

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE M'HAMED BOUGARA-BOUMERDES



Faculté des Sciences de l'Ingénieur

Thèse de Doctorat

Présentée par : **SETTET Ahmed Tidjani**

En vue de l'obtention du diplôme de **DOCTORAT** en :

Filière : Génie Mécanique

Option : Construction Mécanique

TITRE Modélisation des mécanismes de rupture d'une
structure en composite nid d'abeille sous chargement
thermodynamique

Devant le jury composé de :

Mr/ SACI	Rachid	Professeur	UMB Boumerdes	Président
Mr/ NOUR	Abdelkader	Professeur	UMB Boumerdes	Rapporteur
Mr/ CHEVALIER	Yvon	Prof. émérite	ISMEP-Paris	Examineur
Mr/ BETTAHAR	Ahmed	Professeur	UHB Chlef	Examineur
Mr/ OUINAS	Djamel	Professeur	UAB Mostaganem	Examineur
Mr/ BENGUEDIAB	Mohamed	Professeur	UDL-S.Bel Abbes	Examineur

Année Universitaire 2014/2015

ملخص:

في إطار هذه المذكرة، هدفنا يرمي إلى دراسة الإجهادات المطبقة على لوح الشطائر ذات النواة السداسية المستوحى من خلية النحل، ومن أجل ذلك نقوم بمعاينة و دراسة العينات من أجل إنجاز هذا العمل، و لتحقيق الأهداف المرجوة والحصول على مزيد من المعلومات نقوم بعدة عمليات محاكاة بواسطة برنامج خاص قمنا بإعداده بواسطة برنامج (MATLAB) و برنامج جاهز (ANSYS)، ولذلك، تم تطوير نموذج خاص يأخذ بعين الاعتبار التدفق والتواصل و الإجهادات الحرارية المحيطة بالشطيرة من الداخل والخارج (السطوح المتصلة بينها والسطوح المتصلة بنواة والقشرة السفلى و العليا)، وأخذ بعين الاعتبار سمك كل طبقة مكونة لشطيرة. بعض النتائج المستخلصة تستعمل في التقييم المرحلي، لمعرفة مدى مقاومة الكسر لمكونات هيكل الشطيرة. يسمح لنا هذا العمل بالمعاينة الرقمية لهذا النوع من المواد المستعملة في الصناعة و معرفة مدى مقاومتها تحت الإجهادات الميكانيكية و الحرارية.

لوح الشطائر ذات النواة السداسية

Résumé :

Afin de déterminer l'effet des contraintes appliquées aux panneaux sandwichs en nid-d'abeilles, des essais de caractérisation ont été réalisés sur des éprouvettes en nid d'abeille, ainsi que de multiples simulations ont été effectués avec le logiciel (ANSYS). Afin d'atteindre les objectifs escomptés et d'avoir plus de souplesse, nous avons mis au point un code de calcul. Par conséquent, un modèle spécifique a été développé qui prend en considération la fonction du flux de chaleur, la conductivité thermique, la convection, les zones de transfert de chaleur et les zones environnantes à l'intérieur et à l'extérieur du panneau (les surfaces d'échange en contact avec l'air, l'épaisseur de l'âme en nid d'abeilles, les peaux supérieures, inférieures et l'adhésif). Certain de ces résultats obtenus sont utilisés dans le critère de Tsai-Wu pour vérifier la résistance à la rupture la structure (plis, corps et interface du panneau). Le présent travail a permis la modélisation numérique des mécanismes de la rupture d'une structure en composite nid d'abeilles sous chargement thermodynamique.

Abstract:

In the target to determine influence of the impact of stresses applied to sandwich panels honeycomb, the characterization testing have been carried out on samples honeycomb, and many simulations has been run with the software (ANSYS). In order to achieve the desired objectives and to have more flexibility, we had developed a computer code; Therefore, a specific model has been developed which takes into consideration the function of the heat flow, the thermal conductivity, convection, heat transfer areas and the surrounding areas to the inside and outside panel (the exchange surfaces in contact with the area, the thickness of the honeycomb core, upper, lower skins and the adhesive). Some of these results are used in the Tsai-Wu criterion for resistance to fracture the structure (body folded and panel interface). This work has permitted modelization numerically, and able to predict the mechanisms of failure of composite honeycomb structure under thermo mechanical loading.

كلمات مفتاحية: لوح الشطائر ذات النواة السداسية/ انفصال الطبقات/ قشرة و نواة الشطيرة/ القوي الحرارية.

Mots-clefs : Structure en nid d'abeille/délaminage/peaux et âme nid d'abeilles /charge thermique
Keywords: honeycomb structure/delamination/ skins and core/thermal loading.

Remerciements

Chaque travail que l'homme effectue est un voyage et une aventure pleins de surprises.

C'est un épilogue qui ouvre à l'homme les portes de l'inconnu sur le chemin qu'il poursuit tout le long de sa vie.

Je remercie Dieu de nous avoir donné la vie, la santé, le courage et la volonté d'entreprendre ce voyage et d'en apprécier le fruit de l'effort consenti.

Ce mémoire a été pour moi une occasion de rencontrer des gens que j'ai appris à connaître et dont j'apprécie les qualités, notamment, mon directeur de thèse Monsieur NOUR abdelkader, Professeur de l'Université M'hamed Bouguera de Boumerdes, qui a su m'encadrer avec efficacité, clairvoyance et beaucoup de patience durant tout le temps que m'a exigé ce travail. Je lui exprime ma profonde reconnaissance pour son soutien et encouragement face à la difficulté mais aussi pour sa disponibilité.

J'exprime toute ma reconnaissance à, Monsieur SACI Rachid, Professeur de l'Université M'hamed Bouguera de Boumerdes pour l'honneur qu'il m'a fait en acceptant de présider le jury de ma thèse de Doctorat.

J'exprime également toute ma reconnaissance à, Monsieur CHEVALIER Yvon, Professeur émérite à l'ISMEP-Paris, Monsieur BETTAHAR Ahmed, Professeur à l'UHB Chlef, Monsieur OUIAS Djamel, Professeur à l'UAB Mostaganem, Monsieur BENGUEDIAB Mohamed, Professeur à UDL-S.Bel Abbes, pour m'avoir fait l'honneur et accepté d'examiner ce travail de recherche et d'évaluer le contenu de ce mémoire de thèse de Doctorat.

J'exprime toute ma reconnaissance à, Monsieur BENGUEDIAB Mohamed (Professeur), Monsieur Zemri Mokhtar (Maître de Conférence A), Monsieur ARAB Mustapha (doctorant), au Laboratoire des matériaux et systèmes réactifs à l'Université de Djilali Liabes.

Je remercie tous ceux qui m'ont assisté de près ou de loin dans la réalisation de ce travail.

Dédicace

Je dédie ce modeste travail à ma famille.

Je le dédie également à mes amis, mes collègues du laboratoire Dynamique des Moteurs et Vibroacoustique et mes collègues de travail. Sans oublier tous ceux qui m'ont assisté de près ou de loin dans la réalisation de ce travail.

Sommaire

Sommaire

Liste des figures

Nomenclature

Introduction générale

1

Chapitre I Mise en équation des structures en composite en nid d'abeilles (sandwiches)

I.1 Introduction	7
I.2 les panneaux composites en nid d'abeille classique.....	8
I.3 Domaines d'applications des panneaux composites en nid d'abeille.....	10
I.4 Le principe de calcul de la rigidité et de la souplesse.....	12
I.5 Conclusion.....	18

Chapitre II Modélisation de la structure en composite nid d'abeilles sous chargement thermodynamique

II.1. Introduction.....	19
II.2. Modélisation thermomécanique du panneau sandwich nid d'abeilles	20
II.2.1. Implémentation.....	20
II.2.2. Maillages.....	20
II.2. 3. Paramètres de rigidité et de résistance du Panneau sandwich en nid d'abeille.....	22
II.2.3.1 Détermination de la rigidité et de la souplesse.....	22
II.2.3.2 Équation constitutive	23
II.2.3.3 Influence des phénomènes de dilatation d'origine thermique sur le comportement mécanique d'un composite en nid d'abeilles.....	24
II.3. Conclusion.....	29

Chapitre III Études du panneau sandwich en nid d'abeilles

III.1 Introduction.....	31
III.2 Conditions aux limites	31
III.2.1 Condition thermique.....	31
III.2.2 Paramètres d'analyse.....	31
III.2.3 Maillages.....	31
III.3 L'analyse d'une alvéole de l'âme du panneau sandwich en nid d'abeille.....	32
III.4. L'analyse d'une alvéole du panneau sandwich en nid d'abeille.....	37
III.4.1. Le maillage.....	37
III.4.2. Le Présentation des charges appliquées.....	37
III.4.3. Résultats	38
III.5. L'analyse du panneau sandwich en nid d'abeille.....	45

III.5.1. Présentation des charges appliquées.....	45
III.5.2. Différentes caractéristiques mécaniques	45
III.5.2.1. Renfort en polyéthylène à T=95°C.....	45
III.5.2.2. Renfort en Verre-époxy à T=175°C.....	47
III.5.3. Contraintes dans chaque couche rapportées aux axes de références.....	52
III.5.4. Mécanismes de rupture dans les panneaux.....	54
III.6. Conclusion.....	57

Chapitre III Mécanismes de rupture d'une structure en composite nid d'abeille sous chargement thermodynamique

IV.1 Introduction	59
IV.2. Représentation de la fissuration.....	60
IV.2.1. La mécanique de l'endommagement	60
IV.2.2. La mécanique élastique linéaire de rupture	60
IV.3. Modes fondamentaux de la rupture et facteurs d'intensité de contrainte	63
Mode I (Mode d'ouverture)	64
Mode II (Mode de glissement).....	65
Mode III (Mode de déchirement)	65
IV.4 Propagation des fissures.....	66
IV.4.1 Initiation.....	67
IV.4.2 Propagation.....	67
IV.4.3 Ruine	67
IV.5 Calcul du facteur d'intensité de contrainte.....	68
IV.5.a Méthodes d'extrapolation de déplacement et d'effort	68
IV.5.b Méthodes de pente de déplacement et de contrainte.....	69
IV.5.c Méthodes d'énergie.....	69
IV.6 Eléments de singularité.....	70
IV.7 Caractérisation du matériau rupture d'une structure en.....	73
IV.7.1 L'élaboration des éprouvettes.....	73
IV.7.2 Résultat et interprétation.....	75
IV.7.3 La fatigue du panneau sandwich nid d'abeille.....	77
IV.7. conclusion.....	80
Conclusion générale.....	82
Bibliographie.....	86
Annexe.....	92

Liste Des Figures

Liste Des Figures

Chapitre I

Fig. 1. Familles de matériaux.....	7
Fig. 2. (a) Panneau sandwich classique	9
Fig. 2. (b) Panneau sandwich en nid d'abeilles	9
Fig. 3. Une structure en nid d'abeille et une structure métallique de type IPN.....	9
Fig. 4. (a) L'application des panneaux composites dans les chambres de combustion.....	10
Fig. 4. (b) L'application des panneaux composites en nid d'abeille dans le domaine aéronautique (avion de ligne)	10
Fig. 4. (c) Applications des panneaux composites en nid d'abeille dans le domaine aéronautique (trois types de pales d'hélicoptères).....	11
Fig. 4. (d) Applications des panneaux composites en nid d'abeille dans le domaine automobile (châssis)	11
Fig. 5. Notation d'un Panneau sandwich en nid d'abeille	13

Chapitre II

Fig. 1. Processus de modélisation.....	20
Fig. 2. Le maillage du panneau sandwich en nid d'abeille. (Éléments hexaédriques quadratiques à 20 noeuds).....	21
Fig. 3. Modélisation thermodynamique de la structure en composite nid d'abeilles (Schéma électrique équivalent du panneau sandwich).....	25

Chapitre III

Fig. 1. Le maillage de l'âme d'un panneau sandwich en nid d'abeille. (Maillage hexaédriques linéaire conformes aux surfaces).....	32
Fig. 2. Le maillage d'une cellule de l'âme du panneau sandwich en nid d'abeille. (Maillage hexaédriques linéaire conformes aux surfaces paramétriques)	32
Fig. 3. Présentation de la charge appliquée	32
Fig. 4. Convection appliquée à la cellule	32
Fig. 5. Charge thermique de $T=95^{\circ}\text{C}$	32
Fig. 6.(a) Contrainte principale maximale ($T=20^{\circ}\text{C}$).....	33
Fig. 6.(b) Contrainte principale maximale ($T=95^{\circ}\text{C}$).....	33
Fig. 6.(c) Contrainte principale en fonction de la position des nœuds ($T=20^{\circ}\text{C}$)	33
Fig. 6.(d) Contrainte principale en fonction de la position des nœuds ($T=95^{\circ}\text{C}$).....	33
Fig. 7.(a) Déformation élastique de cisaillement dans le plan (o,x,y) à $T=20^{\circ}\text{C}$	33
Fig. 7.(b) Déformation élastique de cisaillement dans le plan (o,x,y) à $T=95^{\circ}\text{C}$	33
Fig. 7.(c) Déformation élastique de cisaillement dans le plan (o,x,y) en fonction de la position des nœuds à ($T=20^{\circ}\text{C}$).....	34
Fig. 7.(d) Déformation élastique de cisaillement dans le plan (o,x,y) en fonction de la position des nœuds à ($T=95^{\circ}\text{C}$).....	34
Fig. 8.(a) Déformation élastique maximale de cisaillement ($T=20^{\circ}\text{C}$).....	34
Fig. 8.(b) Déformation élastique maximale de cisaillement ($T=95^{\circ}\text{C}$).....	34
Fig. 8.(c) Déformation élastique maximale de cisaillement en fonction de la position des nœuds à ($T=20^{\circ}\text{C}$).....	34
Fig. 8.(d) Déformation élastique maximale de cisaillement en fonction de la position des nœuds à ($T=95^{\circ}\text{C}$).....	34
Fig. 9.(a) Déformation élastique équivalente Von Mises ($T=20^{\circ}\text{C}$)	35
Fig. 9.(b) Déformation élastique équivalente Von Mises ($T=95^{\circ}\text{C}$)	35
Fig. 9.(c) Déformation élastique équivalente Von Mises en fonction de la position des nœuds à ($T=20^{\circ}\text{C}$).....	35
Fig. 9.(d) Déformation élastique équivalente Von Mises en fonction de la position des nœuds à ($T=95^{\circ}\text{C}$).....	35
Fig. 10.(a) Déformée totale ($T=20^{\circ}\text{C}$).....	35
Fig. 10.(b) Déformée totale ($T=95^{\circ}\text{C}$).....	35

Fig. 10.(c) Déformée totale en fonction de la position des nœuds (T=20°C).....	36
Fig. 10.(d) Déformée totale en fonction de la position des nœuds (T= 95°C).....	36
Fig. 11.(a) Distribution de la température à T _s =95°C (T _∞ =20°C, q _c =5 10 ⁻⁶ W/mm ² . °C).....	36
Fig. 11.(b) Distribution de la température à T _s =95°C en fonction de la position des nœuds (T _∞ =20°C, q _c =5 10 ⁻⁶ W/mm ²	36
Fig. 12. Déformation totale à 400°C.....	36
Fig. 13. Déformation totale à 500°C.....	36
Fig. 14. Le maillage cellule alvéolaire du panneau sandwich en nid d'abeille. (Eléments hexaédriques en trois dimensions quadratiques à 20 noeuds conformes aux surfaces paramétrées).....	37
Fig. 15. Le maillage d'un panneau sandwich en nid d'abeille. (Eléments hexaédriques linéaire conformes aux surfaces paramétrées).....	37
Fig. 16. Présentation des charges (compression) appliquées à un élément hexagonale.....	37
Fig. 17. Une source de chaleur appliquée sur une alvéole (panneau sandwich en nid d'abeille).....	38
Fig. 18. Une source de chaleur appliquée sur une cellule d'un panneau sandwich en nid d'abeille.....	38
Fig 19.(a) Contrainte principale maximale (T= 20°C).....	38
Fig. 19.(b) Contrainte principale maximale (T= 95°C).....	38
Fig. 19.(c) Contraintes principales maximales en fonction de la position des nœuds à T= 20°C et à T= 95°C.....	39
Fig. 19.(d) La différence entre les contraintes principales maximales à T= 20°C et à T= 95°C en fonction de la position des nœuds.....	39
Fig. 20.(a) Déformations élastiques de cisaillement dans le plan (o,x,y) (T= 20°C).....	39
Fig 20.(b) Déformation élastique de cisaillement dans le plan (o,x,y) (T= 95°C).....	39
Fig. 20. (c) Déformations élastiques de cisaillement dans le plan (o,x,y) en fonction de la position des nœuds à T= 20°C et à T= 95°C.....	40
Fig. 20. (d) La différence entre les déformations élastiques de cisaillement dans le plan (o,x,y) à T= 20°C et à T= 95°C en fonction de la position des nœuds.....	40
Fig. 21.(a) Déformation élastique maximale de cisaillement (T= 20°C).....	40
Fig 21.(b) Déformation élastique maximale de cisaillement (T= 95°C).....	40
Fig. 21.(c) Déformation élastique maximale de cisaillement en fonction de la position des nœuds à T= 20°C et à T= 95°C.....	41
Fig. 21.(d) La différence entre la déformation élastique maximale de cisaillement à T= 20°C et à T= 95°C en fonction de la position des nœuds.....	41
Fig. 23.(a) Déformation élastique principale maximale (T= 20°C).....	41
Fig 23.(b) Déformation élastique principale maximale (T= 95°C).....	41
Fig. 23.(c) Déformation élastique principale maximale en fonction de la position des nœuds à T= 20°C et à T=95°C.....	42
Fig. 23.(d) La différence entre la déformation élastique principale maximale à T= 20°C et à T= 95°C en fonction de la position des nœuds.....	42
Fig. 24.(a) Déplacement totale (T=20°C).....	42
Fig. 24.(b) Déplacement totale (T=95°C).....	42
Fig. 24.(d) Déplacement totale (T=20°C) en fonction de la position des nœuds.....	43
Fig 24.(c) La différence entre déplacement totale à T= 25°C et à T= 80°C en fonction de la position des nœuds.....	43
Fig. 25.(a) Distribution de la température.....	43
Fig 25.(b) Distribution de la température.....	43
Fig. 25.(c) Distribution de la température.....	43
Fig 25.(d) Distribution de la température en fonction le la position des nœuds.....	43
Fig. 26. Déformation élastique maximale de cisaillement.....	44
Fig. 27. Contrainte principale maximale.....	44
Fig. 28. Distribution de la température.....	44
Fig. 29. Présentation des charges.....	45
T=95°C (renfort en polyéthylène)	
Fig. 30.(a) Déplacement.....	46
Fig. 30.(b) Déformation élastique maximale de cisaillement.....	46
Fig. 30.(c) Contrainte principale maximale.....	46

Fig. 30.(d) Distribution de la température.....	46
T=175°C (renfort en Verre-époxy)	
Fig. 31.(a) Déplacement.....	47
Fig. 31.(b) Déformation élastique maximale de cisaillement.....	48
Fig. 31.(c) Contrainte principale maximale	48
Fig. 31.(d) Distribution de la température.....	48
Fig. 32. L'évolution des caractéristiques mécaniques sous contrainte du flux de chaleur:	
Fig. 32. (a) déformation élastique de cisaillement maximale.....	49
Fig. 32. (b) contrainte de cisaillement dans le plan (x,y).....	50
Fig. 32. (c) contraintes principales maximales.....	50
Fig. 33. Evolution des caractéristiques thermiques du délaminage structurels du panneaux sandwich en nid d'abeille:	
Fig. 33. (a) Flux de chaleur le long de l'axe des x.....	51
Fig. 33. (b) le flux de chaleur le long de l'axe y.....	51
Fig. 33. (c) La distribution de la température des panneaux.....	52
Fig. 33. (d) différence de température Tmax et Tmax (panneaux).....	52
Fig. 34. Les contraintes fonction des épaisseurs:	
Fig. 34. (a) contraintes σ_{xx} et peau en polyéthylène à 95°C.....	53
Fig. 34. (b) contraintes σ_{yy} et peau en polyéthylène à 95°C.....	53
Fig. 34. (c) contraintes σ_{xx} et peau en aluminium à 175°C.....	54
Fig. 34. (d) contraintes σ_{yy} et peau en aluminium à 175°C.....	54
Fig. 34. (e) contraintes σ_{xx} et peau en aluminium à 175°C.....	54
Fig. 34. (f) contraintes σ_{yy} et peau en aluminium à 175°C.....	54
Fig.35. Le critère de rupture Tsai-Wu aux températures de délaminage des panneaux sandwichs en nid d'abeilles :	
Fig. 35. (a) renfort en polyéthylène à T = 95°C.....	56
Fig. 35. (b) renfort en verre époxy à T = 175°C.....	56
Fig. 35. (c) renfort en aluminium à T = 175 °C.....	56

Chapitre IV

Fig. 1. Présentation d'une fissure.....	61
Fig. 2. Schéma d'une fissure.....	64
Fig. 3. Observation des fissures (panneau sandwich en nid d'abeille) Laboratoire DMV /UMBB).....	64
Fig. 4. Les trois modes fondamentaux de rupture.....	65
Fig. 5.(a) Élément de singularité pour les problèmes bidimensionnels	71
Fig. 5.(b) Le point $\frac{1}{4}$ paramètre de singularité de l'élément.....	71
Fig. 6. Composite nid d'abeille (éprouvette réalisée au LDMV /UMBB).....	74
Fig. 7. Composite nid d'abeille:	
Fig. 7.(a) nid d'abeille 90°	74
Fig. 7.(b) nid d'abeille 45°.....	74
Fig. 8. Machine d'essais (Instron 8800).....	75
Fig. 9. La courbe de l'essai de traction de nid d'abeille à 90° et à 45°).....	75
Fig. 10. La surface de la rupture de l'éprouvette en nid d'abeille 90° par rapport à l'axe ox	76
Figure. 11. Propagation de la rupture dans les panneaux sandwich en nid d'abeille par rapport à l'axe ox	
Fig. 11.(a) nid d'abeille 90°/ox.....	76
Fig. 11.(b) nid d'abeille 90°/ox.....	76
Fig. 11.(c) nid d'abeille 45°/ox.....	76
Fig. 12. Contrainte alternée équivalente en fonction du nombre de cycle (nid d'abeille à 90°)	77
Fig. 13.(a) Déformation dans le plan du nid d'abeille à 90°	78
Fig. 13.(b) Déformation dans le plan du nid d'abeille à 90°	78
Fig. 14. Contrainte alternée équivalente en fonction du nombre de cycle (nid d'abeille à 45°).....	79
Fig. 15. (a) Déformation dans le plan du panneau en nid d'abeille à 45°	79
Fig. 15. (b) Déformation dans le plan du panneau en nid d'abeille à 45°	79

Liste Des Tableaux

Liste Des Tableaux

Chapitre II

TABLEAU. 1. Caractéristiques du maillage	22
TABLEAU. 2. Paramètres de rigidité et de résistance du Panneau sandwich en nid d'abeille	22

Chapitre III

TABLEAU. 1. Tenseur F_{ij} et F_i des diverses constituants du panneau.....	56
---	----

Nomenclature

Nomenclature

a	: La longueur de la fissure
C_{ij}	: Constantes de rigidité
C_{ij}^a	: Les coefficients dans les axes principaux.
E et E_i	: module de Young
$E(\phi)$: Module de Young en fonction de la fonction du flux de chaleur.
E_0	: Module de Young à la température de référence
E_0	: La valeur du module de Young à la température de référence $T=20^\circ\text{C}$
e	: L'épaisseur de l'âme.
e_1, e_2	: Épaisseurs des peaux
$h_{Ai}, h_{\infty 1}, h_{\infty 2}$ et h	: Coefficient de transfert thermique.
G	: Le taux de dissipation d'énergie
I	: Courant électrique
K_I, K_{II} et K_{III} .	: Facteurs d'intensité de contrainte
k_{Alu}, k_{p1} et k_{p2}	: Conductivité thermique du matériau en $\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$
\hat{k}	: Les couches.
M_x, M_y et M_{xy}	: Les moments en flexion-torsion
$N_c(\xi)$: Fonctions de forme
q_c	: Flux de chaleur dû à la convection
R	: Résistance électrique
R_{th}	: Résistance thermique.
R_{Alu}	: Résistance thermique de l'aluminium.
R_{Ai}	: Résistance thermique de l'aire.
R_{eq1}	: Résistance thermique équivalente

$R_{élec}$: Résistance électrique.
S	: Contraintes à la rupture en cisaillement dans le plan de la couche.
S_{ij}	: Constantes de souplesse
T	: Température.
T	: L'écart de température au-dessus de la température de référence en tout point à une distance x
T_s	: Température de la source de chaleur
T_{ref}	: La température pour laquelle le module de Young n'est plus quantifiable.
T_0	: La température de référence sur la face du panneau $x = e$
T_1	: La température du plan situé à l'abscisse x_1 .
T_2	: La température du plan situé à l'abscisse x_2 .
U	: L'énergie de contrainte
u et u_a	: Déplacements de l'âme suivant les directions x .
u_0, v_0, w_0 et φ_y	: Fonctions de déplacement.
V_1 et V_2	: Potentiel électrique
ν et ν_{ij}	: coefficient de Poisson
v et v_a	: Déplacements de l'âme suivant les directions y .
X_i ; X_c	: Contraintes à la rupture suivant l'axe longitudinal respectivement en traction et en compression
Y_i ; Y_c	: Contraintes à la rupture suivant l'axe transversal respectivement en traction et en compression
x, y et z	: Coordonnées.
α	: L'angle mesuré du plan de la progression de la fissure dans le sens inverse des aiguilles d'une montre
γ	: La pente de la variation de E en fonction de T
γ	: L'énergie extérieure spécifique
$\gamma_{xz}^1, \gamma_{xy}^1$ et γ_{yz}^1	: Les déformations en cisaillement transverse.
$\varepsilon_{xx}^a, \varepsilon_{yy}^a$ et ε_{zz}^a	: Le champ des déformations membrane (flexion).

λ : Gradient de température

σ_{xx} , σ_{yy} et σ_{xy} : Contraintes de cisaillement transverses

σ_{zz} , σ_{xz} et σ_{yz} : Contraintes de cisaillement transverses

φ_x, φ_y : Fonctions de rotation.

$\varphi_x(x, y)$ et $\varphi_y(x, y)$: Fonctions de rotation.

$T=20^\circ C$

ϕ : Flux de chaleur

Introduction générale

Introduction générale

L'association entre des matériaux de différentes natures (métalliques, organiques, minérales) a débouché sur l'élaboration de nouveaux matériaux composites. L'hétérogénéité de ces derniers permet de les concevoir avec de meilleures caractéristiques mécaniques, à un coût parfois dérisoire. L'intérêt suscité chez les chercheurs a abouti au développement de nouvelles approches pour en évaluer le comportement et les caractéristiques mécaniques (déformations, contraintes internes, etc.) (G. DUVAUT, 1984) [1].

Les premières applications des composites pour la construction navale remontent à une quarantaine d'années (P. Saumet, et al. 1988) [2]. Leur utilisation ne cesse de s'étendre grâce aux multiples avantages physiques qu'elles offrent (légèreté, magnétisme, absence de corrosion, adaptabilité...). Les techniques de mise en œuvre, sans cesse améliorées et le développement de la technique utilisant le couple résine polyester et fibre de verre, ont constitué le point de départ de l'utilisation dans la construction navale aussi bien civile que militaire (J. Odorico, et al. 1988) [3]. Le choix du composite a été motivé par sa résistance à la corrosion, ce qui réduit les charges d'entretien, ainsi que ses qualités amagnétiques. Ces avantages ont amené certaines institutions étatiques et fabricants d'armes de différents pays à investir dans la recherche et le développement de nouveaux matériaux composites (M.-L. Sanmartin, 1988) [4].

C'est ainsi qu'une nouvelle étape a été franchie au cours des années soixante-dix et quatre-vingt. Des coques en composites sandwichs de structures périodiques ou quasi périodiques ont été conçues, réalisées et remplacées dans les navires, ce qui permettaient un allègement considérable et offraient une plus grande résistance au feu (K. B. Spaulding JR 1966) [5].

Dans le domaine de l'évaluation des caractéristiques mécaniques, comme dans bien d'autres domaines, la simulation prend une place de plus en plus importante. Les méthodes numériques permettent de résoudre des problèmes de plus en plus complexes. Pour cela, des modèles sont conçus. La validité des résultats obtenus demeure tributaire de la qualité du modèle (C. Bathias, 1988) [6]. C'est ce qui a induit la notion d'indice de performance.

Les méthodes numériques constituées un outil de recherche essentiel dans le développement de nouveaux matériaux composites. L'évaluation de la convergence des résultats obtenus par ces méthodes suscitée l'utilisation d'estimateurs d'erreur, où on distingue trois types importants:

- un estimateur utilisant le lissage des contraintes (Zienkiewicz et Zhu 1987 [7]),
- un estimateur construit sur des résidus d'équilibre (Babushka et Rheinboldt, 1978 [8]),
- un estimateur basé sur l'erreur en relation avec le comportement (Ladevèze et Leguillon 1983 [9], Ladevèze et Oden 1998 [10], Ladevèze et Pelle 2001[11]).

Bien que ces approches soient nécessaires, rien ne garantit que le modèle utilisé soit représentatif de la réalité du phénomène mécanique étudié. Moyennant la confrontation avec une référence expérimentale, de nombreuses méthodes ont été développées pour le recalage des matrices de rigidité, de masse et d'amortissement dans les modèles dynamiques, à partir de résultats d'essais en vibrations libres ou forcés (D. Lang, 1988) [12]. D'autres chercheurs dont Mottershead et Friswell (1993) [13] ont dressé un état de l'art des diverses techniques existantes de recalage. Les plus utilisées sont les méthodes dites paramétriques pour lesquelles les corrections des matrices élémentaires du modèle « Éléments Finis » sont liées à la variation de certains paramètres physiques du modèle (Golinval et Collignon 1996 [14], Moine et al. 1997 [15], Pascual Gimenez et al. 1998 [16], Humbert et al. 1999 [17], Balmès 2000 [18]). En particulier, la méthode développée au sein du LMT-Cachan et qui repose sur le principe de l'erreur en relation avec le comportement, modifiée (Ladevèze 1993 [19], Ladevèze et Chouaki 1999 [20]) et récemment étendue au domaine de l'acoustique (Découvreur et al. 2004 [21]), mérite d'être citée. Toutefois, un modèle numérique, même bien discrétisé et recalé, peut ne pas rendre compte correctement de certains phénomènes. De façon générale, il est recensé des sources d'erreur:

- Sur les charges et leur cumul, ce qui, dans les problèmes de pilotage en aérospatiale par exemple, constitue un point crucial,
- structural, car il peut survenir des dispersions dans les caractéristiques des matériaux utilisés dans l'élaboration de la structure, voire la simplification des liaisons de certaines parties du modèle en optant par exemple, en première approximation, pour un modèle linéaire. Pour tenir compte de ces incertitudes, il est nécessaire d'utiliser des méthodes non déterministes.

De multiples études ont été menées ces dernières années pour modéliser des structures en composite nid d'abeilles (T. Y. YANG, 1986[22], Young W. kwon, 1997 [23]).

Sans être exhaustif, un aperçu sur l'orientation des recherches menées jusqu'à nos jours peut être donné, à savoir :

M. GREDIAC en 1993 [24], K. RENJI et al., en 1996 [25] et Young W. kwon en 1997 [23] avaient effectué leurs études à partir de préformés sandwichs plats, qui permettaient d'offrir certaines solutions de fabrication optimales et pour des objectifs économiques déterminés (rentabilité). En 1998, W Becker [26] a étudié les rigidités dans le plan pour un matériau nid d'abeille. Il a en particulier étudié l'influence de la variation de l'épaisseur du matériau. Les panneaux sandwichs en nid d'abeilles sont utilisés de manière étendue dans la fabrication des engins spatiaux, navale, en raison de leurs structures qui peuvent subir des déformations en flexion d'une part et permettent de réduire la masse et d'optimiser la conception structurelle d'autre part (K. Renji et al. 2002) [27].

En 2000, Laurent Gornet et al., [28] avaient procédé à la détermination des coefficients d'élasticité et de rupture d'âmes nids d'abeilles hexagonales. Ces caractéristiques mécaniques étaient déterminées par modélisation tridimensionnelle à partir de la théorie de l'homogénéisation des milieux périodiques. Leur mise en œuvre a été effectuée par la méthode des éléments finis. Cette étude a confirmé que le système des volumes élémentaires représentatifs conduit à des propriétés mécaniques homogénéisées orthotropes, où la théorie mathématique de l'homogénéisation est l'une des méthodes qui peuvent être appliquées à l'étude des matériaux composites à structure périodique ou quasi périodique, pour un type d'application déterminé. Ce type de matériaux peut être constitué de fibres imprégnées de résine, ce qui permet leurs utilisations dans la réalisation de structures à très hautes performances mécaniques. Le calcul direct des déformations et du comportement général de ces structures soulève des difficultés insurmontables dues à l'hétérogénéité du milieu. Les méthodes de calcul s'orientent donc vers l'assimilation du composite à un matériau homogène possédant une microstructure uniforme à faibles déformations. La théorie de l'homogénéisation permet une mise en œuvre rigoureuse et systématique de cette démarche. Les caractéristiques du matériau homogène sont définies à partir de la microstructure et permettent de calculer à partir des charges et des liaisons extérieures l'état de contraintes et déformations macroscopiques. Inversement, connaissant ces dernières, il est loisible, par un procédé de localisation, de retrouver l'état des contraintes et déformations de la

microstructure. Cet état des contraintes et déformations de la microstructure (parfois désigné par les termes de microcontraintes et microdéformations) est celui qui règne effectivement dans la structure réelle, alors que les quantités macroscopiques ne sont que des moyennes.

La connaissance de l'état de la microstructure est donc particulièrement intéressante puisqu'elle fournira les contraintes subies par les fibres et/ou les forces de contraintes aux interfaces fibres-résines, l'une et l'autre pouvant être responsables de l'endommagement du composite, soit par rupture de fibre, soit par désolidarisation fibre-résine (Laurent Gornet, et autres, 2005) [29]. La même année 2004, H. Rafii-Tabar [30] a publié l'étude des propriétés de transport des nanotubes par l'intermédiaire des simulations numériques. En 2005, Y. Aminanda, et al. [31] ont publié une étude qui traitait de la modélisation de la fissuration des structures sandwichs à peaux métalliques. Cette étude visait à illustrer l'impact à basse vitesse et/ou à basse énergie des structures sandwichs en considérant l'analyse en mode statique ou dynamique des structures étudiées. Le point clef de cette modélisation est de pouvoir, de manière simple et robuste, représenter numériquement le comportement non linéaire d'une structure sandwich à peaux métalliques et à âme en nid d'abeille. Triantafyllidis et Schraadt [32] traitaient aussi la prédiction théorique de la rupture, mais dans les panneaux sandwich nid d'abeille (en aluminium) sous chargement arbitraire. L'intérêt de cette étude porte sur l'exploration de l'effet des imperfections géométriques sur les surfaces des fissures et leurs microstructures. Cela leur a permis de révéler une sensibilité extrême de l'apparition de fissures dans la direction des charges dans les matériaux et le rapport entre les contraintes principales. Petras et al., [33] examinés les modes de rupture des panneaux sandwich en nid d'abeille d'un corps Nomex et de peaux stratifiées en fibre de carbone. Ce qui leur avait permis de répertorier les modes de rupture, pour en construire un outil de conception.

Ainsi, l'étude présentée par M. GREDIAC en 1993 [24], qui s'intitule "a finite element study of the transverse shear in honeycomb cores", a eu pour objet l'analyse des déformations et des contraintes transversales (cisaillement) par la modélisation numérique (modélisation d'une cellule). En variant l'épaisseur de la structure, il étudiait l'homogénéité et le comportement de la structure. Cette démarche est utilisée dans les cas non linéaires. Cette approche est d'actualité. Elle a été mise en œuvre pour réaliser la majeure partie des derniers travaux de recherche dont nous pouvons citer quelques références telles que :

- Pei Gu et R.J.Asaro en 2008 [34] avaient mené des travaux concernant la propagation de la chaleur des panneaux sandwich à matrice en fibres polymères, exposées à

des contraintes de chaleur et d'en étudier le niveau de la dégradation engendrée (fissuration, rupture) etc.

- Chen et Ozaki en 2009 [35] avaient fait l'analyse du module d'élasticité dans le plan pour un matériau hexagonal alvéolaire (nid d'abeille). Ils ont publié les travaux relatifs à la détermination de l'influence de la variation de l'épaisseur de l'âme et celle de la peau, qu'ils ont approchés par la méthode analytique.

- Hiroaki Nakamoto et al., en 2009 [36], avaient traité le comportement dans le plan des structures en nid d'abeilles par la méthode des éléments finis (FEM). Dans ce cas, les structures ont été divisé en plusieurs fractions de cellules.

- P.A. Michailidis et al., [37], avaient publié des études qui portaient sur l'élasticité et la stabilité des structures en nid d'abeilles fabriquées en alliage à mémoire de forme (AMF), soumises à des contraintes planes (compression). Ces matériaux sont obtenus en utilisant de nouvelles méthodes de soudure. Une étude numérique et expérimentale a été menée.

- Julio F. Davalos et al., en 2009 [38] ont mené une étude numérique et expérimentale sur des échantillons de panneau sandwich en nid d'abeilles à peau renforcée par des fibres de polymère, soumises à des contraintes de torsion.

Shi-Dong Pan et al., [39] ont étudié, les contraintes de cisaillement longitudinal, les déformations et les modes de rupture de l'âme en aluminium du panneau sandwich en nid d'abeille expérimentalement à température ambiante. Changsong et al., [40] ont présenté un modèle d'endommagement thermomécanique d'un matériau composite, constituer de verre phénolique. Les résultats obtenus ont montré que la décomposition de la résine sous contrainte thermique par pyrolyse (décomposition chimique sous l'action de la chaleur est l'obtention de nouveaux composants) a donné lieu à la formation de concentrations de contraintes locales dans la plaque composite. S. Heimbsa et al., [41] ont étudié le comportement des équipements et des composants d'avions à base de matériaux composites en sandwich, sous l'action des charges dynamiques. Moritz et al., [42] ont centré leur enquête sur la modélisation de la réponse structurale des composites à matrice polymère exposée au feu. G. La Delfa et al., [43] ont présenté une étude sur le délaminage et la rupture d'un matériau en fibre de carbone renforcée en plastique en exposé au feu. Ce qui leurs avaient permis la détection de délaminage sa propagation à travers la structure. Ce qui a engendré une diminution de sa résistance à la compression proportionnelle. Ce qui aurait peut-être décrit en utilisant un modèle «bicouche». Scott et al., [44] ont analysé le comportement d'un matériau composite stratifié sous certaines conditions, dans le but d'améliorer sa conception.

Ils ont également examiné le comportement de l'adhésif sous l'influence sur le comportement de la structure en composite. Crupi et al., [45] ont étudié la réponse du choc à faible vitesse sur deux structures en sandwich nid d'abeille avec une âme en aluminium. Luo et al. [46] ont développé un modèle d'endommagement thermomécanique des composites sandwichés à matrice en polymère, où ils ont étudié leurs comportements au feu à l'aide du logiciel ABAQUS. Lee et al., [47] ont étudié les caractéristiques de compression d'un matériau en fil métallique tissé sous forme de cellule nommée WDB (fil tissé gros losange).

Partant de ce qui précède, la présente étude vise la modélisation des mécanismes de rupture d'une structure en composite nid d'abeille (alvéolaire) sous chargement thermodynamique. Elle consiste à mettre en pratique la modélisation et la simulation numérique par la méthode des éléments finis pour en évaluer le comportement mécanique. Elle assurera le suivi de l'évolution de la résistance sous contraintes. Elle s'articulera autour des chapitres suivants:

- Le premier chapitre est une mise en équation des structures en composite en nid d'abeilles (sandwiches).
- Le second chapitre décrit la modélisation de la structure en composite nid d'abeilles sous chargement thermodynamique.
- Le troisième chapitre représente l'étude du panneau sandwich en nid d'abeilles.
- Le quatrième chapitre illustre les mécanismes de rupture d'une structure en composite nid d'abeille sous chargement thermodynamique.

Et en conclusion seront présentés les résultats essentiels de ce travail, et les perspectives éventuelles à développer.

Chapitre I

Mise en équation des structures en composite en nid d'abeilles (sandwichs)

Mise en équation des structures en composite en nid d'abeilles (sandwichs)

I.1 Introduction

Dans un sens large, le mot "composite" signifie "constitué de deux ou plusieurs matières différentes". En fait, l'appellation matériau composite ou composite est utilisée dans un sens beaucoup plus restrictif dans certaines applications. Un matériau composite est constitué de l'assemblage de deux matériaux de natures différentes, se complétant et permettant d'aboutir à un matériau dont les performances sont supérieures à celles des composants pris séparément. Les quatre grandes familles de matériaux sont : Matériaux métalliques, Matériaux organiques, Matériaux minéraux, Matériaux composites (Fig. 1.).

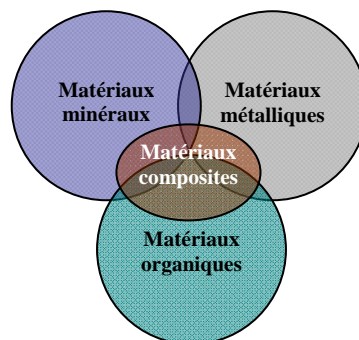


Fig. 1. Familles de matériaux.

Les matériaux composites sont constitués d'une **matrice** métallique ou organique (résine thermoplastique ou thermodurcissable) et de **renforts** à base de fibres, qui peuvent être de verre, de carbone, d'aramide ou de fibres naturelles (lin, chanvre ou sisal) et recevoir les additifs (pigments de coloration, agents anti-UV, charges ignifugeantes, isolation thermique ou acoustique), nécessaires pour assurer une adhérence suffisante entre le renfort fibreux et la matrice et permettent également de modifier l'aspect ou les caractéristiques de la matière à laquelle ils sont ajoutés.

L'âme ou matrice permet de lier les fibres de renfort, de répartir les contraintes, d'apporter la tenue chimique de la structure et de donner la forme désirée au produit final. Les renforts contribuent à améliorer la résistance mécanique et la rigidité des matériaux

composites et se présentent sous forme filamentaire, allant de la particule de forme allongée à la fibre continue, qui donne au matériau un effet directif (orientation). Ils sont caractérisés par:

- La nature de la fibre, minérale ou organique,
- L'architecture du renfort, unidirectionnel (UD) ou tissu, etc.

Les qualités essentielles d'un matériau destiné à l'industrie dans ses différentes applications sont [28, 29]:

- légèreté,
- résistance et rigidité élevées, faible fragilité et bonne tolérance aux dommages de la semelle (choc, poinçonnage, flambage, etc.),
- tenue à la température et à la fatigue thermique, bonne résistance au feu et limitation de la combustion au contact des flammes, avec réduction du temps nécessaire à l'arrêt de l'ignition lors d'une combustion,
- réduction de l'échange calorifique entre le milieu extérieur et l'âme,
- isolation acoustique.

Le matériau qui répond à toutes ces exigences n'existe pas. Un compromis est donc à trouver entre ces différentes propriétés pour le moins contradictoires. Cette orientation de la réflexion a permis de développer de nouveaux matériaux tels que les panneaux sandwichs composés d'une peau (semelle ou renfort) qui peut être en métal ou en stratifié, etc., et d'une âme (matrice) en mousse, en nid-d'abeilles, en balsa, en plastique renforcé, etc. La fiabilité des structures composites doit passer par une meilleure fabrication couplée à l'utilisation de matériaux nouveaux de plus en plus performants, mais aussi par une meilleure connaissance de leurs comportements [30, 31], d'où l'intérêt de l'étude de ce type de matériaux.

I.2 Les panneaux composites en nid d'abeille

Au risque de se répéter, le panneau sandwich, qui consiste à emprisonner entre deux couches minces appelées renforts ou peaux (organiques ou inorganiques), un matériau léger appelé matrice ou âme (organique ou minérale), peut par exemple remplacer une poutre travaillant à la flexion. Ce concept, résulte du fait que, généralement, le comportement dans le plan du panneau sandwich est **isotrope** [48-52] et résiste bien aux efforts de cisaillement hors plan, ce qui a favorisé son utilisation dans divers domaines (aviation, emballage, isolation phonique et thermique, construction de modèles réduits, etc.

Les deux semelles (P_1) et (P_2) du panneau sandwich sont constituées de matériaux à haute résistance mécanique, à haut module de déformabilité. L'âme (A), de faible densité, joue le rôle d'espaceur entre les semelles (Fig. 2. (a) et (b)) [48,51-53]. Au vu des autres avantages qu'il présente, le panneau sandwich devient un substitut incontestable.

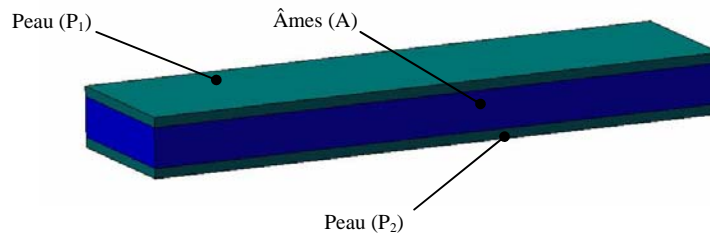


Fig. 2. (a) Panneau sandwich classique

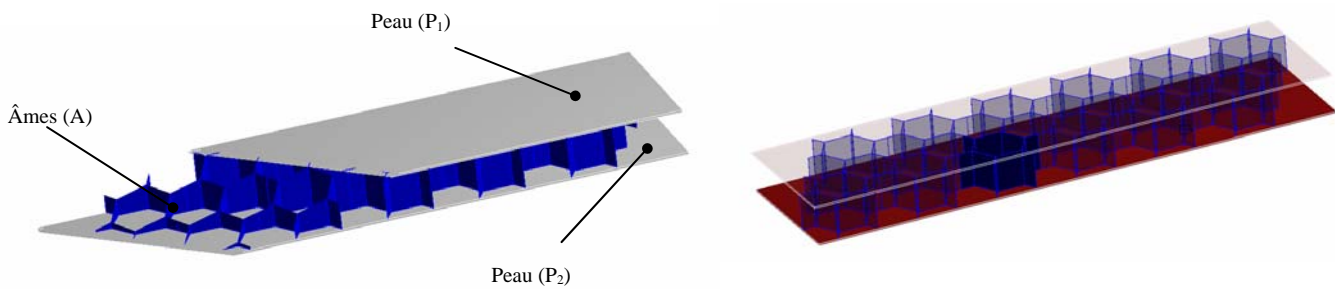


Fig. 2. (b) Panneau sandwich en nid d'abeilles

Les constructions en nid d'abeille sont comparables à celles de structures métalliques de type IPN (Fig. 3.). Les peaux des panneaux sandwich correspondent aux brides, qui prennent la charge de flexion. Le noyau en nid d'abeille correspond à la traverse qui absorbe, comme une âme, les efforts et évite quasiment la flexion des couches.

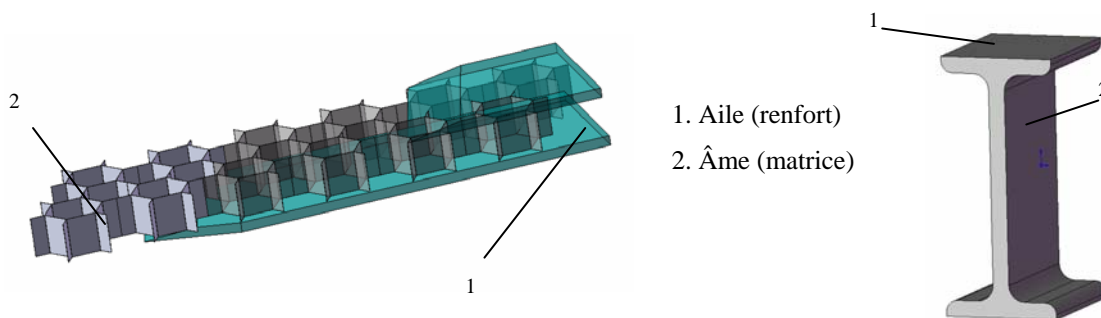


Fig. 3. Une structure en nid d'abeille et une structure métallique de type IPN

Les panneaux sandwich en nid-d'abeilles sont employés pour réaliser des structures possédant à la fois une grande rigidité, une faible masse, éventuellement l'isolation thermique et l'autoextinguibilité. Leurs applications sont multiples : bâtiment, aéronautique, construction, marine, transport, armement, etc.

Les matériaux constitutifs peuvent être :

- des métaux : aluminium, acier, titane, etc.
- des produits minéraux : béton alvéolaire, plâtre expansé ou non, etc.
- des matières plastiques : résines, composites organiques renforcés par fibres, etc.

I.3 Domaines d'applications des panneaux composites en nid d'abeille

Suite à l'évolution des matériaux composites en nid d'abeille (extrême légèreté, très grande rigidité en flexion), leurs applications ont envahi différents domaines tels que:

- Naval, telles que les coques sandwich, les mats et voiles en carbone,
- Aéronautique, tels que fuselages, ailes, aubes d'hélices et turbines,
- Aérospatial,
- Etc.,

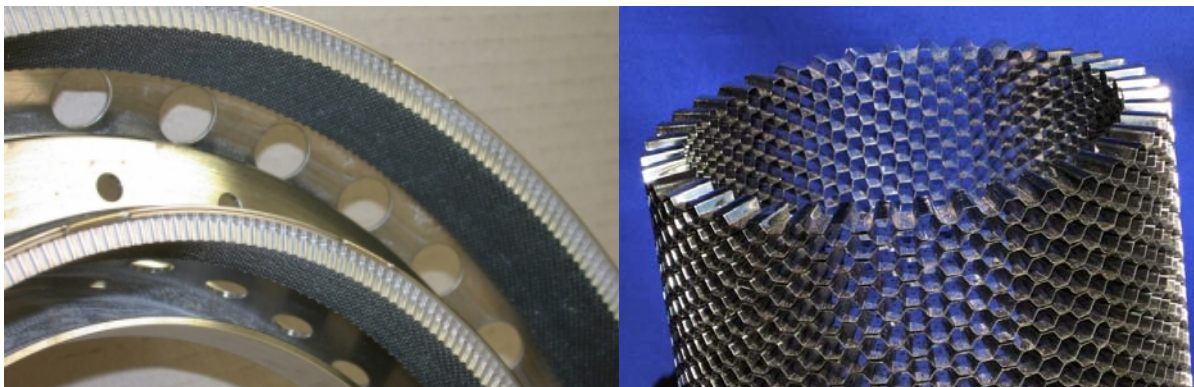


Fig. 4. (a) L'application des panneaux composites dans les chambres de combustion[54,55]

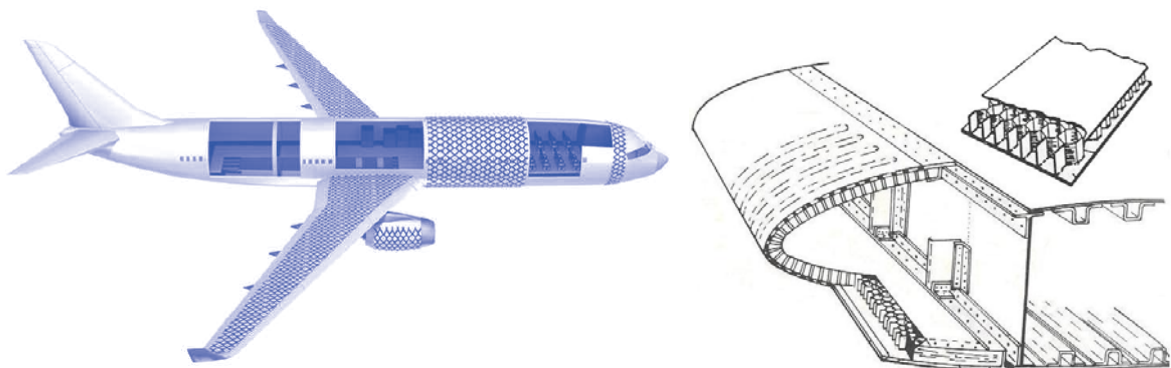


Fig. 4. (b) L'application des panneaux composites en nid d'abeille dans le domaine aéronautique (avion de ligne) [56,57]

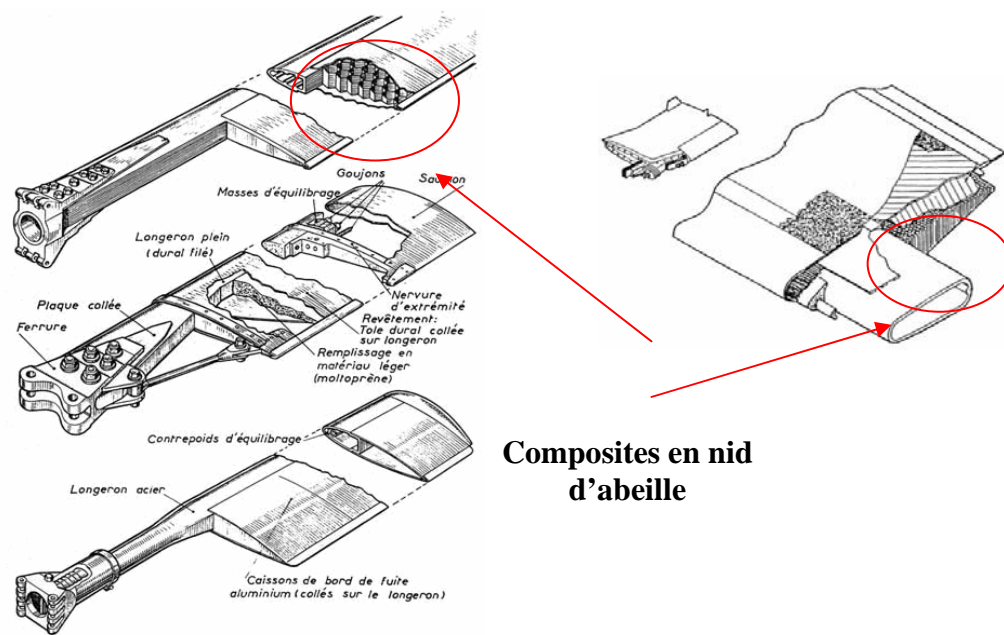


Fig. 4. (c) Applications des panneaux composites en nid d'abeille dans le domaine aéronautique (trois types de pales d'hélicoptères) [58,59]

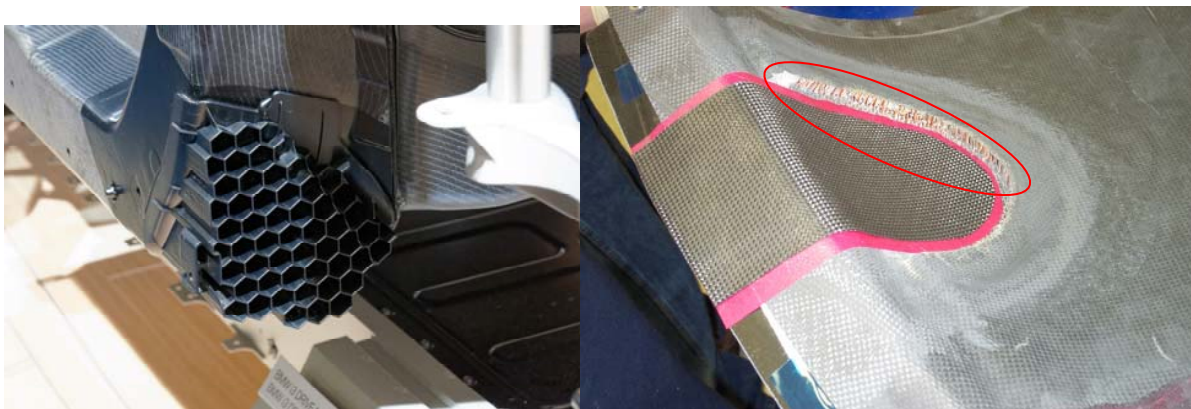


Fig. 4. (d) Applications des panneaux composites en nid d'abeille dans le domaine automobile (châssis) [60,61]

Cette étude vise à modéliser par la méthode des éléments finis, la simulation numérique du comportement mécanique des âmes en nids d'abeilles, produits [29,41] à partir de préformés sandwichs plats, sous contraintes thermodynamiques et qui permettent d'offrir des solutions optimales de fabrication, économiquement rentables.

Les panneaux sandwichs en nid d'abeilles sont utilisés de manière étendue, en raison de leurs structures qui subissent les déformations en flexion, permettent de réduire la masse et d'optimiser la conception structurelle [24].

La théorie mathématique de l'homogénéisation est particulièrement bien adaptée à l'étude des matériaux composites à structure périodique ou quasi périodique. Ces types de matériaux peuvent être constitués de fibres imprégnées de résine, ce qui permet leur utilisation dans la réalisation de structures à très hautes performances mécaniques. Le calcul direct des déformations et du comportement général de ces structures soulève des difficultés insurmontables dues à l'hétérogénéité du milieu. Les méthodes de calcul s'orientent donc vers l'assimilation du composite à un matériau homogène possédant une microstructure uniforme ou de faibles déformations. La théorie de l'homogénéisation permet une mise en œuvre rigoureuse et systématique de cette démarche. Les caractéristiques du matériau homogène sont définies à partir de la microstructure et permettent de calculer à partir des charges et des liaisons extérieures l'état des contraintes et déformations macroscopiques. Réciproquement, connaissant ces dernières, l'état des contraintes et déformations de la microstructure sont localisés. Cet état de contraintes et déformations de la microstructure (parfois désigné par les termes de microcontraintes et microdéformations) est celui qui règne effectivement dans la structure réelle, alors que les quantités macroscopiques ne sont que des moyennes. La connaissance de l'état de la microstructure est donc particulièrement intéressante puisqu'elle fournira les contraintes subies par les fibres ou les forces de contraintes aux interfaces fibres-résines, l'une et l'autre pouvant être responsables de l'endommagement du composite, soit par rupture de la peau ou de l'âme, soit par désolidarisation entre ces deux derniers.

Cette démarche est utilisée dans les cas non linéaires. Elle est d'actualité dans la majeure partie des travaux de recherche récents, tel que, à titre d'exemple, Gornet, Marckmann et Lombard [29] qui ont étudié la détermination des coefficients d'élasticité et de rupture d'âmes nids d'abeilles périodiques et simulation numérique, Chen et Ozaki [35] ont étudié l'analyse du module d'élasticité dans le plan pour un matériau hexagonal alvéolaire (nid d'abeille), et ont analysé l'influence de la variation de l'épaisseur du matériau par la mise en œuvre d'une méthode analytique, W Becker [62] a étudié la rigidité dans le plan pour un matériau nid d'abeilles et l'influence de la variation de l'épaisseur du matériau, etc.

I.4 Le principe de calcul de la rigidité et de la souplesse

La fonction essentielle de l'âme du panneau sandwich est de transmettre, par flambage, les actions mécaniques d'une peau à l'autre. Dans le cas général, les peaux sont des stratifiés d'épaisseur h_1 (peau inférieure) et d'épaisseur h_2 (peau supérieure) (Fig. 3.).

L'épaisseur de l'âme sera notée h . Le système de coordonnées est choisi de manière à ce que le plan (x,y) soit le plan moyen. Pour déterminer le champ des déformations et des contraintes, il faut prendre la précaution de respecter les hypothèses de la théorie des panneaux sandwichs [51] qui sont :

1. L'épaisseur de l'âme est bien plus élevée que celle des peaux: $h \gg h_1, h_2$.
 2. Les déplacements de l'âme u_a et v_a suivant les directions x et y sont des fonctions linéaires de la coordonnée z .
 3. Les déplacements u et v suivant les directions x et y sont uniformes dans l'épaisseur des peaux.
 4. Le déplacement transverse w est indépendant de la variable z : la déformation ε_{zz} est négligée.
 5. L'âme ne transmet que les contraintes de cisaillement transverses : les contraintes $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{xy}$ et σ_{zz} sont négligées.
 6. Les contraintes de cisaillement transverses σ_{xz} et σ_{yz} sont négligées dans les peaux.
- Enfin, la théorie traite les problèmes d'élasticité de faibles déformations [51].

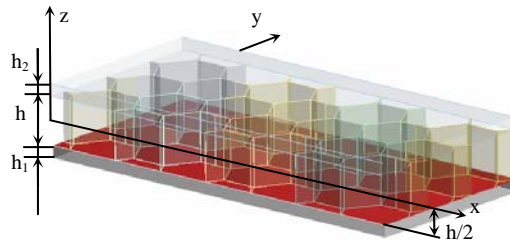


Fig. 5. Notation d'un Panneau sandwich en nid d'abeille

L'hypothèse 2 implique un schéma de premier ordre pour les déplacements de l'âme :

$$\begin{cases} u_a(x, y, z) = u_0(x, y) + z\varphi_x(x, y) \\ v_a(x, y, z) = v_0(x, y) + z\varphi_y(x, y) \end{cases} \quad (1)$$

Avec

$$\begin{cases} u_0(x, y) = u_a(x, y, 0) \\ v_0(x, y) = v_a(x, y, 0) \end{cases} \quad (2)$$

La continuité des déplacements aux interfaces âme peaux, associée à l'hypothèse 3, conduit aux expressions des déplacements dans les peaux, à savoir :

Peau inférieure :

$$\begin{cases} u_1(x, y, z) = u_0(x, y) - \frac{h}{2} \varphi_x(x, y) \\ v_1(x, y, z) = v_0(x, y) - \frac{h}{2} \varphi_y(x, y) \end{cases} \quad (3)$$

Peau supérieure :

$$\begin{cases} u_2(x, y, z) = u_0(x, y) + \frac{h}{2} \varphi_x(x, y) \\ v_2(x, y, z) = v_0(x, y) + \frac{h}{2} \varphi_y(x, y) \end{cases} \quad (4)$$

L'hypothèse 4 s'écrit :

$$w(x, y, z) = w_0(x, y) \quad (5)$$

La théorie des plaques sandwichs est basée sur la détermination de cinq fonctions de déplacement et rotation u_0, v_0, w_0, φ_x et φ_y , analogues à celles introduites dans la théorie des stratifiés, tenant compte du cisaillement transverse.

Le champ des déformations dans la peau inférieure est déduit du champ 4 des déplacements. Il s'écrit :

$$\begin{cases} \varepsilon_{xx}^1 = \frac{\partial u_1}{\partial x} = \frac{\partial u_0}{\partial x} - \frac{h}{2} \frac{\partial \varphi_x}{\partial x} \\ \varepsilon_{yy}^1 = \frac{\partial v_1}{\partial y} = \frac{\partial v_0}{\partial y} - \frac{h}{2} \frac{\partial \varphi_y}{\partial y} \\ \varepsilon_{zz}^1 = 0 \\ \gamma_{yz}^1 = \frac{\partial v_1}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} = \frac{\partial w_0}{\partial y} \\ \gamma_{xz}^1 = \frac{\partial u_1}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} = \frac{\partial w_0}{\partial x} \\ \gamma_{xy}^1 = \frac{\partial u_1}{\partial y} + \frac{\partial v_1}{\partial x} = \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} - \frac{h}{2} \left(\frac{\partial \varphi_x}{\partial y} + \frac{\partial \varphi_y}{\partial x} \right) \end{cases} \quad (6)$$

Les déformations en cisaillement transverse γ_{xz}^1 et γ_{yz}^1 dans la peau sont négligées et le champ de déformation se réduit au champ des déformations en membrane qui s'écrit donc sous la forme [51] :

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^1 \\ \varepsilon_{yy}^1 \\ \gamma_{xy}^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} - \frac{h}{2} \begin{bmatrix} \mathcal{K}_x \\ \mathcal{K}_y \\ \mathcal{K}_{xy} \end{bmatrix} \quad (7.a)$$

et dans la peau supérieure :

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^2 \\ \varepsilon_{yy}^2 \\ \gamma_{xy}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + \frac{h}{2} \begin{bmatrix} \mathcal{K}_x \\ \mathcal{K}_y \\ \mathcal{K}_{xy} \end{bmatrix} \quad (7.b)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx}^0 &= \frac{\partial u_0}{\partial x}, & \varepsilon_{yy}^0 &= \frac{\partial v_0}{\partial y}, & \gamma_{xy}^0 &= \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x}, \\ \mathcal{K}_x &= \frac{\partial \varphi_x}{\partial x}, & \mathcal{K}_y &= \frac{\partial \varphi_y}{\partial y}, & \mathcal{K}_{xy} &= \frac{\partial \varphi_x}{\partial y} + \frac{\partial \varphi_y}{\partial x} \end{aligned} \quad (8)$$

Le champ de déformation dans l'âme se déduit du champ des déplacements (1), et s'écrit :

$$\left\{ \begin{aligned} \varepsilon_{xx}^a &= \frac{\partial u_a}{\partial x} = \frac{\partial u_0}{\partial x} + z \frac{\partial \varphi_x}{\partial x} \\ \varepsilon_{yy}^a &= \frac{\partial v_a}{\partial y} = \frac{\partial v_0}{\partial y} + z \frac{\partial \varphi_y}{\partial y} \\ \varepsilon_{zz}^a &= \frac{\partial w_0}{\partial z} = 0 \\ \gamma_{yz}^a &= \frac{\partial v_a}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} = \frac{\partial w_0}{\partial y} + \varphi_y \\ \gamma_{xz}^a &= \frac{\partial u_a}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} = \frac{\partial w_0}{\partial x} + \varphi_x \\ \gamma_{xy}^a &= \frac{\partial u_a}{\partial y} + \frac{\partial v_a}{\partial x} = \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} + z \left(\frac{\partial \varphi_x}{\partial y} + \frac{\partial \varphi_y}{\partial x} \right) \end{aligned} \right. \quad (9)$$

Le champ des déformations a la même écriture que le champ des déformations de la théorie des stratifiés avec cisaillement transverse. Il est la superposition de deux champs de déformation :

Le champ des déformations membrane (flexion):

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^a \\ \varepsilon_{yy}^a \\ \gamma_{xy}^a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} \mathcal{K}_x \\ \mathcal{K}_y \\ \mathcal{K}_{xy} \end{bmatrix} \quad (10)$$

Le champ des déformations en cisaillement transverses :

$$\begin{bmatrix} \gamma_{yz}^a \\ \gamma_{xz}^a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial w_0}{\partial y} + \varphi_y \\ \frac{\partial w_0}{\partial x} + \varphi_x \end{bmatrix} \quad (11)$$

Le champ des contraintes dans l'âme est déduit de l'hypothèse 5 :

$$\sigma_{xx}^a = \sigma_{yy}^a = \sigma_{xy}^a = \sigma_{zz}^a = 0 \quad (12)$$

L'âme ne transmet que les contraintes en cisaillement :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{yz}^a \\ \sigma_{xz}^a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{44}^a & C_{45}^a \\ C_{45}^a & C_{55}^a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma_{yz}^a \\ \gamma_{xz}^a \end{bmatrix} \quad (13)$$

Les coefficients C_{ij}^a dans les axes principaux s'expriment eux-mêmes en fonction des coefficients de cisaillement [51].

L'hypothèse 6 implique que les contraintes en cisaillement transverses sont nulles dans toutes les couches k de la peau inférieure ou supérieure

$$\sigma_{xz}^k = \sigma_{yz}^k = 0 \quad (14)$$

L'équation constitutive des plaques sandwichs fait intervenir les résultantes de la formulation existante dans la théorie des stratifiés [63]:

- les résultantes en membrane :

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \int_{-(h/2+h_1)}^{-h/2} \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} dz + \int_{h/2}^{h/2+h_2} \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} dz \quad (15)$$

- les moments en flexion-torsion :

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \int_{-(h/2+h_1)}^{-h/2} \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} z dz + \int_{h/2}^{h/2+h_2} \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} z dz \quad (16)$$

- les résultantes en cisaillement :

$$\begin{bmatrix} Q_y \\ Q_x \end{bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{bmatrix} \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \end{bmatrix} dz \quad (17)$$

Dans le cas de matériaux sandwichs symétriques, la forme des relations fondamentales *est identique à celle des stratifiés symétriques* avec cisaillement transverse. Il en résulte une identité du comportement mécanique entre les matériaux sandwichs symétriques et les stratifiés symétriques. *Les deux comportements diffèrent uniquement par les expressions des coefficients* [51,52]. L'ensemble des analyses du comportement mécanique qui sont développés sur les stratifiés symétriques avec cisaillement pourront être transposées aux plaques sandwichs symétriques. Les conditions aux frontières sont identiques aux conditions introduites dans la théorie des stratifiés (cisaillement transverse) [51,52,64].

Les critères de rupture ont pour objectifs de permettre au concepteur d'avoir une évaluation de la résistance mécanique. Selon la loi de Hooke pour les composites orthotrope, le comportement élastique d'un matériau composite orthotrope est décrit en introduisant soit les constantes de rigidité C_{ij} , soit les constantes de souplesse S_{ij} . La loi de Hooke s'écrit selon l'une des formes matricielles suivantes [51,52]:

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{12}}{E_1} & -\frac{\nu_{13}}{E_1} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & -\frac{\nu_{23}}{E_2} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{13}}{E_1} & -\frac{\nu_{23}}{E_2} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{13}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} \quad (19)$$

D'autres critères (interactifs ou énergétiques), ont été retenus pour caractériser les matériaux orthotropes, à la place de celui de Von Mises utilisé pour les matériaux isotropes. Ce dernier est dépendant de l'énergie de déformation emmagasinée par unité de volume du matériau déformé. La rupture appliquée aux matériaux anisotropes a été introduite par R. Hill (Critère de Hill) [51,64]. Celui-ci ne peut être formulé que si l'état limite d'un matériau anisotrope n'est pas atteint et tant que l'inégalité suivante est vérifiée :

$$F(\sigma_T - \sigma_{T'})^2 + G(\sigma_{T'} - \sigma_L)^2 + H(\sigma_L - \sigma_T)^2 + 2L\sigma_{T'}^2 + 2M\sigma_{LT'}^2 + 2N\sigma_{LT}^2 < 1 \quad (20)$$

Il est à noter que le critère de Hill ne prend pas en compte la différence du comportement des matériaux en traction et en compression.

Dans le cas de contraintes dans le plan (L, T) de la couche de matériau composite dont la formule est $\sigma_{T'} = \sigma_{LT'} = \sigma_{TT'} = 0$, le critère de Hill simplifié s'écrit :

$$\left(\frac{\sigma_L}{X}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_T}{Y}\right)^2 - \left(\frac{1}{X^2} + \frac{1}{Y^2} - \frac{1}{Z^2}\right) \sigma_L \sigma_T + \left(\frac{\sigma_{LT}}{S_{LT}}\right)^2 = 1 \quad (21)$$

Le critère rupture précédent, dans le cas des contraintes planes, a été simplifié par V.D. Azzi et S.W. Tsai (Critère de Tsai-Hill) pour des matériaux composites unidirectionnels. En effet, dans le cas où $Z=Y$, le critère s'écrit :

$$\left(\frac{\sigma_L}{X}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_T}{Y}\right)^2 - \frac{\sigma_L \sigma_T}{X^2} + \left(\frac{\sigma_{LT}}{S_{LT}}\right)^2 = 1 \quad (22)$$

Dans le cas d'une traction ou d'une compression en dehors des axes principaux, le critère de Tsai-Hill s'écrit :

$$\frac{\cos^4 \theta}{X^2} + \left(\frac{1}{S_{LT}^2} + \frac{1}{X^2} \right) \sin^2 \theta \cos^2 \theta - \frac{\sin^4 \theta}{Y^2} = \frac{1}{\sigma_{xx}^2} \quad (23)$$

Par contre le critère de Hoffman admet que la rupture du matériau se produit si :

$$C_1(\sigma_T - \sigma_{T'})^2 + C_2 G(\sigma_{T'} - \sigma_L)^2 + C_3(\sigma_L - \sigma_T)^2 + C_4 \sigma_L + C_5 \sigma_T + C_6 \sigma_{T'} + C_7 \sigma_{TT'}^2 + C_8 \sigma_{LT'}^2 + C_9 \sigma_{LT}^2 \geq 1 \quad (24)$$

Les critères précédents suffisent généralement pour décrire les divers résultats expérimentaux observés. Toutefois, une des façons d'améliorer la corrélation entre résultats expérimentaux et théoriques est d'accroître le nombre de paramètres dans les équations théoriques. Tsai et Wu et all. [51], ont présenté les critères de rupture sous forme tensorielle. De ce fait, la rupture d'un matériau anisotrope est atteinte lorsque l'égalité suivante est vérifiée :

$$F_i \sigma_i + F_{ij} \sigma_i \sigma_j = 1 \quad i, j = 1, 2, \dots, 6, .$$

1.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons mis en évidence la structure composite sandwich *en nid d'abeilles* (structure périodique). Dans le but d'améliorer les performances de ce type de matériau on doit mettre au point un modèle mathématique dépendant des paramètres: géométriques, dimensionnels, mécaniques (caractéristiques mécaniques des différents constituants), thermiques et du flux de chaleur traversant la structure. Le code de calcul développé s'articule sur ce modèle mathématique où les résultats obtenus seront injectés dans le critère de Tsai-Wu, dans l'objectif de vérifier la résistance des différentes structures.

Le but de ce travail va dans la perspective de :

- faciliter la tâche lors de la conception,
- trouver les caractéristiques mécaniques appropriées rapidement et d'automatisé cette tâche,
- optimiser les paramètres intervenant dans la conception, car cette tâche est fastidieuse (souvent, on est confronté de multiple paramètres, où l'on est contraint faire des certains choix),
- facilité la vérification de la résistance de différentes structures.

Chapitre II

Modélisation de la structure en composite
nid d'abeilles sous chargement
thermodynamique

Modélisation de la structure en composite nid d'abeilles sous chargement thermodynamique

II.1 Introduction

Pour la modélisation et la résolution numérique du problème, il faut respecter un cheminement bien déterminé pour arriver à des résultats cohérents. L'analyse dynamique déformable (aussi appelée analyse en fonction du temps) est une technique qui permet de déterminer la réponse dynamique d'une structure sous l'action de charges générales dépendant du temps. Ce type d'analyse permet de déterminer, dans une structure, les facteurs qui réagissent à une combinaison de charges dynamiques transitoires, variant en fonction du temps (déplacements, contraintes, déformations et forces).

L'analyse dynamique déformable peut être linéaire ou non linéaire. Tous les types de non-linéarités sont autorisés tels que grands déplacements, plasticité, contact, hyper élasticité, etc.

L'analyse dynamique transitoire, exige davantage de ressources informatiques et personnelles, en termes de temps « technique », qu'une analyse statique. L'utilisation des ressources peut être nettement réduite en effectuant une étude préliminaire qui permettra de comprendre les données physiques du problème. L'atteinte de cet objectif passe par la démarche suivante:

1. Comprendre, en commençant par effectuer une analyse statique, comment les non-linéarités (si nous les incluons) affectent la réponse de la structure. Il n'est pas toujours nécessaire d'inclure les non-linéarités dans l'analyse dynamique. La mise en œuvre des paramètres non linéaires peut se révéler fastidieuse en termes de temps consacré.
2. Modéliser une partie de la structure, ensuite la généraliser à l'ensemble de la structure.
3. Exécution numérique effectuée par : le code de calcul qu'on a développé par programmation dans l'environnement MATLAB et la simulation réalisée en utilisant le logiciel de simulation ANSYS (T. Y. YANG, 1986) [22].

II.2. Modélisation thermomécanique du panneau sandwich nid d'abeilles

II.2.1. Implémentation

Par méthode des éléments finis on va discrétiser la formulation intégrale pour aboutir à un système d'équations algébriques qui fournit une solution approchée au problème [45,46].

Les étapes essentielles de mise en œuvre numérique de la méthode des éléments finis sont représentées par le l'organigramme ci-dessous [51]:

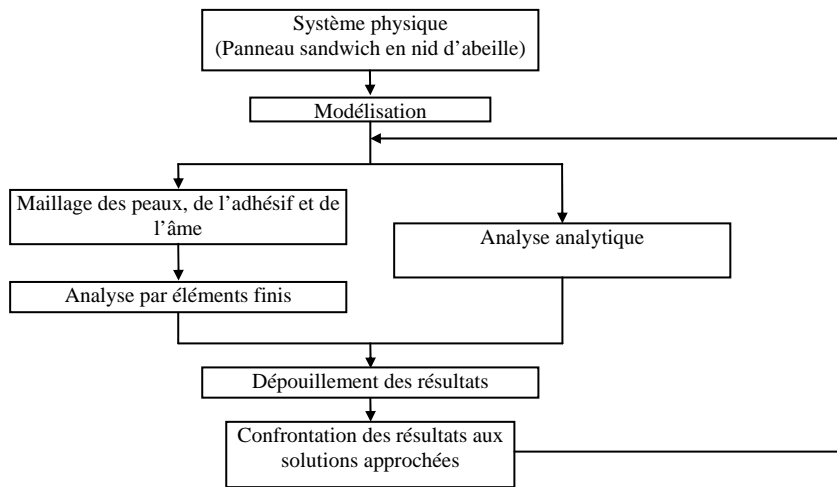


Fig. 1. Processus de modélisation

Dans un premier temps, l'analyse concernera l'âme du panneau sandwich en nid d'abeille. Une alvéole ou cellule sera analysée par la méthode des éléments finis et généralisée à l'ensemble du panneau (âme et peaux).

En changeant les caractéristiques des peaux du panneau sandwich en nids d'abeilles, le module de Young est déterminé dans un premier temps analytiquement et dans un deuxième temps expérimentalement (Aminanda et al.) [31], (Belouettar) [65].

II.2.2. Maillages

Nous devons fournir une densité de maillage adéquate sur les surfaces de contact afin de garantir une grande souplesse pour la répartition des contraintes. De même, nous devons fournir une densité de maillage adéquate pour la résolution des contraintes ; les zones pour lesquelles les contraintes ou les déformations revêtent une grande importance exigent un maillage relativement fin par rapport à celui nécessaire pour la résolution de déplacement ou de non-linéarité, la plasticité exige une densité raisonnable pour le point d'intégration (et donc un maillage d'éléments fins dans les zones présentant des gradients élevés de déformées

plastiques. Dans le cas d'une analyse dynamique, le maillage doit être suffisamment fin pour représenter la déformée modale voulue la plus élevée.

La notion fonctionnelle est souvent utilisée en mécanique des solides, pour construire une formulation intégrale en utilisant le principe de stationnarité de la fonctionnelle d'énergie. La méthode des résidus pondérés fournit selon le choix des fonctions de pondération un ensemble de formulation intégrale de type : Galekine, ou Ritz (la plus utilisée) [51], moindres carrés, etc. La méthode des éléments finis fournit une solution approchée qui converge vers la solution exacte lorsqu'on diminue la taille des éléments, si l'approximation de u satisfait:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[u(M) - \sum_{i=1}^n a_i \varphi_i(M) \right] = 0 \quad (01)$$

Avec $\varphi_i(M)$ la fonctionnelle qui permet de représenter n'importe quelle fonction $u(M)$ dans le domaine de définition, en augmentant le nombre de cordonnées généralisées, c'est-à-dire que nous pouvant garantir une convergence des solutions approchées lorsque le nombre d'itérations n deviens grand [51,66,67].

Les éléments utilisés dans notre étude sont des éléments en trois dimensions **hexaédriques quadratiques à 20 nœuds** [67] (Fig. 2):

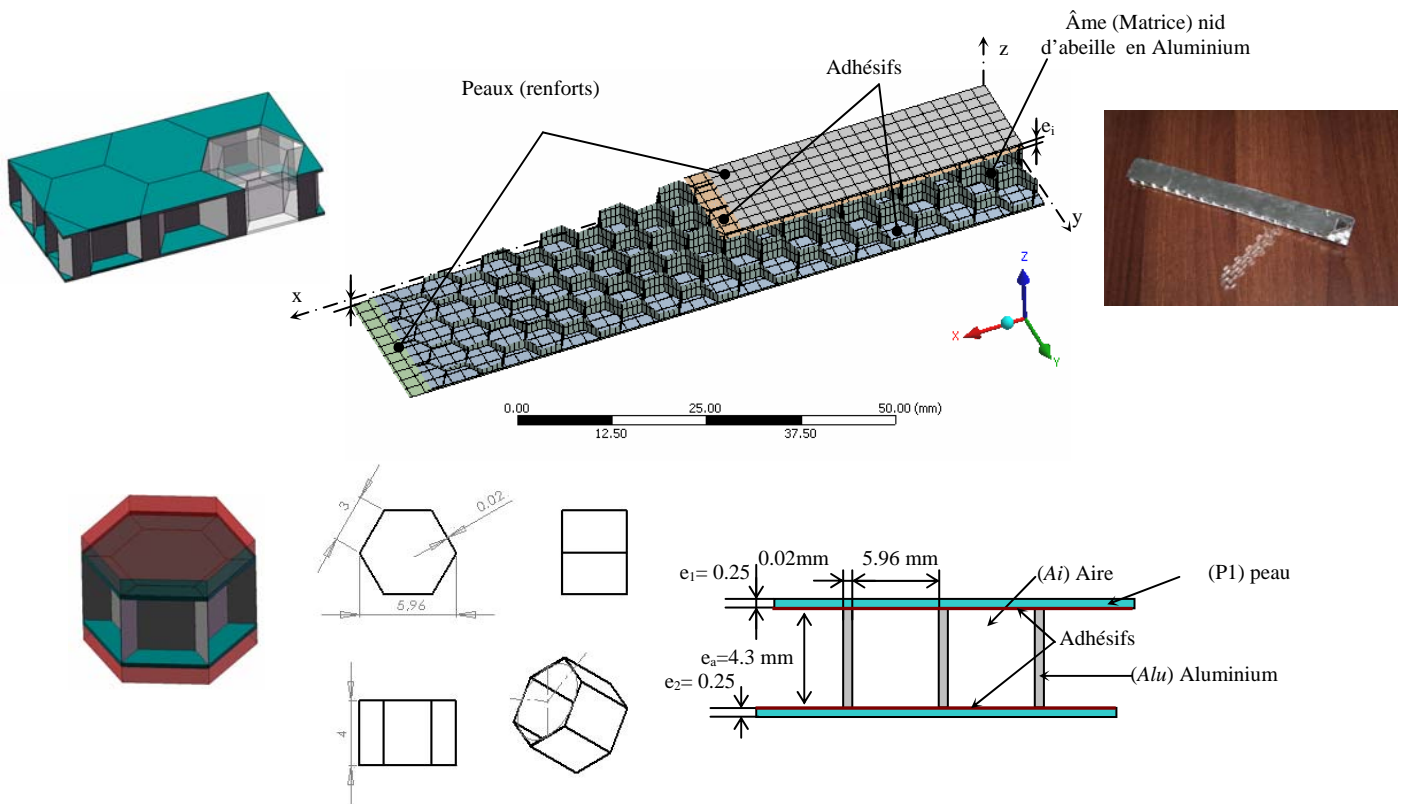


Fig. 2. Le maillage du panneau sandwich en nid d'abeille.
(Éléments hexaédriques quadratiques à 20 nœuds)

TABLEAU. 1. Caractéristiques du maillage

Denomination	Nœuds	Elements
Peaux (x 2)	4322 (x 2)	572 (x 2)
Adhésifs (x 2)	4322 (x 2)	572 (x 2)
Âme en nid d'abeille (x 1)	32176 (x 1)	4092 (x 1)
Total	49464	6380
Total des éléments de contact	10032	

II.2. 3. Paramètres de rigidité et de résistance du Panneau sandwich en nid d'abeille

On a pour objectif d'examiner le comportement de l'âme, de la peau et de l'adhésif et le comportement panneau (ensemble). On va étudier les limites de l'influence de la chaleur sur le panneau en flexion, en tenant compte du type de liaison (adhésif). Les paramètres de rigidité du panneau sandwich en nid d'abeille considéré sont présentés sur le tableau 2.

TABLEAU. 2. Paramètres de rigidité et de résistance du Panneau sandwich en nid d'abeille [68-75].

Propriétés	Verre-époxy	Polyéthylène	Aluminium	Adhésif (Redux 322)
E_1 (GPa)	54	1.1	71	0.0017
E_2 (GPa)	18	1.1	71	0.0017
E_3 (GPa)	15.8	1.1	71	-
ν_{12}	0.245	0.42	0.33	0.245
G_{12} (GPa)	9	0.85	26	0.0110
G_{13} (GPa)	6.5	0.85	26	-
G_{23} (GPa)	6.5	-	26	-
X_t (MPa)	1400	33	283	-
Y_t (MPa)	35	25	283	-
S (MPa)	70	13	271	-
X_c (MPa)	910	17.36	280	-
Y_c (MPa)	110	13.15	280	-

II.2.3.1 Détermination de la rigidité et de la souplesse

La fonction essentielle de l'âme du panneau sandwich est de transmettre, par flambage, les actions mécaniques d'une peau à l'autre. Dans le cas général, les peaux sont des

stratifiés d'épaisseur h_1 (peau inférieure) et d'épaisseur h_2 (peau supérieure) (fig.3). L'épaisseur de l'âme sera notée h . Le système de coordonnées est choisi de manière à ce que le plan (x, y) soit le plan moyen. Pour déterminer le champ des déformations et des contraintes, dans ce qui va suivre, on a pris en considération les hypothèses de la théorie des panneaux sandwichs [52].

Les déformations en cisaillement transverse γ_{xz}^1 et γ_{yz}^1 dans la peau sont négligées et le champ de déformation se réduit au champ des déformations en membrane.

II.2.3.2 Équation constitutive

Dans le cas de matériaux sandwichs symétriques, la forme des relations fondamentales *est identique à celle des stratifiés symétriques* avec cisaillement transverse. Il en résulte une identité du comportement mécanique entre les matériaux sandwichs symétriques et les stratifiés symétriques. **Les deux comportements diffèrent uniquement par les expressions des coefficients.** L'ensemble des analyses du comportement mécanique qui sont développées sur les stratifiés symétriques avec cisaillement pourront être transposées aux plaques sandwichs symétriques. Les conditions aux frontières sont identiques aux conditions introduites dans la théorie des stratifiés (cisaillement transverse).

L'équation constitutive s'écrit [51,52]:

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \\ Q_y \\ Q_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} & 0 & 0 \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} & 0 & 0 \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} & 0 & 0 \\ C_{11} & C_{12} & C_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} & 0 & 0 \\ C_{16} & C_{26} & C_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & F_{44} & F_{45} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & F_{45} & F_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ K_x \\ K_y \\ K_{xy} \\ \gamma_{yz}^0 \\ \gamma_{xz}^0 \end{bmatrix} \quad (02)$$

La matrice de rigidité de l'équation constitutive s'écrit :

- **Glass-epoxy:**

$$\begin{bmatrix} A_{ij} & B_{ij} & 0 \\ C_{ij} & D_{ij} & 0 \\ 0 & 0 & F_{ij} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,8368E+07 & 2,2501E+06 & 6,3261E-11 & 0,0000E+00 & 0,0000E+00 & 0,0000E+00 & 0,0000E+00 & 0,0000E+00 \\ 2,2501E+06 & 1,8368E+07 & 4,9908E-10 & 0,0000E+00 & 0,0000E+00 & 0,0000E+00 & 0,0000E+00 & 0,0000E+00 \\ 6,3261E-11 & 4,9908E-10 & 4,5011E+06 & 0,0000E+00 & 0,0000E+00 & 0,0000E+00 & 0,0000E+00 & 0,0000E+00 \\ -1,0331E+03 & -5,6245E+01 & 2,3723E-15 & -4,8885E-13 & -6,1107E-14 & -1,6961E-30 & 0,0000E+00 & 0,0000E+00 \\ -5,6245E+01 & 1,1482E+02 & 1,8716E-14 & -6,1107E-14 & -5,1941E-13 & -1,3568E-29 & 0,0000E+00 & 0,0000E+00 \\ 2,3723E-15 & 1,8716E-14 & -1,1236E+02 & -1,6961E-30 & -1,3568E-29 & -1,2221E-13 & 0,0000E+00 & 0,0000E+00 \\ 0,0000E+00 & 0,0000E+00 & 0,0000E+00 & 0,0000E+00 & 0,0000E+00 & 0,0000E+00 & 1,0750E+09 & 0,0000E+00 \\ 0,0000E+00 & 0,0000E+00 & 0,0000E+00 & 0,0000E+00 & 0,0000E+00 & 0,0000E+00 & 0,0000E+00 & 1,5050E+10 \end{bmatrix} \quad (03)$$

- Polyethylene:

$$\begin{bmatrix} A_{ij} & B_{ij} & 0 \\ C_{ij} & D_{ij} & 0 \\ 0 & 0 & F_{ij} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6,6801E+05 & 2,8056E+05 & 0,0000E+00 & 0,0000E+00 & 0,0000E+00 & 0,0000E+00 & 0,0000E+00 & 0,0000E+00 \\ 2,8056E+05 & 6,6801E+05 & 0,0000E+00 & 0,0000E+00 & 0,0000E+00 & 0,0000E+00 & 0,0000E+00 & 0,0000E+00 \\ 0,0000E+00 & 0,0000E+00 & 4,2610E+05 & 0,0000E+00 & 0,0000E+00 & 0,0000E+00 & 0,0000E+00 & 0,0000E+00 \\ -1,6669E+01 & -7,0011E+00 & 0,0000E+00 & -1,5277E-14 & -7,6383E-15 & 0,0000E+00 & 0,0000E+00 & 0,0000E+00 \\ -7,0011E+00 & -1,6669E+01 & 0,0000E+00 & -7,6383E-15 & -1,5277E-14 & 0,0000E+00 & 0,0000E+00 & 0,0000E+00 \\ 0,0000E+00 & 0,0000E+00 & -1,0488E+01 & 0,0000E+00 & 0,0000E+00 & -9,5479E-15 & 0,0000E+00 & 0,0000E+00 \\ 0,0000E+00 & 0,0000E+00 & 0,0000E+00 & 0,0000E+00 & 0,0000E+00 & 0,0000E+00 & 1,0750E+09 & 0,0000E+00 \\ 0,0000E+00 & 0,0000E+00 & 0,0000E+00 & 0,0000E+00 & 0,0000E+00 & 0,0000E+00 & 0,0000E+00 & 1,5050E+10 \end{bmatrix} \quad (04)$$

- Aluminium:

$$\begin{bmatrix} A_{ij} & B_{ij} & 0 \\ C_{ij} & D_{ij} & 0 \\ 0 & 0 & F_{ij} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3,9839E+07 & 1,3147E+07 & 0,0000E+00 & 8,0094E-09 & 0,0000E+00 & 0,0000E+00 & 0,0000E+00 & 0,0000E+00 \\ 1,3147E+07 & 3,9839E+07 & 0,0000E+00 & 0,0000E+00 & 8,0094E-09 & 0,0000E+00 & 0,0000E+00 & 0,0000E+00 \\ 0,0000E+00 & 0,0000E+00 & 2,6000E+08 & 0,0000E+00 & 0,0000E+00 & 0,0000E+00 & 0,0000E+00 & 0,0000E+00 \\ -9,9594E+02 & -3,2866E+02 & 0,0000E+00 & -9,7771E-13 & -3,6664E-13 & 0,0000E+00 & 0,0000E+00 & 0,0000E+00 \\ -3,2866E+02 & -9,9594E+02 & 0,0000E+00 & -3,6664E-13 & -1,3443E-12 & 0,0000E+00 & 0,0000E+00 & 0,0000E+00 \\ 0,0000E+00 & 0,0000E+00 & -6,4999E+03 & 0,0000E+00 & 0,0000E+00 & -7,8217E-12 & 0,0000E+00 & 0,0000E+00 \\ 0,0000E+00 & 0,0000E+00 & 0,0000E+00 & 0,0000E+00 & 0,0000E+00 & 0,0000E+00 & 1,0750E+09 & 0,0000E+00 \\ 0,0000E+00 & 0,0000E+00 & 0,0000E+00 & 0,0000E+00 & 0,0000E+00 & 0,0000E+00 & 0,0000E+00 & 1,5050E+10 \end{bmatrix} \quad (05)$$

II.2.3.3 Influence des phénomènes de dilatation d'origine thermique sur le comportement mécanique d'un composite en nid d'abeilles

Les phénomènes de dilatation thermiques peuvent être décrits [51,66]:

$$\varepsilon_{i_{ther}}^* = \lambda_i \Delta T(x, y, z, t) \quad , i = 1, 2, \dots, 6. \quad (06)$$

Les effets analogues aux effets thermiques tels que le gonflement peuvent être écrits sous la forme:

Avec [51]:

$$\varepsilon_i^* = \varepsilon_{i_{ther}}^* + \varepsilon_{i_{gonfr}}^* + \dots \quad (07)$$

La forme inverse de la relation d'élasticité s'écrit :

$$\sigma_i = \sum_{j=1}^6 C_{ij} (\varepsilon_i - \varepsilon_j^*) \quad , i = 1, 2, \dots, 6. \quad (08)$$

La relation d'élasticité peut s'écrire [51]:

$$\varepsilon_i = \sum_{j=1}^6 S_{ij} \sigma_j + \varepsilon_i^* \quad , i = 1, 2, 3. \quad (09)$$

$$\varepsilon_i = \sum_{j=1}^6 S_{ij} \sigma_j + \varepsilon_i^* \quad , i = 4, 5, 6. \quad (10)$$

Et

$$\sigma_i = \sum_{j=1}^3 C_{ij} (\varepsilon_i - \varepsilon_j^*) + \sum_{j=4}^6 C_{ij} \varepsilon_j \quad , i = 1, 2, 3. \quad (11)$$

$$\sigma_i = \sum_{j=1}^6 C_{ij} \varepsilon_j, i = 4,5,6. \quad (12)$$

Lors de l'étude du comportement général de la structure en composite nid d'abeilles sous contrainte thermomécanique, il sera procédé à la détermination d'une relation qui permet l'évaluation des caractéristiques mécaniques, physiques et structurelles du module de Young, d'où l'importance à accorder à la formulation du transfert de chaleur.

La loi de Fourier appliquée à un plan $\phi = \frac{T_1 - T_2}{R_{th}}$ présente une certaine analogie avec la loi

d'Ohm $I = \frac{V_1 - V_2}{R_{élec}}$, où la différence de potentiel joue le rôle de la différence de température et

le flux de chaleur celui du courant électrique.

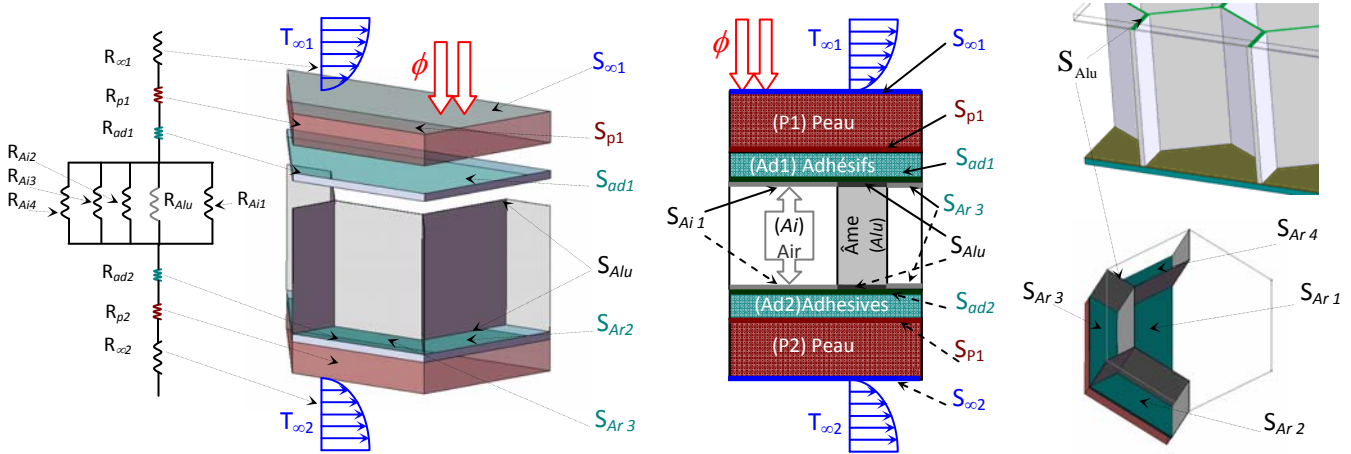


Fig. 3. Modélisation thermodynamique de la structure en composite nid d'abeilles.

(Schéma électrique équivalent du panneau sandwich)

La distribution de la température sur la longueur x est définie par la relation (A. K. Gupta , Lalit Kumar,2008) [66]:

$$T(x) = T_0 \left(1 - \frac{x}{e} \right) \quad (13)$$

Où T désigne l'écart de température au-dessus de la température de référence en tout point à une distance x ($x \leq e$), et T_0 désigne la température de référence sur la face du panneau $x = e$ [66].

$$E = E_0 (1 - \alpha T) \quad (14)$$

Où E_0 est la valeur du module de Young à la température de référence $T=20^\circ\text{C}$, et γ est la pente de la variation de E en fonction de T . Des équations (13) et (14) on déduit :

$$E(x) = E_0 \left(1 - \lambda T_0 \left(1 - \frac{x}{e} \right) \right) \quad (15)$$

Où α est le de gradient de température $\alpha = \gamma T$ ($0 \leq \alpha < 1$).

Ou encore [47] :

$$E = \int_0^e E_x(x - x_0) dx \quad (16)$$

$$E(T) = E_0 \left(1 - \frac{T - T_0}{T_{ref} - T_0} \right)^m \quad \text{où } T_1 = T_0 \quad \text{donc } E(T) = E_0 \left(1 - \frac{T - T_{p1}}{T_{ref} - T_{p1}} \right)^m \quad (17)$$

Le taux de flux de chaleur à travers le panneau est exprimé par :

$$\phi = \frac{T_{\infty 1} - T_{\infty 2}}{R_{eq-panel}} \quad (18)$$

Du fait que le gradient de température dans les couches est différent. Le taux de conduction de chaleur à travers chaque couche est ϕ ; donc le flux de chaleur est le même dans chaque couche; ainsi :

$$\begin{aligned} \phi &= h_{\infty 1} \cdot S_{\infty 1} (T_{\infty 1} - T_{p1}) \\ &= \frac{k_{p1} \cdot S_{p1}}{e_{p1}} (T_{p1} - T_{ad1}) \\ &= \frac{k_{Alu} \cdot S_{Alu} + h_{ar} \cdot S_{ar} \cdot e_{Alu}}{e_{Alu}} (T_{ad1} - T_{ad2}) \\ &= \frac{k_{p2} \cdot S_{p2}}{e_{p2}} (T_{ad2} - T_{p2}) \\ &= h_{\infty 2} \cdot S_{\infty 2} (T_{p2} - T_{\infty 2}) \end{aligned} \quad (19)$$

T_{ref} est la température pour laquelle le module de Young n'est plus quantifiable, m représente la dégradation et peut prendre des valeurs entre 0 et 1. Dans le cas extrême (dégradation maximale) m prend la valeur 0. En l'absence de dégradation m prend la valeur 1.

D'où dans le cas général (la peau supérieure et inférieure sont différentes).

$$E(\phi) = E_0 \left(1 - \left(\frac{R_{eq-panel} \phi}{T_{ref} - T_0} \right) \right)^m \quad (20)$$

Dans un premier temps, on n'examine que la moitié de l'alvéole.

La résistance thermique équivalente la moitié de l'alvéole s'écrit :

$$R_{eq-1/2cell} = R_{\infty 1} + R_{p1_i} + R_{ad1} + k_{eq-Honeycomb} + R_{ad2} + R_{p2_j} + R_{\infty 2} \quad (21)$$

Dans un second temps, on étudie l'ensemble de l'alvéole:

$$R_{eq-cell} = 2 \cdot \left(R_{\infty 1} + R_{p1_i} + R_{ad1} + k_{eq-Honeycomb} + R_{ad2} + R_{p2_j} + R_{\infty 2} \right) \quad (22)$$

Finalement, l'étude est généralisée à l'ensemble panneau :

$$R_{eq-panel} = 2 \cdot n_{cell} \cdot (R_{\infty 1} + R_{p1_i} + R_{ad1} + k_{eq-Honeycomb} + R_{ad2} + R_{p2_j} + R_{\infty 2}) \quad (23)$$

$$R_{eq-panel} = 2 \cdot n_{cell} \cdot \left(\begin{aligned} & \frac{1}{h_{\infty 1} \cdot S_{\infty 1}} + \sum_{i=1}^N \left(\frac{e_{p1_i}}{k_{p1_i} \cdot S_{p1_i}} \right) + \frac{e_{ad1}}{k_{ad1} \cdot S_{ad1}} \\ & + \frac{e_{Alu}}{k_{Alu} \cdot S_{Alu} + \left(\sum_{k=1}^{k=4} h_{Ark} \cdot S_{Ark} \right) e_{Alu}} \\ & + \frac{e_{ad2}}{k_{ad2} \cdot S_{ad2}} + \sum_{j=1}^M \left(\frac{e_{p2_j}}{k_{p2_j} \cdot S_{p2_j}} \right) + \frac{1}{h_{\infty 2} \cdot S_{\infty 2}} \end{aligned} \right) \quad (24)$$

Dans le cas où la peau supérieure et inférieure sont identique :

$$R_{eq-panel} = 2 \cdot n_{cell} \cdot \left(\begin{aligned} & \frac{1}{h_{\infty 1} \cdot S_{\infty 1}} + \frac{1}{h_{\infty 2} \cdot S_{\infty 2}} \\ & + 2 \left(\sum_{i=1}^N \frac{e_{p_i}}{k_{p_i} \cdot S_{p_i}} + \frac{e_{ad}}{k_{ad} \cdot S_{ad}} + \frac{e_{Alu}}{2 \left(k_{Alu} \cdot S_{Alu} + \left(\sum_{k=1}^{k=4} h_{Ark} \cdot S_{Ark} \right) e_{Alu} \right)} \right) \end{aligned} \right) \quad (25)$$

La résistance thermique équivalente du panneau composite en nid-d'abeilles du s'écrit :

$$R_{eq-panel} = 2 \cdot n_{cell} \cdot \left(\begin{aligned} & \frac{1}{h_{\infty 1} \cdot S_{\infty 1}} + \frac{e_{p1}}{k_{p1} \cdot S_{p1}} + \frac{e_{ad1}}{k_{ad1} \cdot S_{ad1}} \\ & + \frac{e_{Alu}}{k_{Alu} \cdot S_{Alu} + \left(\sum_{k=1}^{k=4} h_{Ark} \cdot S_{Ark} \right) e_{Alu}} \\ & + \frac{e_{ad2}}{k_{ad2} \cdot S_{ad2}} + \frac{e_{p2}}{k_{p2} \cdot S_{p2}} + \frac{1}{h_{\infty 2} \cdot S_{\infty 2}} \end{aligned} \right) \quad (26)$$

Ce résultat est important, on va l'utiliser dans le programme développé spécifiquement, pour le calcul des contraintes et des déformations sous influence thermique [51]:

$$\varepsilon_{i (heat)}^* = R_{eq-panel} \Delta T(x, y, z, t) \quad i = 1, 2, \dots, 6, \quad (27)$$

$$\sigma_j = \sum_{j=1}^6 C_{ij} (\varepsilon_j - \varepsilon_{j (heat)}^*) \quad i = 1, 2, \dots, 6, \quad (28)$$

Dans notre cas le Module de Young en fonction de la fonction du flux de chaleur s'écrit :

$$E(\phi) = E_0 \left(1 - n_{cell} \cdot \left(\frac{\frac{1}{h_{\infty 1} \cdot S_{\infty 1}} + \frac{e_{p1}}{k_{p1} \cdot S_{p1}} + \frac{e_{ad1}}{k_{ad1} \cdot S_{ad1}}}{k_{Alu} \cdot S_{Alu} + \left(\sum_{k=1}^{k=4} h_{Ar k} \cdot S_{Ar k} \right) e_{Alu}} + \frac{e_{ad2}}{k_{ad2} \cdot S_{ad2}} + \frac{e_{p2}}{k_{p2} \cdot S_{p2}} + \frac{1}{h_{\infty 2} \cdot S_{\infty 2}} \right) \phi \right) / (T_{ref} - T_0) \quad (29)$$

Par ailleurs; le module de Young déterminé en fonction de la température et de l'épaisseur s'écrit :

$$E(T) = E_0 \left(1 - \frac{T - T_1}{T_{ref} - T_1} \right)^m \Rightarrow E(T) = E_0 \left(1 - \frac{(T - T_{p1}) \cdot k_{p1} \cdot S_{p1}}{(T_{ref} - T_{p1}) \cdot e \cdot R_{eq-panel}} \right)^m \quad (30)$$

Le module de Young peut s'écrire aussi sous la forme

$$E(T, e) = E_0 \left(1 - \frac{(T - T_{p1}) \cdot k_{p1} \cdot S_{p1}}{e \cdot (T_{ref} - T_{p1}) \cdot 2 \cdot n_{cell} \cdot \left(\frac{\frac{1}{h_{\infty 1} \cdot S_{\infty 1}} + \frac{e_{p1}}{k_{p1} \cdot S_{p1}} + \frac{e_{ad1}}{k_{ad1} \cdot S_{ad1}}}{k_{Alu} \cdot S_{Alu} + \left(\sum_{k=1}^{k=4} h_{Ar k} \cdot S_{Ar k} \right) e_{Alu}} + \frac{e_{ad2}}{k_{ad2} \cdot S_{ad2}} + \frac{e_{p2}}{k_{p2} \cdot S_{p2}} + \frac{1}{h_{\infty 2} \cdot S_{\infty 2}} \right)} \right)^m \quad (31)$$

où:

E_0 est le module de Young à la température de référence ($T = 20^\circ\text{C}$).

k_{Alu} , k_{p1} , k_{p2} , k_{ad1} , k_{ad2} sont respectivement les coefficients de conductivité thermique respectivement du matériau de: l'âme, peau supérieure, peau inférieure, adhésif supérieur et adhésif inférieur.

h_{Ai} , $h_{\infty 1}$ et $h_{\infty 2}$ sont respectivement les coefficients de transfert thermique de l'air entourant le panneau à l'intérieur et à l'extérieur.

S_{p1} , S_{p2} , S_{Alu} , S_{ad1} , S_{ad2} , $S_{Ai k}$, $S_{\infty 1}$ et $S_{\infty 2}$ sont les surfaces d'échange en contact avec l'air et la peau supérieure, peau inférieure, nid d'abeille, adhésif supérieur et inférieur (Fig.3).

Les surfaces de transfert de chaleur sont perpendiculaires au flux de chaleur. La peau supérieure et l'adhésif supérieur ont la même surface de contact, d'où la même surface d'échange de chaleur. En outre, la face externe de la peau supérieure représente la surface de convection de l'air $S_{\infty 1}$. Par ailleurs, la surface de l'âme S_{Alu} et celle de l'air interne $S_{Ai k}$ sont toutes les deux en contact avec l'adhésif S_{ad1} ; où la zone de contact représente la surface d'échange.

Le même raisonnement est utilisé concernant la partie inférieure de l'alvéole S_{p2} , S_{ad2} , S_{Alu} , $S_{Ai k}$ et $S_{\infty 2}$; ainsi $S_{p1} = S_{p2} = S_{ad1} = S_{ad2} = S_{Alu} + S_{Ai 1} + S_{Ai 2} + S_{Ai 3} + S_{Ai 4}$.

ϕ représente le flux de chaleur; n_{cell} est le nombre d'alvéoles; e_{Alm} , e_{p1} , e_{p2} , e_{ad1} et e_{ad2} , sont les épaisseurs de l'âme (nid d'abeille), la peau supérieure, peau inférieure, nid d'abeille, adhésif supérieur et inférieur (Fig.3).

Notez que, plus la chaleur augmente dans le panneau, le module de Young diminue jusqu'à 0.

II.3 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons mis au point un modèle mathématique dépendant des paramètres: géométriques, dimensionnels, mécaniques (caractéristiques mécaniques des différents constituants), thermiques et du flux de chaleur traversant la structure en composite nid d'abeilles sous chargement thermique.

On a considéré que les contacts entre les couches de différentes natures étaient parfaits et qu'il n'existait pas de discontinuité de température aux interfaces. En réalité, compte tenu de la rugosité des surfaces, une fine couche d'air peut se former entre les creux des surfaces. Généralement, les peaux ne sont pas homogènes. En supposant le transfert unidirectionnel et en tenant compte des axes de symétrie, on a pu parvenir au calcul du flux à travers le panneau sandwich en nid d'abeilles et calculer la résistance thermique R équivalente en utilisant les lois d'association des résistances en série et en parallèle. En régime permanent, le flux de chaleur se conserve lors de la traversée de la structure.

Pour le calcul de la résistance thermique équivalente du panneau composite en nid-d'abeilles, on a dû dans un premier temps étudier la moitié de l'alvéole, dans un second temps étudier l'ensemble de l'alvéole, et finalement généralisée l'étude sur l'ensemble panneau où on a pu aboutir au calcul de sa résistance thermique équivalente, un résultat très important, qu'on a utilisé dans le programme développé spécifiquement, pour le calcul des contraintes et des déformations sous influence thermique.

Chapitre III

Étude du panneau sandwich en nid

d'abeilles

Étude du panneau sandwich en nid d'abeilles

III.1 Introduction

L'objet de ce chapitre est de mettre en relief les résultats obtenus de l'étude du panneau composite en nid d'abeilles. Ces derniers sont établis par de multiples simulations effectuées par le logiciel (ANSYS) et le code de calcul établis à l'aide de l'environnement Matlab, dans le but d'atteindre les objectifs souhaités et d'avoir plus de souplesse et de liberté dans utilisations et l'exploitation des données. L'étude portera premièrement sur l'analyse en compression d'une alvéole de l'âme du panneau sandwich en nid d'abeille (sans les peaux ou les semelles), deuxièmement sur l'analyse en compression d'une alvéole du panneau sandwich en nid d'abeille (avec les peaux ou les renforts) et, finalement sur l'analyse en flexion de l'ensemble du panneau sandwich en nid d'abeille. Pour ce dernier cas, le panneau est examiné pour trois types de renfort distinct : aluminium, polyéthylène et verre-époxy. La nature du matériau utilisé pour l'âme dans les trois cas précédents reste invariable (Aluminium).

III.2 Conditions aux limites

III.2.1 Condition thermique

La température de référence considérée est de 20°C et, le coefficient de convection appliqué est de $5 \cdot 10^6 \text{ W/mm}^2 \cdot ^\circ\text{C}$.

III.2.2 Paramètres d'analyse

La pression appliquée en une compression constante de 0.5MPa (Modèle dynamique déformable).

III.2.3 Maillages

Le choix d'élément hexaédriques en trois dimensions quadratiques à 20 noeuds, est le fait de la simulation des résultats obtenus suite à plusieurs essais effectués sur plusieurs types d'éléments de maillages (élément hexaédriques en trois dimensions linéaires, Les éléments coques ou plaques) et qui ne posent pas de problème de convergence.

III.3 L'analyse d'une alvéole de l'âme du panneau sandwich en nid d'abeille

Le maillage de l'âme et d'une cellule de l'âme du panneau sandwich en nid d'abeille est représenté sur la Fig 1 et Fig 2 :

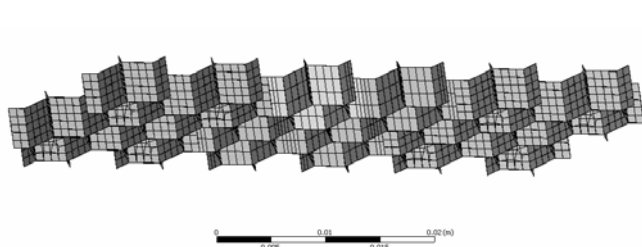


Fig 1. Le maillage de l'âme d'un panneau sandwich en nid d'abeille. (Maillage hexaédriques linéaire conformes aux surfaces)

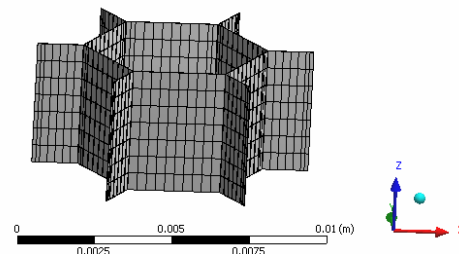


Fig 2. Le maillage d'une cellule de l'âme du panneau sandwich en nid d'abeille. (Maillage hexaédriques linéaire conformes aux surfaces paramétriques)

La charge appliquée est appliquée sur la face comme représentée sur la figure (Fig. 6.) et la face qui l'oppose est immobile en déplacement et en rotation selon les trois axes.

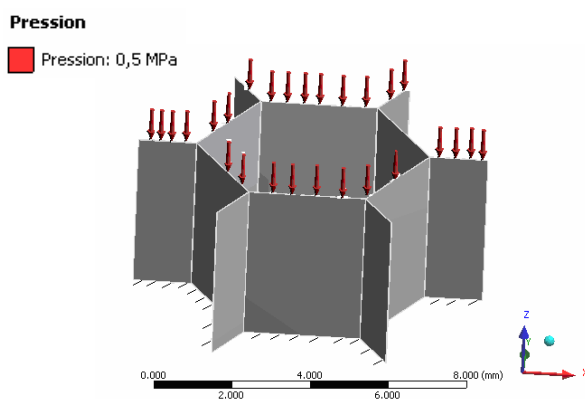


Fig. 3. Présentation de la charge appliquée

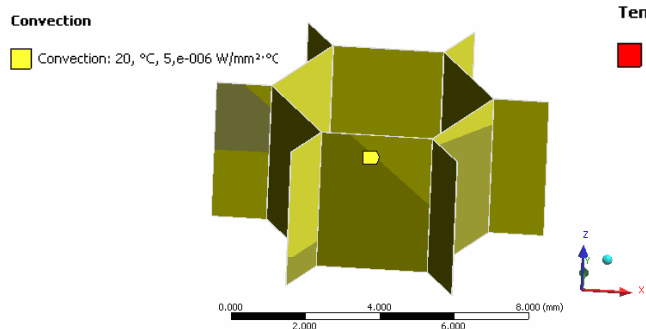


Fig. 4. Convection appliquée à la cellule

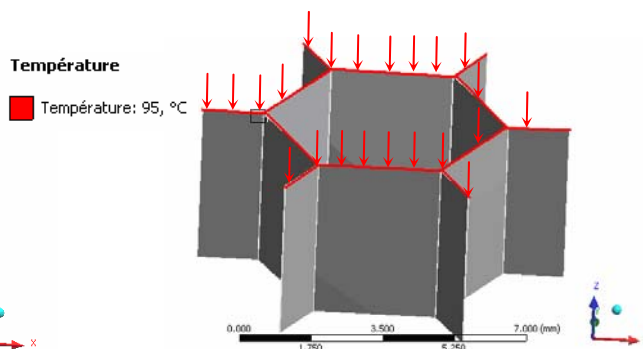


Fig. 5. Charge thermique de $T=95^{\circ}\text{C}$

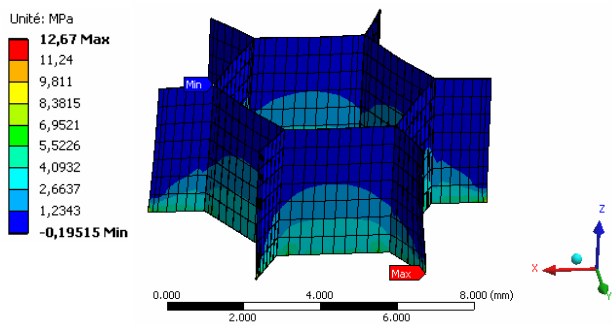


Fig. 6.a. Contrainte principale maximale (T= 20°C)

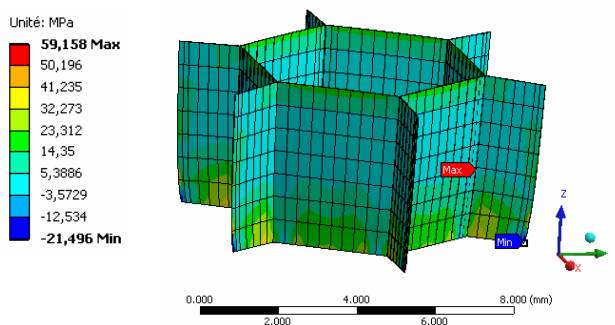


Fig. 6.b. Contrainte principale maximale (T= 95°C)

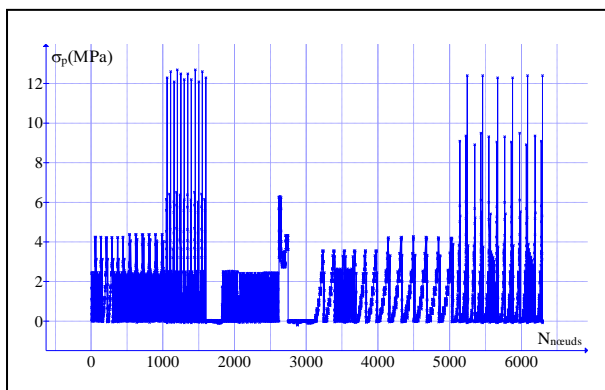


Fig. 6.c. Contrainte principale en fonction de la position des nœuds (T= 20°C)

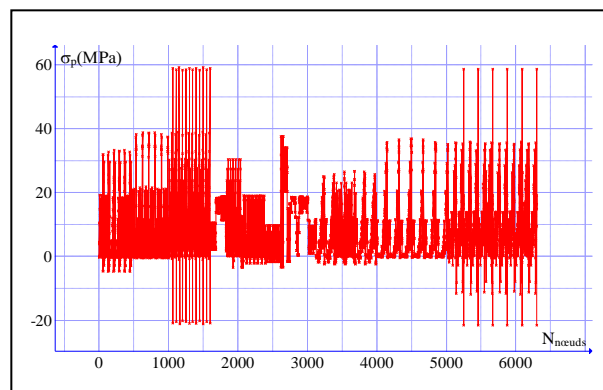


Fig. 6.d. Contrainte principale en fonction de la position des nœuds (T= 95°C)

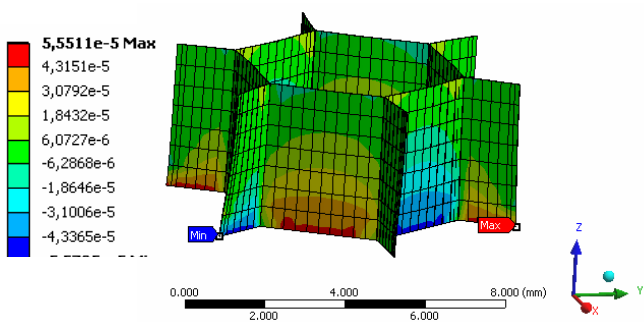


Fig. 7.a. Déformation élastique de cisaillement dans le plan (o,x,y) à T= 20°C

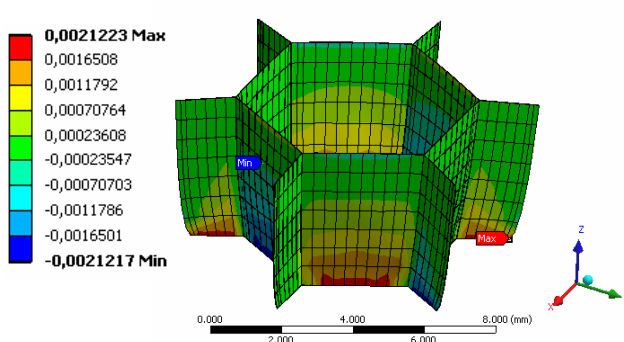


Fig. 7.b. Déformation élastique de cisaillement dans le plan (o,x,y) à T= 95°C

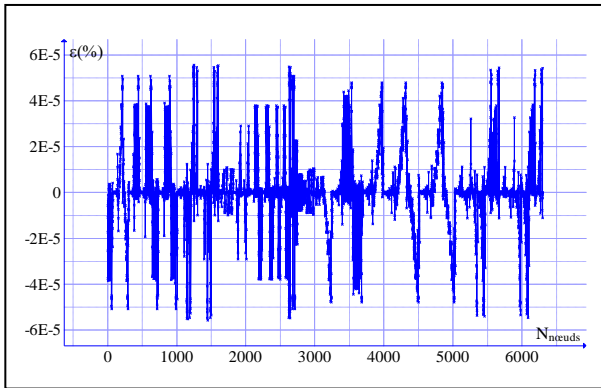


Fig. 7.c. Déformation élastique de cisaillement dans le plan (o,x,y) en fonction de la position des nœuds à $(T= 20^{\circ}\text{C})$

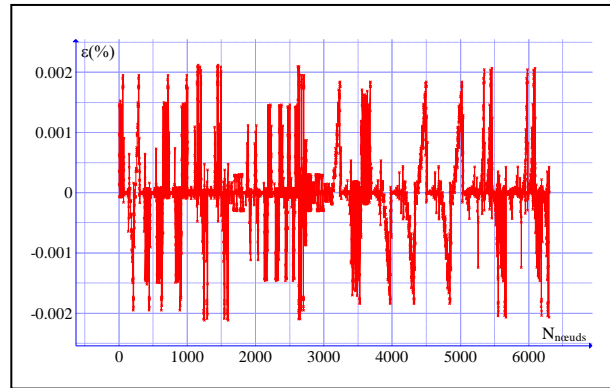


Fig. 7.d. Déformation élastique de cisaillement dans le plan (o,x,y) en fonction de la position des nœuds à $(T= 95^{\circ}\text{C})$

La déformation élastique de cisaillement maximale dans le plan (o,x,y) à $T=95^{\circ}\text{C}$ est de est plus importante qu'à $T=20^{\circ}\text{C}$. À $T=20^{\circ}\text{C}$ elle est égale à $5.55 \cdot 10^{-5} \%$ à $T=95^{\circ}\text{C}$ (Fig 8) et elle est égale à $2.12 \cdot 10^{-3} \%$ à $T=25^{\circ}$.

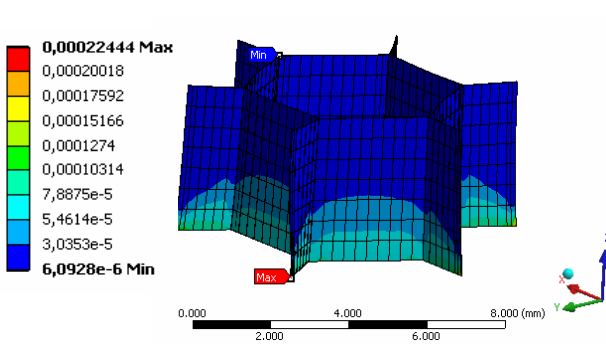


Fig. 8.a. Déformation élastique maximale de cisaillement $(T= 20^{\circ}\text{C})$

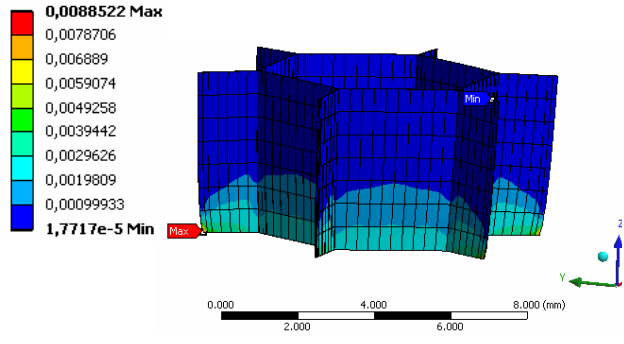


Fig. 8.b. Déformation élastique maximale de cisaillement $(T= 95^{\circ}\text{C})$

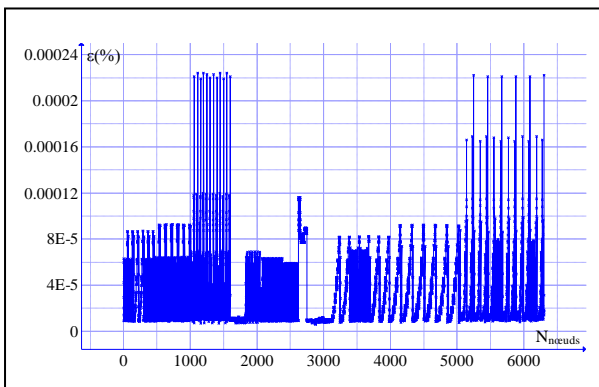


Fig. 8.c. Déformation élastique maximale de cisaillement en fonction de la position des nœuds à $(T= 20^{\circ}\text{C})$

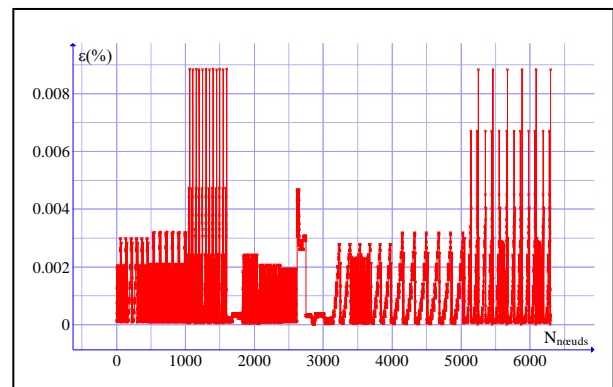


Fig. 8.d. Déformation élastique maximale de cisaillement en fonction de la position des nœuds à $(T= 95^{\circ}\text{C})$

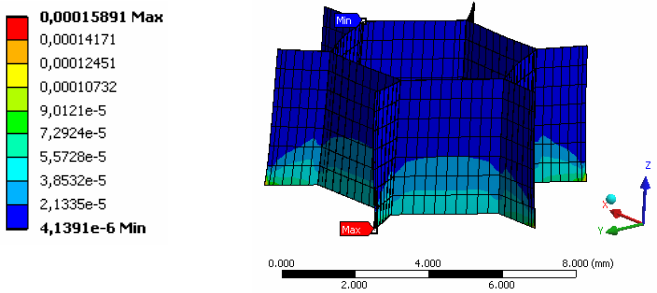


Fig. 9.a. Déformation élastique équivalente Von Mises (T= 20°C)

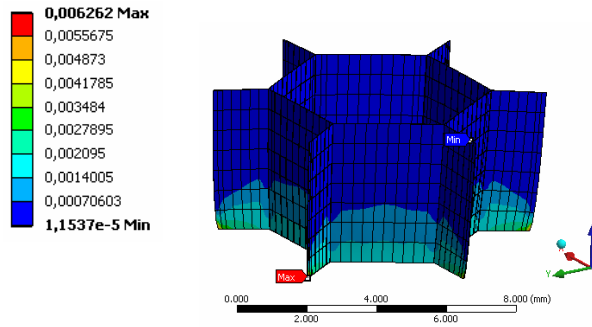


Fig. 9.b. Déformation élastique équivalente Von Mises (T= 95°C)

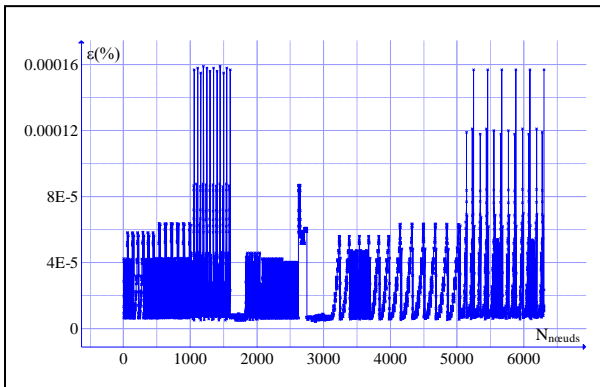


Fig. 9.c. Déformation élastique équivalente Von Mises en fonction de la position des nœuds à (T= 20°C)

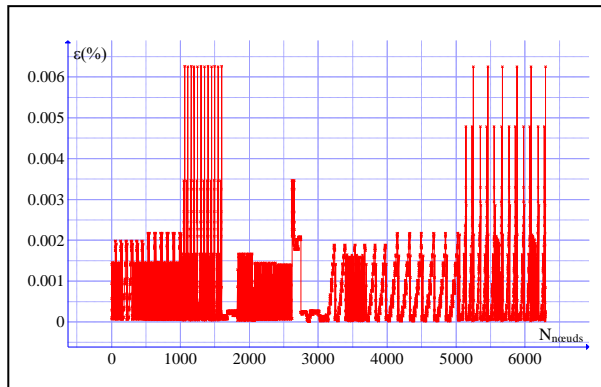


Fig. 9.d. Déformation élastique équivalente Von Mises en fonction de la position des nœuds à (T= 95°C)

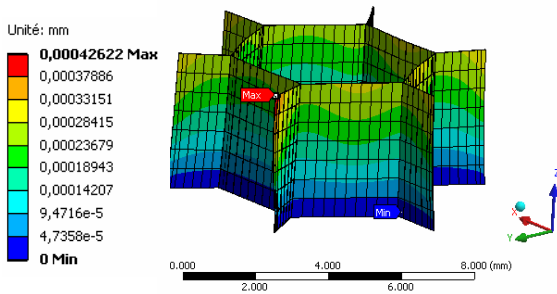


Fig. 10.a. Déformée totale (T=20°C)

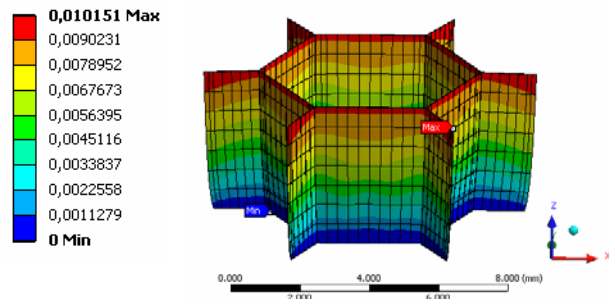


Fig. 10.b. Déformée totale (T= 95°C)

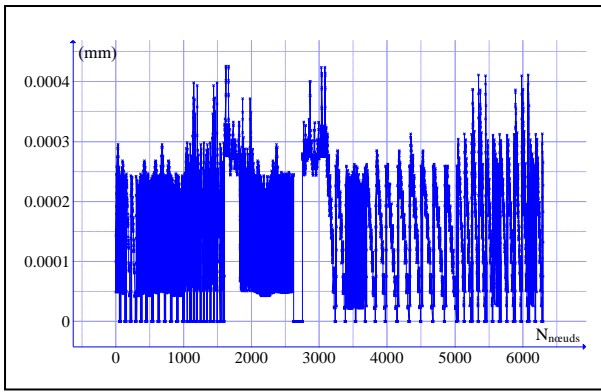


Fig. 10.c. Déformée totale en fonction de la position des nœuds (T=20°C)

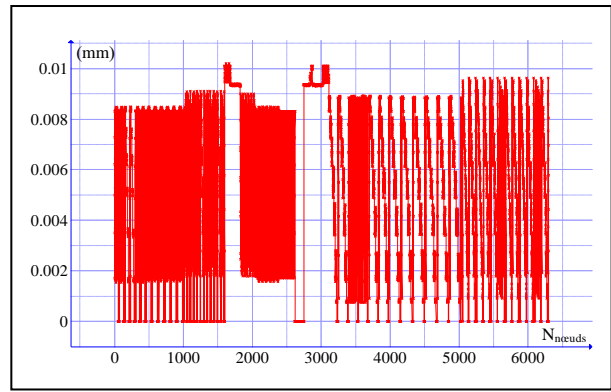


Fig. 10.d. Déformée totale en fonction de la position des nœuds (T= 95°C)

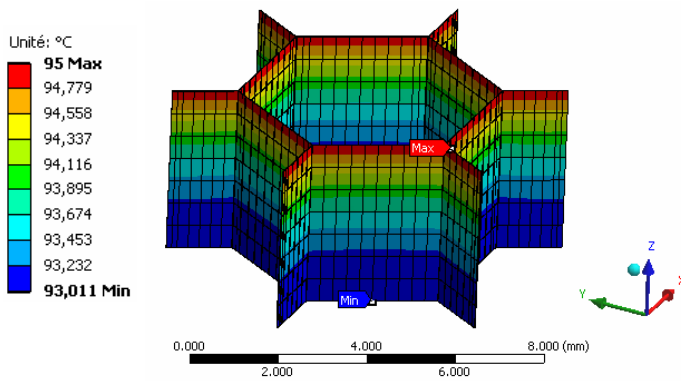


Fig. 11.a. Distribution de la température à $T_s=95^\circ\text{C}$ ($T_\infty=20^\circ\text{C}$, $q_c=5 \cdot 10^{-6} \text{ W/mm}^2 \cdot ^\circ\text{C}$)

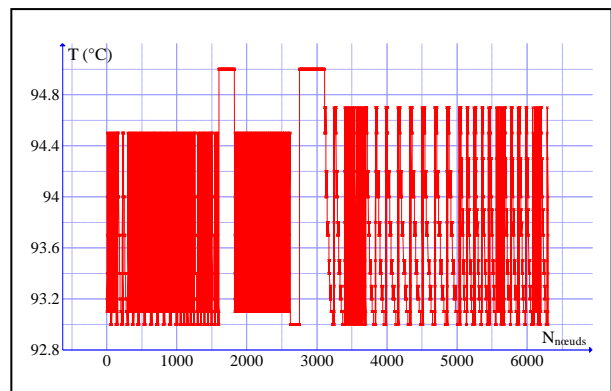


Fig. 11.b. Distribution de la température à $T_s=95^\circ\text{C}$ en fonction de la position des nœuds ($T_\infty=20^\circ\text{C}$, $q_c=5 \cdot 10^{-6} \text{ W/mm}^2 \cdot ^\circ\text{C}$)

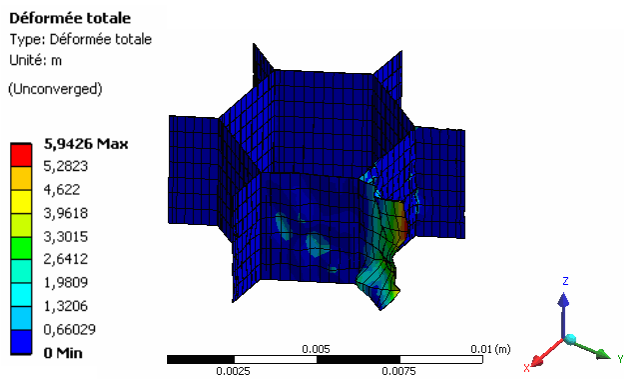


Fig. 12. Déformation totale à 400°C

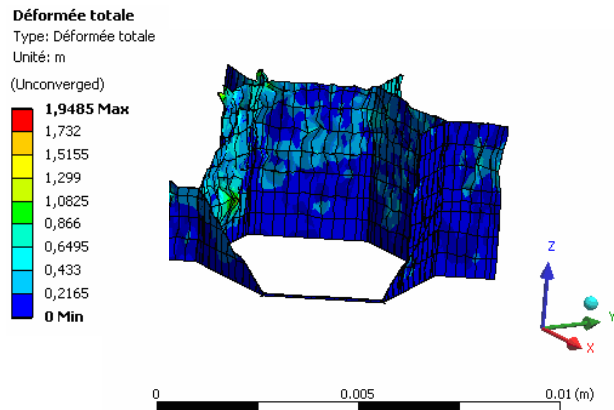


Fig. 13. Déformation totale à 500°C

Au delà de la température de $T=395^\circ\text{C}$ le matériau utilisé subit des déformations très importante, dû à la diminution de ces caractéristiques élastiques et l'augmentations de ces caractéristiques plastiques, où on peut les apprécier sur la figure Fig. 13.a. et la figure Fig. 13.b. (divergence des calculs).

III.4. L'analyse d'une alvéole du panneau sandwich en nid d'abeille

III.4.1. Le maillage

Le maillage de l'âme et d'une cellule de l'âme du panneau sandwich en nid d'abeille est représenté sur la Fig 14:

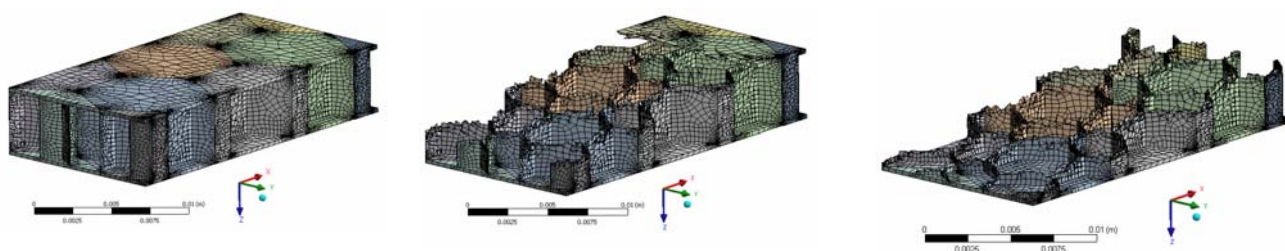


Fig. 14. Le maillage cellule alvéolaire du panneau sandwich en nid d'abeille.
(Eléments hexaédriques en trois dimensions quadratiques à 20 noeuds conformes aux surfaces paramétrées)

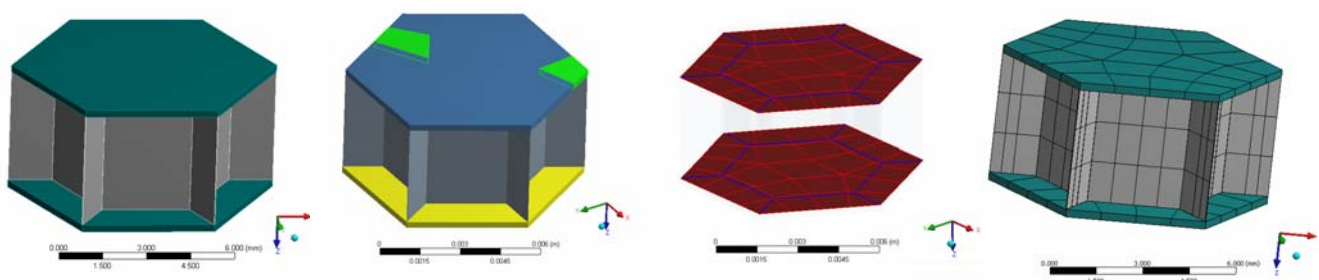


Fig. 15. Le maillage d'un panneau sandwich en nid d'abeille.
(Eléments hexaédriques linéaire conformes aux surfaces paramétrées)

III.4.2. Le Présentation des charges appliquées

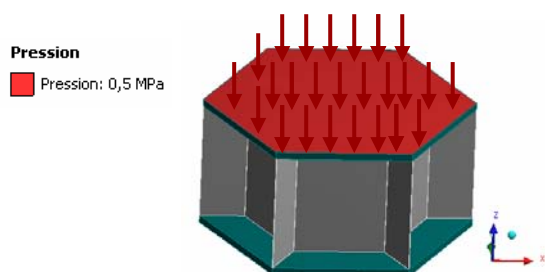


Fig. 16. Présentation des charges (compression) appliquées à un élément hexagonale

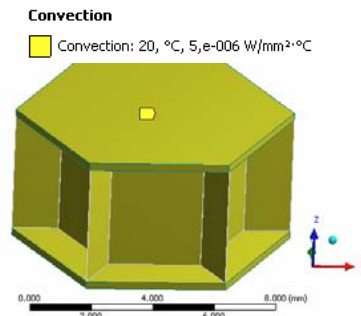
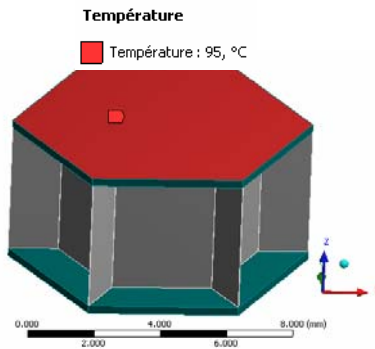


Fig. 17. Une source de chaleur appliquée sur une alvéole (panneau sandwich en nid d'abeille)

Fig. 18. Une source de chaleur appliquée sur une cellule d'un panneau sandwich en nid d'abeille

Au panneau sandwich en nid d'abeille il a été appliqué une température minimale de 25°C et une température maximale de 80°C.

III.4.3. Résultats

Les figures 19.a et 19.b représentent les concentrations des contraintes principales maximales, quand les températures sont respectivement de $T=20^{\circ}\text{C}$ et $T=95^{\circ}\text{C}$. La concentration des contraintes principales maximales obtenues est respectivement de 151.18 MPa et 558.91 MPa.

Le graphique de la figure 19.c représente les concentrations des contraintes principales maximales en fonction de la position des nœuds aux températures $T=20^{\circ}\text{C}$ et $T=95^{\circ}\text{C}$. Le graphique de la figure 19.d représente, en valeurs absolues, la différence entre les concentrations des contraintes principales maximales à $T=20^{\circ}\text{C}$ et à $T=95^{\circ}\text{C}$.

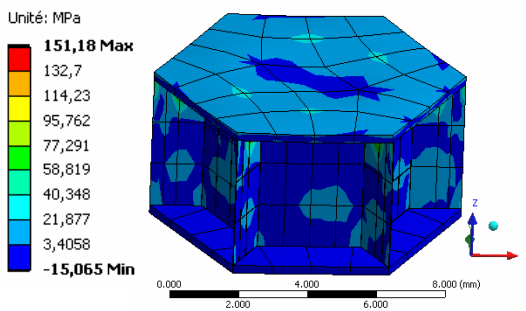


Fig. 19.a. Contrainte principale maximale ($T=20^{\circ}\text{C}$)

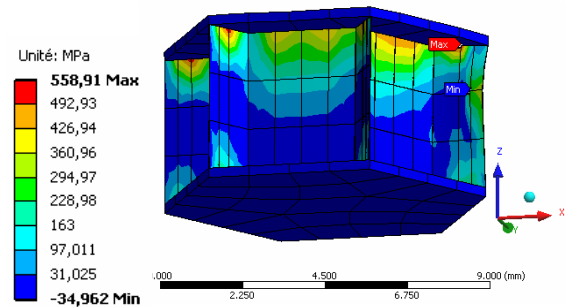


Fig. 19.b. Contrainte principale maximale ($T=95^{\circ}\text{C}$)

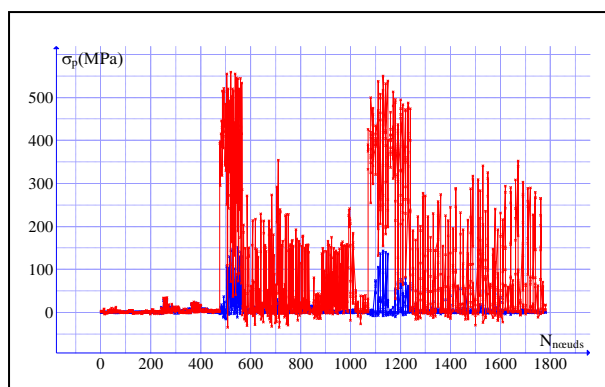


Fig. 19.c. Contraintes principales maximales en fonction de la position des nœuds à T= 20°C et à T= 95°C

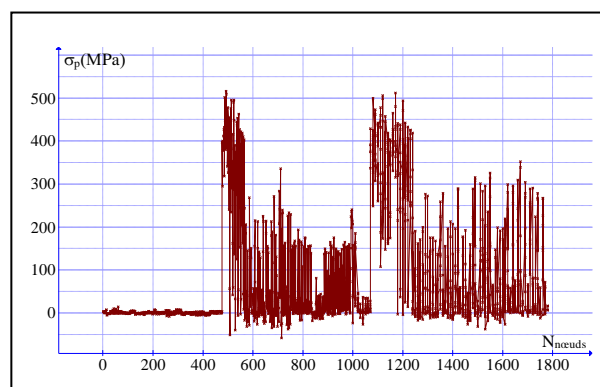


Fig. 19.d. La différence entre les contraintes principales maximales à T= 20°C et à T= 95°C en fonction de la position des nœuds

Les figures 20.a et 20.b représentent la déformation élastique de cisaillement dans le plan (o,x,y), quand les températures sont respectivement de T=20°C et T=95°C. La déformation élastique de cisaillement maximale obtenu est respectivement de $22.29 \cdot 10^{-3}\%$ et $42.68 \cdot 10^{-3}\%$.

Le graphique de la figure 20.c représente la déformation élastique de cisaillement dans le plan (o,x,y) en fonction de la position des nœuds aux températures T= 20°C et T= 95°C. Le graphique de la figure 20.d représente, la différence entre les déformations élastiques de cisaillement dans le plan (o,x,y) à T= 20°C et à T= 95°C.

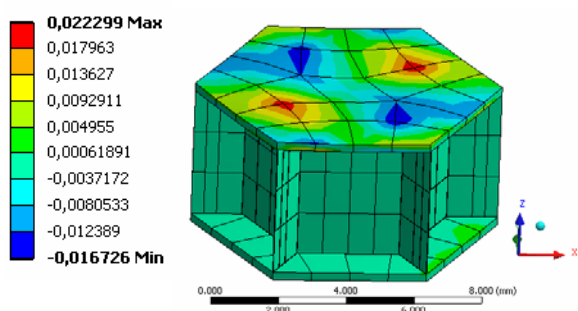


Fig. 20.a. Déformations élastiques de cisaillement dans le plan (o,x,y) (T= 20°C)

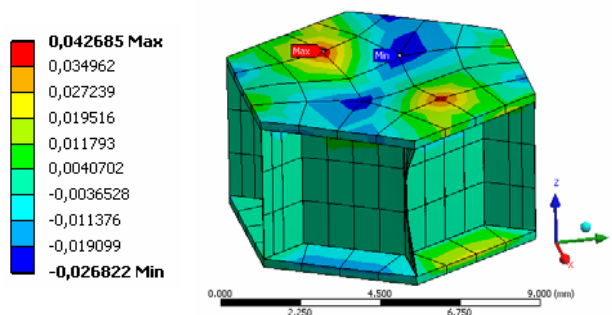


Fig. 20.b. Déformation élastique de cisaillement dans le plan (o,x,y) (T= 95°C)

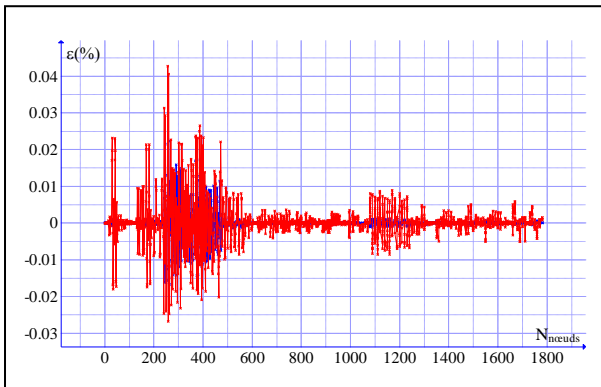


Fig. 20. c. Déformations élastiques de cisaillement dans le plan (o,x,y) en fonction de la position des nœuds à T= 20°C et à T= 95°C

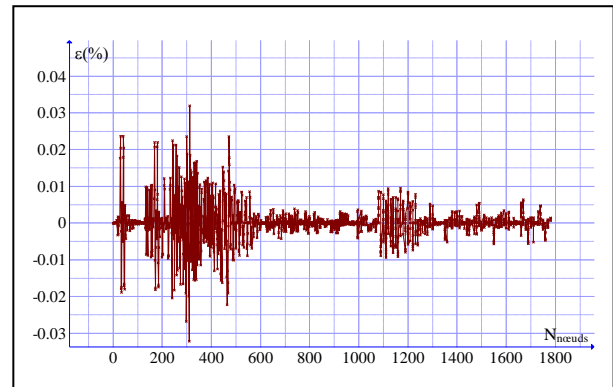


Fig. 20. d. La différence entre les déformations élastiques de cisaillement dans le plan (o,x,y) à T= 20°C et à T= 95°C en fonction de la position des nœuds

Les figures 21.a et 21.b représentent la déformation élastique maximale de cisaillement, quand les températures sont respectivement de T=20°C et T=95°C. La déformation élastique maximale de cisaillement maximale obtenu est respectivement de $47.58 \cdot 10^{-3} \%$ et $74.40 \cdot 10^{-3} \%$.

Le graphique de la figure 21.c représente la déformation élastique maximale de cisaillement en fonction de la position des nœuds aux températures à T= 20°C et à T= 95°C. Le graphique de la figure 21.d représente, en valeurs absolues, la différence entre les déformations élastiques maximale de cisaillement à T= 20°C et à T= 95°C.

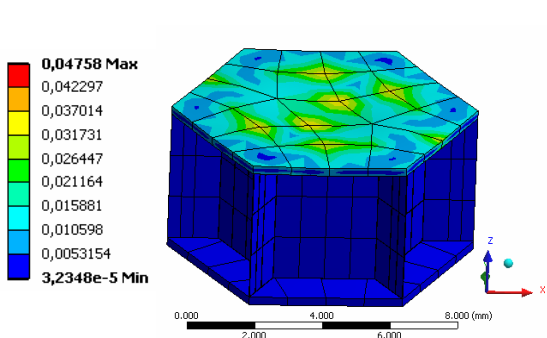


Fig. 21.a. Déformation élastique maximale de cisaillement (T= 20°C)

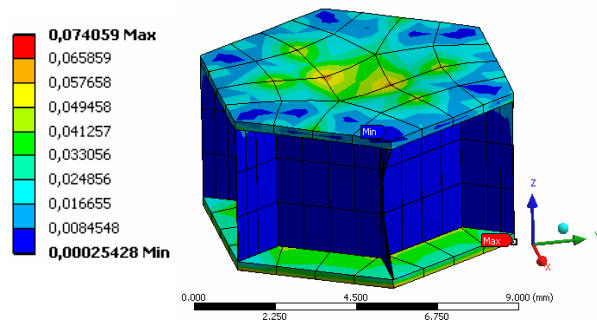


Fig. 21.b. Déformation élastique maximale de cisaillement (T= 95°C)

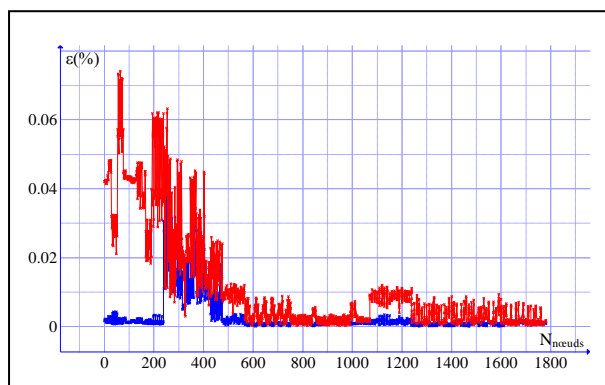


Fig. 21.c. Déformation élastique maximale de cisaillement en fonction de la position des nœuds à $T= 20^\circ\text{C}$ et à $T= 95^\circ\text{C}$

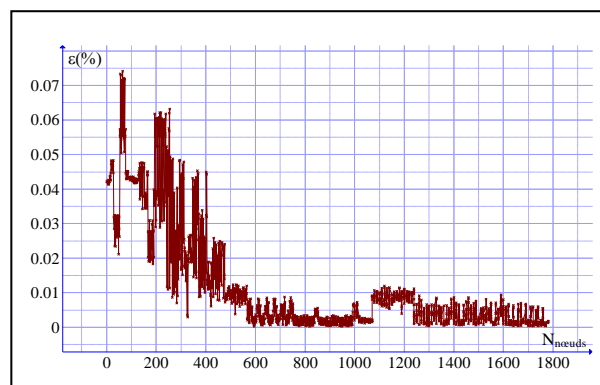


Fig. 21.d. La différence entre la déformation élastique maximale de cisaillement à $T= 20^\circ\text{C}$ et à $T= 95^\circ\text{C}$ en fonction de la position des nœuds

Les figures 23.a et 23.b représentent la déformation élastique principale, quand les températures sont respectivement de $T=20^\circ\text{C}$ et $T=95^\circ\text{C}$. La déformation élastique principale maximale obtenue est respectivement de $22.60 \cdot 10^{-3} \%$ et $39.51 \cdot 10^{-3} \%$.

Le graphique de la figure 23.c représente la déformation élastique principale en fonction de la position des nœuds aux températures $T= 20^\circ\text{C}$ et $T= 95^\circ\text{C}$. Le graphique de la figure 23.d représente, en valeurs absolues, la différence entre les déformations élastiques principales.

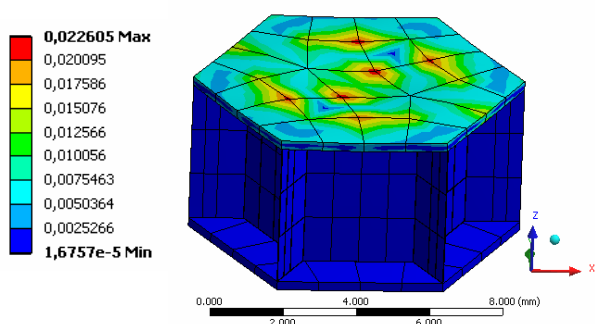


Fig. 23.a. Déformation élastique principale maximale ($T= 20^\circ\text{C}$)

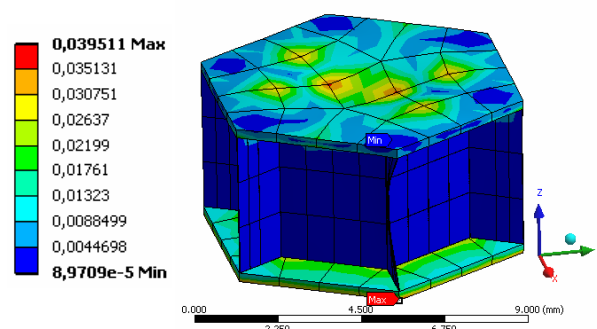


Fig. 23.b. Déformation élastique principale maximale ($T= 95^\circ\text{C}$)

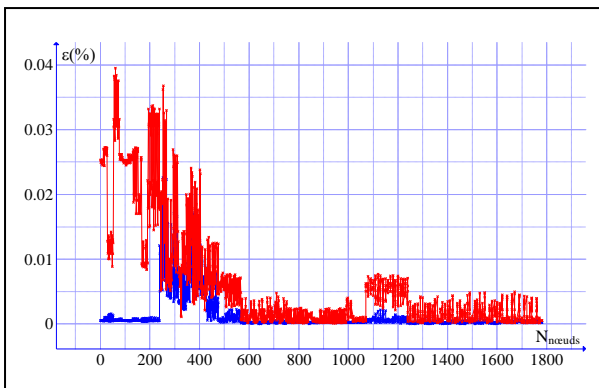


Fig. 23.c. Déformation élastique principale maximale en fonction de la position des nœuds à $T= 20^{\circ}\text{C}$ et à $T= 95^{\circ}\text{C}$

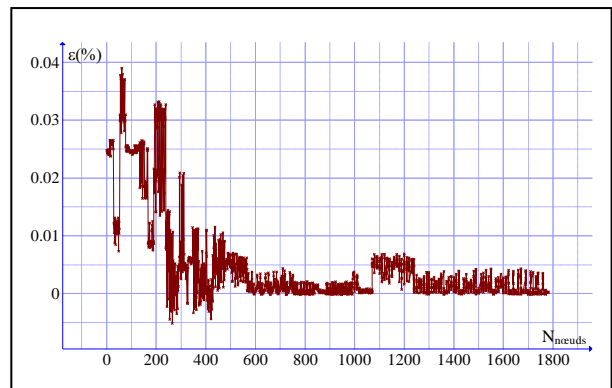


Fig. 23.d. La différence entre la déformation élastique principale maximale à $T= 20^{\circ}\text{C}$ et à $T= 95^{\circ}\text{C}$ en fonction de la position des nœuds

Les figures 24.a et 24.b le déplacement totale, quand les températures sont respectivement de $T=20^{\circ}\text{C}$ et $T=95^{\circ}\text{C}$. Le déplacement totale maximale obtenu est respectivement de 0.168mm à et 0.314mm.

Le graphique de la figure 24.c représente la différence du déplacement totale en fonction de la position des nœuds aux températures $T= 20^{\circ}\text{C}$ et $T= 95^{\circ}\text{C}$. Le graphique de la figure 24.d représente, en valeurs absolues, la différence entre les déformées totaux.

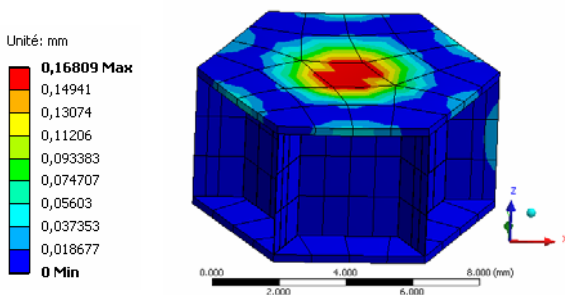


Fig. 24.a. Déplacement totale ($T=20^{\circ}\text{C}$)

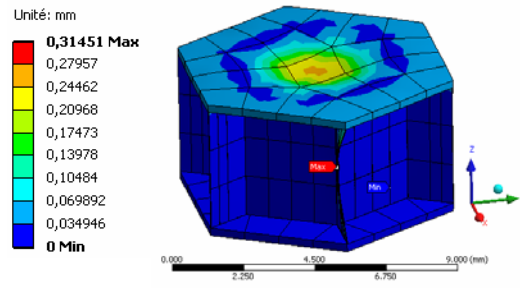


Fig. 24.b. Déplacement totale ($T=95^{\circ}\text{C}$)

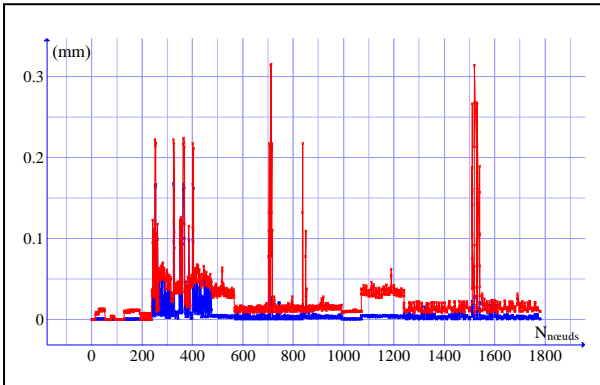


Fig. 24.d. Déplacement totale (T=20°C) en fonction de la position des nœuds

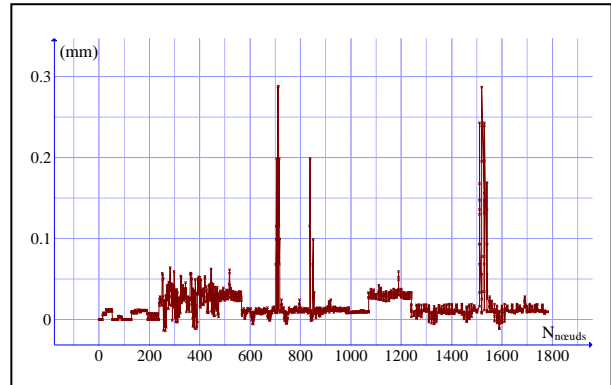


Fig. 24.c. La différence entre déplacement totale à T= 25°C et à T= 80°C en fonction de la position des nœuds

Les figures 25.a, 25.b, 25.c et 25.d représentent la distribution de la température en appliquant une source de chaleur T=95°C.

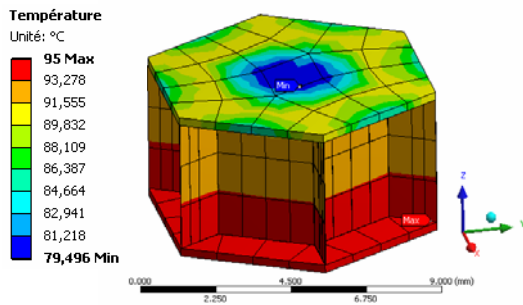


Fig. 25.a. Distribution de la température

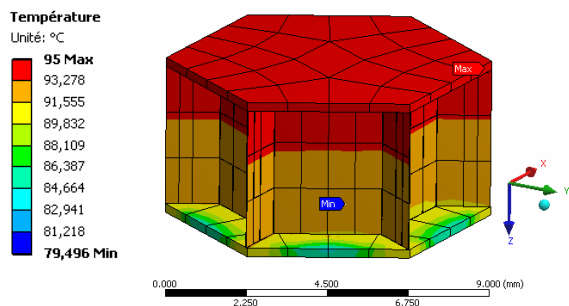


Fig. 25.b. Distribution de la température

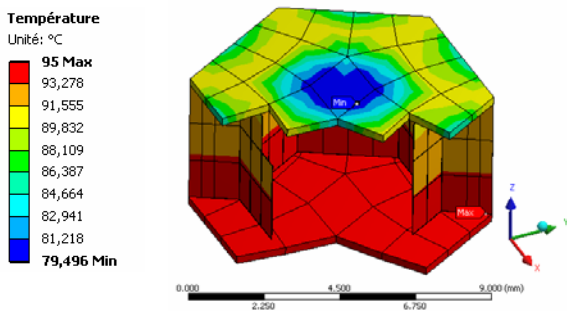


Fig. 25.c. Distribution de la température

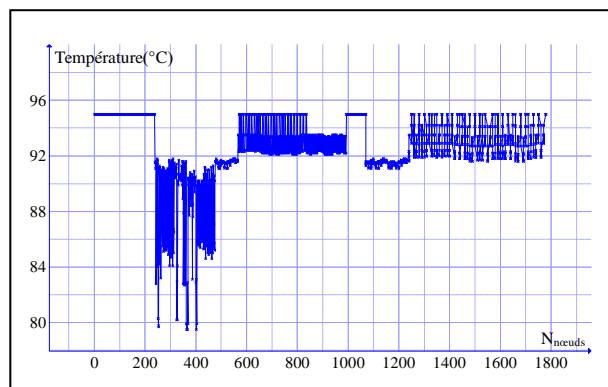


Fig. 25.d. Distribution de la température en fonction de la position des nœuds

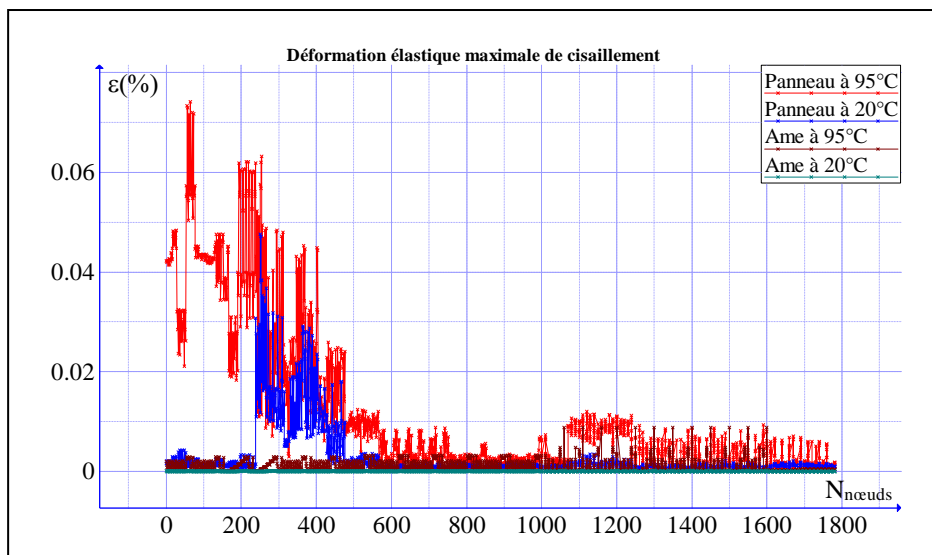


Fig. 26. Déformation élastique maximale de cisaillement

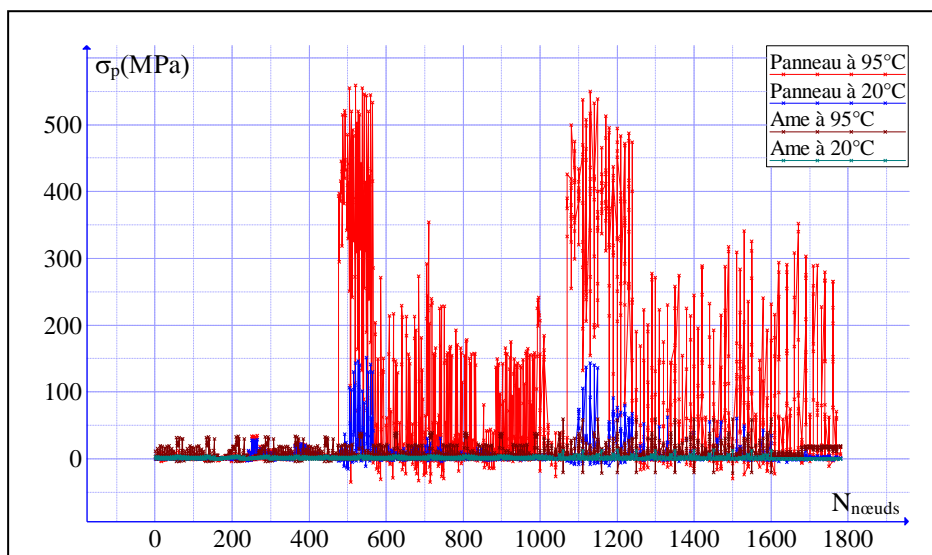


Fig. 27. Contrainte principale maximale

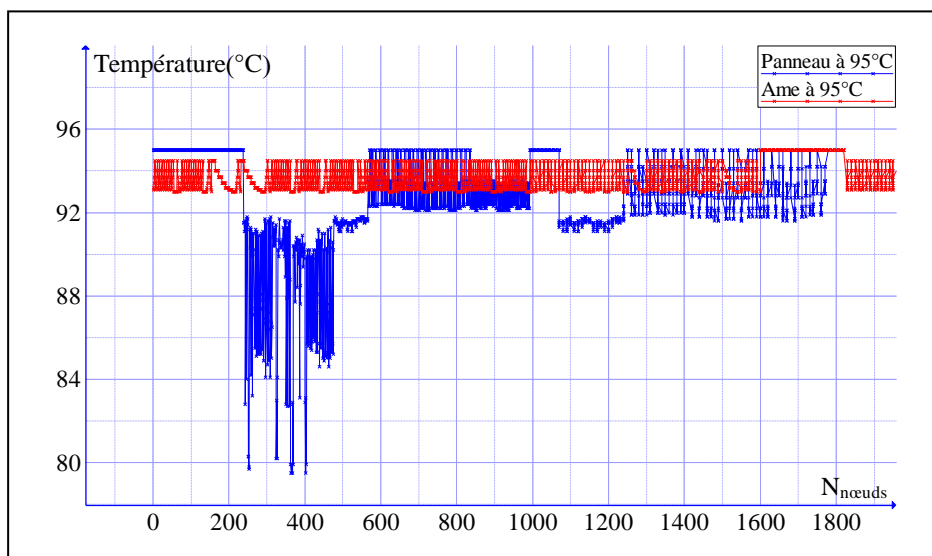


Fig. 28. Distribution de la température

III.5. L'analyse du panneau sandwich en nid d'abeille

III.5.1. Présentation des charges appliquées

La figure Fig. 29 représente la charge appliquée sur la face du panneau:

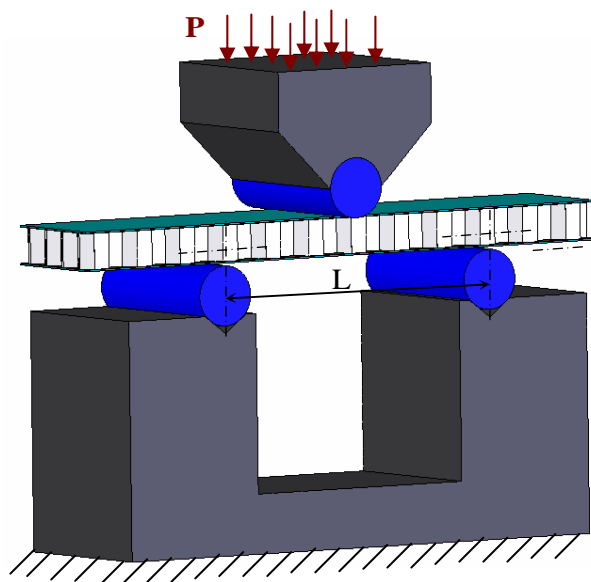


Fig. 29. Présentation des charges

III.5.2. Différentes caractéristiques mécaniques

Dans ce qui va suivre nous allons apprécier: le déplacement, la déformation élastique maximale de cisaillement, la contrainte principale maximale et la distribution de la température, pour trois différentes structures de panneaux sandwichs nid d'abeilles (alvéolaires), où leurs peaux sont en différents matériaux. Le renfort où la peau du premier panneau est en polyéthylène, le second est en verre époxy et le dernier est en aluminium; ces derniers seront illustrés respectivement à leurs températures extrêmes.

III.5.2.1. Renfort en polyéthylène à $T=95^{\circ}C$

Les figures figure.30.a, figure.30.b, figure.30.c et figure.30.d représentent respectivement:le déplacement, déformation élastique maximale de cisaillement, la contrainte principale maximale et la distribution de la température, pour un panneau sandwich où le renfort est en en polyéthylène à une température maximale de $95^{\circ}C$.

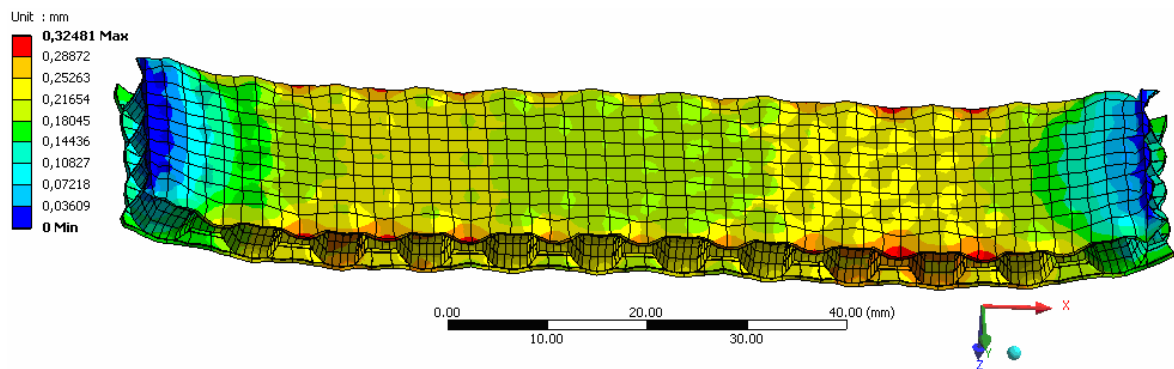


Fig. 30.a. Déplacement

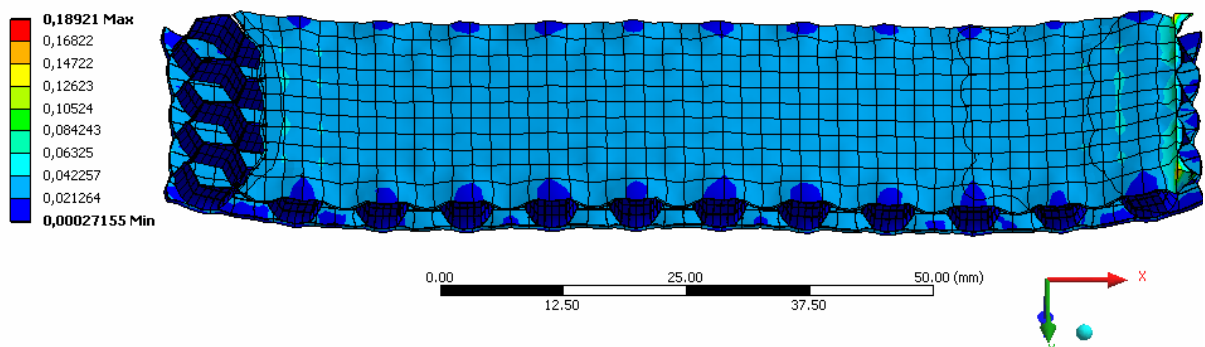


Fig. 30.b. Déformation élastique maximale de cisailment

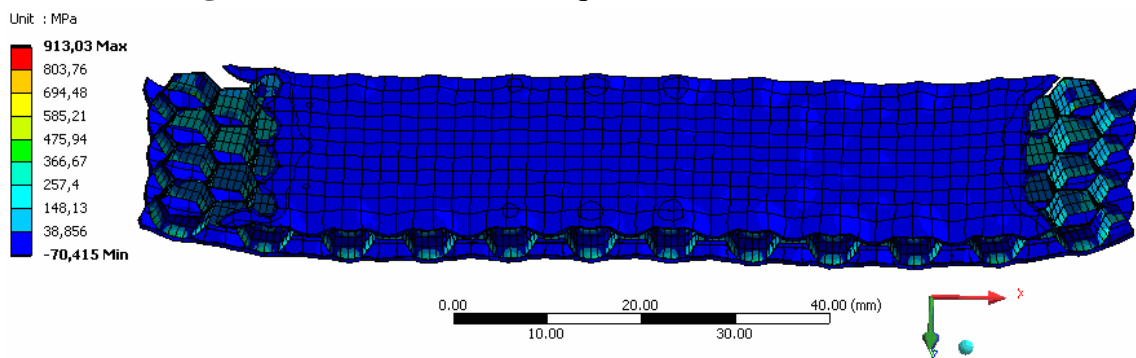


Fig. 30.c. Contrainte principale maximale

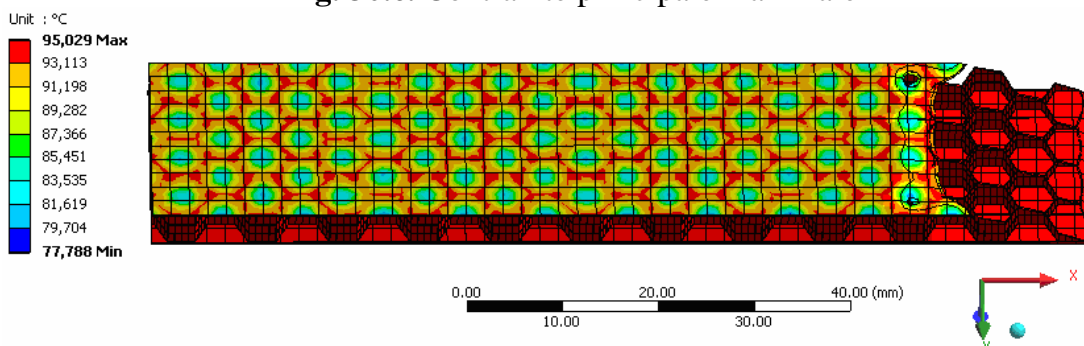


Fig. 30.d. Distribution de la température

Fig 30. Déplacement, déformation élastique maximale de cisailment, contrainte principale maximale et Distribution de la température à T=95°C (renfort en polyéthylène)

La température 95°C est la température limite ou maximale où la peau en polyéthylène peut résister ; Au de là de cette température la peau perd toutes ses caractéristiques mécaniques. On constate sur la **figure.30.** (renfort en polyéthylène) que : le déplacement maximal à T=95°C pour un renfort en polyéthylène (**fig. 30.a**) est concentré au milieu du panneau là où la charge est appliquée; il est de l'ordre de 0.32mm ; il est atténué aux deux extrémités, la déformation élastique maximale de cisaillement à T=95°C (**fig. 30.b**) est de 18.92% sur l'ensemble du panneau, la contrainte principale maximale (**Fig. 30.c.**) est de 913.03MPa, et elle est concentrée sur certaine zone de l'alvéole de l'âme en aluminium. Ces zones de concentration de contrainte sont adjacentes de l'adhésif et des peaux et la différence de température entre les deux peau atteint 17°C (Fig. 30.d.) où la température est réduite de 95°C jusqu'à 77.78°C. La figure. 30.c. illustre la distribution de la température dans le panneau et montre les zones la plus affecter, celles ci ont des formes alvéolaires due à la forme de l'âme.

III.5.2.2. Renfort en Verre-époxy à T=175°C

Les figures figure.31.a, figure.31.b, figure.31.c et figure.31.d représentent respectivement:le déplacement, déformation élastique maximale de cisaillement, la contrainte principale maximale et la distribution de la température, pour un panneau sandwich où le renfort est en en Verre-époxy à une température maximale de 175°C.

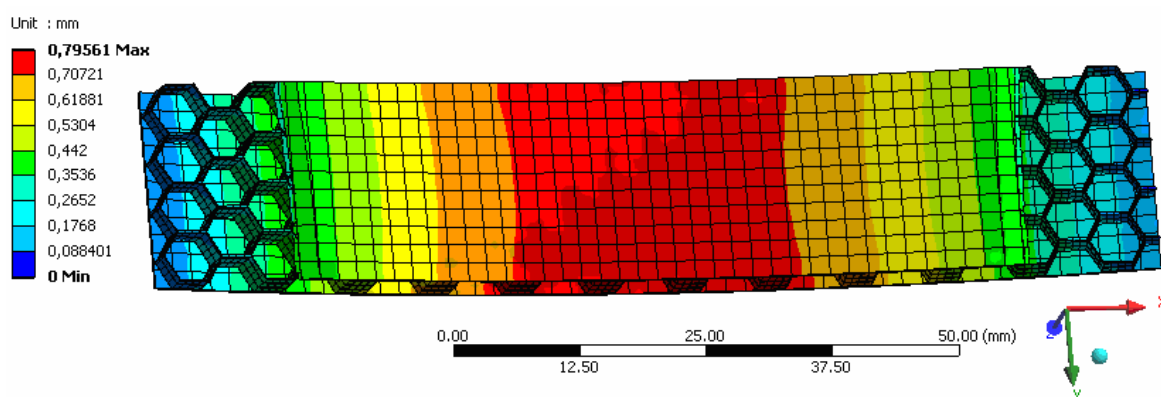


Fig. 31.a. Déplacement

Fig. 31. Déplacement, déformation élastique maximale de cisaillement, contrainte principale maximale et Distribution de la température à T=175°C (renfort en Verre-époxy)

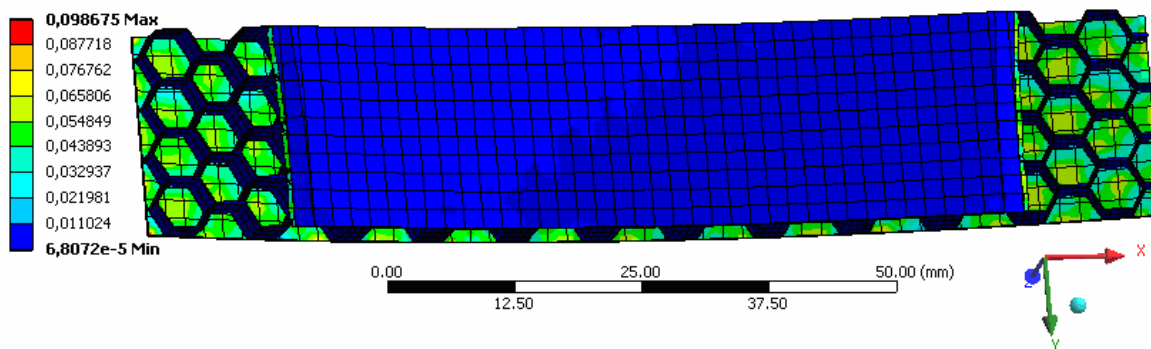


Fig. 31.b. Déformation élastique maximale de cisaillement

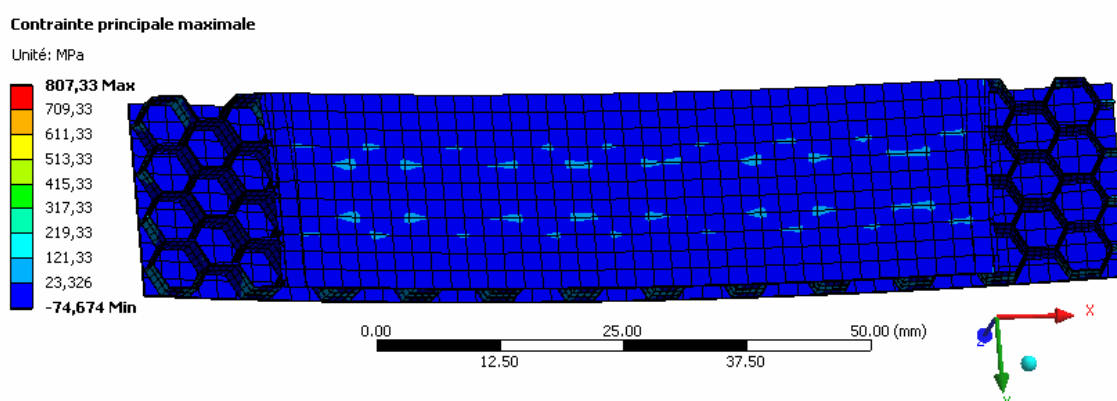


Fig. 31.c. Contrainte principale maximale

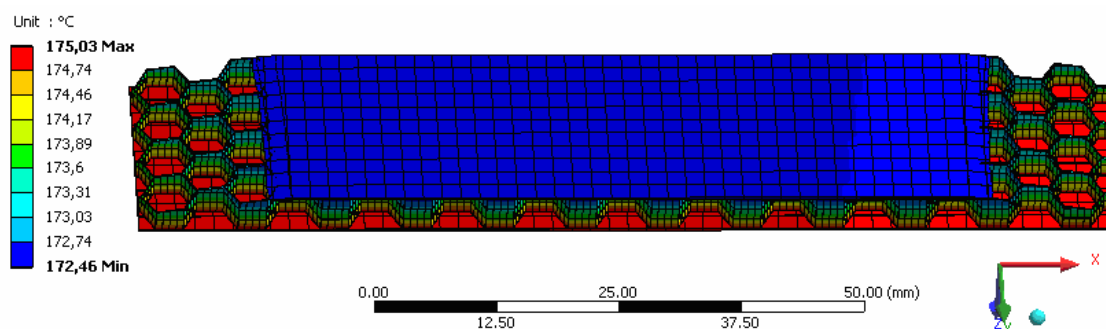


Fig. 31.d. Distribution de la température

Fig. 31. Déplacement, déformation élastique maximale de cisaillement, contrainte principale maximale et Distribution de la température à $T=175^{\circ}\text{C}$ (renfort en Verre-époxy)

La température 175°C est la température maximale de service où l'adhésif (**Réf : Redux 322**), et la température de service du *Verre-époxy est de 175°C* .

On constate sur la **figure. 31.** (renfort en Verre-époxy) que : le déplacement maximal à $T=175^{\circ}\text{C}$ est de l'ordre de 0.79mm , la déformation élastique maximale de cisaillement

(fig. 31.b) est de 9.86% et affecte d'une manière particulière l'adhésif, la contrainte principale maximale (Fig. 31.c.) est de 807.303MPa et elle est concentrée sur certaine partie ou zone répété périodiquement de la peau et la différence de température entre les deux peaux atteint 2.57°C (Fig. 31.d.) où la température est réduite de 175°C jusqu'à 172.46°C. La figure 31.d. illustre la distribution de la température dans le panneau.

Les figures 32 (a) à (c) représentent les caractéristiques l'évolution mécanique sous le flux de chaleur de différents panneaux de matériaux en nid d'abeille: (a) la déformation élastique maximale de cisaillement (b) la contrainte de cisaillement dans le plan (o, x, y) (c) contraintes de traction et de compression. Il est intéressant de remarquer que le panneau avec une peau en polyéthylène subit une contrainte élastique maximale de cisaillement (c) plus importante que celle du panneau avec une peau en verre-époxy. La même chose est observée pour la déformation en (a). Les contraintes de cisaillement dans le plan (O, x, y) pour les trois panneaux ont la même forme, mais pas la même intensité. Comme le montre la Fig.32.b, la contrainte de cisaillement dans le plan (O, x, y) augmente pour atteindre la valeur du pic de 798,63 MPa. On peut également remarquer que déformation élastique maximale de cisaillement à la même température est importante dans l'ordre croissant: l'aluminium, le verre époxy et de polyéthylène; en revanche, la contrainte principale maximale dans l'ordre croissant est en verre--poxy, le polyéthylène, l'aluminium comme illustré sur la figure 32 (c).

(a)

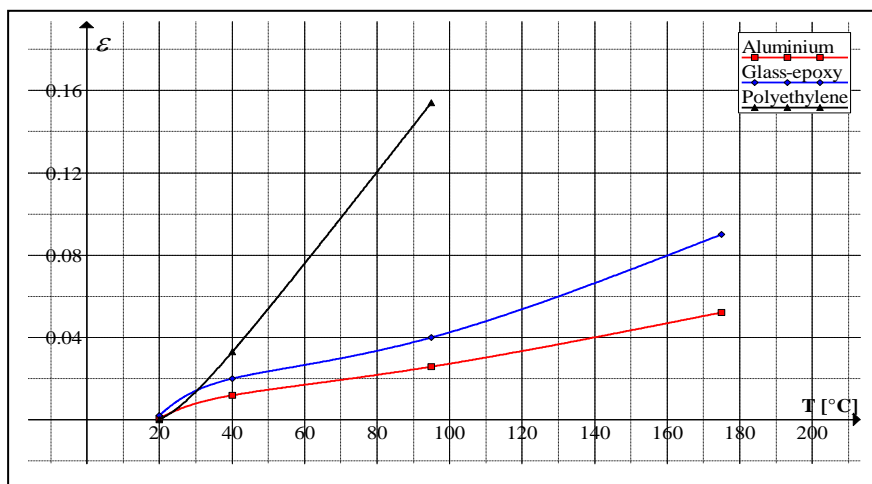


Fig. 32. L'évolution des caractéristiques mécaniques sous contrainte du flux de chaleur:

(a) déformation élastique de cisaillement maximale, (b) contrainte de cisaillement dans le plan (x,y), (c) contraintes principales maximales

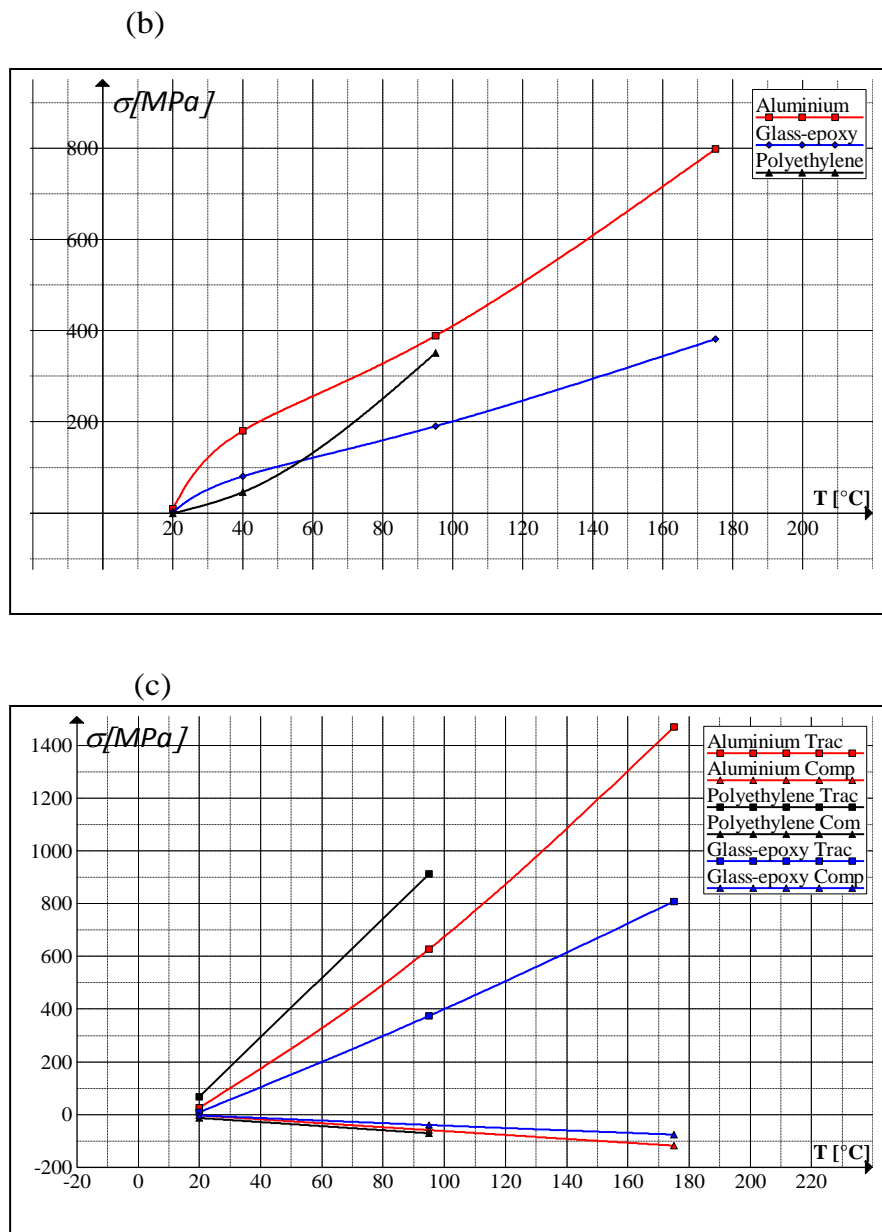


Fig. 32. L'évolution des caractéristiques mécaniques sous contrainte du flux de chaleur: (a) déformation élastique de cisaillement maximale, (b) contrainte de cisaillement dans le plan (x,y), (c) contraintes principales maximales

La figure 33 (a) et (b) représente le flux de chaleur le long de l'axe x et l'axe y. Il est à noter que le flux de chaleur est presque identique le long de l'axe y et l'axe x. Les Fig. 33 (c) et (d) montrent que l'écart de température est important pour la peau de polyéthylène par rapport aux peaux verre-époxy et d'aluminium à 95 °C. A cette dernière température, on remarque que le panneau de peaux de polyéthylène est un meilleur isolant, lorsqu'il atteint 17,21 °C tandis que les rendements en verre-époxy

1.006 °C et celle de l'aluminium tend vers zéro Celsius, comme illustré sur les Fig. 33 (d).

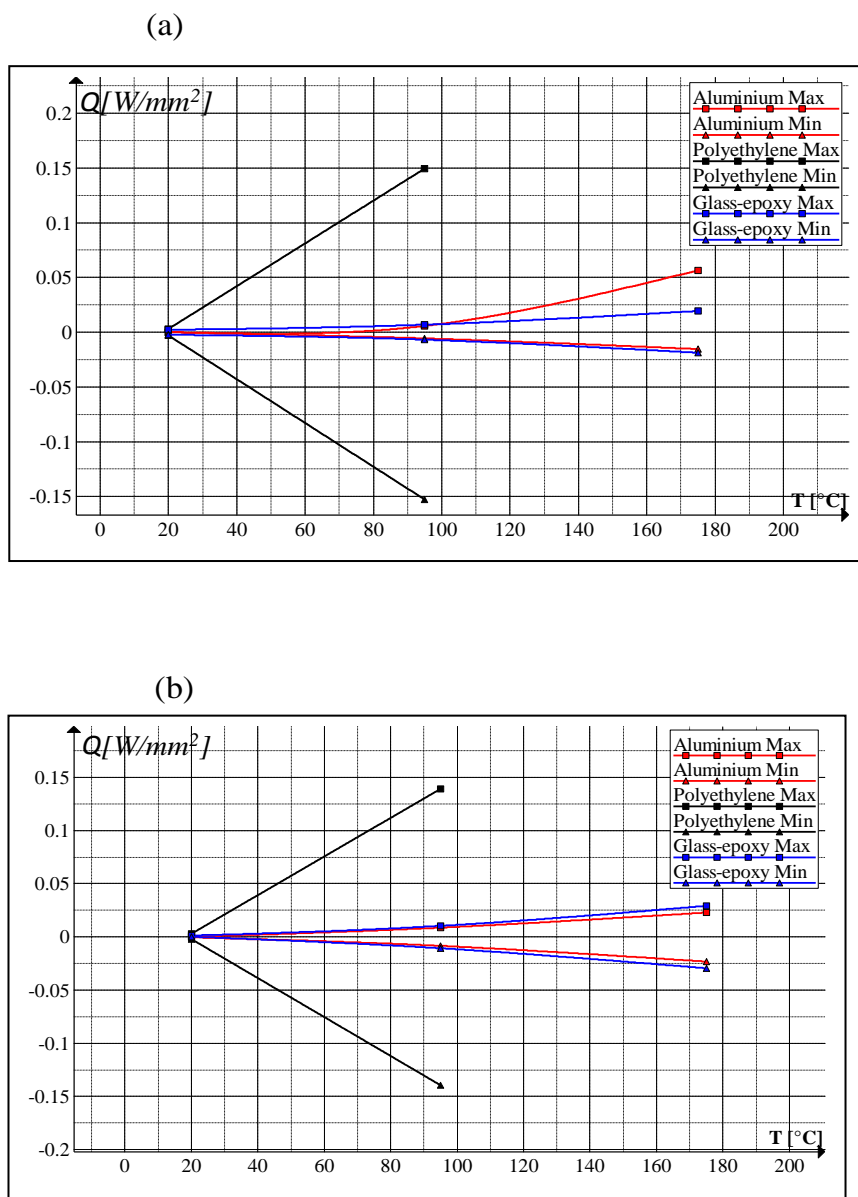


Fig. 33. Evolution des caractéristiques thermiques du délaminage structurels du panneaux sandwich en nid d'abeille: (a) Flux de chaleur le long de l'axe des x, (b) le flux de chaleur le long de l'axe y, (c) La distribution de la température des panneaux, (d) différence de température Tmax et Tmax (panneaux).

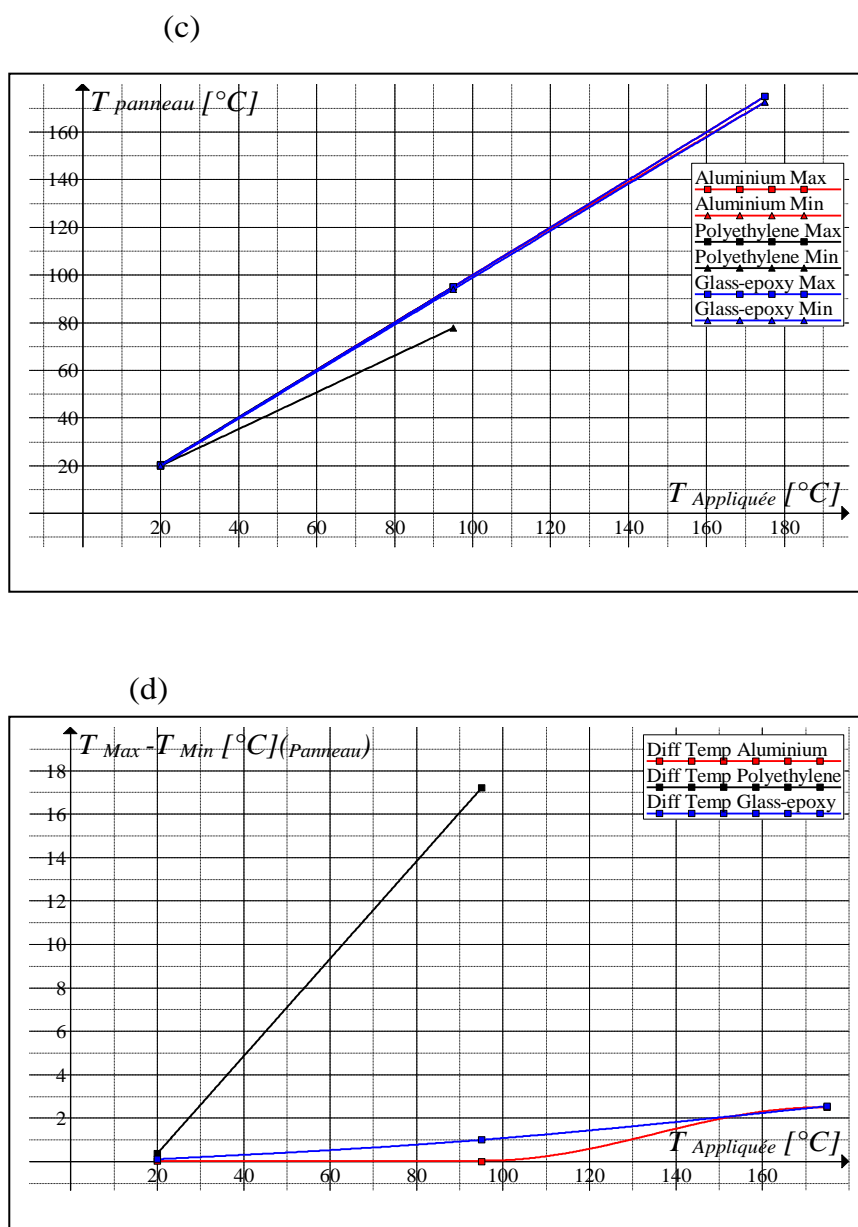


Fig. 33. Evolution des caractéristiques thermiques du délaminage structurels du panneaux sandwich en nid d'abeille: (a) Flux de chaleur le long de l'axe des x, (b) le flux de chaleur le long de l'axe y, (c) La distribution de la température des panneaux, (d) différence de température Tmin et Tmax (panneaux).

III.5.3. Contraintes dans chaque couche rapportées aux axes de références

Dans cette section, une analyse de l'évolution des contraintes est présenté dans chaque couche du panneau (les peaux, l'adhésif et le noyau) rapporté au axe (x, y), pour les trois types de panneaux sandwich en nid d'abeilles (la peau du premier panneau est en polyéthylène, le second est en verre-époxy et le dernier est en aluminium).

III.5.3.1. la température de délaminage des différentes peaux

Les figures 34 (a) - (f) représentent respectivement l'évolution des contraintes dans chaque couche rapportée aux axes de références (x,y) pour trois les panneaux sandwichs en nid d'abeilles, où le renfort ou la peau du premier panneau est en polyéthylène à 95°C , le second et le dernier sont en verre époxy et l'aluminium à $T=175^{\circ}\text{C}$, en fonction de l'épaisseur des différents constituants du panneau (l'âme, les deux peaux et l'adhésif) . On notera que, pour le polyéthylène, contraintes maximales dans la peau supérieure et inférieure selon l'axe (x) σ_{xx} sont $-15.649 \cdot 10^5 \text{Pa}$ (Fig. 34.a.), et pour les contraintes maximales dans la peau supérieure et inférieure selon l'axe (y) σ_{yy} varient de $-2,0297 \cdot 10^8 \text{ Pa}$ à $+1.9984 \cdot 10^8$ sur la figure 34 (b). Pour le verre-époxy, les contraintes dans la σ_{xx} peau supérieure et inférieure atteint $-10,94 \cdot 10^7 \text{ Pa}$ (Fig. 34.c); En outre, dans la peau supérieure aux contraintes σ_{yy} atteint $1,79 \cdot 10^8 \text{ Pa}$ et à la peau inférieure atteint $-3,82 \cdot 10^8 \text{ Pa}$ illustré sur la figure 34 (d). Dans le cas des peaux en d'aluminium, les contraintes σ_{xx} dans la peau supérieure et inférieure atteint $-1,81 \cdot 10^8 \text{ Pa}$ (Fig. 34 .e) et les contraintes σ_{yy} dans la peau supérieure et inférieure atteint $-3,82 \cdot 10^8 \text{ Pa}$ dans Fig.34 (f).

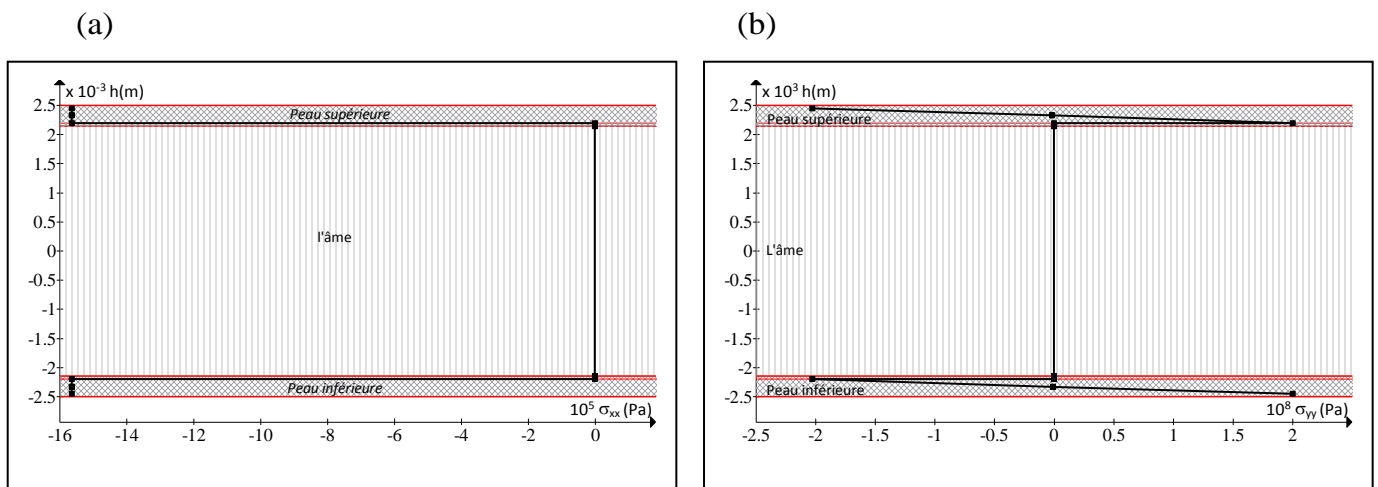


Fig. 34. Les contraintes en fonction des épaisseurs: (a, b)- contraintes σ_{xx} et σ_{yy} peau en polyéthylène à 95°C , (c, d)- contraintes σ_{xx} et σ_{yy} peau en verre époxy à 175°C , (e, f) - contraintes σ_{xx} et σ_{yy} peau en aluminium σ_{xx} et σ_{yy} à 175°C .

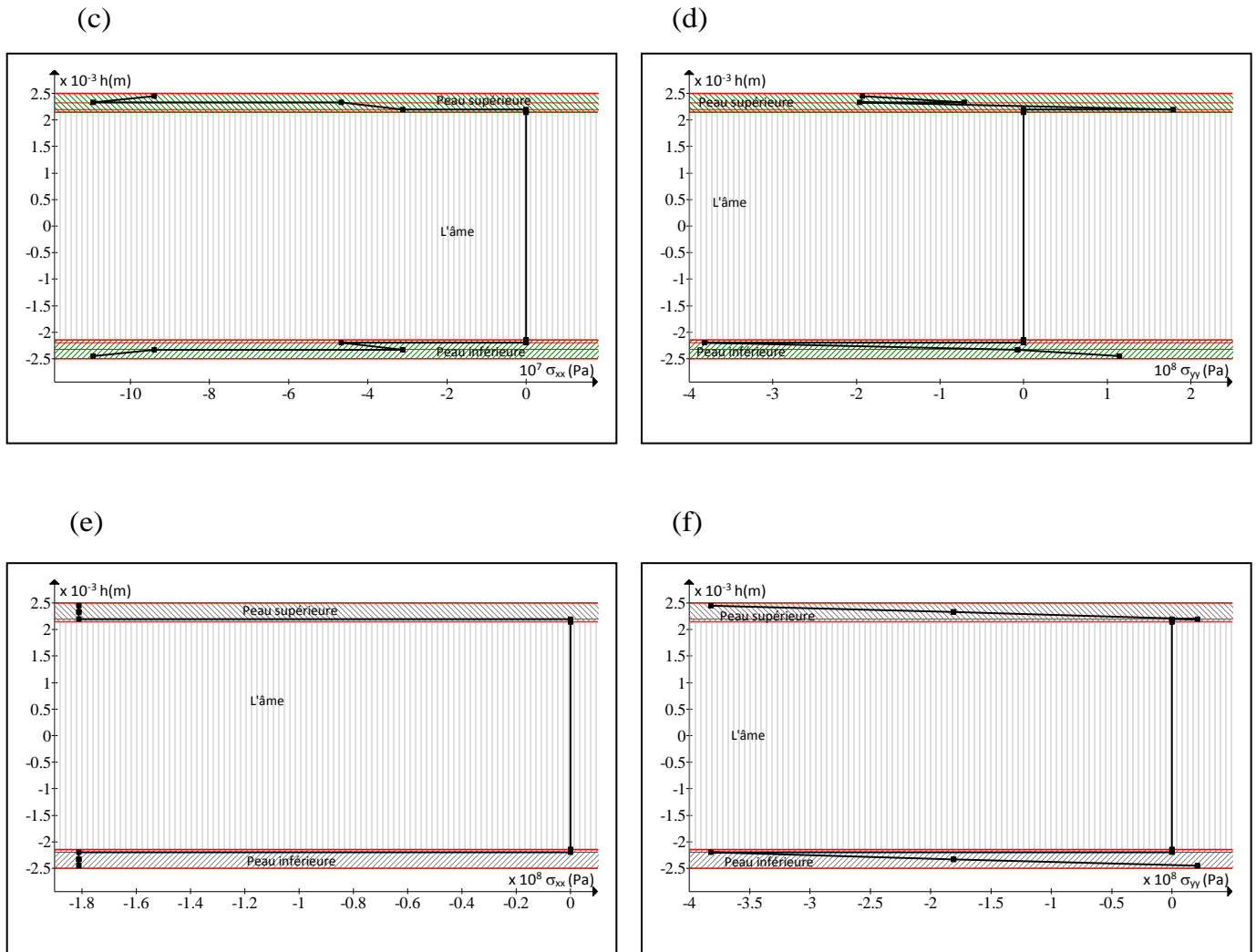


Fig. 34. Les contraintes en fonction des épaisseurs: (a, b)- contraintes σ_{xx} et σ_{yy} peau en polyéthylène à 95°C , (c, d)- contraintes σ_{xx} et σ_{yy} peau en verre époxy à 175°C , (e, f) - contraintes σ_{xx} et σ_{yy} peau en aluminium σ_{xx} et σ_{yy} à 175°C .

III.5.4. Mécanismes de rupture dans les panneaux

Le Critère de Tsai-Wu permet la vérification de la résistance à la rupture de la structure composite (matériaux anisotropes) lors de la conception, ce critère est généralement suffisant pour décrire les différents résultats expérimentaux et d'améliorer la corrélation entre les résultats expérimentaux et théoriques.

L'âme du panneau en nid d'abeilles est considérée comme l'une des couches constituantes du panneau. Les contraintes appliquées à l'âme du panneau, sont obtenues par la transmission des contraintes cisaillement des couches supérieures vers le centre. Le critère est essentiellement utilisé pour vérifier la résistance à la rupture de toutes les couches (couche par couche) des trois panneaux (peaux et noyau). Dans ce cas, les

conditions dans les trois cas sont les mêmes. La rupture du matériau anisotrope est atteinte lorsque l'égalité suivante est vérifiée:

$$F_i \sigma_i + F_{ij} \sigma_i \sigma_j = 1 \quad i, j = 1, 2, \dots, 6, \quad (25)$$

F_i : Le tenseur résistance des d'ordre 2

F_{ij} : Le tenseur résistance des d'ordre 4

Dans le cas des matériau orthotrope :

$$F_1 \sigma_1 + F_2 \sigma_2 + F_6 \sigma_6 + F_{11} \sigma_1^2 + F_{22} \sigma_2^2 + F_{66} \sigma_6^2 + 2F_{12} \sigma_1 \sigma_2 = 1 \quad (26)$$

Ou

$$F_1 \sigma_L + F_2 \sigma_T + F_6 \sigma_{LT} + F_{11} \sigma_L^2 + F_{22} \sigma_T^2 + F_{66} \sigma_{LT}^2 + 2 F_{12} \sigma_L \sigma_T = 1 \quad (27)$$

Les coefficients F_{ij} dans Eq.(25) sont déterminé expérimentalement [51,64].

F_i et F_{ij} sont des paramètres caractéristiques du matériau considéré, qui sont reliés aux contraintes à la rupture X , Y et S , établis par des procédures expérimentales où ils sont liés à la limite de rupture dans les directions principales panneau. Les propriétés de symétrie des tenseurs F_i , F_{ij} similaires à celles des constantes d'élasticité. Pour un panneau orthotrope soumis à contrainte, plane [51,64]:

$$F_1 = \frac{1}{X_t} - \frac{1}{X_c} ; F_{11} = \frac{1}{X_t X_c} ; F_2 = \frac{1}{Y_t} - \frac{1}{Y_c} ; F_{22} = \frac{1}{Y_t Y_c} ; F_6 = 0 ; F_{66} = \frac{1}{S_{LT}^2} \quad (28)$$

La valeur exacte du paramètre F_{12} ne peut être déterminée explicitement, mais est considérée comme un coefficient empirique, ajusté en fonction des résultats expérimentaux [51,64]:

$$F_{12} = \frac{1}{2 \sigma^2} [1 - (F_1 + F_2) \sigma + (F_{11} + F_{22}) \sigma^2] \quad \text{avec } \sigma = \sigma_1 = \sigma_2 . \quad (29)$$

Les critères en contraintes maximales font intervenir (L'axe longitudinal et l'axe transversal sont pris suivant les axes des matériaux de la couche) :

X_t, X_c : les contraintes à la rupture suivant l'axe longitudinal respectivement en traction et en compression,

Y_t, Y_c : les contraintes à la rupture suivant l'axe transversal respectivement en traction et en compression,

S : la contrainte à la rupture en cisaillement dans le plan de la couche..

L'axe longitudinal et l'axe transversal sont pris suivant les axes des matériaux de la couche. Les grandeurs à la rupture sont les valeurs positives des contraintes à la rupture mesurées dans des essais de traction, compression ou cisaillement.

$$-X_c < \sigma_L < X_t ; -Y_c < \sigma_T < Y_t ; -S < \sigma_{LT} < S \quad (30)$$

Le Tableau. 1 représentent les paramètres F_i et F_{ij} rapporté aux axes des matériaux de la couche.

TABLEAU. 1. Tenseur F_{ij} et F_i des diverses constituants du panneau

Matières diverses renforts	F_1	F_{11}	F_2	F_{22}	F_6	F_{66}
Aluminium (core)	-	-	-	-	0,00E+00	0.4251
Aluminium (peau)	0,00E+00	4,00E-18	0,00E+00	4,25E-18	0,00E+00	4,25E-18
Polyéthylène (peau)	-4,55E-03	1,38E-10	-4,55E-03	1,82E-10	0,00E+00	5,92E-15
verre époxy (peau)	-3,85E-10	7,85E-19	1,95E-08	2,60E-16	0,00E+00	2,04E-16

Les figures 35 (a) - (c) représentent respectivement le comportement selon le critère de Tsai-Wu, de trois panneaux sandwichs en nid d'abeilles, où le renfort ou la peau du premier panneau est en polyéthylène à 95°C , le second et le dernier sont en verre époxy et l'aluminium à $T=175^\circ\text{C}$, en fonction de l'épaisseur des différents constituants du panneau (l'âme, les deux peaux et l'adhésif)

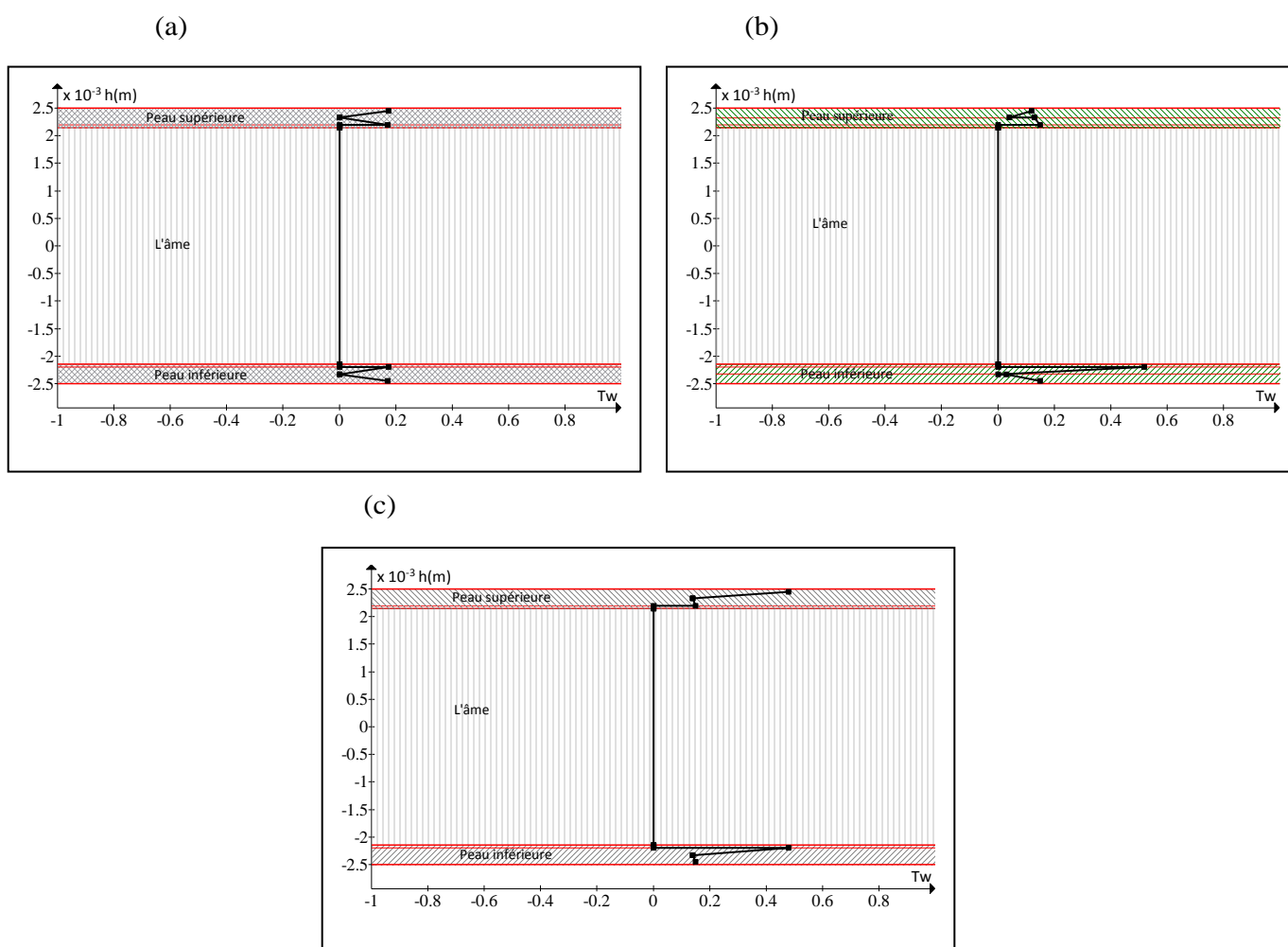


Fig.35. Le critère de rupture Tsai-Wu aux températures de délaminage des panneaux sandwichs en nid d'abeilles : (a) renfort en polyéthylène à $T = 95^\circ\text{C}$, (b) renfort en verre époxy à $T = 175^\circ\text{C}$, (c) renfort en aluminium à $T = 175^\circ\text{C}$.

Fig.35. représente les valeurs de critères de Tsai-Wu dans chacune des couches des panneaux (la structure du panneau en nid d'abeille est anisotrope). Ces valeurs, obtenues numériquement à partir d'un code élaboré, permettent de vérifier la résistance des différentes couches des panneaux (vérification couche par couche).

Figure 35.a (peau en polyéthylène à $T = 95\text{ °C}$), la figure 35.b (peau en verre-époxy à $T = 175\text{ °C}$) et la figure 35.c (peau en aluminium à $T = 175\text{ °C}$) montrent que les panneaux sandwich travail en toute sécurité avant d'atteindre les températures critiques et que les charges sont importantes au niveau des interfaces.

III.6. Conclusion

Dans ce travail, on a modélisé les mécanismes de délaminage et de rupture de la structure composite en nid d'abeille de différents renforts, sous sollicitations thermiques. Nous avons étudié le comportement de chaque panneau (le coeur, la peau et l'adhésif). Le comportement global de la structure en nid d'abeille composite sous contrainte thermomécanique nécessite la détermination d'un modèle qui permet l'évaluation de ses caractéristiques mécaniques, physiques et structurelles, d'où l'importance de la formulation de transfert de chaleur.

Un modèle spécifique sous charge thermique était établi, qui tenait compte du flux de chaleur, la température ambiante, les coefficients conductivité thermique, les coefficients de convection, des zone environnante au panneau de l'intérieur et l'extérieur, les surfaces d'échange et les surfaces contact avec les différents constituants du panneau (l'âme, la peau inférieure, la peau supérieure et l'adhésif).

On à étudier le comportement selon le critère de Tsai-Wu, des trois panneaux sandwichs en nid d'abeilles, où la peau du premier panneau est en polyéthylène (température de délaminage de 95°C), le second et le dernier sont en verre époxy et aluminium (à la température de délaminage de $T=175\text{°C}$), en fonction de l'épaisseur des différents constituants du panneau (l'âme, les deux peaux et l'adhésif)

Tous les résultats obtenus par le code ont permis à mettre en évidence les zones critiques (les plus vulnérables). Sur ces figures, on peut observer que les zones d'interfaces de l'adhésif avec le corps ou la peau sont clairement des zones critiques. Ce qui nous amène à perfectionner amélioré les caractéristiques de l'adhésive ou

d'augmenter sa surface de contact, ce qui conduit à améliorer les caractéristiques et le comportement du panneau (meilleurs sandwiches).

Le cisaillement de l'âme du panneau en nid d'abeilles peut être divisé en quatre étapes: la déformation élastique, la déformation plastique, la rupture de la paroi cellulaire ou alvéolaire, et le délaminage de l'âme et la peau. L'adhérence entre le l'âme du sandwich en nid-d'abeilles et la peau est n'est plus assuré à partir d'une certaine température. L'adhésif perd toutes ses propriétés mécaniques et chimiques (température de délaminage à laquelle l'adhésif se désintègre et perd sa cohésion).

La modélisation d'une structure en composite nid d'abeilles sous chargement thermodynamique, nous a permis d'apprécier les déformations maximales du panneau. La déformation maximale est proportionnelle aux paramètres thermiques. Malgré la différence du comportement des deux matériaux en traction et en compression, la déformée totale est minimale et ne dépasse pas 0.28 mm (Fig 24.a et 24.d). La déformation élastique maximale de cisaillement dans le plan (o, x, y) est la plus importante. Elle est moindre dans les autres plans, étant donnée la concentration des contraintes au niveau du collage de la peau avec l'âme du panneau. Le panneau sandwich a permis de réduire la température de 15.51°C malgré sa faible épaisseur (Fig 25.c). Pour améliorer ces caractéristiques thermiques, il est éventuellement possible d'utiliser l'âme en nid d'abeille imprégnée de mousse ignifuge. Le renfort a permis d'améliorer les caractéristiques mécaniques du panneau sandwich. Cette amélioration est liée à la forme de l'âme et du renfort. L'âme absorbe bien les contraintes tangentielles transmises par la peau. La nature du matériau du renfort permet à mieux résister à des températures élevées [66].

La complexité croissante des problèmes d'optimisation en mécanique oblige souvent le chercheur à prendre en considération simultanément un certain nombre de critères. C'est un problème d'optimisation multicritères. Ces critères s'affrontent en général de manière conflictuelle et antagoniste. La minimisation simultanée du poids, des déplacements et des contraintes au sein d'une structure en est un exemple. Les critères d'optimisation peuvent concerner la stabilité, les fréquences de vibration, l'endommagement ou la rupture des structures, etc.

Chapitre IV

*Mécanismes de rupture d'une structure en
composite nid d'abeille sous chargement
thermodynamique*

Mécanismes de rupture d'une structure en composite nid d'abeille

IV.1 Introduction

La rupture d'une pièce mécanique peut s'interpréter avant tout comme une interruption de la continuité de la matière. Elle constitue un point faible qui peut provoquer une séparation (cassure). Elle peut se produire après une grande déformation, le plus souvent après une instabilité plastique qui résulte de la présence de deux effets opposés qui sont : la réduction de la section d'une part et, le durcissement du matériau par écrouissage d'autre part.

Hormis les processus de corrosion chimique des matériaux et des structures, il existe plusieurs processus mécaniques de rupture tels que : le flambage, la rupture ductile par surcharge, etc.

Les processus de rupture peuvent être couplés aux processus chimiques tel un matériau soumis à des contraintes résiduelles d'origine thermique ou chimique. La rupture peut résulter de l'existence de défauts de fabrication comme des inclusions ou des vides dans le matériau ou encore des zones d'endommagement à partir desquels des fissures naîtront puis se propageront pour parvenir à une taille où la structure atteint la ruine [32,33,39]. La rupture peut se produire aussi brutalement suite à la fragilité du matériau, souvent elle se produit sans déformation plastique. L'énergie nécessaire pour son apparitions est caractérisée par la notion résilience (rapport de l'énergie nécessaire pour rompre une pièce et sa section de rupture), dans le cas des matériaux ductiles, la possibilité de la rupture est plus élevée [76-78]. Lors de conception le paramètre de la résilience est important. Elle est proportionnelle à la température de transition (caractérisant le passage d'un mode à l'autre). Généralement un matériau qui se caractérise par sa plasticité développera une rupture ductile (matériau fragile). Un matériau sans plasticité (céramiques, métaux à très basse température, certaines résines) présentera toujours des ruptures fragiles. Le type de chargement influe considérablement sur la possibilité de la présence de rupture telle que : les structures à chargement répétitif ou monotone (permanent), chargement périodique ou cyclique, le chargement constant ou invariant et le chargement complexe ou sollicitation composée. Chaque mode de chargement correspond à un mode de rupture particulier.

Dans le cas du chargement monotone, la contrainte augmente de manière continue et croissante. La contrainte consiste soit à un déplacement ou une charge imposée. Par contre

dans le cas du chargement périodique le déplacement varie de façon cyclique au cours du temps. La rupture n'interviendra qu'au bout d'un nombre de cycles dépendant de la sévérité du chargement où on parle de la fatigue. De nombreuses structures sont sollicitées en fatigue: moteurs, pneus, ailes d'avions, hélices de bateau, etc. Dans le cas du chargement constant ou invariant, la structure est généralement soumise à une charge constante et sous contrainte thermique importante. Dans le dernier cas, le chargement complexe, les sollicitations ne peuvent variés que dans les cas précédents. Dans certains cas, une structure à haute température peut voir son niveau de charge varier au cours du temps. On parle alors d'interaction entre la fatigue et le fluage. Une structure en fatigue dans laquelle se propage lentement une fissure.

Pour un essai sous chargement monotone d'une éprouvette de traction simple, on peut distinguer différents types de modes de rupture:

- **Rupture élastique fragile:** le comportement global est linéaire élastique et la rupture intervient de façon brutale (c.-à-d. sans signes d'avertissement). Les déformations à la rupture sont généralement faibles. Les matériaux ayant ce type de comportement sont les céramiques et les verres.

- **Rupture quasi fragile :** le comportement global est non linéaire. Des décharges partielles indiquent une forte perte de rigidité qui révèle des microfissurations du matériau tel que : composites, céramiques (en particulier les composites en céramique), les bétons.

- **Rupture plastique fragile :** ce type de matériau se rompt brutalement pour des déformations relativement faibles. C'est le cas des métaux de type cubique centré ou hexagonal lorsque la température est suffisamment faible.

- **Rupture ductile :** ce type de matériau se rompt progressivement. Une fissure peut s'amorcer au sein de la matière. L'endommagement peut être relativement important. Les métaux cubiques à faces centrées ont ce comportement. Les métaux de type cubique centré sont ductiles pour une température suffisamment élevée.

IV.2 Présentation de la fissuration:

Il y a principalement deux modèles pour représenter la fissuration des structures: la mécanique de l'endommagement et la mécanique élastique linéaire de rupture [76-78].

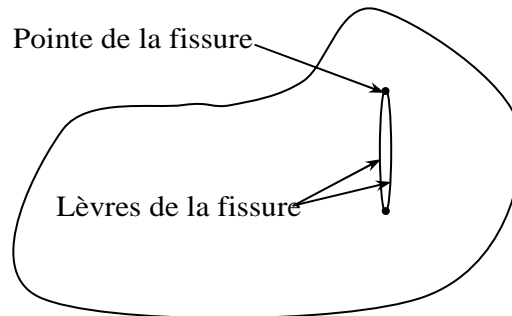


Fig. 1. Présentation d'une fissure

IV.2.1 La mécanique de l'endommagement :

Selon la mécanique de l'endommagement, les défauts comme les microfissures et la propagation de celles-ci sont prises en compte de manière continue par le biais de variables d'endommagement. Celles-ci sont des variables internes qui représentent l'état du matériau. Ainsi, une partie du matériau contenant des défauts possède des variables d'endommagement de valeur élevée, qui donnent une dégradation des propriétés. Dans un modèle simple, la relation entre les contraintes et les déformations ε en présence d'endommagements devient :

$$\sigma = (1 - D) E \varepsilon \quad (1)$$

Où: E est le module de Young et D est la variable d'endommagement variant entre 0 et 1 pour laquelle il reste à établir un modèle d'évolution.

La mécanique de l'endommagement est appropriée pour représenter l'initiation de la fissuration à partir de microfissures mais aussi d'autres modes de dégradation comme le fluage, par exemple.

IV.2.2 La mécanique élastique linéaire de rupture

Les théories de mécanique de rupture supposent que le matériel contient une fissure avec des contraintes infinies à son bout. Cependant, dans la pratique, de telles contraintes infinies ne se produisent pas. Il y a une zone plastique créée autour du bout de la fissure. Les théories élastiques linéaires de la mécanique de rupture supposent que la taille de cette zone plastique est petite comparée à d'autres dimensions de fissures. En 1921 et en 1924, Griffith [79,80] a essayé de décrire la rupture fragile en employant les calculs d'effort d'Inglis en 1913[81] d'un trou elliptique sous le chargement de

contraintes. Il a dérivé une expression de contrainte critique, pour caractériser l'évolution de la fissure, à savoir:

$$\sigma_c \sqrt{a} = \sqrt{\frac{2\gamma E}{\pi}} \quad (2)$$

Où a est la longueur de la fissure, γ est l'énergie extérieure spécifique et E est le module de Young. Le côté droit de l'équation contient seulement des constantes matérielles. Griffith a déclaré que la valeur $\sigma_c a^{1/2}$ représente la limite, devrait être une propriété matérielle intrinsèque. Il a vérifié ceci par ses expériences sur la rupture du verre dur. Cependant, la théorie de Griffith souffre de ses limites car elle ne s'applique qu'aux fissures sous chargement normal et que différentes configurations de fissures et charges appliquées ne sont pas prises en considération. Par contre Irwin en 1957 [82] a examiné de manière approfondie l'état de l'effort dans la proximité immédiate du bout de la fissure (à la différence de l'approche de l'énergie de Griffith). Il a proposé trois modes de rupture basés sur le mouvement relatif aux aspects de la fissure, tel que indiqué par la Fig .4, en utilisant l'analyse des variables complexes de Westergaard en 1939 [83] et les expressions de séries dérivées d'Irwin pour les efforts et les déplacements à proximité du bout de la fissure. Les expressions des contraintes et des déformations ci-dessous excluent des limites d'ordre supérieur de r (où r représente le rayon ou la distance du bout de la fissure est considéré très petit par rapport à d'autres dimensions) [76-78]:

$$\sigma_{11} = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \left[K_I \cos \frac{\alpha}{2} \left(1 - \sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{3\alpha}{2} \right) + K_{II} \sin \frac{\alpha}{2} \left(-2 - \cos \frac{\alpha}{2} \cos \frac{3\alpha}{2} \right) \right] \quad (3)$$

$$\sigma_{22} = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \left[K_I \cos \frac{\alpha}{2} \left(1 + \sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{3\alpha}{2} \right) + K_{II} \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2} \cos \frac{3\alpha}{2} \right] \quad (4)$$

$$\sigma_{33} = \frac{3 - \nu - k(1 + \nu)}{4\nu} (\sigma_{11} + \sigma_{22}) \quad (5)$$

$$\sigma_{23} = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} K_{III} \cos \frac{\alpha}{2} \quad (6)$$

$$\sigma_{13} = \frac{-1}{\sqrt{2\pi r}} K_{III} \sin \frac{\alpha}{2} \quad (7)$$

$$u_1 = \frac{\sqrt{2\pi r}}{8\pi\mu} \left[K_I \left((2k - 1) \cos \frac{\alpha}{2} - \cos \frac{3\alpha}{2} \right) + K_{II} \left((2k + 3) \sin \frac{\alpha}{2} + \sin \frac{3\alpha}{2} \right) \right] \quad (8)$$

$$u_2 = \frac{\sqrt{2\pi r}}{8\pi\mu} \left[K_I \left((2k + 1) \sin \frac{\alpha}{2} - \sin \frac{3\alpha}{2} \right) + K_{II} \left((3 - 2k) \cos \frac{\alpha}{2} + \cos \frac{3\alpha}{2} \right) \right] \quad (9)$$

$$u_3 = \frac{2\sqrt{2\pi r}}{\pi\mu} K_{III} \sin \frac{\alpha}{2} \quad (10)$$

Les directions locales 1 et 2 se rapportent respectivement aux directions tangentielles et normales, alors que la direction 3 se rapporte à la normale x/y (Figure .2).

La mécanique de la rupture suppose l'existence d'une ou de plusieurs macro fissures présentes de part et d'autre dans le matériau. Les déplacements, les déformations et les contraintes sont discontinus. La mécanique de la rupture peut s'appliquer soit :

- En conception et en dimensionnement après une analyse d'endommagement qui prédit une zone d'endommagement qui permet de modéliser la fissure.
- En production si une fissure est décelée dans une structure en service pour évaluer la durée de vie résiduelle de celle-ci.

Les fissures sont les nouvelles frontières internes. On appelle lèvres de la fissure les deux surfaces qui forment la nouvelle frontière. Les lèvres sont reliées par une courbe appelée le front de la fissure. Cette courbe est ouverte pour une fissure débouchante et fermée pour une fissure interne. Dans une analyse ramenée à deux dimensions, les lèvres sont assimilées à deux courbes (deux segments de droite dans le cas le plus simple) et le front est assimilé à un simple point pour une fissure débouchante et à deux points pour une fissure interne. On parle aussi de pointe(s) de la fissure. Notons que dans la majorité des travaux de recherche, les chercheurs s'intéressent beaucoup au cas bidimensionnel. Récemment, en application numérique, il y a eu un certain nombre de travaux dont l'objectif est de simuler la propagation de fissures quelconques à trois dimensions, ce qui est le défi majeur de ces dernières années en mécanique de la rupture [76,77,78].

IV.3 Modes fondamentaux de la rupture et facteurs d'intensité de contrainte

Nous nous intéressons au champ de contrainte au voisinage du bord de la fissure. Ces contraintes dépendent de la longueur de la fissure, des forces appliquées et de la configuration géométrique. Dans l'hypothèse d'un matériau élastique, les contraintes sont infinies au front de la fissure. Irwin en 1957 [82], s'appuyant sur les travaux du pionnier Griffith en 1921 [79], a montré que les contraintes au voisinage du front de la fissure peuvent s'exprimer sous la forme:

$$\sigma_{ij} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^I(\alpha) + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^{II}(\alpha) + \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^{III}(\alpha) + \sigma_{ij}^0 + o(\sqrt{r}) \quad (11)$$

r et α sont les coordonnées polaires locales:

Les fonctions f_{ij} sont des fonctions connues et σ_{ij}^0 sont les contraintes finies au front de la fissure. Les trois grandeurs importantes de l'équation (11) sont K_I , K_{II} et K_{III} . Ce sont les facteurs d'intensité de contrainte qui correspondent aux trois modes de base de déplacement relatif aux lèvres de la fissure. Ils dépendent de la longueur de la fissure, de la géométrie et des charges appliquées. Ils déterminent à eux seuls les champs asymptotiques des contraintes et des déplacements. Pour cette raison, ce sont ces facteurs qui interviendront dans les critères de fissuration [64].

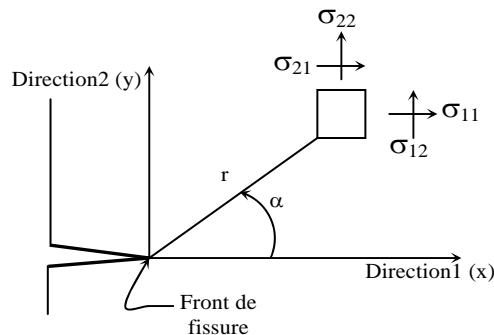


Fig. 2. Schéma d'une fissure

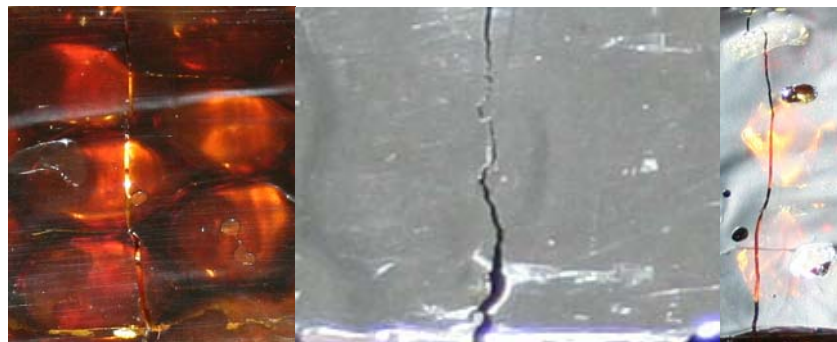


Fig. 3. Observation des fissures (panneau sandwich en nid d'abeille)
Laboratoire dynamique des moteurs et vibroacoustique (LDMV /UMBB)

Les trois modes fondamentaux sont:

Mode I (Mode d'ouverture) :

Dans ce cas, les lèvres de la fissure s'écartent l'une par rapport à l'autre selon la direction y qui apparaît lors d'un chargement σ_y . Le facteur d'intensité de contrainte du mode I est défini par:

$$K_I = \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2 \pi r} \sigma_{yy}(r, 0, 0) \quad (12)$$

En cas de compression, il ne peut être négatif car cela signifierait que les lèvres se pénètrent et il faut alors tenir compte du contact entre les lèvres.

Mode II (Mode de glissement)

Dans ce cas, les lèvres glissent l'une sur l'autre selon la direction perpendiculaire au front de fissure x , qui apparait lors d'un cisaillement τ_{xy} . Le facteur d'intensité de contrainte du mode II est défini par:

$$K_{II} = \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2 \pi r} \tau_{yx}(r, 0, 0) \tag{13}$$

Mode III (Mode de déchirement)

Dans ce cas, les lèvres se déplacent l'une par rapport a l'autre selon la direction parallèle au front de la fissure z qui apparait lors d'un cisaillement τ_{yz} . Le facteur d'intensité de contrainte du mode III est défini par:

$$K_{III} = \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2 \pi r} \tau_{yz}(r, 0, 0) \tag{14}$$

La superposition de ces 3 modes est suffisante pour décrire le cas le plus général de déplacement des lèvres de la fissure **Fig .4**.

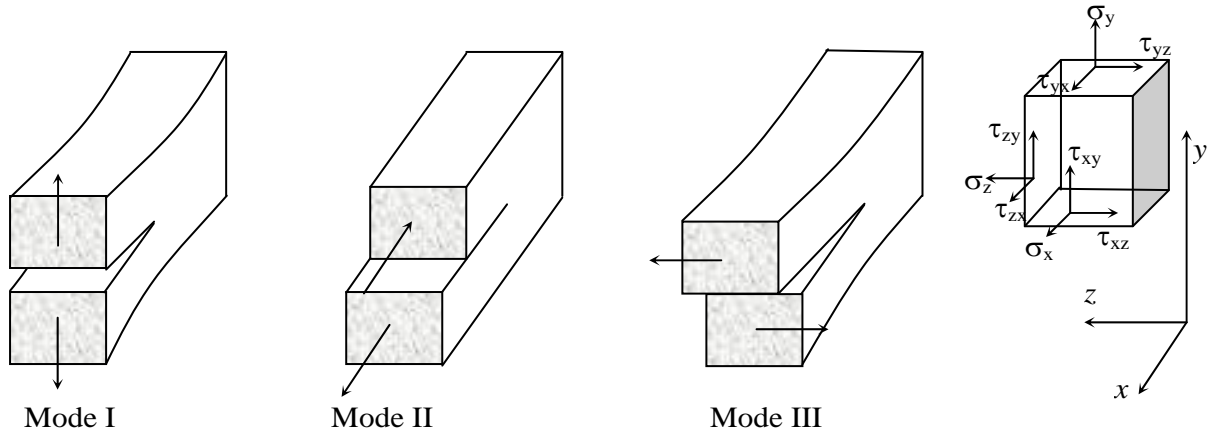


Fig. 4. Les trois modes fondamentaux de rupture

α représente l'angle mesuré du plan de la progression de la fissure dans le sens inverse des aiguilles d'une montre **Fig .2**. Le paramètre k appelé module de compressibilité se définit comme suit :

$$k = 3 - 4\nu \quad (\text{Dans le cas des déplacements plans}) \tag{15}$$

$$k = \frac{3 - \nu}{3 + \nu} \quad (\text{Dans le cas des contraintes planes}) \tag{16}$$

Les efforts au bout de la fissure sont proportionnels à $r^{-1/2}$ tandis que les déplacements sont proportionnels à $r^{1/2}$. G est un autre paramètre qui est défini comme le taux de

dissipation d'énergie de contrainte pour un changement par accroissement de la longueur de la fissure. Il s'écrit comme suit :

$$G = \frac{\partial U}{\partial a} \quad (17)$$

Où U est l'énergie de contrainte stockée par l'application des forces externes. Irwin a également identifié un rapport simple entre le taux de dissipation d'énergie G, la contrainte et le facteur d'intensité de contrainte en employant des travaux virtuels, ce qui donne :

$$G_I = \frac{k+1}{8\mu} (K_I)^2 \quad (18)$$

$$G_{II} = \frac{k+1}{8\mu} (K_{II})^2 \quad (19)$$

$$G_{III} = \frac{k+1}{8\mu} (K_{III})^2 \quad (20)$$

Où G_I , G_{II} et G_{III} , sont respectivement les taux de dissipation de l'énergie de contrainte pour les modes I, II et III. Par conséquent, comme cité précédemment, la rupture peut être prévue en comparant la valeur K pour une géométrie donnée de la fissure et des charges externes appliquées avec la valeur critique K_c de K. Elle représente le seuil de la rupture. Cette valeur est déterminée par l'essai expérimental. Le comportement à proximité des fissures axisymétriques est identique à celui des contraintes planes bidimensionnelles. Cependant, dans les problèmes tridimensionnels, la fissure n'est plus un point mais une ligne. Dans la pratique, nous supposons que la plupart des fissures tridimensionnelles peuvent être traitées en tant que fissures planes avec la singularité de $r^{-1/2}$. L'idée du facteur K_c est très semblable au concept d'effort de fléchissement. Le rendement se produit seulement si l'effort excède l'effort de fléchissement, indépendamment de la géométrie ou des charges externes appliquées. Par conséquent, l'effort de fléchissement (comme la dureté de rupture K_c) est une propriété matérielle.

IV.4 Propagation des fissures

Nous considérons un corps élastique linéaire, homogène et isotrope, qui subit de petites déformations et de petits déplacements où l'origine du repère se trouve sur la pointe de la fissure.

La propagation des fissures dans un matériau est l'une des formes de fatigue. Elle se rapporte à la fissuration lente sous des conditions de chargement cyclique où les

effets dynamiques sont négligés. La fissuration par fatigue se déroule généralement en trois phases [76-78].

IV.4.1 Initiation:

A partir de défauts comme des vides ou des inclusions, se forment des microfissures qui finissent par se rejoindre pour former une ou plusieurs macro-fissures dominantes (faisceau).

IV.4.2 Propagation:

Sous l'effet de la charge alternée entre σ_{\min} et σ_{\max} cette ou ces quelques macro fissures se propagent.

IV.4.3 Ruine

Quand une des fissures atteint une taille telle que, le facteur d'intensité de contrainte K_{max} correspondant à la charge maximale σ_{\max} de valeur K_c , défini comme **facteur d'intensité de contrainte caractéristique** du matériau appelée **ténacité**, cette fissure se propage rapidement en quelques cycles. Quand K_c atteint une valeur critique, la rupture se produit rapidement. Cette valeur de K_c prend la dénomination de seuil de la rupture des matériaux. Elle est indépendante des propriétés, de la géométrie ou des charges appliquées. La théorie de rupture n'a pas évolué depuis Inglis en 1913 [81] qui a utilisé des considérations énergétiques et des solutions d'effort jusqu'à Griffith en 1921[79] et en 1924 [80] qui a décrit la rupture. En 1957 [82], Irwin a défini le facteur d'intensité de contrainte pour caractériser les fissures en utilisant l'analyse de variable complexe de Westergaard en 1939 [83], pour dériver des expressions d'efforts et des déplacements à proximité de la fissure. Des techniques analytiques, impliquant habituellement des équations mathématiques très poussées, ont été développées pour une variété de configurations communes de la fissure notamment par Sneddon en 1946 [84] , Lowengrub en 1966 [85] et Rice en 1968 [86] et en 1972 [87]. Ces solutions analytiques sont habituellement limitées aux géométries et aux conditions de charge relativement simples, et exigent une bonne connaissance des mathématiques. Cependant, les procédures expérimentales, sont essentielles pour déterminer la valeur critique de K (essai destructif). Cette méthode reste prohibitive à travers le temps et les moyens à mettre en œuvre pour déterminer le facteur K pour une série de formes de fissures. Le facteur d'intensité de contrainte ne devrait pas être confondu avec le facteur de concentration d'effort qui est la valeur de l'effort d'une entaille ou d'un trou divisé par l'effort appliqué. Le facteur d'intensité de contrainte n'est pas une valeur d'effort en

tant que tel, mais une mesure. Elle s'amorce là où on peut connaître sa longueur critique quand elle commence à se propager [76-78].

IV.5 Calcul du facteur d'intensité de contrainte

La valeur du facteur d'intensité de contrainte joue un rôle fondamental dans la prévision, d'une éventuelle propagation d'une fissure. Les résultats expérimentaux et analytiques existent pour plusieurs géométries de la fissure. Les méthodes analytiques incluent des fonctions complexes d'effort. Certaines des procédures numériques qui ont été à l'origine développées pour le calcul du facteur d'intensité de contrainte en utilisant la méthode FEM. Ces méthodes incluent des techniques d'extrapolation de la prolongation virtuelle de la fissure. Trois méthodes numériques sont décrites ci après [76-78]:

IV.5.a Méthodes d'extrapolation de déplacement et d'effort

Dans cette approche, les expressions de bout de la fissure de déplacement et d'effort sont employées pour calculer K_I . Substitutions a par π dans l'équation [76-78], (9) nous aurons :

$$u_n = \frac{1-\nu}{\mu} \sqrt{\frac{2r}{\pi}} K_I \quad (21)$$

Où u_n est le déplacement normal d'ouverture de la face de la fissure. Le réarrangement :

$$K_I = \frac{E\sqrt{2\pi}}{4(1-\nu^2)} \left[\frac{u_n}{\sqrt{r}} \right]_{r \rightarrow 0} \quad (22)$$

Cette expression est strictement valable quand r tend vers 0. Une fois la ligne droite est extrapolée quand $r=0$ nous obtenons une valeur de K_I dans l'équation (22).

De même, nous pouvons employer les expressions de K_I en termes d'efforts dans l'équation (8) pour obtenir une autre expression de K_I au bout de la fissure où $\alpha = 0$, en termes d'effort normal, soit :

$$\sigma_n = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} K_I \quad (23)$$

En réarrangeant l'équation ci-dessus nous pouvons obtenir une expression explicite pour K_I en termes de quantité $(\sigma_n r^{1/2})$, ce qui donne:

$$K_I = \sqrt{2\pi} \left[\sigma_n \sqrt{r} \right]_{r \rightarrow 0} \quad (24)$$

Les méthodes d'extrapolation ont été employées pour la première fois par Watwood en 1969 [88] et par Chan en 1970 [89], dans l'analyse de configurations bidimensionnelles de fissures par la FEM. Ils ont constaté que la courbe devient linéaire à une certaine

distance du bout de la fissure. Plus la maille autour du bout de la fissure est fine, plus la ligne droite est étroite. Il s'agit d'extrapoler la ligne quand $r = 0$.

IV.5.b Méthodes de pente de déplacement et de contrainte

Ces méthodes sont semblables à la précédente. Dans cette méthode une ligne droite est tracée, et sa pente est proportionnelle au facteur d'intensité de contrainte. Plutôt que d'extrapoler la ligne pour la valeur $r = 0$, nous pouvons tracer le déplacement u_n par rapport $r^{1/2}$ pour obtenir une ligne droite de pente proportionnelle à K_I , (21) devient:

$$u_n = \frac{1-\nu}{\mu} \sqrt{\frac{2}{\pi}} K_I \sqrt{r} \quad (25)$$

Il est plus facile de tracer une ligne droite passant par ces points parce que la ligne passe par l'origine ($u_n = 0$ à $r = 0$). L'équation de contrainte (23) peut être reformulée comme suit :

$$\frac{1}{\sigma_n} = \left(\frac{\sqrt{2\pi}}{K_I} \right) \sqrt{r} \quad (26)$$

La ligne droite dont la pente est proportionnelle à $1/K_I$ représente $1/\sigma_n$ en fonction de $r^{1/2}$. Elle passe par l'origine puisque σ_n tend vers l'infini pour $r=0$.

L'étude de Becker en 1987 [90] avait pour but d'utiliser les méthodes décrites auparavant pour calculer K_I . En faisant varier les tailles et les géométries de la fissure, ils ont conclu que la méthode d'extrapolation du déplacement est la méthode la plus fiable pour calculer K_I pour n'importe quelle taille de la fissure [76-78].

IV.5.c Méthodes d'énergie

Les méthodes d'énergie sont basées sur le calcul numérique du taux d'énergie dissipé par une contrainte, où G est défini par l'équation (17). Le facteur d'intensité de contrainte peut alors être obtenu à partir du rapport des équations (18) à (20). Le différentiel de l'énergie de contrainte de la longueur de la fissure peut être exprimé par la formule suivante:

$$G_I = \frac{\Delta U}{\Delta a} \quad (27)$$

$$G_I = \frac{U_2 - U_1}{a_2 - a_1}$$

U_1 et U_2 sont les énergies de contrainte liées aux longueurs a_1 et a_2 de la fissure. Cette approximation n'est valable que si la différence entre les deux longueurs de la fissure est très petite. En pratique, deux traitements de phase ou plus sont exécutés pour le même problème relatif à une fissure malgré que la variation de la longueur soit faible (négligeable). Le principal avantage des méthodes d'énergie est que le champ de contraintes au bout de la fissure apporte une contribution relativement petite à toute l'énergie de contrainte du corps fissuré. Par conséquent, des mailles plus simples peuvent être employées car cette méthode est faiblement dépendante des efforts et des déplacements localisés au bout de la fissure, comme démontré par Watwood en 1969 [88]. Cependant, l'inconvénient de cette méthode est l'incertitude relative au choix de la taille appropriée de l'incrément de la fissure Δa à employer dans la différentiation numérique de l'équation 27. En outre, le CPU (*central processing unit*) ou (*Unité centrale de traitement*) consomme plus de temps parce que des itérations supplémentaires sont nécessaires. Une autre approche d'énergie indépendante du pas de calcul à l'intérieur du domaine de la solution, est utilisée pour le calcul du facteur d'intensité de contrainte. Rice en 1972 [87] a formulé *J-contour integral* comme suit:

$$J = \int_{\Gamma^*} \left(W dx_2 - t_i \frac{\partial u_i}{\partial x_1} dS^* \right) \quad (28)$$

Γ^* : est le pas du chemin de la fissure à l'intérieur du domaine de solution dans le plan.

dS^* : est la distance différentielle du pas.

W : est la densité d'énergie de contrainte.

J-intégral: est égal au taux de dissipation de l'énergie de contrainte, G .

Elle est considérée comme méthode précise et fiable pour calculer K_I . Ces problèmes bidimensionnels sont traités par Chan et al., en 2003 [91]. Le comportement des efforts près des fissures, dans des milieux axisymétriques, est identique à celui des contraintes planes (Broberg en 1967 [92,93] et Bergkvist en 1978 [94]).

IV.6 Eléments de singularité

En traitant des problèmes de rupture, la difficulté essentielle résulte de l'effort infini présent au bout de la fissure. La nature de la singularité au bout de la fissure est connue, d'où l'intérêt d'utiliser des éléments quadratiques isoparamétriques. Ils sont identiques à ceux des éléments de la FEM, mais avec une dimensionnalité réduite. Tan et Fenner en 1979 [95], Becker et Fenner en 1992 [96], ont démontré que ces éléments sont très fiables, respectivement dans des problèmes bidimensionnels, tridimensionnels

et axisymétriques en mécanique de rupture. Nous Considérons un élément quadratique isoparamétrique avec un nœud au bout de la fissure (Fig. 5) [76-78]. Le paramètre intrinsèque (ξ) est employé dans les fonctions de forme comme suit:

$$\begin{aligned} x(\xi) &= \sum_{c=1}^3 N_c(\xi) x_c \\ y(\xi) &= \sum_{c=1}^3 N_c(\xi) y_c \end{aligned} \quad (29)$$

$N_c(\xi)$ représente une fonction de forme (quadratique). ρ est défini comme paramètre local qui mesure la distance du bout de la fissure à son origine pour $\rho=0$, et au troisième nœud de l'élément pour $\rho = L$. Nous cherchons la position de α du deuxième nœud qui n'est plus un point médian, et qui engendrera une singularité d'effort ou de contrainte de l'ordre $\rho^{-1/2}$ au bout de la fissure.

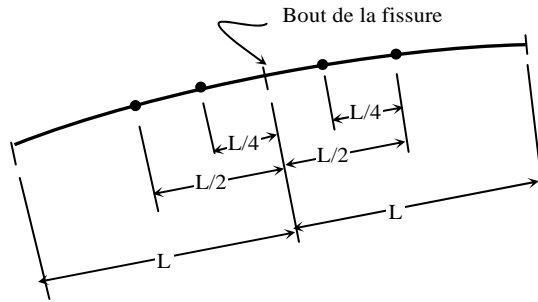


Fig. 5.a. Élément de singularité pour les problèmes bidimensionnels

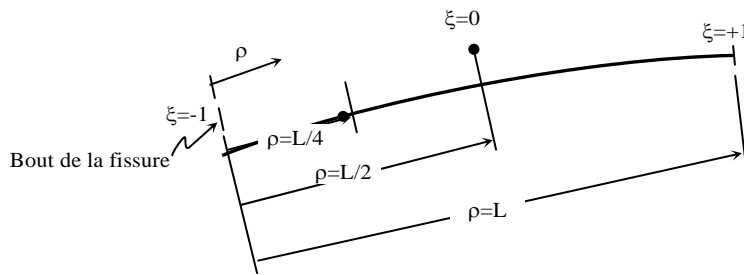


Fig. 5.b. Le point 1/4 paramètre de singularité de l'élément

En utilisant les fonctions de forme quadratique, nous pouvons définir ρ en fonction de ξ comme suit :

$$\rho = \frac{-\xi}{2}(1+\xi) 0 + (1-\xi^2)\alpha L + \frac{\xi}{2}(1+\xi)L \quad (30)$$

Pour $L=1$ nous pouvons simplifier l'équation comme suit :

$$\rho = (1-\xi^2)\alpha + \frac{\xi}{2}(1+\xi) \quad (31)$$

C'est une équation quadratique dont le paramètre ξ peut être déterminé comme suit :

$$\xi = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 8(\alpha - \rho)(1 - 2\alpha)}}{2(1 - 2\alpha)} \quad (32)$$

Le différentiel de ρ en respectant ξ peut être facilement calculé à partir de l'équation (31) comme suit :

$$\frac{\partial \rho}{\partial \xi} = (1 - 2\alpha)\xi + \frac{1}{2} \quad (33)$$

Substitutions ξ dans l'équation (32)

$$\frac{\partial \rho}{\partial \xi} = \frac{1}{2} \sqrt{1 - 8(\alpha - \rho)(1 - 2\alpha)} \quad (34)$$

Puisque l'effort est proportionnel à la contrainte, celle ci doit être infinie au bout de la fissure. La contrainte dans la direction de l'élément peut être écrite comme suit :

$$contrainte = \frac{\partial u_\rho(\xi)}{\partial \rho} = \frac{\partial u_\rho(\xi)}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial \rho} \quad (35)$$

La Substitution de l'équation (33) dans l'équation (35) donne:

$$contrainte = \frac{\partial u_\rho(\xi)}{\partial \xi} \left(\frac{1}{(1 - 2\alpha)\xi + \frac{1}{2}} \right) \quad (36)$$

Cette dernière tend vers l'infini si :

$$(1 - 2\alpha)\xi + \frac{1}{2} = 0 \quad \text{C'est-à-dire} \quad \alpha = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2\xi} + 1 \right) \quad (37)$$

Au bout de la fissure $\xi = -1$. La valeur de α pour que la contrainte soit infinie est :

$$\alpha = \frac{1}{4} \quad (38)$$

Par conséquent, en plaçant le deuxième nœud de l'élément quadratique isoparamétrique en position 1/4 (près du bout de la fissure), les efforts et les contraintes deviennent infinies au bout de la fissure. Cependant, pour améliorer la précision de ces éléments, les efforts et les contraintes doivent montrer une singularité de l'ordre $\rho^{-1/2}$. Ceci est automatiquement réalisé par le positionnement (1/4) du deuxième nœud. En utilisant les fonctions quadratiques de forme, le déplacement le long de la direction de l'élément peut être écrit comme suit :

$$u_\rho(\xi) = \frac{-\xi}{2}(1 - \xi)u_1 + (1 + \xi)(1 - \xi)u_2 + \frac{\xi}{2}(1 - \xi)u_3 \quad (39)$$

D'où :

$$\frac{\partial u_{\rho}(\xi)}{\partial \xi} = \left(\xi - \frac{1}{2} \right) u_1 + (-2 - \xi) u_2 + \frac{\xi}{2} \left(\xi + \frac{1}{2} \right) u_3 \quad (40)$$

La Substitution de $\alpha=1/4$ dans l'équation (32), donne :

$$\xi = 2\sqrt{\rho} - 1 \quad (41)$$

La Substitution de cette valeur de ξ et l'équation différentielle (40) dans l'équation (36), donnent:

$$contrainte = \left(2 - \frac{3}{2\sqrt{\rho}} \right) u_1 + \left(\frac{2}{\sqrt{\rho}} - 4 \right) u_2 + \left(2 - \frac{1}{2\sqrt{\rho}} \right) u_3 \quad (42)$$

Cette équation démontre clairement qu'au bout de la fissure, lorsque ρ tend vers 0, $\rho^{-1/2}$ est singulière. Ceci signifie que les nœuds de l'élément satisfont les solutions classiques pour le déplacement et l'effort au bout de la fissure. Un autre avantage important en employant ces éléments, est qu'ils peuvent être facilement mis en application dans un langage machine sans programmation additionnelle parce qu'ils se suffisent du remplacement du point médian de l'élément quadratique dans la position 1/4.

IV.7 Caractérisation du matériau rupture d'une structure en composite nid d'abeille

IV.7.1 L'élaboration des éprouvettes

L'approche numérique est combinée à l'approche expérimentale pour mieux comprendre le comportement les structures en composite nid d'abeille, cette démarche est importante pour déterminer les propriétés de ce matériau sous sollicitations de traction. Les résultats obtenus sont utilisés pour réaliser les essais de fatigue. Les investigations expérimentales ont porté sur deux types de nids d'abeilles. Les essais mécaniques sont menés sur des éprouvettes en composite nid d'abeille (Fig. 6.) élaborées au laboratoire dynamique des moteurs et vibroacoustique. Deux types de panneaux nid d'abeille sont utilisés lors des essais : le premier type est un panneau en nid d'abeille où les axes des alvéoles sont à 90° (Fig. 7.a.) (par rapport à l'horizontal) et le second type les axes des alvéoles sont à 45° (Fig. 7.b.).

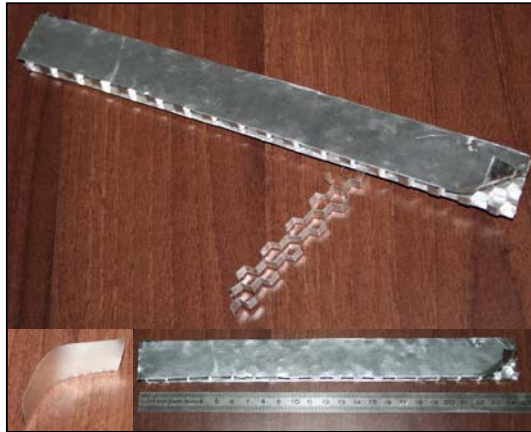


Fig. 6. Composite nid d'abeille (épreuve réalisée au LDMV /UMBB)

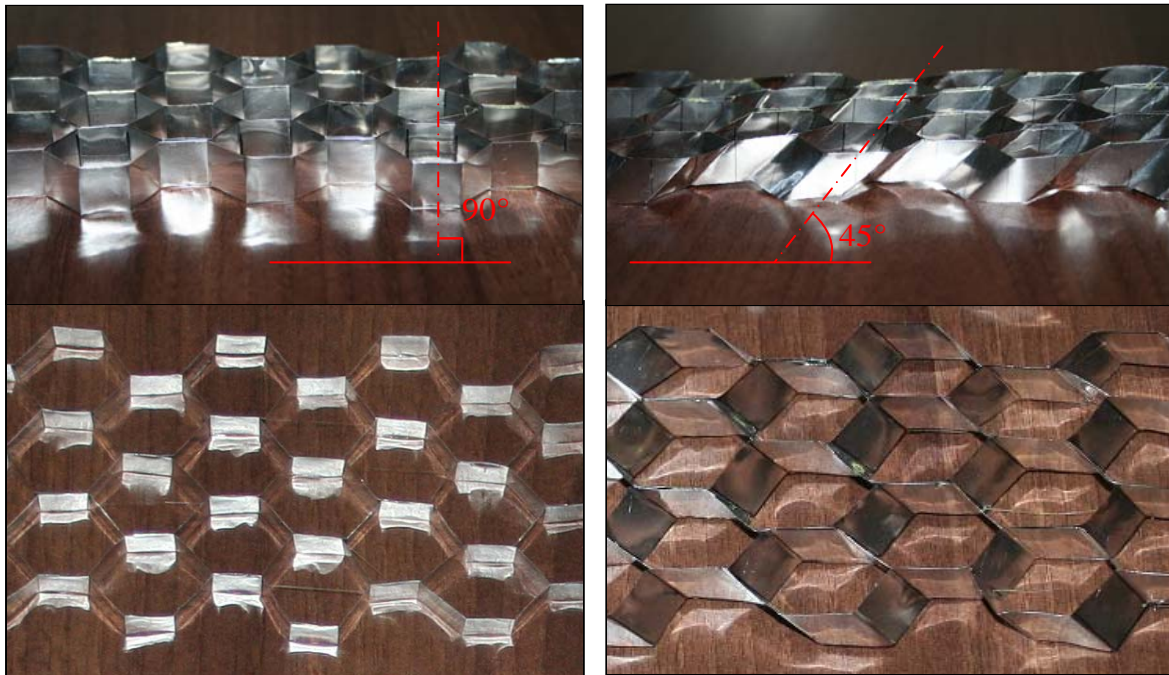


Fig. 7.a. nid d'abeille 90°

Fig. 7.b. nid d'abeille 45°

Fig. 7. Composite nid d'abeille

Les essais étaient réalisés au laboratoire des matériaux et systèmes réactifs à l'Université de Djilali Liabes (Fig. 8.).

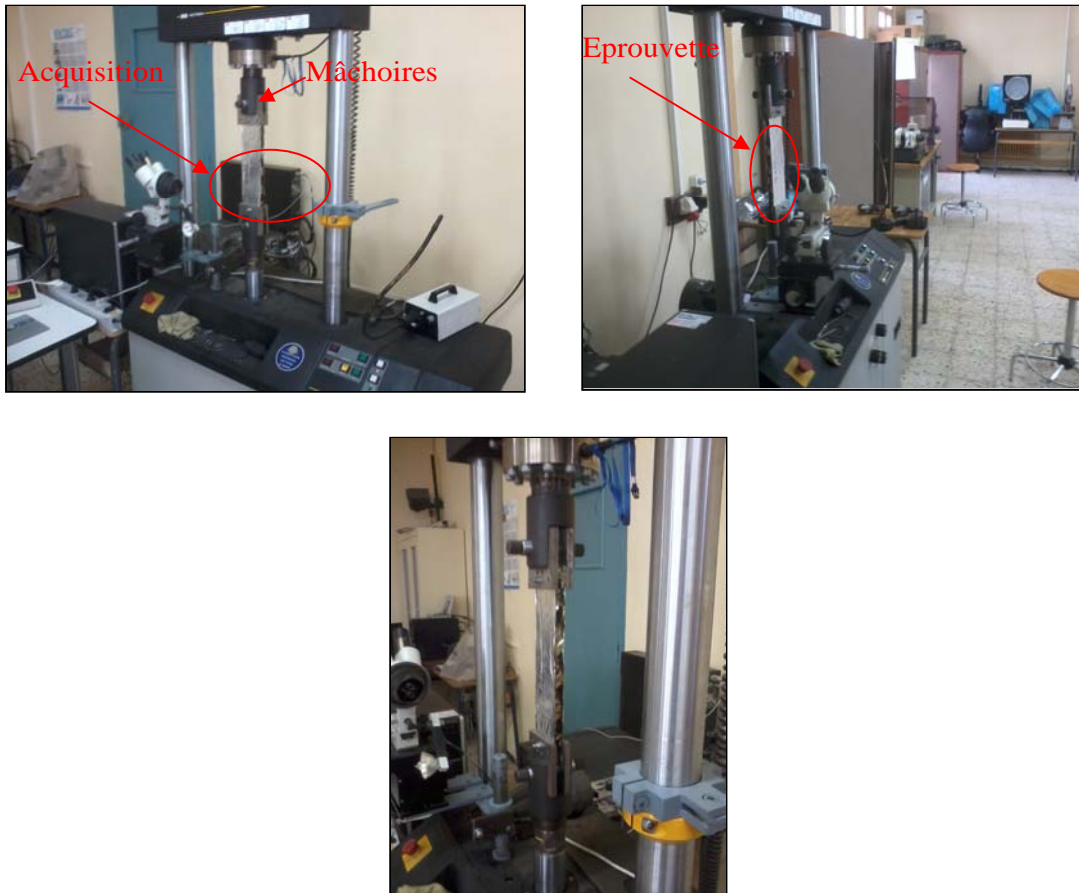


Fig. 8. Machine d'essais (Instron 8800)

IV.7.2 Résultats et interprétation

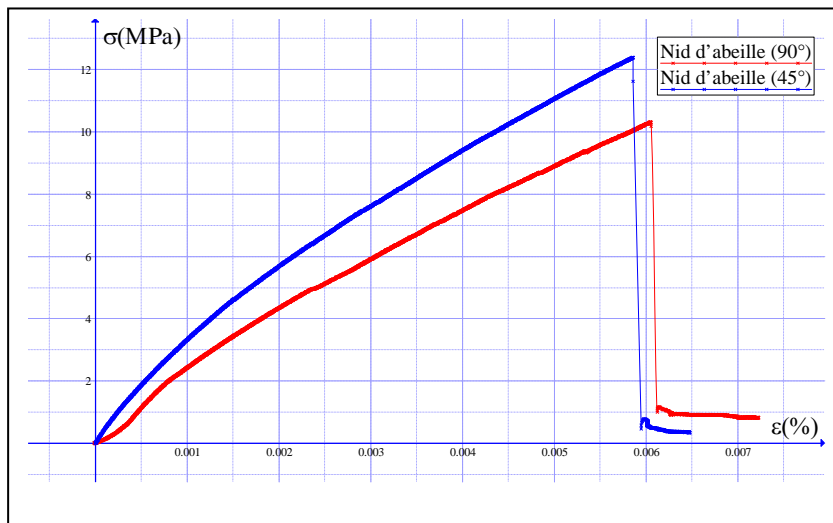


Fig. 9. La courbe de l'essai de traction de nid d'abeille à 90° et à 45°)



Fig. 10. La surface de la rupture de l'éprouvette en nid d'abeille 90° par rapport à l'axe ox



Fig. 11.a. nid d'abeille 90°/ox

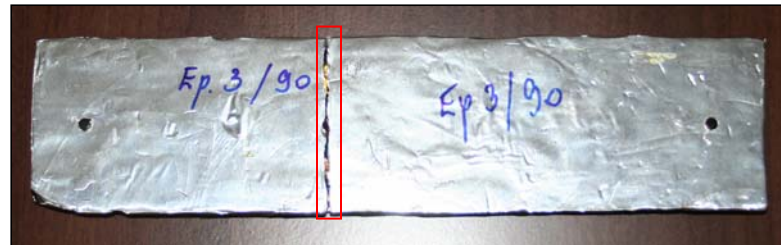


Fig. 11.b. nid d'abeille 90°/ox



Fig. 11.c. nid d'abeille 45°/ox

Figure. 11. Propagation de la rupture dans les panneaux sandwich en nid d'abeille par rapport à l'axe ox

Suite aux essais effectués, nous constatons, que :

- Le module de Young apparent selon l'axe longitudinal (fig .9) de l'éprouvette est plus petit dans le cas de 90° (3000 MPa, que celui du cas à 45°(4500MPa),
- La contrainte de limite à la rupture dans le cas des éprouvettes à 45° est de 12.29 MPa, alors que dans le cas des éprouvettes à 90° est de 10.24 MPa,
- Les déformations des éprouvettes sont presque identiques dans le 1^{er} cas à 90° ($\epsilon=0.6\%$) et le 2^e cas à 45° ($\epsilon=0.58\%$) ,

- Les fissures sont perpendiculaires aux charges appliquées se propage transversalement (Figures 10 et 11),
- Le craquement de l'âme de l'éprouvette précède celui des peaux,
- L'existence de délaminage au niveau des interfaces, dû au décollement ou déchaussement de l'âme des deux peaux (supérieure et inférieure).

IV.7.3 La fatigue du panneau sandwich nid d'abeille

Les résultats sont obtenus par simulation à la température de 20°C, où le chargement appliqué est alterné. La figure (Fig. 12) représente la contrainte alternée équivalente résultante en fonction du nombre de cycle du panneau en nid d'abeille à 90°. On constate que le panneau perd une partie de ces caractéristiques au bout de 3000cycles, et continue à résister jusqu'à 15387cycles.

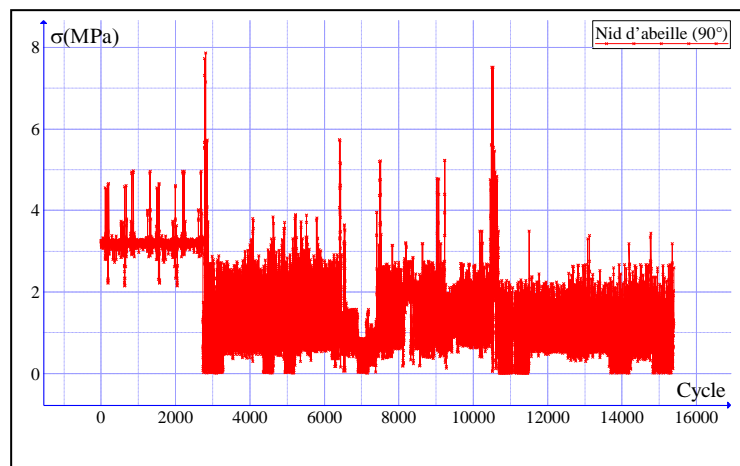
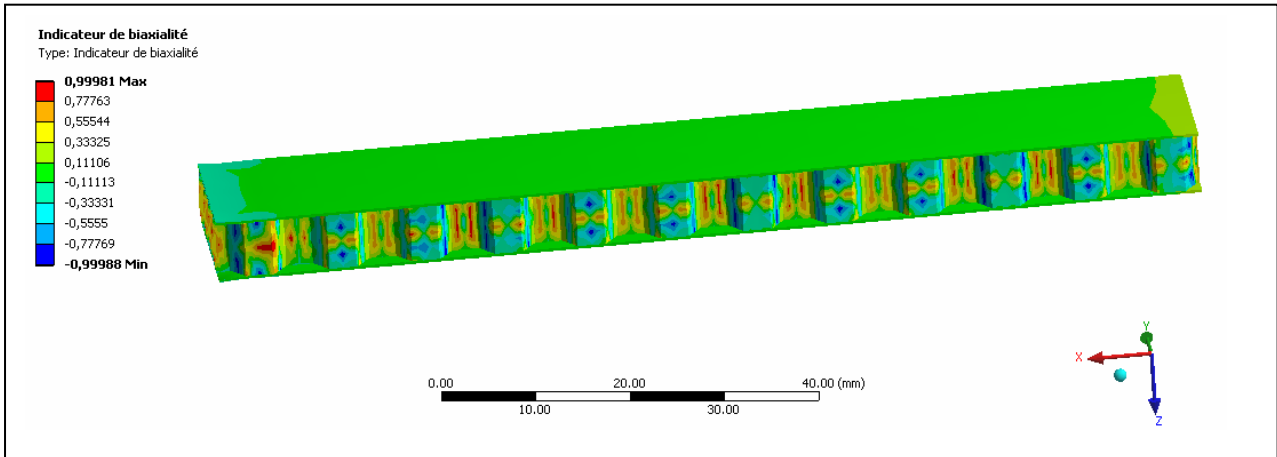


Fig. 12. Contrainte alternée équivalente en fonction du nombre de cycle (nid d'abeille à 90°)

La déformation est proportionnelle à la charge (fatigue), On constate que le panneau se déforme plus à partir de 3000cycles, et continue à résister jusqu'à 15387cycles (Fig. 13 (a, b)).

(a)



(b)

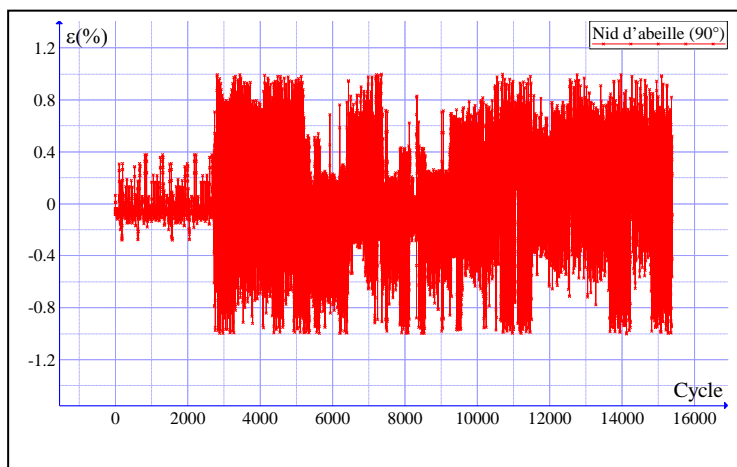


Fig. 13.(a, b) Déformation dans le plan du nid d'abeille à 90°

La figure (Fig. 14) représente la contrainte alternée équivalente résultante en fonction du nombre de cycle du panneau en nid d'abeille à 45°. On constate que le panneau résiste jusqu'à 55619 cycles.

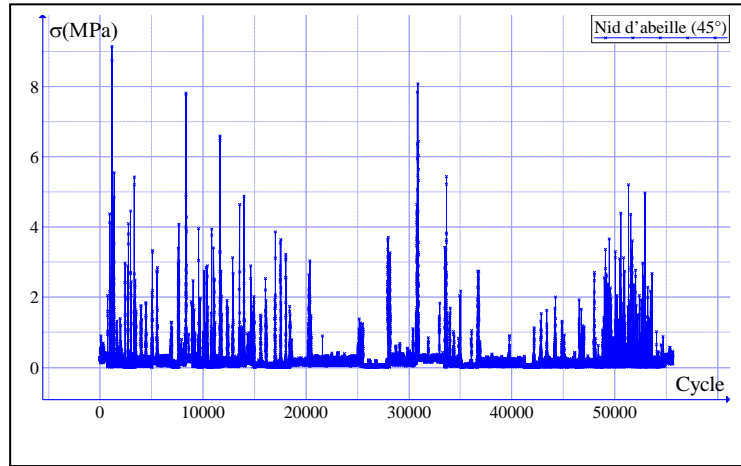


Fig. 14. Contrainte alternée équivalente en fonction du nombre de cycle (nid d'abeille à 45°)

La déformation est proportionnelle à la charge (fatigue), On constate que le panneau de résiste jusqu'à 55619 cycles (**Fig. 15 (a, b)**).

(a)

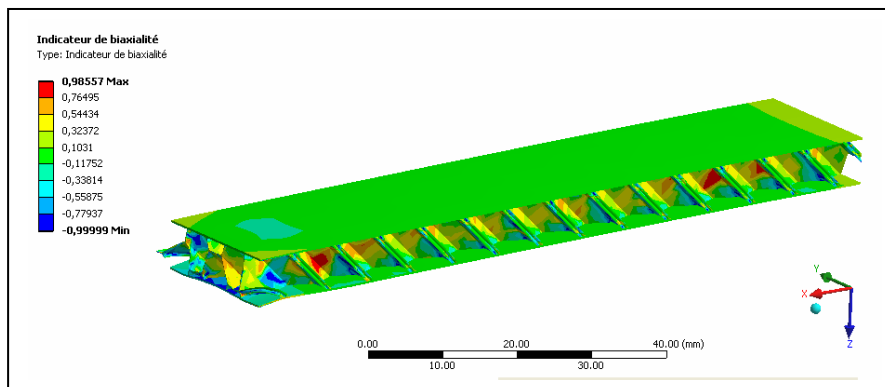


Fig. 15. a. Déformation dans le plan du panneau en nid d'abeille à 45°

(b)

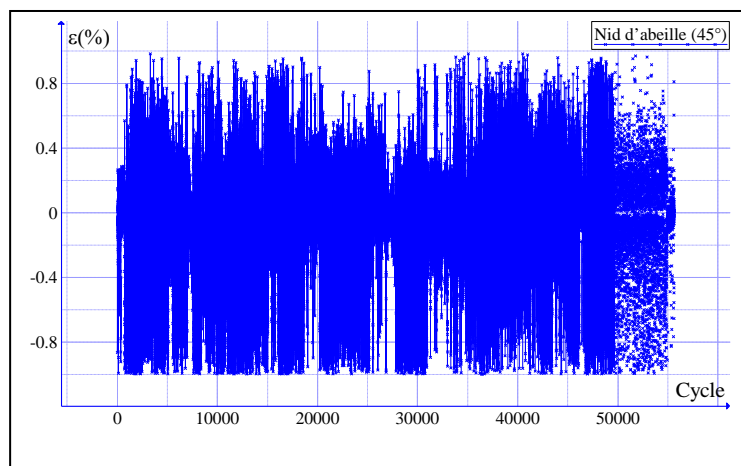


Fig. 15. b. Déformation dans le plan du panneau en nid d'abeille à 45°

Nous constatons que la durée de vie du panneau en nid d'abeille à 45° est plus importante que celle à 90° de 3.61 fois.

IV.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons apprécié les résultats des essais de caractérisation de la structure en composite nid d'abeille, et qui nous ont permis de faire les constatations (observations) suivantes:

- Le changement de la géométrie de la structure en composite nid d'abeille influence les caractéristiques mécaniques de la structure du panneau ;
- La rupture est quasi fragile ;
- Le délaminage est dû à plusieurs paramètres : l'adhésif, les imperfections des surfaces d'adhésions (présence des bulles d'airs, anomalies dues à la conception, malpropreté des surfaces contactes), imperfection due à la conception ou à l'usinage (rugosité), etc. le collage reste la seule méthode possible d'assemblage pour certaines pièces ;
- Les contraintes sont transmises des peaux à l'âme ou inversement par les contraintes de cisaillement.

Dans la plupart des cas, lors de la fabrication des pièces en composites, un agent de démoulage a été utilisé pour faciliter le démoulage des pièces. Cet agent est un produit antiadhésif (silicone, stéarate ou autre) qui doit donc être éliminé complètement sur la zone à coller. On s'enquerra auprès du fournisseur de produit de démoulage de la nature de celui-ci. Par ailleurs, certains produits de démoulage sont incorporés dans la masse de la formule et sont donc plus difficiles à éliminer. Pour éliminer les produits de démoulage superficiels, on peut utiliser [41]:

- soit des produits détergents puis réaliser un rinçage très soigné ;
- soit un nettoyage aux solvants (alcool, méthyléthyle cétone, solvants de nettoyage chlorés).

Bien sûr, le solvant utilisé ne doit pas attaquer le polymère utilisé comme matrice. Après nettoyage, il faut laisser sécher complètement les pièces avant de les coller.

Parmi les avantages du collage :

- pas d'affaiblissement des pièces (bonne répartition des contraintes, pas de trou à percer) ;
- protection des tranches des pièces et des fibres, étanchéité ;

- assemblages légers ;
- possibilité d'assembler des matériaux différents (métal sur composites), des pièces très minces ;
- esthétique, surfaces lisses ;
- pas de risques de corrosion ;
- le collage peut être à volonté souple ou rigide, selon les formulations et les exigences.

et parmi les inconvénients du collage :

- pas de possibilité de démontage ;
- la technique du collage n'est pas encore bien connue dans les diverses industries ;
- les pièces doivent être conçues spécialement pour le collage ;
- le joint d'adhésif peut être sérieusement dégradé par l'environnement : eau, humidité, chaleur, huiles... ;
- la tenue à la chaleur est limitée à 100 à 250 °C selon les types d'adhésifs ;
- le collage exige une très bonne préparation de surface ;
- le contrôle non destructif des assemblages nécessite un équipement sophistiqué.

Les résultats obtenus par simulation ou expérimentalement sont en concordance, dans le sens où on a pu aboutir à localiser les zones critiques dans la structure et qui peuvent nuire sensiblement à son fonctionnement. Pour améliorer la structure en composite nid d'abeille, on doit trouver des solutions à ces problèmes, on doit pousser nos investigations plus loin (faire varier les paramètres géométriques tels que, l'augmentation de la surface de contact entre les différents éléments de la structure).

Conclusion Générale

Conclusion générale

Il devient toujours plus important de développer des méthodes pour évaluer les propriétés élastiques de divers matériaux tels que les panneaux sandwich en nid d'abeille. Ce travail et d'autres étaient menés dans le seul but est l'avancer technologique pour améliorer la vie quotidienne; le présent travail est une approche de la modélisation des mécanismes de la rupture d'une structure en composite nid d'abeilles sous chargement thermodynamique. Les qualités essentielles du matériau idéal destiné à l'industrie dans les différentes applications sont les suivantes [14-15]:

- légèreté,
- résistance et rigidité élevée,
- tenue à la température et à la fatigue thermique,
- faible fragilité et bonne tolérance aux dommages de la semelle (au choc; au poinçonnement; au flambement...),
- bonne résistance au feu et limitation de la combustion au contact des flammes, avec réduction du temps nécessaire à l'arrêt de l'ignition lors d'une combustion,
- réduction de l'échange calorifique entre le milieu extérieur et l'âme.

Le matériau qui répond à toutes ces exigences n'existe pas. Un compromis est donc à trouver entre ces différentes propriétés pour le moins contradictoires. Cette orientation de la pensée a permis de développer de nouveaux matériaux tels que les panneaux sandwichs composés d'une peau en métal ou en stratifié et d'une âme en mousse, en nid-d'abeilles, en balsa, en plastique renforcé, etc.). La fiabilité des structures composites doit passer par une meilleure fabrication couplée à l'utilisation de matériaux nouveaux de plus en plus performants, mais aussi par une meilleure compréhension de leur comportement [16-17] d'où l'intérêt que porte cette étude à ce type de matériaux.

Les premiers résultats de calcul numérique ont montré que la méthode des éléments finis (FEM) permet d'obtenir une modélisation du panneau sandwich en nid d'abeilles. Les problèmes de conditionnement liés à l'amplification de l'erreur qui résulte de l'itération numérique restent posés. La résolution du système $[A] \{X\} = \{B\}$ peut s'écarter de la solution exacte, car elle est souvent entachée d'erreurs dont l'origine peut être:

- les incertitudes sur les coefficients de la matrice A et du vecteur B,
- la traduction et la manipulation de ces coefficients par la machine,
- le cumul des arrondis lié aux algorithmes utilisés dans les opérations élémentaires.

Pour assurer une convergence des solutions approchées lorsque n (nombre d'itérations) augmente, la fonctionnelle $\varphi_i(M)$ doit être complète [29]. Une base fonctionnelle est dite complète si elle permet de représenter n'importe quelle fonction $u(M)$ dans le domaine de définition, en augmentant le nombre de ces ordonnées généralisées, soit:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[u(M) - \sum_{i=1}^n a_i \varphi_i(M) \right] = 0$$

Les fonctions polynomiales, trigonométriques, les polynômes de Tchebyshev [29] sont des exemples de bases fonctionnelles complètes.

Dans la pratique, à cause de la troncature limitée à n termes, la base sera dite relativement complète. La troncature se fera en excluant les termes d'ordre élevé. La rapidité de la convergence dépendra de la manière dont les fonctions de base choisies seront aptes à s'approcher de la solution exacte. Dans le cas d'une mauvaise approximation, la convergence sera d'autant plus rapide que les conditions aux limites seront vérifiées par les fonctions de base. Les conditions de contraintes imposées sur les frontières sont potentiellement incluses dans l'expression de l'énergie potentielle totale. Il en résulte que dans l'analyse de Ritz, les fonctions de base ne peuvent satisfaire que les conditions de déplacement imposées sur les frontières [29].

Dans cette étude, nous avons aussi apprécié les résultats des essais de caractérisation de la structure en composite nid d'abeille, et qui nous ont permis de faire les constatations suivantes:

- Le changement de la géométrie de la structure en composite nid d'abeille influence les caractéristiques mécaniques de la structure du panneau,
- Le délaminage est dû à plusieurs paramètres : l'adhésif, les imperfections des surfaces d'adhésions (présence des bulles d'airs, anomalies dues à la conception, malpropreté des surfaces de contacts), imperfection due à la conception ou à l'usinage (rugosité), etc. le collage reste la seule méthode possible d'assemblage pour certaines pièces.
- Les contraintes sont transmises des peaux à l'âme ou inversement par les contraintes de cisaillement.

Dans la plupart des cas, lors de la fabrication des pièces en composites, un agent de démoulage a été utilisé pour faciliter le démoulage des pièces. Cet agent est un produit antiadhérent (silicone, stéarate ou autre) qui doit donc être éliminé complètement sur la zone à

coller. On s'enquerra auprès du fournisseur de produit de démoulage de la nature de celui-ci. Par ailleurs, certains produits de démoulage sont incorporés dans la masse de la formule et sont donc plus difficiles à éliminer. Pour éliminer les produits de démoulage superficiels, on peut utiliser [41]:

- soit des produits détergents puis réaliser un rinçage très soigné ;
- soit un nettoyage aux solvants (alcool, méthyléthyle cétone, solvants de nettoyage chlorés).

Bien sûr, le solvant utilisé ne doit pas attaquer le polymère utilisé comme matrice. Après nettoyage, il faut laisser sécher complètement les pièces avant de les coller.

Parmi les avantages du collage :

- pas d'affaiblissement des pièces (bonne répartition des contraintes, pas de trou à percer) ;
- protection des tranches des pièces et des fibres, étanchéité ;
- assemblages légers ;
- possibilité d'assembler des matériaux différents (métal sur composites),
- des pièces très minces ;
- esthétique, surfaces lisses
- pas de risques de corrosion
- le collage peut être à volonté souple ou rigide, selon les formulations et les exigences.

et parmi les inconvénients du collage :

- pas de possibilité de démontage ;
- la technique du collage n'est pas encore bien connue dans les
- diverses industries ;
- les pièces doivent être conçues spécialement pour le collage ;
- le joint d'adhésif peut être sérieusement dégradé par l'environnement : eau, humidité, chaleur, huiles... ;
- excellente résistance à la fatigue ;
- la tenue à la chaleur est limitée à 100 à 250 °C selon les types d'adhésifs;
- le collage exige une très bonne préparation de surface ;
- le contrôle non destructif des assemblages nécessite un équipement sophistiqué.

Les résultats obtenus par simulation ou expérimentalement sont en concordance, dans sens où on a pu aboutir à localiser les zones critiques dans la structure et qui peuvent nuire

sensiblement à sont fonctionnent. Pour améliorer la structure en composite nid d'abeille, on doit trouver des solutions à ces problèmes, on doit pousser nos investigations plus loin (faire varier les paramètres géométriques tels que, l'augmentation de la surface de contact entre les différents éléments de la structure.

En perspective, ce travail peut constituer une bonne plateforme pour l'élaboration d'autres programmes notamment relatifs aux méthodes de résolution des problèmes d'optimisation multicritères, il est très difficile de générer un ensemble de solutions non dominantes. Jusqu'à maintenant, une méthode largement utilisée est la méthode de pondération des objectifs, qui consiste à évaluer chaque paramètre et de le pondérer dans la fonction objective. Des coefficients de pondération sont définis pour toutes les fonctions objectives. La fonction vectorielle est remplacée par une fonction scalaire représentée par la somme des objectifs pondérés. Cette méthode est très intuitive et permet d'obtenir une seule solution à un problème multicritères.

Pour mieux évaluer les performances du panneau et l'améliorer, on doit faire appel à une fonction d'évaluation, de performance ou de pondération, par la suite on doit faire appel à l'un des algorithmes les plus utilisés tels que les algorithmes génétiques, voire les réseaux de neurones, pour approcher les objectifs escomptés d'un panneau avec des caractéristiques optimales. Ainsi : $F = c_1 \times f_{\text{matériau de la matrice}} + c_2 \times f_{\text{architecture de la matrice}} + c_3 \times f_{\text{matériau renfort}} + c_4 \times f_{\text{colle}} + c_5 \times f_{\text{isolation sonore}} + c_6 \times f_{\text{isolation thermique}} + \dots$ Où F et f_i sont les fonctions de pondération (fonctions d'évaluation) et c_i : coefficients de pondération.

Bibliographie

Bibliographie

Référence

- [1] G. Duvaut, " Homogénéisation Et Matériaux Composites". Laboratoire de Mécanique Théorique, Université P. et M. Curie et I.N.R.I.A. Trends and Applications of Pure Mathematics to Mechanics Lecture Notes in Physics, 1984, Volume 195/1984, 35-62, DOI: 10.1007/3-540-12916-2_51.
- [2] P. Saumet, E. Montet, J. Giner, " Réalisation de pièces d'armes en matériaux composites". *Materiaux Et Techniques*, N° 4-5 / Avril – Mai 1988.
- [3] J. Odorico, G. Leiba, " Evolution des matériaux sur les structures d'avions civils et d'hélicoptères". *Materiaux Et Techniques*, N° 1-2 / Janvier - Février 1988.
- [4] M.-L. Sanmartin, "Matériau sandwich nouveau", C.I.A.T / ATS centre de recherche des matériaux. *Materiaux Et Techniques*, N° 6 / Juin 1988.
- [5] K. B. Spaulding JR, "Fiberglass boats in naval service", *Naval Engineers Journal*, Volume 78, Issue 2, pages 333–340, April 1966, Article first published online: 18 MAR 2009, DOI: 10.1111/j.1559-3584.1966.tb05634.x.
- [6] C. Bathias, "Endommagement des matériaux composites: mécanismes et mise en évidence". *MATERIAUX ET TECHNIQUES*, N° 4-5 / Avril – Mai 1988.
- [7] J.Z. Zhu AND O.C. Zienkiewicz, "Adaptive Techniques In The Finite Element Method". Department of Civil Engineering, University of Swansea, SA2, BPP. U. K, communications in applied numerical methods, 0748-8025/88/020197, Vol. 4, 197-204 (1988).
- [8] J Babushka and W. C. Rheinboldt, "Error estimates for adaptive finite element computations" , *SIAM J. Num. Anal.*, 15(1978), pp 736-754
- [9] P. Ladeveze and D. Leguillon, "Error Estimate Procedure in the Finite Element Method and Applications ". *SIAM Journal on Numerical Analysis*, Vol. 20, No. 3 : pp. 485-509. (doi: 10.1137/0720033) , 1983.
- [10] Ladevèze P, Oden J.T, " Advances in Adaptive Computational Methods in Mechanics". *Studies in Applied Mechanics*, Elsevier, doi: 10.1016/S0922-5382(98)80001-9, Volume 47 (1998).
- [11] P. Ladevèze, Jean-Pierre Pelle. "Maîtrise du calcul en mécanique linéaire et non linéaire", Paris, France. ISBN 0-387-21294-9 Printed on acid-free paper, Hennes-Lavoisier Science Publishers, (2001).
- [12] D. Lang , " Initiation et propagation des endommagements dans les composites verre-epoxy ". *Materiaux Et Techniques*, N° 4-5 / Avril – Mai 1988.
- [13] J. E. Mottershead, M.I Friswell, "Model Updating In Structural, Dynamics: A Survey", *Journal of Sound and Vibration*, 0022-460X/93/230347, 167(2), 347-375 (1993).
- [14] Pascual R. Golinval J .C, Razeto M , " Comparison of model updating methods adapted to local error detection ", *Intl. Conf. on Noise & Vib. Eng.*, 21th ISMA, Leuven, Belgium, (1996).

- [15] P. Moine, L. Billet et D. Aubry, "Two updating methods for dissipative models with non-symmetric matrices". Proceedings of the 15th International Modal Analysis Conference (IMAC-XV), pages 1931–1936, Orlando, Floride, février 1997.
- [16] R. Pascual Gimenez, J.-C. Golinval et M. Razeto, "On the reliability of error localization indicators" . Proceedings of the 23rd International Conference on Noise and Vibration Engineering (ISMA 23), Leuven, Belgique, septembre 1998.
- [17] L. Humbert, F. Thouverez et L. Jézéquel, "Finite element dynamic model updating using modal thermoelastic fields". Journal of Sound and Vibration, 228(2) : 397–420, 1999.
- [18] E. Balmès, "Review and evaluation of shape expansion methods". Proceedings of the 18th International Modal Analysis Conference (IMAC-XVIII), San Antonio, Texas, février 2000.
- [19] P. Ladevèze, "Erreur en relation de comportement en dynamique : théorie et application au recalage de modèles de structures". Rapport interne 150, LMT-Cachan, 1993.
- [20] P. Ladevèze, A. Chouaki. "Application of a posteriori error estimation for structural model updating". Inverse Problems, 15 : 49–58, 1999.
- [21] V. Découvreur, P. Bouillard, A. Deraemaeker et P. Ladevèze. " Updating 2D acoustic models with the constitutive equation error method". Journal of Sound and Vibration, 278(4-5) : 773–787, 2004.
- [22] T. Y. YANG, "Finite element structural analysis", PRENTICE HALL, INC—Englewood Cliffs—N.J.07632 (1986).
- [23] Young W. kwon et hyochoong bang, " The finite element method using MATHLAB ". Library of Congress Cataloging-in-publication Data. 1997 by CRC Press LLC.
- [24] M. Grediac, "A finite element study of the transverse shear in honeycomb cores", Int. j. solids Struct, 30 (13): 1777- 88 (1993).
- [25] K .Renji, P. S. Nair, and S. Narayanan, "Modal density of composite honeycomb sandwich Panels", J. Sound and Vibration, 195 (5): 687-99 (1996).
- [26] W.Becker, "The in-plane stiffness's of a honeycomb core including the thickness effectv, Archive of Applied Mech, 68: 334-41 (1998).
- [27] K. Renji and S. Shankar Narayan, " Loss Factors Of Composite Honeycomb Sandwich Panels". journal of sound and vibration (2002) 250(4), 745-761.
- [28] Laurent Gornet, David Lévêque, Lionel Perret, " Modélisation, identification et simulations éléments finis des phénomènes de délaminage dans les structures composites stratifiées ". Mécanique Et Industrie. Edition scientifiques et médicale ELSEVER SAS. (Numéro spécial Matériaux composites), Volume 1 N° 3 / Mai –juin 2000.
- [29] L. Gornet,G. Marckmann, and M. Lombard, "Détermination des coefficients d'élasticité et de rupture d'âmes nids d'abeilles périodique et simulation numérique", Mécanique & Industrie, 6: 595-04 (2005).
- [30] H. Rafii-Tabar, "Computational modelling of thermo-mechanical and transportproperties of carbon nanotubes". Elsevier, Physics Reports,Scencedirect, Physics Reports 390 (2004) 235–452.
- [31] Y. Aminanda, B. Castanié, J.-J. Barrau, and P. Thevenet, "Modélisation de l'indentation des structures sandwichs à peaux métalliques", Mécanique & Industries, 6 (05):487-98 (2005).
- [32] N. Triantafyllidis and M. W. Schraadt, "Onset of failure in aluminium honeycombs under general in-plane loading", J. Mech. Phus. Solids, 46, No. 6, 1089-1024 (1998).
- [33] A.Petras , and M.P.F. Sutcliffe, "Failure mode maps for honeycomb sandwich panels", Composite Struct, 44: 237-52 (1999).

- [34] Gu Pei, and R. J. Asaro, "Distortion of polymer matrix composite panels under transverse thermal gradients", *Comp Struct*, 8: 413-21 (2008).
- [35] D. H. Chen, and S. Ozaki, "Analysis of in-plane elastic modulus for a hexagonal honeycomb core: Effect of core height and proposed analytical method", *Composite Struct*, **88** (1):17-25 (2009).
- [36] H. Nakamoto, T. Adachi, and W. Araki, "In-plane impact behavior of honeycomb structures randomly filled with rigid inclusions", *I. J. of Impact Eng*, 36:1019-26 (2009).
- [37] P.A. Michailidis a, N. Triantafyllidis a, J.A. Shaw a, D.S. Grummon b, "Superelasticity and stability of a shape memory alloy hexagonal honeycomb under in-plane compression", *International Journal of Solids and Structures* 46 (2009) 2724–2738.
- [38] Julio F. Davalos, Pizhong Qiao, Vinod Ramayanam, Luyang Shan, Justin Robinson, 'Torsion of honeycomb FRP sandwich beams with a sinusoidal core configuration'. Elsevier, Contents lists available at ScienceDirect, *Composite Structures* 88 (2009) 97–111.
- [39] S-D. Pan, L-Z. Wu, Y-G. Sun, Z-G. Zhou, and J-L. Qu, "Longitudinal shear strength and failure process of honeycomb cores", *Composite Struct*,72: 42–46 (2006).
- [40] L. Changsong, and P. E. DesJardin, "Thermo-mechanical damage modeling of a glass– phenolic composite material", *Comp. Sc. and Tech.*,67: 1475- 88 (2007).
- [41] S. Heimbsa ,d. Vogta,R. Hartnaeka,J. Schlattmannb, and M. Maier, "Numerical simulation of aircraft interior components under crash loads", Taylor & Francis, *Int J of Crashworthiness*, 13(5):511-21 (2008).
- [42] A. P.Mouritz, S. Feih, E. Kandare, Z. Mathys, A. G. Gibson, P. E. DesJardin, S. W Case, and B. Y. Lattimer, "Review of fire structural modelling of polymer composites", *Composites*, 40A: 1800–14 (2009).
- [43] G. La Delfa, V. Urso-Miano, and A. G. Gibson,"Characterisation and modelling of structural integrity of carbon fibre wing box laminate subject to fire", *Plastics, Rubber and Comp*, 38 (9-10): 367-373(7) (2009).
- [44] M. L. Scott, D. J. Elder, S. Feih, A. J. Gunnion, X. L Liu, and R. S Thomson. "Engineering solutions for complex composite material behaviour spanning time and temperature scales", *Philosophical Magazine*, 90 (31–32): 4153–74 (2010).
- [45] V. Crupi, G. Epasto, and E. Guglielmino, "Collapse modes in aluminium honeycomb sandwich panels under bending and impact loading", *International Journal of Impact Engineering*, 43: 6-15 (2012).
- [46] C. Luo, J. Lua, and P. E. DesJardin, "Thermo-mechanical damage modelling of polymer matrix sandwich composites in fire", *Composites*, A 43:814–21 (2012).
- [47] M. G. Lee, G. D Ko, J. Song, and K. J Kang. "Compressive characteristics of a wire-woven cellular metal", *Materials Science and Engineering*, A 539: 185–93 (2012).
- [48] Yi-Ming Jen, Chih-Wei Ko, Hong-Bin Lin,' Effect of the amount of adhesive on the bending fatigue strength of adhesively bonded aluminum honeycomb sandwich beams'. ELSEVIER. Contents lists available at ScienceDirect. *International Journal of Fatigue* 31 (2009) 455–462
- [49] N.Triantafyllidis, and M. W. Schraadt, "Onset of failure in aluminium honeycombs under general in-plane loading", *J. Mech. Phvs. Solrds*, 46 (6): 1089-24 (1998).
- [50] S.D. Yu1, W.L. Cleghorn, " Free flexural vibration analysis of symmetric honeycomb panels". ELSEVIER. *Journal of Sound and Vibration* 284 (2005) 189–204.
- [51] J. M. Berthelot, "Comportement mécanique et analyse des structures", *Matériaux composites—4e éd.* Paris— TEC & DOC— Lavoisier (2005).
- [52] D. Gay, "Matériaux composites". *Matériaux*, 4^e éd. Paris — Hermès (1997).

- [53] D. H. Chen, and S. Ozaki, "Stress concentration due to defects in a honeycomb structure", *Composite Struct*, 89(1):52-59 (2009).
- [54] Indy Honeycomb. 1012 Mary Laidley Drive Covington, KY 41017. Consultée le 01/11/2014. <<http://indyhoneycomb.com/products/other-applications/>>.
- [55] Societe De Construction Et De Reparation De Materiel Aeronautique CRMA. 14 avenue Gay Lussac – 78990 ELANCOURT . Consultée le 01/11/2014. < <http://www.crma.fr/fr/products/products>>.
- [56] Wikimedia Commons. File:Sandwich core.jpg. 6 septembre 2014 à 22:47. Consultée le 01/11/2014. < http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Sandwich_core.jpg>.
- [57] HEXCEL Corporation. Hexcel Corporation,281 Tresser Boulevard, 16th Floor, Stamford, CT 06901-3261, USA (203) 352-6800 . Redux® Selector Guide - Hexcel.com. Consultée le 01/11/2014. < http://www.hexcel.com/Resources/SelectorGuides/Redux_SelectorGuide.pdf>.
- [58] Servimg.com - Hébergeur gratuit d'imageswww.Servimg.com. Consultée le 01/11/2014. < <http://www.servimg.com/view/11152548/188> >
- [59] FFG, Fédération Française de Giraviation, Consultée le 01/11/2014. < <http://www.helico.org/IMG/jpg/pales3d.jpg> >.
- [60] Wikimedia Commons. File: 2013 IAA BMW i3 Honeycomb structure.jpg. 16 October 2013 à 23:15. Consultée le 01/11/2014. < http://commons.wikimedia.org/wiki/File:2013_IAA_BMW_i3_Honeycomb_structure.jpg>.
- [61] Reinforced Plastics. Consultée le 01/11/2014. < <http://www.reinforcedplastics.com/view/35008/training-composite-aircraft-repairers-part-2/> >.
- [62] A. A. BECKER PhD, DIC, BSC(ENG), ACGI, MIMECHE. – "The Boundary Element Method in Engineering A complete course". Mcgraw-Hill (Tx) June 1992.
- [63] Jean-Christophe Walrick, Daniel Coutellier, Pascal Geoffroy, "Méthodologie pour une prévision du délaminage dans la modélisation de structures stratifiées composites". *Mécanique Et Industrie*. Edition scientifiques et médicale ELSEVER SAS. (Numéro spécial Matériaux composites), Volume 1 N° 3 / Mai –
- [64] G. H. Staab, "Laminar composites", eBook: Document, (142-190). Boston: Butterworth-Heinemann, ISBN: 0080523927 9780080523927 0750671246 9780750671248 (1999).
- [65] S. Belouettar, A. Abbadi, Z. Azari, R. Belouettar, P. Freres, "Experimental investigation of static and fatigue behaviour of composites honeycomb materials using four point bending tests". *ELSEVIER .SCIENCEDIRECT*. *Composite Structures* 87 (2009) 265–273. Available online 12 February 2008.
- [66] A. K. Gupta, and L. Kumar, "Thermal effect on vibration of non-homogenous visco-elastic rectangular plate of linearly varying thichness", *Meccanica*, 43:47-54 (2008).
- [67] G. Dhatt, and G. Touzot, "Une présentation de la méthode des éléments finis". Maloine, S.A. Editeur— Paris: Deuxième édition (1984).
- [68] W. Martienssen, and H. Warlimont, "Handbook of condensed matter and materials data", Springer Berlin Heidelberg (2005).
- [69] R.Develay, *Techniques de l'Ingénieur, Traité Matériaux Métalliques : M 440 , M 441, M 443, M 445, M 1 290* (1992), am522 (2004).
- [70] R. Leroy, B. La Motte, ' Les matériaux pour équipements; développement des composites à matrice organique'. *MATERIAUX ET TECHNIQUES* (Numéro spécial Matériau Pour L'aéronautique et L'espace), Février 1988.

- [71] A. Grellier, P. Héritier, J. Papier, ' Fabrication et propriétés de l'alliage Udimet 720 destiné au domaine des moteurs aéronautiques'. MATERIAUX ET TECHNIQUES (Numéro spécial Matériau Pour L'aéronautique et L'espace), Février 1988.
- [72] J. Bednarick, ' Les fibres de carbone et les nouveaux matériaux pour l'industrie aéronautique'. MATERIAUX ET TECHNIQUES (Numéro spécial Matériau Pour L'aéronautique et L'espace), Février 1988.
- [73] D. Chaumette, ' Les matériaux d'Hermès '. MATERIAUX ET TECHNIQUES (Numéro spécial Matériau Pour L'aéronautique et L'espace), Février 1988.
- [74] G. Duteil, ' Les préimprégnés'. MATERIAUX ET TECHNIQUES (Numéro spécial Matériau Pour L'aéronautique et L'espace), Février 1988.
- [75] Paul-Louis George, Houman Borouchaki, 'Triangulation de Delaunay et maillage' (application aux éléments finis). – Paris Hermès, 1997.
- [76] Meinhard Kuna, "Finite Elements in Fracture Mechanics: Theory - Numerics – Applications". Solid Mechanics and Its Applications, Series Editor : G. M. L. Gladwell, Volume 201 (2013). ISBN: 978-94-007-6679-2 (Print) 978-94-007-6680-8 (Online)
- [77] Ted L. Anderson, "Fracture Mechanics: Fundamentals and Applications", Third Edition Hardcover. Taylor & Francis Group (2005), May 15, 2004. ISBN-13: 978-0849316562 ISBN-10: 0849316561 Edition: 3rd
- [78] Ho Sung Kim, "Mechanics of Solids and Fracture", 1st edition, Download free books at bookboon.com, (2013). ISBN:978-87-403-0438-1.
- [79] A. A. Griffith, "The Phenomena of Rupture and Flow in Solids". Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical or Physical Character, Vol. 221 (1921), 163-198.
- [80] Griffith, A.A., "The theory of rupture". Proc. 1st Intern. Congr. Appl Mech., Delft (1924) 55-63.
- [81] C. E. Inglis, "Stresses in a plate due to the presence of cracks and sharp corners ". Trans. Inst. Naval Architects 55, 219 (1913).
- [82] Irwin GR Analysis of stresses and strains near the end of a crack transversing a plate. J. appl. Mech. 24, 361 (1957).
- [83] H.M. Westergaard, "Bearing pressures and cracks". J. appl. Mech., Ser. E 6, 49-53 (1939).
- [84] Sneddon, "The distribution of stress in the neighbourhood of a crack in an elastic solid". I. N.: Proc. Roy. Soc. A 187, 229-250 (1946).
- [85] Sneddon IN, Lowengrub M, "Crack problems in the classical theory of elasticity". Wiley, New York (1966).
- [86] John R. Rice and Karl H. Usow, "The Lawson algorithm and extensions". Mathematics of Computation, 22(101):118–127, January 1968. CODEN MCMPAF. ISSN 0025-5718 (paper), 1088-6842(electronic).
- [87] Rice J, "Some remarks on elastic crack tip field". Int J Solids Struct 8:751–758 (1972)
- [88] V.B Watwood, "The finite element method for prediction of crack behaviour". Nuclear Engineering and Design 11, 323–332 (1969).
- [89] S. K. Chan, I. S. Tuba and W. K. Wilson, "On the finite element method in linear fracture mechanics", Vol. 2, pp. I-17. Pergmon Press. Printed in Great Britain. Engineering Fracture Mechanics (1970).
- [90] R. Becker, "The effect of porosity distribution on ductile failure". Journal of the Mechanics and Physics of Solids. Volume 35, Issue 5, 1987, Pages 577–599.

- [91] Kathleen T. Chan, Catherine Hayes, Stephen Shusterman, John B. Mulliken and Leslie A. Will, "The Effects of Active Infant Orthopedics on Occlusal Relationships in Unilateral Complete Cleft Lip and Palate ". *Cleft Palate–Craniofacial Journal*, September 2003, Vol. 40 No. 5.
- [92] K. B. Broberg, "In Recent Progress in Applied Mechanics", Almquist and Wiksell, Stockholm (1967)
- [93] R. Schirrer, "Comments on the use of Broberg's strain energy release rate in the case of an accelerating crack". *International Journal of Fracture*, April 1977, Volume 13, Issue 2, pp 243-246.
- [94] H. Bergkvist and Guex-Le Lan Houng , "J-Integral Related Quantities in Axisymmetric Cases", *International Journal of Fracture*, February 1978, Volume 14, Issue 1, pp R39-R40.
- [95] C. L. Tan, R. T. Fenner, "Elastic Fracture Mechanics Analysis by the Boundary Integral Equation Method". *About Proceedings A, A Royal Society journal publishing*, DOI: 10.1098/rspa.1979.0162 Published 31 December 1979.
- [96] O.A. Olukoko, A.A. Becker, R.T. Fenner, "Independent meshing of contacting surfaces using fictitious nodes in boundary element analysis". Received 12 August 1992, Available online 9 June 2003. doi:10.1016/0045-7949(93)90500-D.

Annexe

Annexe

```
Nu21_1=Nu_1;

%=====
% le pas de balayage de stratifier
%pour affiner les calcule et pour de diminuer la valeur le pas il fau agmenter la
valeu de aff(aff entier)
aff_1=2;
pas_1=(abs(h_1(1))+abs(h_1(n_1+1)))/((n_1+1)*aff_1);
%Les valeurs des forces résultantes exprimé en [N/m]
N_1=1.0e+3*[25;25;25];

%Les valeurs des moments resultantes exprimé en [N.m]
M_1=0.001e+3*[1.5;1.5;1];
%POUR LE CRITERE DE TSAI-WU.

%La contrainte à la rupture suivant l'axe longitudinale (1 ou L) en traction.
Xt_1=1400e+006 ;

%La contrainte à la rupture suivant l'axe longitudinale(1 ou L) en compression.
Xc_1=910e+006 ;

%La contrainte à la rupture suivant l'axe transversal (2 ou T) en traction.
Yt_1=35e+006 ;

%La contrainte à la rupture suivant l'axe transversal (2 ou T) en compression.
Yc_1=110e+006 ;

%La contrainte à la rupture en cisaillement dans le plan de la couche (1,2)ou
(LT).
SLT_1=70e+006 ;
```

Donnes_2.m

```
%Le nombre des couches de stratifié
%exp n=4;
%Les valeurs des modules de rigidité dans toutes les couches exprimé en [Pa]
E1_2=E1_1;           %EL
E2_2=E2_1;           %ET

%Les valeurs des coeficient de poisson dans toutes les couches
Nu12_2=Nu12_1;       %VLT
%Les valeurs des coeficients de cisaillement dans toutes les couches exprimé en
[Pa]
G12_2=G12_1;        %GLT

%Les valeurs des angles d'orientation des fibres dans chaque couche exprimé en
degré
an_2=an_1;
ang_2=an_2*pi/180;
%Introduisez les valeurs des hauteurs (épaisseurs e) dans chaque couche
%dans le vecteur: e => e=[e1,e2,...] ils doivent être exprimées en [mm]
disp('les hauteurs (épaisseurs e) dans chaque couche')
e_2=e_1;
% e=[e1,e2,...][mm]=>h=[h1,h2...,0,...,hn]
```


Annexe

```
GAMMA=[0;0];

%POUR LE CRITERE DE TSAI-WU.

%La contrainte à la rupture suivant l'axe longitudinale (1 ou L) en traction.
Xt=1.035e+009 ;

%La contrainte à la rupture suivant l'axe longitudinale(1 ou L) en compression.
Xc=1.035e+009 ;

%La contrainte à la rupture suivant l'axe transversal (2 ou T) en traction.
Yt=0.018e+009 ;

%La contrainte à la rupture suivant l'axe transversal (2 ou T) en compression.
Yc=0.118e+009 ;

%La contrainte à la rupture en cisaillement dans le plan de la couche (1,2)ou
(LT).
SLT=0.041e+009 ;

%La contrainte à la rupture dans le cas d'un essai biaxiale.
SIGMA=3e+012 ; %SIGMA=sigma 45°mesurée lors de la rupture dans un essai de
traction(ou compression).
```

EQC.m

```
function [S,Q,QP] = EQC(i,ang,E1,E2,Nu12,G12)
    %function [S,Q,QP] = EQC(E1,Nu12,G12_)

    %Matrice de flexibilité ou de souplesse dans les axes d'orthotropie ( dans ses
    axes pricipaux )

    %=====
    %=====
    S=[1/E1(i) -Nu12(i)/E1(i) 0; -Nu12(i)/E1(i) 1/E2(i) 0;0 0 1/G12(i)]; %page 217
    11.49 ==> 11.52

    %=====
    %=====

    %Matrice de rigidité réduite d'un composites unidirectionnel ou orthotrope,
    dans ses axes pricipaux %page 216 11.47 ==> 11.52

    Q= inv(S);
    %=====
    %Constantes de rigidité réduites d'un composites unidirectionnel orthotrope, en
    dehors de ses axes pricipaux %page 217 11.49 ==> 11.52

    Qp11=
    Q(1,1)*cos(ang(i))^4+Q(2,2)*sin(ang(i))^4+2*(Q(1,2)+2*Q(3,3))*sin(ang(i))^2*cos(an
    g(i))^2;
    Qp12=(Q(1,1)+Q(2,2)-
    4*Q(3,3))*sin(ang(i))^2*cos(ang(i))^2+Q(1,2)*(sin(ang(i))^4+cos(ang(i))^4);
    Qp16=(Q(1,1)-Q(1,2)-2*Q(3,3))*sin(ang(i))*cos(ang(i))^3+(Q(1,2)-
    Q(2,2)+2*Q(3,3))*sin(ang(i))^3*cos(ang(i));
    Qp22=Q(1,1)*sin(ang(i))^4+Q(2,2)*cos(ang(i))^4+2*(Q(1,2)+2*Q(3,3))*sin(ang(i))^
    2*cos(ang(i))^2;
```


mcd.m

```
function [T,Tprim] = mcd(ang,i)
% matrice de changement d'axes :

T=[cos(ang(i))^2           , sin(ang(i))^2           ,
sin(ang(i))*cos(ang(i))   ;           , sin(ang(i))^2           ,
  sin(ang(i))^2           , cos(ang(i))^2           , -
sin(ang(i))*cos(ang(i))   ;           , cos(ang(i))^2           , -
  -2*sin(ang(i))*cos(ang(i)) , 2*sin(ang(i))*cos(ang(i)), cos(ang(i))^2-
sin(ang(i))^2];           %14.47 page 304

Tprim=[cos(ang(i))^2      ,sin(ang(i))^2
,2*sin(ang(i))*cos(ang(i));
  sin(ang(i))^2          ,cos(ang(i))^2          ,-
2*sin(ang(i))*cos(ang(i));
  -cos(ang(i))*sin(ang(i)) ,cos(ang(i))*sin(ang(i)) ,cos(ang(i))^2-
sin(ang(i))^2];         %14.50 page 304
```

Temp.m

```
To=20;
Tapp=20;

Delta_T=Tapp-To;

alpha1_L=5e-6;
alpha1_T=20e-6;

alpha2_L=5e-6;
alpha2_T=20e-6;

alpha_a_L=5e-6
alpha_a_T=20e-6
```

TsaiWu.m

```
%=====
% Sigma 1=Sigma 11=Sigma L      => Sigma(:,1)           page 260
% Sigma 2=Sigma 22=Sigma T      => Sigma(:,2)
% Sigma 3=Sigma 33=Sigma T'     => Sigma(:,3)
%=====
% Sigma 4=Sigma 23=Sigma TT'    => Sigma(:,1)
% Sigma 5=Sigma 13=Sigma LT'    => Sigma(:,2)
% Sigma 6=Sigma 12=Sigma LT     => Sigma(:,3)
%=====
% Sigma(:,1:3)=[sigmaL          sigmaT          sigmLT]
Sig_a=[z1' z' SPABk']
Sigma =Sig_a(:,3:5);
```

Annexe

```
F1=(1/Xt)-(1/Xc); %12.51 page 261
F11=1/(Xt*Xc); %12.51 page 261

F2=(1/Yt)-(1/Yc); %12.52 page 261
F22=1/(Yt*Yc); %12.52 page 261

F6=0; %12.58 page 261
F66=1/(SLT^2); %12.59 page 261

Fs=[F1 F2 F6];
clc
close all

%F12=(1/(2*SIGMA^2))*(1-(F1+F2)*SIGMA-(F11+F22)*SIGMA^2); %12.61 page
262
%Fp12=(1/(2*SIGMA^2))*(1-(Xc-Xt+(Xt*Xc)*(Yc-
Yt)/(Yt*Yc))*SIGMA+(1+(Xt*Xc)/(Yt*Yc))*SIGMA^2);

[m,f]=size(Sigma);

g=1;%pour afficher le résultat

%TTWW(:,1)=F1.*Sigma(:,1)+F2.*Sigma(:,2)+F11.*Sigma(:,1).^2+F22.*Sigma(:,2).^2+F66
.*Sigma(:,3).^2-F11.*Sigma(:,1).*Sigma(:,2)

%TW(1:m,1)=F1.*Sigma(1:m,1)+F2.*Sigma(1:m,2)+F11.*Sigma(1:m,1).^2+F22.*Sigma(1:m,2
).^2+F66.*Sigma(1:m,3).^2-F11.*Sigma(1:m,1).*Sigma(1:m,2)

j=0;
e=0;

for i=1:m

%TW(i,1)=F1*Sigma(i,1)+F2*Sigma(i,2)+F11*Sigma(i,1)^2+F22*Sigma(i,2)^2+F66*Sigma(i,3
)^2+2*Fp12*F1*Sigma(i,1)*Sigma(i,2);

TW(i,1)=F1*Sigma(i,1)+F2*Sigma(i,2)+F11*Sigma(i,1)^2+F22*Sigma(i,2)^2+F66*Sigma(i,
3)^2-2*0.5*F11*Sigma(i,1)*Sigma(i,2);
disp('=====')
disp('à la couche')
disp(ESABK2(i,1))
disp('à la hauteur')
disp(ESABK2(i,2))
disp('TW='),disp(TW(i,1))

r1(i,1)=ESABK2(i,1);
r1(i,2)=ESABK2(i,2);
r1(i,3)=TW(i,1);

if abs(TW(i,1))<1
disp('<=1 => Résiste ')

e=e+1;
r2(e,1)=ESABK2(i,1);
r2(e,2)=ESABK2(i,2);
r2(e,3)=TW(i,1);
```

Annexe

```
else
    j=j+1;
    disp('>1 => ne résiste pas')
    g=2;

    r3(j,1)=ESABK2(i,1);
    r3(j,2)=ESABK2(i,2);
    r3(j,3)=TW(i,1);

end
end
% affichage

disp(' à la couche    la hauteur    TW')
disp(r1)
plot(r1(:,3),r1(:,2))
%=====
hold on
if e>0
disp('Le panneau résiste et travail en toute sécurité à :')
disp(' la couche    la hauteur    TW')
disp(r2)
plot(r2(:,3),r2(:,2))
end
%=====

if j>0

disp('Le panneau ne résiste pas et ne travail pas en toute sécurité à :')
disp(' la couche    la hauteur    TW')
disp(r3)
plot(r3(:,3),r3(:,2),'R')
end
hold off

if g==1
    disp(' *****')
    disp(' Le panneau résiste et travail en toute sécurité ')
    disp(' *****')
else
    disp(' *****')
    disp(' Le panneau ne résiste pas et ne travail pas en toute sécurité')
    disp(' *****')
end

%
%
%

%Fp12=F12*Xt*Xc;
%ctw=Fs*cont1+((cont1(1)^2)/(Xt*Xc))+((cont1(2)^2)/(Yt*Yc))+((cont1(3)^2)/(S^2))+
2*Fp12*(cont1(1)*cont1(2))/(Xt*Xc);
```