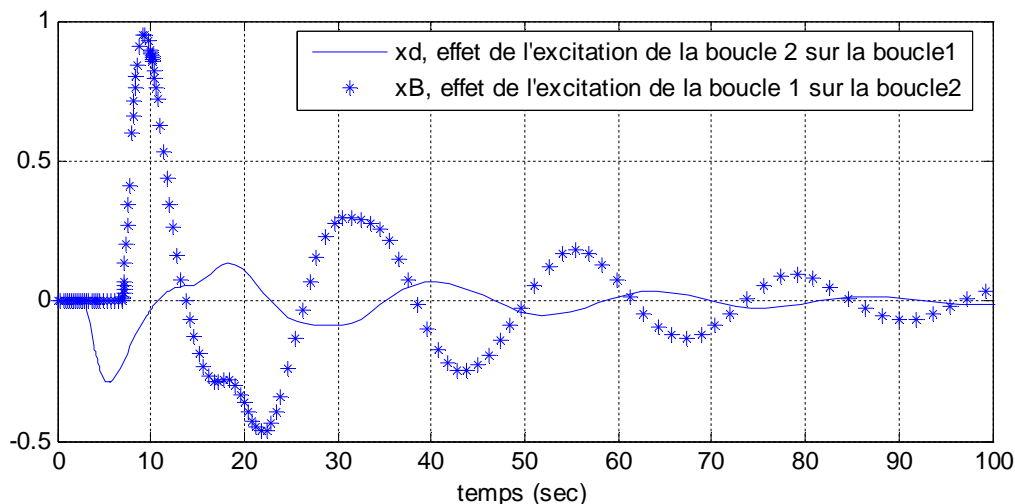


Figure 4.7 : L'effet d'une boucle sur l'autre

La figure (Fig 4.7) montre que la première boucle est moins affectée suite au changement dans la deuxième boucle. Par contre, la deuxième boucle est plus affectée suite au changement dans la première boucle (des dépassements et des oscillations plus importants). On peut expliquer ça par le fait que la première boucle est plus rapide que la deuxième, l'effet interactif sera plus considérable sur la deuxième.

Les réponses transitoires de la colonne de distillation dans les figures (Fig 4.5), (Fig 4.6) et (Fig 4.7) confirment exactement les prédictions de la DRMA.

On peut aussi confirmer la présence des interactions en quantifiant l'effet dynamique entre les boucles influant sur la $i^{\text{ème}}$ boucle, en calculant :

$$\int_{t=0}^{t=100} |y_i(y_j \text{ ouverte}) - y_i(y_j \text{ fermée})| \quad , \quad i = 1, 2 \quad (4.5)$$

L'effet dynamique sur la première boucle est 3.2068.

L'effet dynamique sur la deuxième boucle est 13.2795.

Ces deux valeurs montrent aussi qu'il y a de l'interaction entre les deux boucles. Son effet est beaucoup plus sur la deuxième boucle.

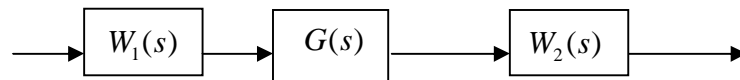
4.2. Le découplage

4.2.1 Application de découplage explicite

4.2.1.1 Application de la méthode LPV

Le découplage LPV est applicable sur les systèmes dont les paramètres varient linéairement. Mais puisque le système dont les paramètres sont fixes, peut être considéré comme un cas particulier de ces systèmes, on appliquera cette méthode de découplage sur la colonne de distillation. Les paramètres de découpleur seront constants.

La première étape : réduire les interactions par la SVD



A partir de la décomposition SVD du système $G(s=0)$ obtenue par la construction SVD du logiciel Matlab, on trouve le pré-compensateur $W_1(s)$ et le post-compensateur $W_2(s)$ comme suit :

$$W_1(s) = \begin{bmatrix} -0.4585 & -0.8887 \\ 0.8887 & -0.4585 \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

$$W_2(s) = \begin{bmatrix} -0.7454 & -0.6666 \\ 0.6666 & 0.7454 \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

La deuxième étape : synthétiser les régulateurs en imposant les bornes des interactions (h_{12} et h_{21}) et les bornes des sensibilités (M_{s1} et M_{s2}) des deux boucles.

La forme du régulateur PI est : $K_p + \frac{K_I}{s}$.

En imposant $h_{12} = h_{21} = 0.01$ et $M_{s1} = M_{s2} = 0.39$, on trouve $K_{I1} = 8.9 \cdot 10^{-4}$ et $K_{I2} = 0.0023$.

En imposant un facteur d'amortissement $\xi = 0.7$ pour les deux boucles, on trouve $K_{p1} = 4.54 \cdot 10^{-6}$ et $K_{p2} = -5.98 \cdot 10^{-5}$.

Le calcul de la DRMA aux fréquences de résonance a donné le résultat suivant :

$$DRMA = \begin{bmatrix} 1 & 0.0057 \\ 0.0028 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

En analysant les éléments de la DRMA, on trouve que les éléments de la diagonale prennent la valeur unité. Ceci montre que le comportement d'une boucle est le même, quand l'autre est ouverte ou fermée. Les éléments hors diagonale sont très proches de zéro : $\delta_{21} = 5.7 \times 10^{-5}$ à la fréquence de résonance w_{r1} et $\delta_{12} = 6.7 \times 10^{-5}$ à la fréquence de résonance w_{r2} . Cela implique qu'il y a une très faible propagation d'une perturbation d'une boucle sur l'autre et qui peut être considérée négligeable.

On conclut que le système est non interactif.

Les réponses transitoires des deux boucles pour un changement de leurs consignes quand les autres boucles sont ouvertes ou fermées et leurs réponses à un changement de la consigne d'une autre boucle quand le système est en automatique, sont données par les figures (Fig 4.8) et (Fig 4.9).

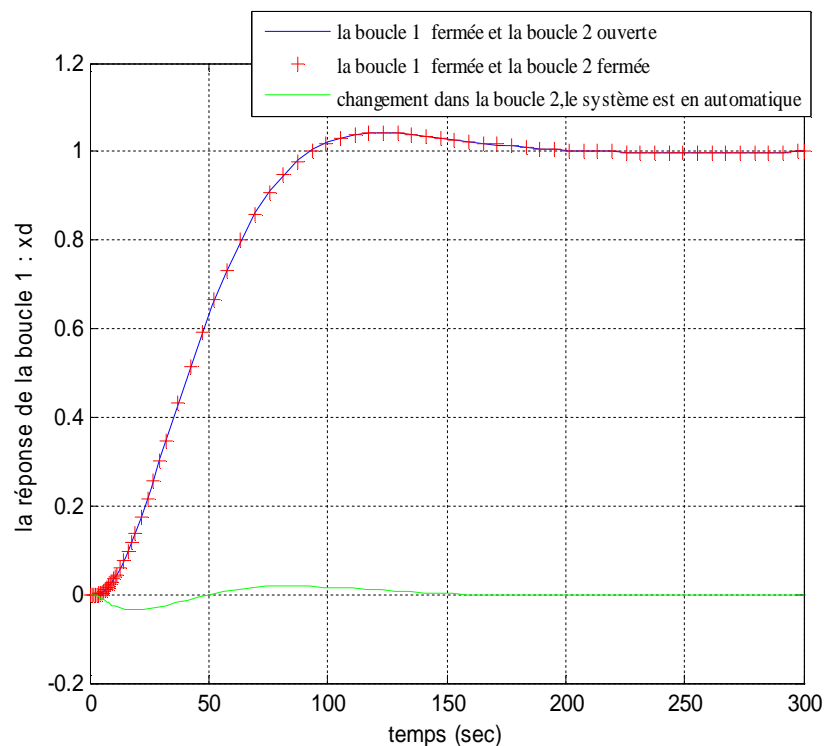


Figure 4.8 : La composition du distillat x_d

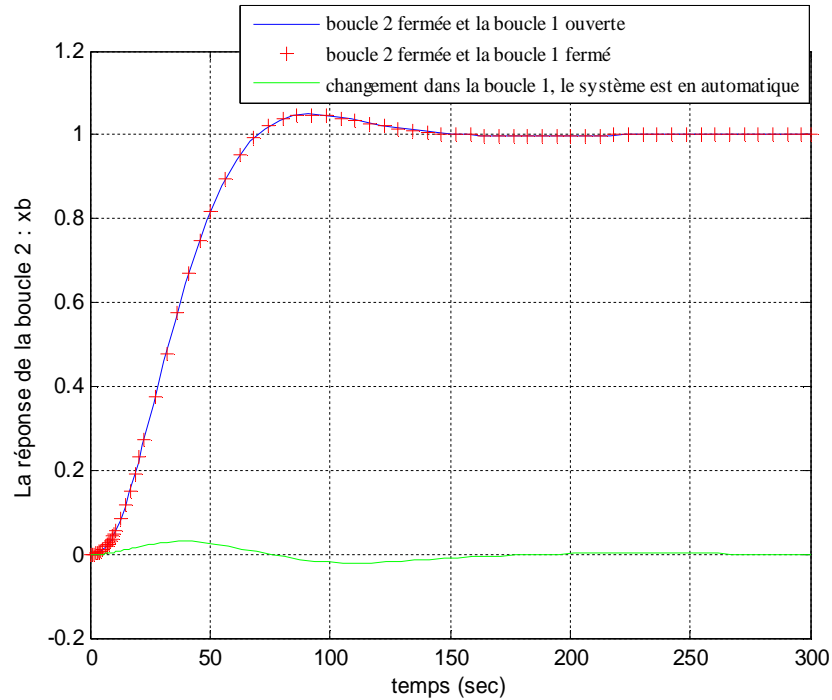


Figure 4.9 : La composition du résidu x_b

La figure (Fig 4.8) montre que les réponses de la première boucle quand la deuxième est ouverte ou fermée, sont confondues. Le changement de la consigne dans la deuxième boucle quand le système est en automatique, engendre une faible réaction de la première boucle en régime transitoire. Cette réaction atteint un maximum de 0.036 en valeur absolue; elle est négligeable.

La figure (Fig 4.9) ainsi montre, que la réponse de la deuxième boucle (la composition du distillat x_d) quand la première est ouverte ou fermée, est la même. Le changement de la consigne dans la première boucle quand le système est en automatique, engendre une faible réaction de la deuxième boucle en régime transitoire. Cette réaction atteint un maximum de 0.03 en valeur absolue; elle est aussi négligeable.

On peut confirmer l'affaiblissement des interactions en comparant entre les effets interactifs dans le système avant et après découplage (voir les figures Fig 4.10 et Fig 4.11).

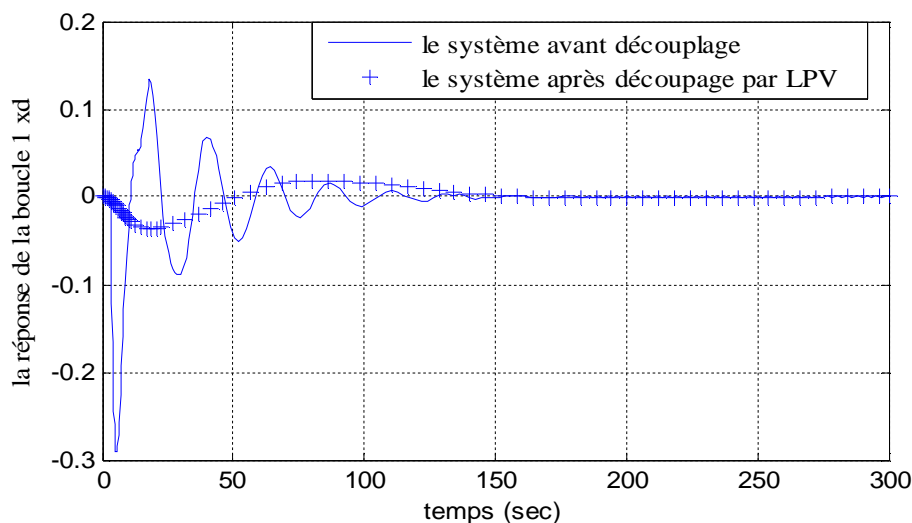


Figure 4.10 : L'effet de la boucle 2 sur la boucle 1

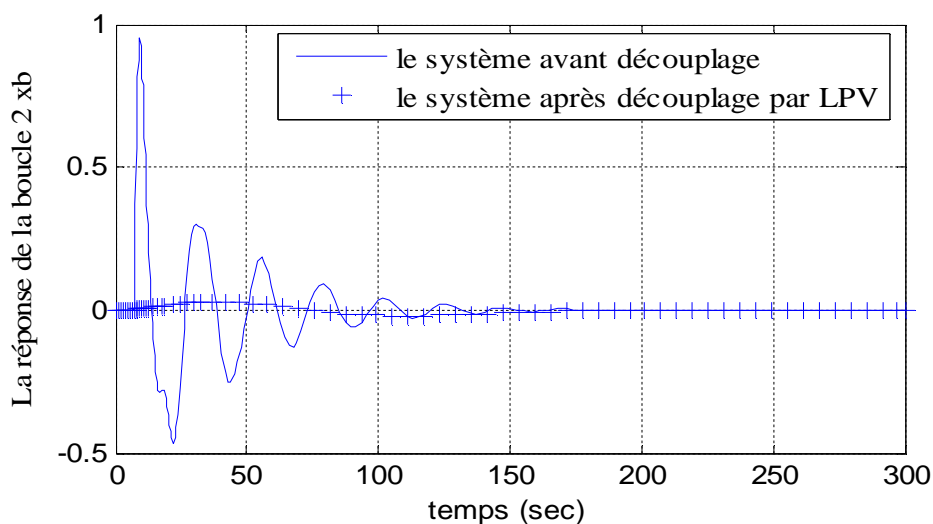


Figure 4.11 : L'effet de la boucle 1 sur la boucle 2

Dans les deux figures (Fig 4.10 et Fig 4.11), on remarque bien la différence entre les effets interactifs dans le système avant et après découplage : la réaction d'une boucle suite au changement dans l'autre boucle est devenu très faible après découplage.

On montre aussi l'avantage de la méthode LPV dans l'amélioration de découplage par les paramètres K_{I_i} des régulateurs G_{c_i} , calculés à base des valeurs imposés sur les bornes supérieures des quantités d'interaction et celles des sensibilités des deux boucles. En comparant l'effet interactif dans le système entre le cas d'une synthèse LPV et le cas d'une synthèse classique (méthode d'Evans). (Voir Fig 4.12 et Fig 4.13)

Les deux régulateurs synthétisés par la méthode du plan complexe sont donnés par :

$$g_{c1}(s) = \frac{0.194s + 0.00983}{s} \tag{4.9}$$

$$g_{c2}(s) = \frac{-0.3s - 0.0204}{s} \tag{4.10}$$

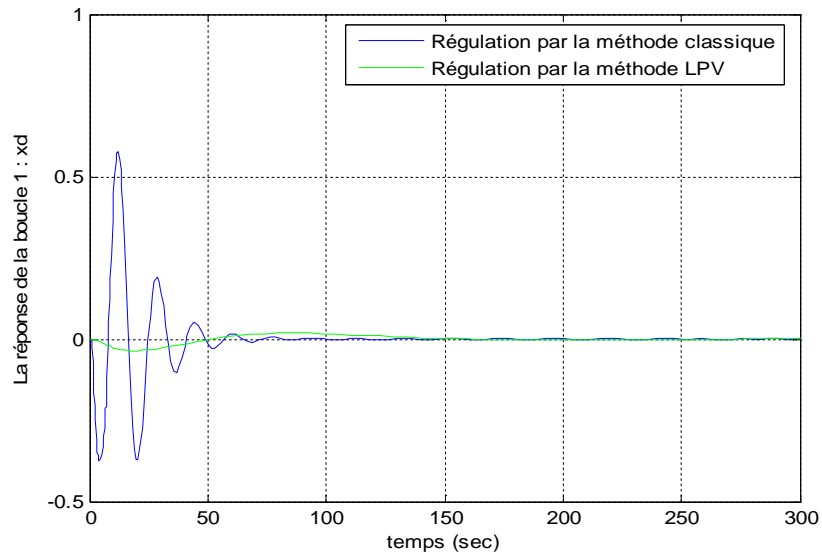


Figure 4.12 : L'effet de la boucle 2 sur la boucle 1

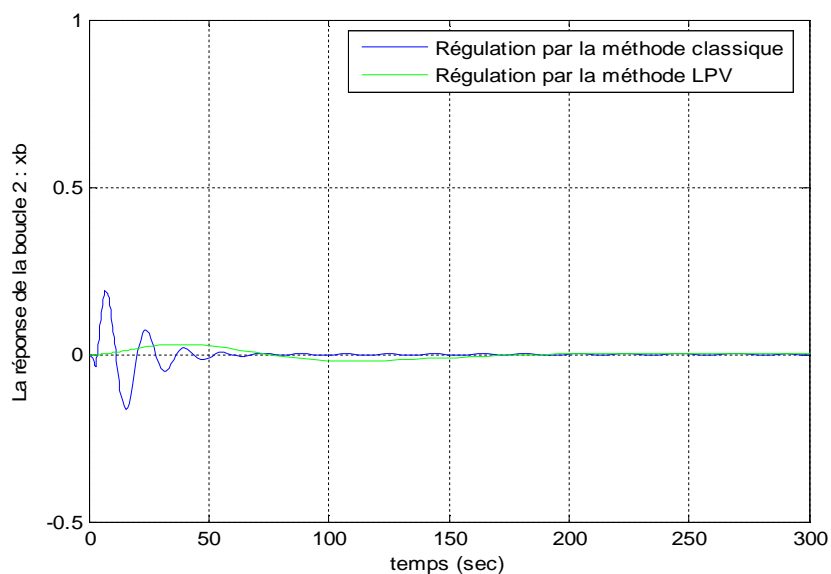


Figure 4.13 : L'effet de la boucle 1 sur la boucle 2

Dans les figures (Fig 4.12 et Fig 4.13), il est clair que l'effet d'une boucle sur l'autre en utilisant la régulation de la méthode LPV est plus faible que celui de la méthode classique.

On peut aussi confirmer l'avantage de découplage LPV en comparant les effets dynamiques entre les boucles dans le tableau suivant :

| | L'effet dynamique sur la boucle 1 | L'effet dynamique sur la boucle 2 |
|--|-----------------------------------|-----------------------------------|
| avant découplage | 3.2068 | 13.2795 |
| Après découplage par la SVD et utilisation des régulateurs classique | 4.5252 | 4.1438 |
| Après le découplage LPV | 0.1069 | 0.1082 |

On remarque bien, que l'effet dynamique entre les boucles est plus faible dans le système après découplage par la méthode LPV.

Les résultats obtenus montrent l'avantage de la méthode LPV. L'utilisation des régulateurs PI dont les paramètres K_{I_i} sont imposés par les bornes supérieures des quantités d'interaction et celles des sensibilités des deux boucles, améliore l'affaiblissement des interactions.

4.2.1.2 Application de la méthode de découplage inversé

Le modèle de la colonne de distillation est écrit sous la forme :

$$\begin{bmatrix} x_d \\ x_b \end{bmatrix} = G(s) \begin{bmatrix} L_r \\ F_v \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

Tel que :

$$G(s) = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{12.8}{16.7s+1} e^{-s} & \frac{-18.9}{21s+1} e^{-3s} \\ \frac{6.6}{10.9s+1} e^{-7s} & \frac{-19.4}{14.4s+1} e^{-3s} \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

Le modèle de cette colonne correspond au cas où $G_{ij} = g_{ij} e^{-\theta_{ij}s}$ ($i, j = 1, 2$) avec g_{ij} sont différents de zéros, stables, et ne contiennent pas de zéro instable et où $\frac{G_{12}}{G_{11}}$ et $\frac{G_{21}}{G_{22}}$ sont

propres.

$$\frac{G_{12}}{G_{11}} = -1.477 \frac{16.7s+1}{21s+1} e^{-2s} \quad (4.13)$$

$$\frac{G_{21}}{G_{22}} = -0.34 \frac{14.4s+1}{10.9s+1} e^{-4s} \quad (4.14)$$

La configuration de découplage convenable pour ce cas est donnée comme suit :

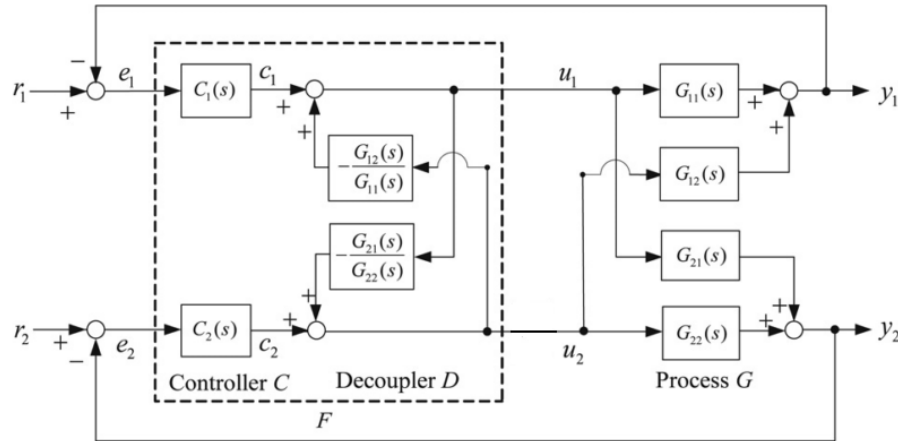


Figure 4.14 : Le découplage inversé

Le système découplé sera :

$$p = \text{diag}(G_{11}, G_{22}) = \begin{bmatrix} \frac{12.8}{16.7s + 1} e^{-s} & 0 \\ 0 & \frac{-19.4}{14.4s + 1} e^{-3s} \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

Les deux correcteurs utilisés pour les deux boucles sont des correcteurs PI, dont les paramètres sont déterminés par placement des pôles et le facteur d'amortissement imposé est $\zeta = 0.707$. Ces deux correcteurs sont donnés par :

$$g_{c2}(s) = -0.132 - \frac{0.009108}{s} \quad (4.17)$$

$$g_{c1}(s) = 0.7 + \frac{0.04}{s} \quad (4.16)$$

Puisque les éléments hors diagonale du système découplé sont égaux à zéro, on aura un système non interactif et donc la DRMA sera comme suit :

$$DRMA = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

Pour confirmer ce résultat donné par la DRMA, on montre les réponses transitoires des deux boucles pour un changement de leurs consignes quand les autres boucles sont ouvertes ou fermées et leurs réponses à un changement de la consigne de l'autre boucle quand le système est en automatique. (Voir les figures Fig 4.15 et Fig 4.16).

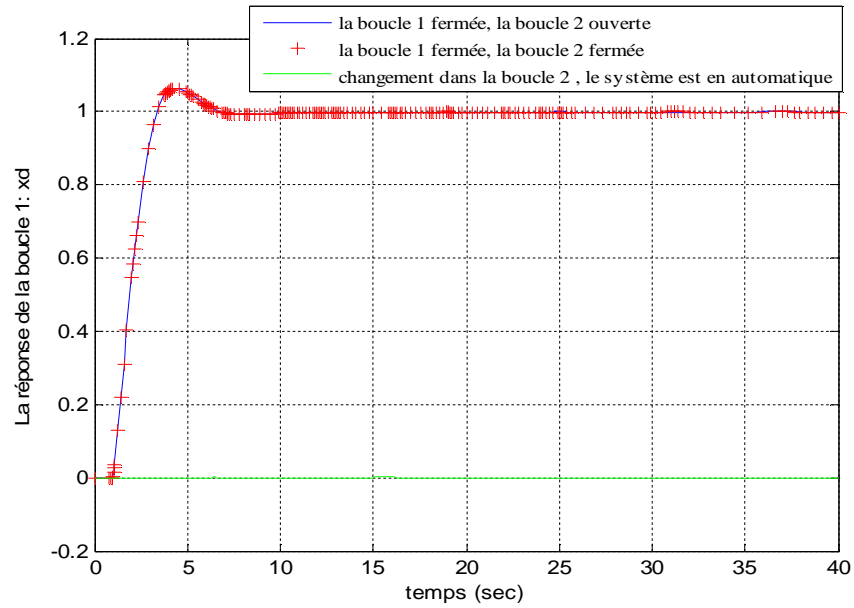


Figure 4.15 : La composition du distillat x_d

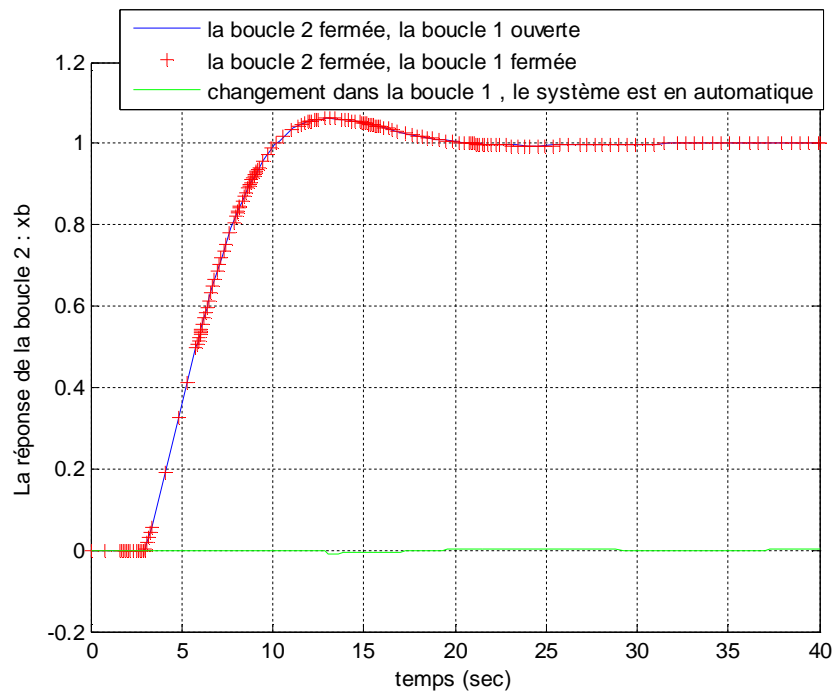


Figure 4.16 : La composition du résidu x_b

La figure (Fig 4.15) montre que la réponse de la première boucle quand la deuxième est ouverte ou fermée reste la même. Le changement de la consigne dans la deuxième boucle quand le système est en automatique n'engendre aucun effet sur la première boucle.

La figure (Fig 4.16) ainsi montre, que la réponse de la deuxième boucle quand la première est ouverte ou fermée, est la même. Le changement de la consigne dans la première boucle quand le système est en automatique, n'engendre aucun effet sur la première boucle.

Le découplage inversé découple parfaitement le système interactif.

4.2.2 Application de découplage implicite

4.2.2.1 La méthode de Sum and Difference

Dans le chapitre 2, on a déjà dit que cette méthode utilise la combinaison des variables à contrôler pour affaiblir les interactions. Dans la littérature, on trouve que cette méthode est utilisée pour la structure DV de la colonne de distillation. Dans cette structure, l'entrée u_1 est le débit du distillat D au lieu de débit du reflux L_r . La méthode **Sum and Difference** consiste à affaiblir les interactions entre les deux boucles en contrôlant la somme $x_d + x_b$ au lieu de x_d et en contrôlant la différence $x_d - x_b$ au lieu de x_b . Cette méthode a été déjà appliquée sur un autre modèle de la colonne de distillation binaire et ça n'a pas affaiblit les interactions [3].

Notre objectif est de voir si cette méthode de Sum and Difference affaiblit les interactions de la structure LV de notre modèle de la colonne de distillation. Dans notre application, le débit du reflux L_r contrôle la somme $x_d + x_b$ et le débit de gaz F_v entrant au rebouilleur (ou la chaleur d'entrée) contrôle la différence $x_d - x_b$.

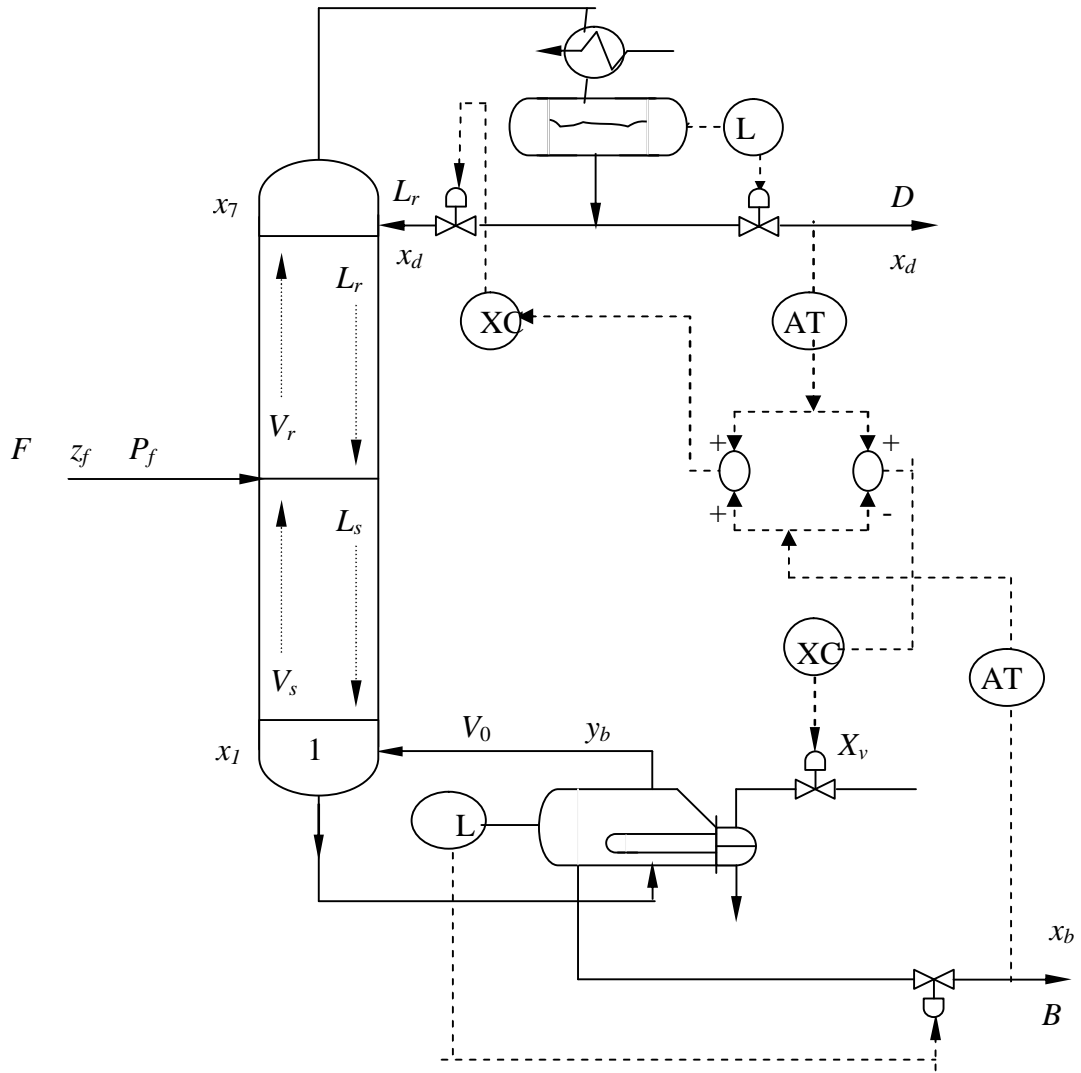


Figure 4.17 : La structure de Sum and Difference

Si on note le modèle de la colonne de distillation avant de réaliser la structure de Sum and Difference par $G(s)$, tel que :

$$G(s) = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

Alors, le modèle $G(s)$ après réalisation de la structure de Sum and Difference, sera :

$$G^*(s) = \begin{bmatrix} G_{11} + G_{21} & G_{12} + G_{22} \\ G_{11} - G_{21} & G_{12} - G_{22} \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

Les deux contrôleurs des deux boucles de ce nouveau modèle sont de type PI. Les deux PI sont synthétisés par placement des pôles dont le facteur d'amortissement imposé pour chaque boucle est $\zeta = 0.7$.

Ces deux contrôleurs sont donnés par :

$$g_{c1}(s) = 0.109 + \frac{0.0065}{s} \tag{4.21}$$

$$g_{c2}(s) = 0.387 + \frac{0.0184}{s} \tag{4.22}$$

Les réponses de chaque boucle quand l'autre soit ouverte ou fermée, sont données dans les figures (4.18, 4.19, 4.20, 4.21) :

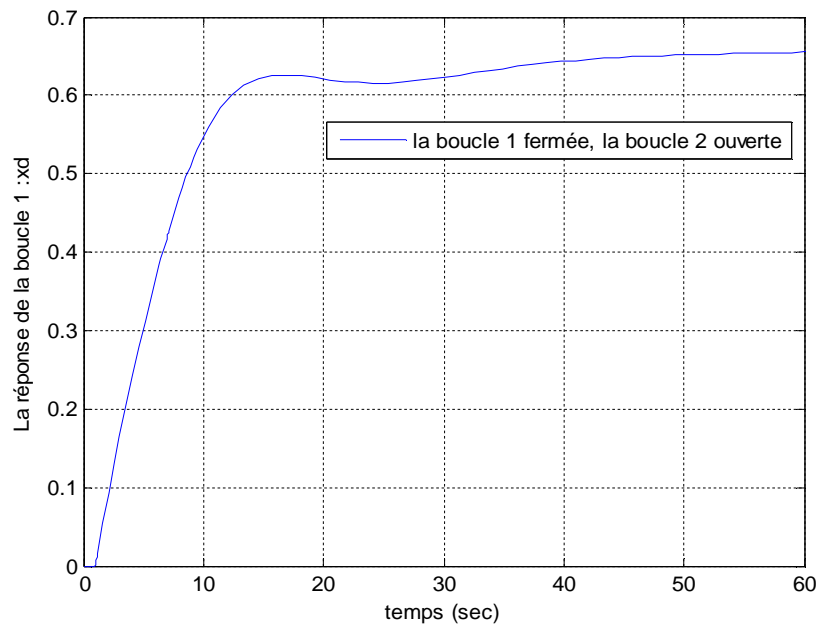


Figure 4.18 : La composition du distillat x_d

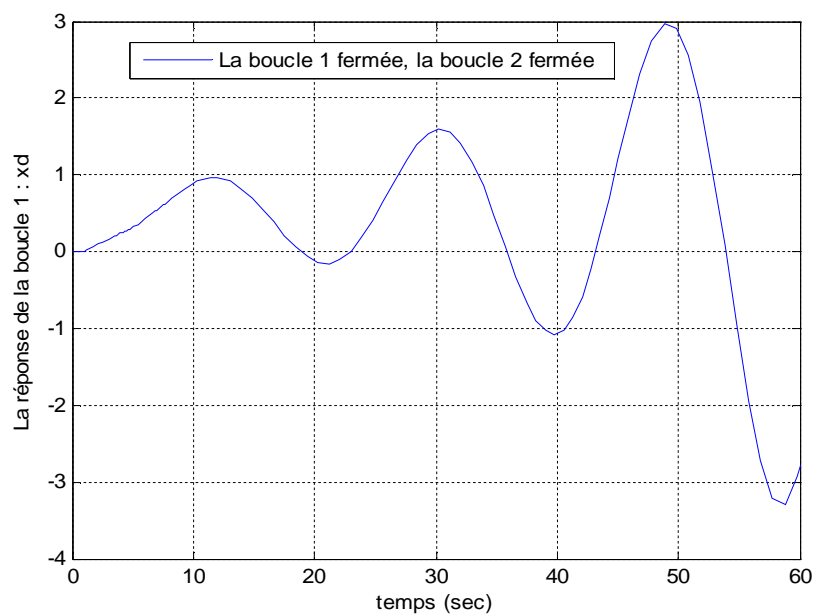


Figure 4.19 : La composition du distillat x_d

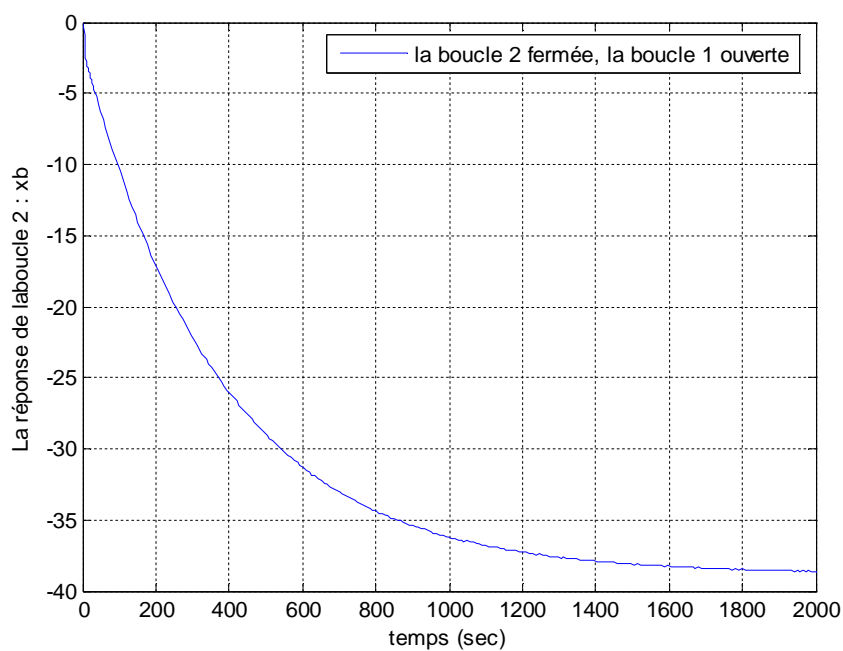


Figure 4.20 : La composition du résidu x_b

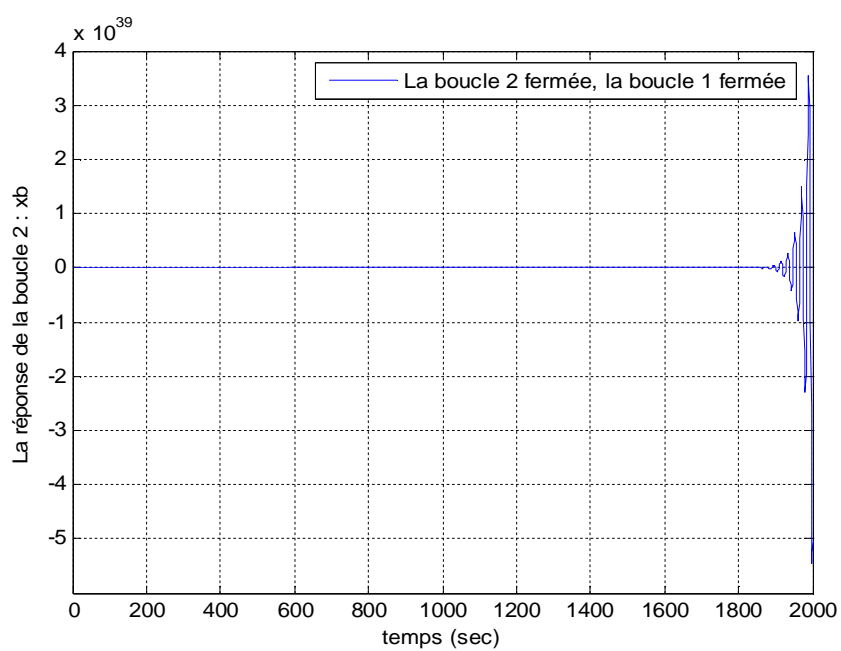


Figure 4.21 : La composition du résidu x_b

Dans les figures montrées ci-dessus, on remarque que la structure de **Sum and Difference** déstabilise notre système quand il est mis en automatique.

Donc, on conclut que la structure de **Sum and Difference** n'est pas applicable pour la structure LV puisqu'elle n'affaiblit pas les interactions existantes de la colonne de distillation.

Conclusion

Dans ce chapitre, on a appliqué le découplage explicite et implicite sur la colonne de distillation après avoir analysé les interactions par la DRMA. Les simulations ont confirmé les résultats trouvés par la méthode d'analyse DRMA.

Les résultats de découplage ont montré que Le découplage explicite par la méthode LPV ou par la méthode de découplage inversé affaiblit considérablement les interactions, par contre le découplage implicite par Sum and Difference sur le même modèle de la colonne de distillation, dont la structure est sous forme LV, n'a pas donné des résultats. Cette méthode a déstabilisé le système quand il est mis en automatique. La méthode de Sum and Difference n'est pas applicable sur cette structure de la colonne de distillation.

Conclusion générale

L'objectif principal qui a mené à réaliser ce mémoire était de faire une recherche bibliographique sur les nouvelles méthodes de découplage explicite et implicite des systèmes multivariables, vu leur rôle important dans l'affaiblissement des interactions et son indispensable utilisation dans la commande multiboucle qui nous offre beaucoup d'avantages comme : la simplicité d'implémentation, l'application des techniques de commande conventionnelles dont l'efficacité n'est plus à démontrer et la conservation de la stabilité dans le cas où l'une des boucles se trouve coupée (défaillance d'un capteur ou d'un actionneur), ...etc. Dans notre travail, les méthodes de découplage explicite ont pris une bonne partie.

Pour appliquer les techniques de découplage proposées, on a choisi la colonne de distillation binaire comme système d'application et la DRMA comme méthode d'analyse des interactions. L'application de la DRMA a montré la présence des interactions dans les deux sens (Both Way Interaction), avec une affectation plus élevée de la première boucle sur la deuxième. Les simulations des réponses d'une boucle du système, quand l'autre boucle est ouverte ou fermée et les simulations de l'effet d'une boucle sur l'autre, ont confirmé les prédictions de la DRMA. La quantification de l'effet dynamique entre les boucles est ainsi faite et les résultats ont montré l'existence des interactions et l'exactitude de la DRMA. Après avoir analysé les interactions, on a choisi deux méthodes de découplage explicite pour l'application sur la colonne : le découplage LPV et le découplage inversé. Le choix de ces deux méthodes a porté sur la raison de leur simplicité par rapport aux deux autres méthodes proposées dans ce travail. Dans le cas d'application de découplage LPV, le calcul de la DRMA du système découplé et les simulations effectuées ont montré l'efficacité de cette méthode dans l'affaiblissement des interactions. Pour confirmer l'avantage de cette méthode qui consiste dans l'utilisation des correcteurs imposés par le maximum de niveau d'interaction souhaité, on a fait une comparaison de l'effet d'une boucle sur l'autre, entre le cas d'utilisation des correcteurs imposés et le cas d'utilisation des correcteurs non imposés (synthèse classique). Les résultats de simulation ont montré effectivement, cet avantage de la méthode LPV. Pour montrer encore cet avantage et confirmer même l'affaiblissement des interactions, une autre étude comparative a été faite, compte sur l'effet dynamique entre les boucles. Dans cette étude comparative, on a tenu en compte le système non découplé et on a vu à travers les résultats de comparaison, le succès de la méthode LPV dans le découplage et son avantage dans l'accentuation de découplage à travers l'utilisation des correcteurs imposés.

Dans le cas d'application de découplage inversé, les simulations ont donné ainsi des bons résultats. La DRMA calculée et les simulations effectuées ont montré le succès de cette méthode dans l'affaiblissement des interactions. Pour le cas de découplage implicite, notre but était d'utiliser la méthode de Sum and Difference appliquée généralement sur la structure DV de la colonne et de la tester sur la structure LV. Les résultats de simulations ont montré la divergence des sorties quand le système est mis en automatique. On a conclu que le découplage par Sum and Difference déstabilise la colonne d'une structure LV du modèle étudié et donc elle n'affaiblit pas les interactions existantes.

Finalement, On souhaite que les avantages déduits dans ce mémoire soient pris en considération, notamment l'avantage d'imposer les paramètres des correcteurs pour accentuer le découplage. On souhaite ainsi que la recherche des nouvelles techniques de découplage soit amélioré et que d'autres méthodes développées soient trouvées, principalement : le découplage implicite qu'on n'a pas étudié suffisamment à cause de la non suffisance des nouveaux documents concernant ce type. Vu les avantages importants qui sont apportés par le découplage dans la commande multiboucle, on souhaite la concrétisation de quelques méthodes de découplage en pratique, pour démontrer leur efficacité et profiter de leurs avantages afin de garantir un simple et un bon contrôle et une consommation minimale de l'énergie. L'objectif est d'avoir une bonne qualité du produit avec un minimum du coût de fonctionnement.

Références Bibliographiques

- [1] A. Fossard, « Systèmes multientrées-multisorties », Technique de l'ingénieur, traité Mesures et Contrôle N°139, R 7 220, 1997.
- [2] A. Khelassi. Cours de commande des systèmes multivariables. Dept d'automatisation. PG 2009/2010. Université de Boumerdès.
- [3] A. Khelassi, «Analysis and assessment of interaction in process control systems», PhD, University of Nottingham, England, 1991.
- [4] A. Khelassi et C. Bouyahiaoui, « Nouvelle approche pour réduire le phénomène d'interaction dans les colonnes de distillation », First Instrumentation and Measurement in Petroleum Application Conference (IMPAC-2000), IAP de Boumerdès (Algeria), October 23-24, 2000, pp. 227-232.
- [5] A. Khelassi et C. Bouyahiaoui, « Méthodologie de développement de modèle mathématique de colonne de distillation », 1^{er} séminaire national sur Automatisation et Electrification, 07-08 décembre 1999, Université de Boumerdes, pp. 71-75.
- [6] A. Khelassi, A. Maidi et C. Bouyahiaoui, « Analyse des Interactions dans un Système à Grande Echelle : Méthode de Décomposition en deux Sous-Systèmes Carrés ». 1^{er} Séminaire National sur le Contrôle et les Signaux (SNCS'2001) Université de Djelfa, 30 et 31 octobre 2001, Algérie.
- [7] A. MAIDI. « Analyse des Interactions dans les Systèmes à Grande Échelle : application à la commande multiboucle des systèmes fortement couplés », thèse de magistère, Université de Boumerdès, 2001.
- [8] B. N. Asmar, J. A. Wilson and W. E. Jones, « Interaction Analysis of a Two-Stage refrigeration Control System ». IchemE, the 1997 jubilee research event.
- [9] C. Bouyahiaoui, « Analyse des Interactions dans les Colonnes de Distillation : Nouvelle Approche pour Réduire le Phénomène d'Interaction avec Élaboration d'un Contrôleur Hybride Optimal Flou », thèse de magistère, Université de Boumerdès, 2001.
- [10] C. Edwards, S.K. Spurgeon, « Sliding Mode Control: Theory and Applications », first ed., Taylor & Francis, UK, 1998.
- [11] C.G. Economou and M. Morari, « Internal model control multiloop design », Ind.Eng.Chem.Process Des.Dev. 1986, 25, 411-419.
- [12] C.J. Ryskamp, « Explicit Versus Implicit Decoupling in Distillation Control », Chemical Process Control 2, Proceedings of the Engineering Foundation Conference. January 18-23, 1981.

- [13] D. Vaes, W. Souverijns, J. De Cuyper, J. Swevers, P. Sas. « Decoupling feedback control for improved multivariable vibration test rig tracking ». KULeuven, Department of Mechanical Engineering, Celestijnenlaan 300 B, B-3001, Heverlee, Belgium. LMS International, Researchpark Haasrode Z1, Interleuvenlaan 68, B-3001 Leuven, Belgium. Proceedings of ISMA 2002 - Volume II.
- [14] D. H. Owens, « Feedback and multivariable systems », Peter Peregrinus Ltd (1978).
- [15] D.L. Bennett and K.W. Kovak, «Optimize Distillation Columns», Air Products and Chemicals. Inc, Copyright 2000 American Institute of Chemical Engineers.
- [16] E. Bristol, « On a New Measure of Interaction for Multivariable Process Control », IEEE Trans. Automatic Control AC.11, P 133-134, 1996.
- [17] F. Garelli, R.J. Mantz, H. De Battista. « Limiting Interactions in Decentralized Control of MIMO Systems ». Universidad Nacional de La Plata, Facultad de Ingenieria, LEICI C.C.91 (1900), La Plata, Argentina. Journal of Process Control 16 (2006) 473–483.
- [18] F. Morilla, F. Vázquez, J. Garrido. « Centralized PID Control by Decoupling for TITO Processes ». UNED. Dpto. de Informática Madrid (Spain). Universidad de Córdoba Dpto. de Informática y Automática. Córdoba (Spain), 2008 IEEE.
- [19] F.G. Shinskey, « Process control systems: Application, design and adjustment », 4th ed. New York: McGraw-Hill; 1996.
- [20] H.L. Wade, « Inverted decoupling: A neglected technique ». ISA Transactions 1997; 36: 3-10.
- [21] H.P. Huang, M. Oshima and L. Hashimoto, « Dynamic interaction and multiloop control system design », J. Proc.Cont. Vol. N° 4, N°1, 1994.
- [22] J. Mohammadpour, K. Grigoriadis, M. Franchek, and Y.Y. Wang. « LPV Decoupling for Multivariable Control System Design ». American Control Conference Hyatt Regency Riverfront, St. Louis, MO, USA June 10-12, 2009.
- [23] J. P. Gagnepain and D. E. Seborg, «Analysis of process interactions with Application to multiloop control system Design», Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev. 1982. 21, 5-11.
- [24] K. j. Aström, H. Panagopoulus and T. Hägglund, « Design of PI controllers based on non-convex optimization », Automatica, 34(5) : 585-601, 1998.
- [25] K.J. Astrom and T. Hagglund, « PID controllers: theory, design, and tuning », Instrument Society of America, Research Triangle Park, NC, 1995.
- [26] King, «Separation processes», 2nd Edition, Mc Graw Hill Book Company, 1980.

- [27] L. Xutao, L. Xiaogeng, J. Xiaohong, J. Jie, Z. Xiangyang, Z. Ke. « Design of Decoupling Control System with High angle of Attack Based on PV Criterion ». Proceedings of the 2009 International Symposium on Web Information Systems and Applications (WISA'09) Nanchang, P.R. China, May 22-24, 2009, pp. 178-181.
- [28] M. F. Witcher, and T. J. Mcavoy, « Interacting Control Systems: Steady State and Dynamic Measurement of Interaction ». ISA Transactions, Vol. 16, No. 3, 1977, pp. 35–41.
- [29] M.J. Willis. « Multivariable Control: An introduction ». Department of Chemical and Process Engineering. University of Newcastle upon Tyne, 1999.
- [30] M.T. Tham. « An Introduction to Decoupling Control » /MTT/July 1999. Dept. of Chemical and Process Engineering. University of Newcastle upon Tyne.
- [31] [N. Jensen. and D.G Fisher, « Interaction Analysis In Multivariable Control Systems », AICHE Journal 1986 Vol. 32.N°6.
- [32] P. B-Desphande, « Multivariable Process Control », Instrument Society of America, 1989, Book design and production by Word Crafters. Editorial Services, Inc.
- [33] P. Chen, W. Zhang. « Improvement on an inverted decoupling technique for a class of stable linear multivariable processes». Department of Automation, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200240, PR China. ISA Transactions 46 (2007) 199–210.
- [34] P. Grosdidier and M. Morari, « Interaction Measures for Systems Under Decentralized Control ». Automatica, Vol. 22, No. 3, 1986, pp. 309–319.
- [35] P. Van Overschee, B. De Moor, « Subspace Identification for Linear Systems: Theory, Implementation, Applications », Kluwer Academic Publishers (1996).
- [36] Q. Zheng, Z. Chen, Z. Gao, «A Practical Approach to Disturbance Decoupling Control», Control Engineering Practice 17 (2009) 1016–1025, USA.
- [37] R. Bendib, « Control Configurations and Assessment of Interactions in Distillation Columns », thèse de magistère, Université de Boumerdès, 2004.
- [38] S. Javadi, Jabber. Hosseini, « Control of Binary Distillation Column Using Fuzzy PI Controllers », Electrical Engineering Department, Islamic Azad University - Central Tehran Branch.
- [39] S. Skogestad, « Dynamic and Control of Distillation - a critical survey », Modeling, Identification and Control, 1997, Vol. 18, NO.3, 177-217.

- [40] S. Skogestad, A. Postlethwaite, «Multivariable Feedback Control, Analysis and Design » John Wiley & Sons. Chichester. New York. Brisbane. Toronto. Singapore,1996.
- [41] S. Latrèche, M. Mostefai, M. K. hemliche, I. Dif, « Détection et localisation des défaillances dans le rebouilleur de la colonne de distillation discontinue UOP3BM », 4th International Conference on Computer Integrated Manufacturing CIP'2007.
- [42] S. Weiland, « Binary distillation processes », Department of Electrical Engineering, Eindhoven University of Technology, The Netherlands.
- [43] T. Chai, H. Yue, « Multivariable Intelligent Decoupling Control System and its Application », National Engineering and Technology Research Center for Metallurgic Industry Automation, North-eastern University, Shenyang, China. Acta Automatica Sinica, Vol.31, No.1, January 2005.
- [44] T. McKelvey, « Identification of State-Space Models from Time and Frequency Data », Linköping Studies in Science and Technology, Linköping (1995).
- [45] T.Munos Jorge Antonio, « Contribution à l'Etude de Découplage des Systèmes Linéaire Multivariables », Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, 1990.
- [46] T. Tsay, « Decoupling of Multivariable Systems and Application to Flight Control System », Department of Aeronautical Engineering, National Formosa University.
- [47] T.E. Marlin, « Process Control, Designing Processes and Control Systems for Dynamic Performance ». McGraw-Hill International Editions, 1995.
- [48] T. J. McAvoy, « Interaction Analysis », Instrument Society of America, 1983.
- [49] V. Gerbaud, « Apport de la Simulation Moléculaire dans la Conception Intégrée de Produits et de Procédés Assistée par Ordinateur », Habilitation à Diriger les recherches, Institut National Polytechnique de Toulous, décembre 2003.
- [50] W. L. Luyben. « Process Modelling, Simulation and Control for Chemical Engineers », Second edition, Process Modeling and Control Center, Department of chemical Engineering Lehigh University. International Edition 1990.
- [51] Microsoft Encarta 2008. 1993-2007 Microsoft Corporation.
- [52] http://fr.wikipedia.org/wiki/Transfert_thermique.