

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE M'HAMED BOUGARA-BOUMERDES



Faculté de Technologie

Polycopié de Cours

Physique 2

Présenté par

Dr. STITI NACIRA

Ce cours est destiné aux étudiants de 1ère année socle commun

Domaine Science et Technologie

Table des matières

Chapitre I Electrostatique	1
I.1 Introduction	1
I.2 Les forces électrostatiques	3
I.2.1 La loi de Coulomb	3
I.2.2 Ordre de grandeur des forces électrostatiques	4
I.2.3 Le principe de superposition	5
I.2.4 Exemple	5
I.3 Le champ électrique	6
I.3.1 Définition	6
I.3.2 Orientation du champ électrique	7
I.3.3 Le principe de superposition	7
I.3.4 Exemple	8
I.3.5 Les distributions continues de charges	9
I.4 Le potentiel électrique	11
I.4.1 Définition	11
I.4.2 Le potentiel électrique créé par une charge ponctuelle	11
I.4.3 Passage du champ au potentiel et du potentiel au champ	13
I.5 Topographie de l'espace électrique	14
I.5.1 Les lignes de champ électrique	14
I.5.2 Les surfaces équipotentiellles	15
I.6 Énergie potentielle électrique d'un système de plusieurs charges	15
I.7 Le dipôle électrique	16
I.7.1 Le potentiel créé par un dipôle	17
I.7.2 Le champ créé par un dipôle	17
I.7.3 Dipôle placé dans un champ électrique	18

I.7.4 L'énergie potentielle du dipôle	18
I.8 Le théorème de Gauss.....	19
I.8.1 Le flux du vecteur champ électrostatique créé par une charge ponctuelle	19
I.8.2 Enoncé du théorème de Gauss	20
I.8.3 Méthode générale d'application du théorème de Gauss	20
I.8.4 Exemples.....	21
Chapitre II Les conducteurs	25
II.1 Influence totale et partielle	25
II.2 Calcul des capacités.....	28
II.2.1 La capacité propre d'un conducteur isolé.....	28
II.2.2 Energie interne d'un conducteur isolé chargé.....	28
II.2.3 Les condensateurs	29
II.2.4 Calcul des capacités.....	29
II.2.5 Exemple.....	30
II.3 Association des condensateurs	30
II.4 Energie interne d'un condensateur	32
II.5 Les résistances	32
II.5.1 Définition	32
II.5.2 La loi d'Hom	32
II.5.3 Association des résistances.....	33
II.5.4 La loi d'Hom généralisée.....	34
Chapitre III Electrocinétique	35
III.1 La loi d'Ohm : formule locale de la loi d'Ohm.....	35
III.1.1 Définition de la densité de courant.....	35
III.1.2 Etude du mouvement d'un électron dans un conducteur	36
III.1.3 Expression de la conductivité	37
III.2. Lois de Kirchhoff (en régime continu)	37

III.2.1 Définitions	37
III.2.2 La première loi de Kirchhoff (loi des nœuds).....	38
III.2.3 La deuxième loi de Kirchhoff (loi des mailles).....	38
III.2.4 Exemple	39
III.3 Lois de Thévenin – Norton	40
III.3.1 Les ponts diviseurs	40
III.3.2 La loi de Thévenin.....	42
III.3.3 La loi de Norton.....	42
Chapitre IV Magnétostatique	44
IV.1 Forces magnétostatiques	44
IV.1.1 Force de Lorentz.....	44
IV.1.2 Force de Laplace.....	45
IV.2 Les champs magnétiques.....	45
IV.2.1 Superposition de deux champs magnétiques	46
IV.2.2 Les lignes de champ magnétique	46
IV.2.3 Les spectres magnétiques.....	46
IV.3 La loi de Biot et Savart	49
Exercices	50
Corrigés	56
Références bibliographiques	79

Chapitre I

Électrostatique

I.1 Introduction

I.1.1 La charge électrique

La charge électrique est une propriété fondamentale de la matière, elle est soit positive (+) ou négative (-), la charge est dite ponctuelle si les dimensions de l'objet qui la porte sont relativement petites. Un objet peut prendre une charge positive ou négative, un objet non chargé est dit neutre.

L'unité de la charge électrique est le Coulomb (C), toute charge est multiple de la *charge élémentaire*, la plus petite charge électrique qui est portée par un proton notée « e » et vaut : $e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

La charge de l'électron est négative : $q_e = -e = -1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

- **Le principe de conservation de la charge totale :**

La charge totale d'un système isolé reste constante. La charge n'est ni créée ni détruite, elle est transmise d'un objet à l'autre. Cette propriété porte le nom de « *conservation de la charge totale* ».

I.1.2 Les différents moyens d'électrisation

D'une manière générale tous les phénomènes d'électrisation s'expliquent par des transferts d'électrons. Ces phénomènes peuvent être expliqués par les connaissances de la structure de la matière : Un atome neutre comprend :

- Un noyau constitué de z protons (de charge positive +) et N neutrons (un neutron est neutre électriquement et de même masse que le proton),
- Z électrons (de charge négative -) qui gravitent autour du noyau.

Les interactions électriques entre noyau (+) et électrons (-) assurent la stabilité de l'atome neutre. Comme il est difficile de modifier le noyau d'un atome, les électrons les plus éloignés du noyau, moins attirés par celui-ci que ceux des couches inférieures, peuvent éventuellement être arrachés à l'atome qui devient alors un ion positif. Un atome neutre peut gagner un ou plusieurs électrons, il devient un ion négatif.

On distingue deux types de matériaux :

- *Les isolants* pour lesquels l'électrisation reste localisée au point où on l'a apportée comme *le verre et les matières plastiques*,
- *Les conducteurs* pour lesquels l'électrisation se répend en tous les points comme *les métaux, le corps humain, la terre et l'eau*.

Dans un isolant les électrons ne peuvent se déplacer d'un atome à l'autre ; tout déséquilibre de charge reste localisé. Dans un conducteur neutre, lorsqu'on arrache des électrons, le déséquilibre de charge est comblé par le déplacement des électrons libres et l'électrisation positive apparait partout ; lorsqu'on apporte des électrons ils se répartissent sur tout le conducteur qui devient électrisé négativement.

Remarque :

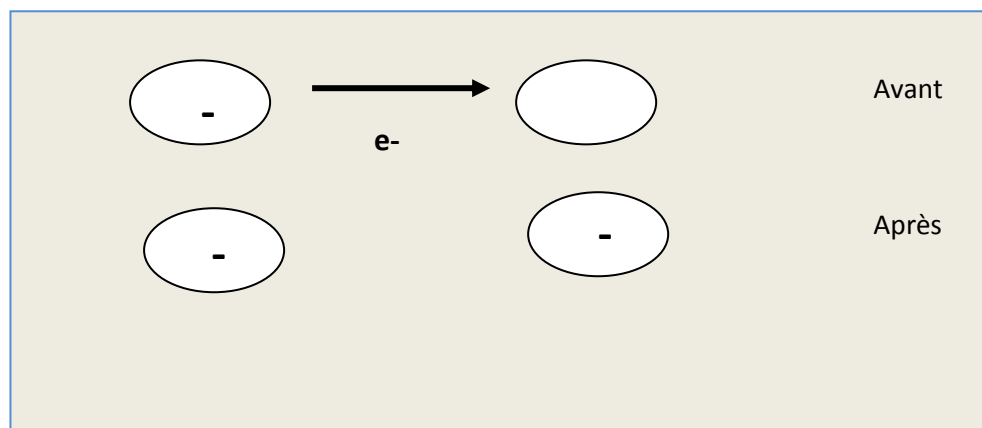
Chaque électron arraché donne naissance à une charge positive.

a) Électrisation par frottement

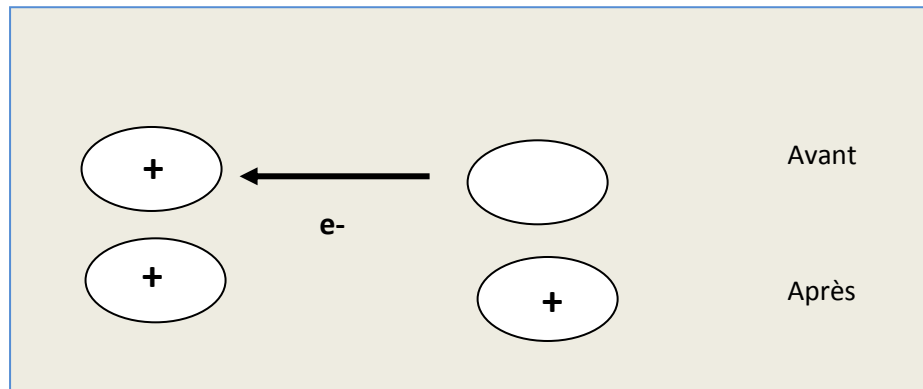
L'électrisation par frottement s'explique par l'arrachement mécanique des électrons de l'un des objets neutres frottés et par leur transfert sur l'autre et le sens du transfert dépend de l'affinité électronique relative des deux objets.

b) Électrisation par contact

Un objet neutre mis en contact avec un objet chargé négativement prend une partie de l'excédant des électrons de celui-ci et se charge négativement.



Un objet neutre en contact avec un objet chargé positivement lui fournit des électrons et se charge positivement.



c) Électrisation à l'aide d'une source

Un générateur en circuit ouvert (pile) maintient entre ses bornes une différence de potentiel constante, ce qui suppose une accumulation de charges négatives à une borne et positives à une autre. Un objet relié à une borne du générateur s'électrise et devient porteur de charges de même signe que celles portées par la borne.

I.2 Les forces électrostatiques

I.2.1 La loi de Coulomb

La loi de Coulomb (*Charles Auguste de Coulomb 1736-1806*) exprime la force d'interaction électrostatique entre deux charges ponctuelles Q_1 et Q_2 immobiles et dans le vide, séparées par une distance « r » par :

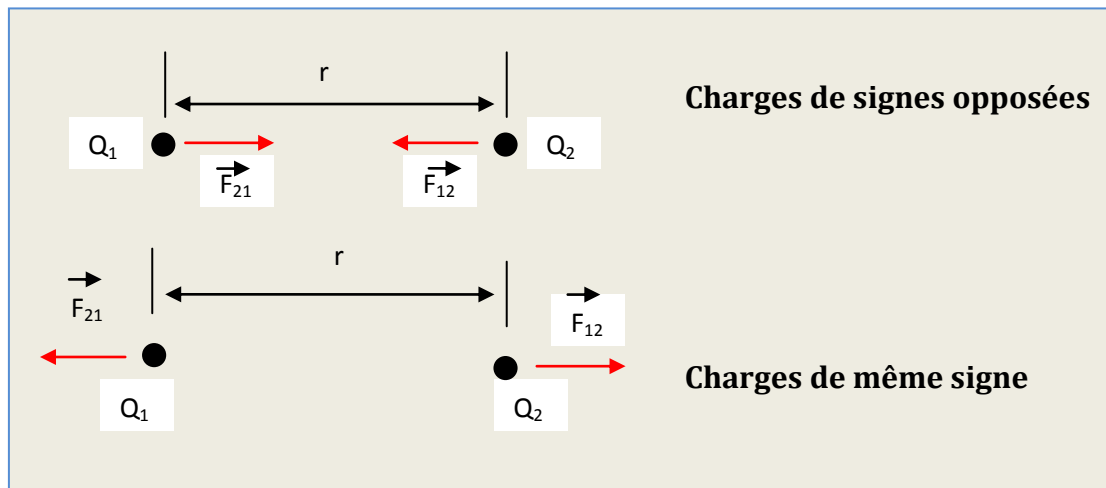
$$\vec{F} = k \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \vec{u}$$

Où :

$$K = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N.m}^2$ (ϵ_0 représente la permittivité du vide).

La force électrostatique est attractive entre deux charges de signes opposés et répulsive entre deux charges de même signe.



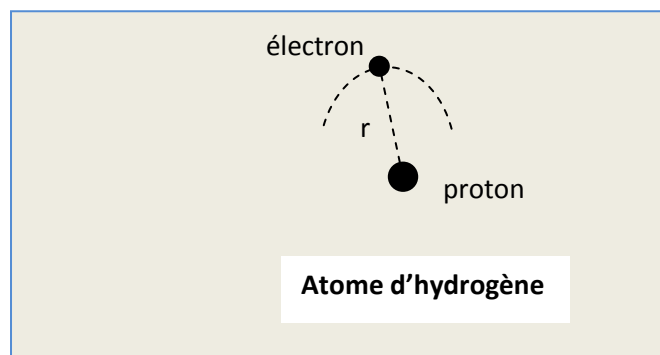
Remarque :

$\vec{F}_{12}$ est de même module que $\vec{F}_{21}$ mais de sens contraire :

$$|\vec{F}_{12}| = |\vec{F}_{21}| = k \frac{|Q_1 Q_2|}{r^2} \text{ et } \vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

I.2.2 Ordre de grandeur des forces électrostatiques

Au niveau microscopique les forces électrostatiques atteignent des grandeurs considérables. Dans le cas d'un proton et d'un électron qui dans un atome d'hydrogène s'attirent selon une force coulombienne : $F_e = k \frac{q^2}{r^2} = 0,82 \cdot 10^{-7} \text{ N}$ sachant que : $q = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, $r = 5 \cdot 10^{-11} \text{ m}$.

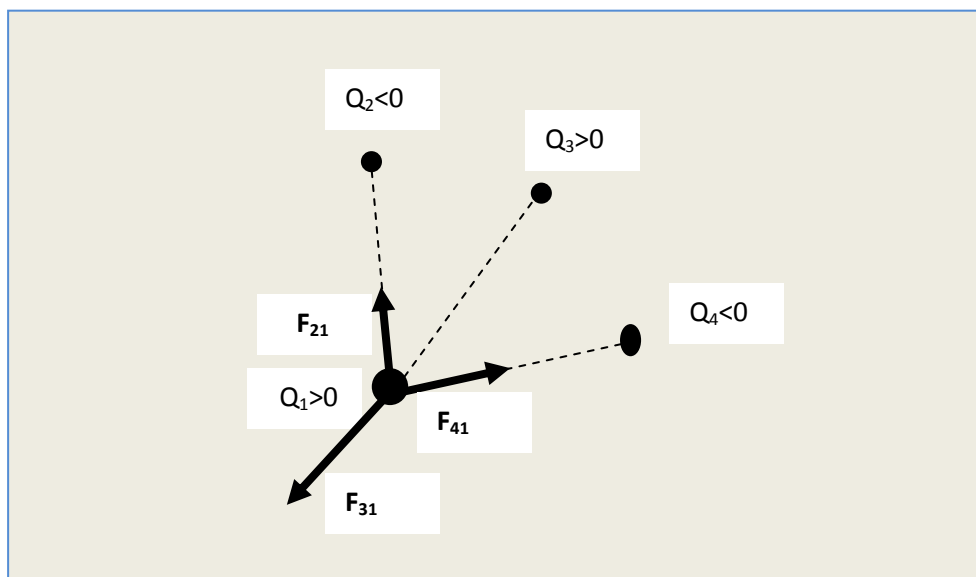


La force d'attraction gravitationnelle qui s'exerce entre ces deux particules (électron de masse m et proton de masse M) : $F_G = G \frac{Mm}{r^2} = 4 \cdot 10^{-48} \text{ N}$ sachant que : $G = 6,6 \cdot 10^{-11} \text{ SI}$, $m = 9 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, $M = 1850 \text{ m}$.

La comparaison des deux forces permet de déduire que la force gravitationnelle est négligeable par rapport à l'interaction électrique entre des particules élémentaires ($FG \ll Fe$). Cela permet d'expliquer le fait qu'une règle en plastique chargée parvient à soulever une feuille de papier et à surmonter ainsi la force gravitationnelle exercée par la terre.

I.2.3 Le principe de superposition

Dans le cas de l'interaction d'une charge Q_1 avec d'autres charges, la force résultante sur Q_1 est la somme vectorielle des forces exercées par les autres charges.



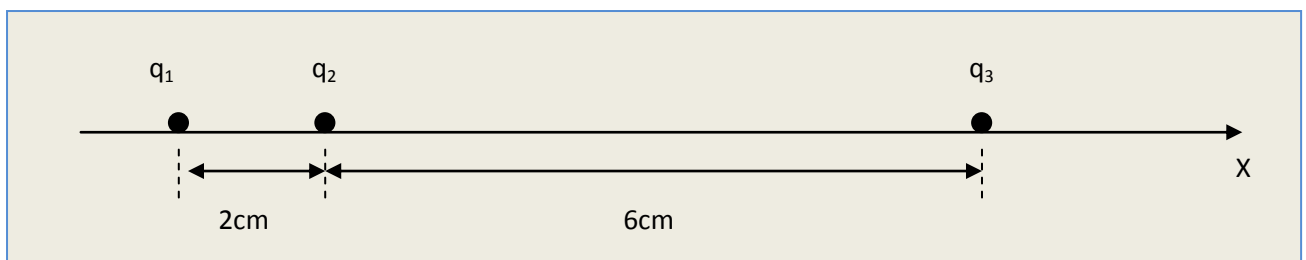
$$\vec{F}_1 = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{31} + \vec{F}_{41}$$

I.2.4 Exemple

Soient trois charges ponctuelles alignées sur l'axe horizontal :

$$q_1 = 5\mu\text{C}, q_2 = -4\mu\text{C}, q_3 = 10\mu\text{C}.$$

Déterminer la force résultante sur la charge du milieu produite par les deux autres.



Solution :

La charge du milieu est la charge q_2 , la force résultante sur la charge q_2 est :

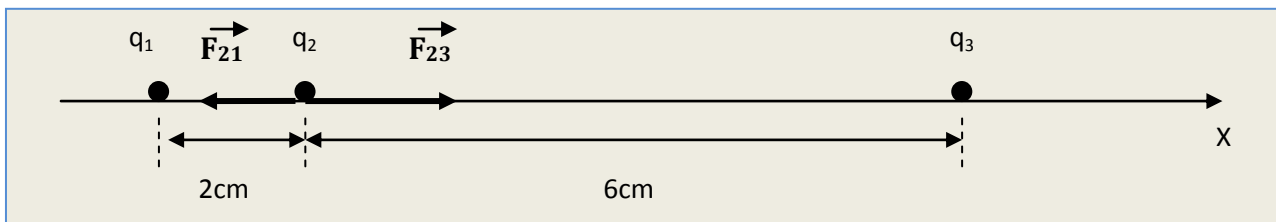
$$\vec{F}_2 = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{23} ; \quad \vec{F}_{21} = -F_{21}\vec{i} \text{ et } \vec{F}_{23} = F_{23}\vec{i}$$

Les modules sont:

$$F_{21} = k \frac{|q_1 q_2|}{r^2} = 450 \text{ N}$$

$$F_{23} = k \frac{|q_2 q_3|}{r^2} = 100 \text{ N}$$

$$\text{D'où : } \vec{F}_2 = -450 \vec{i} + 100 \vec{i} = -350 \vec{i} \text{ (N)}$$

**I.3 Champ électrique****I.3.1 Définition**

Une charge électrique crée un champ électrique dans l'espace qui l'entoure. Le vecteur champ électrique ($\vec{E}$) produit par une charge Q en un point quelconque est défini comme le rapport de la force agissant sur la charge unité (q) placée en ce point sur la charge q .

$$\begin{aligned} \vec{E} &= \frac{\vec{F}}{q} \\ &= k \frac{|Qq|}{qr^2} \vec{u} \end{aligned}$$

$$\boxed{\vec{E} = k \frac{Q}{r^2} \vec{u}}$$

Le champ électrique dépend uniquement de la source du champ (la charge Q)

L'unité SI du champ électrique est le Newton par Coulomb (N/C).

Remarque :

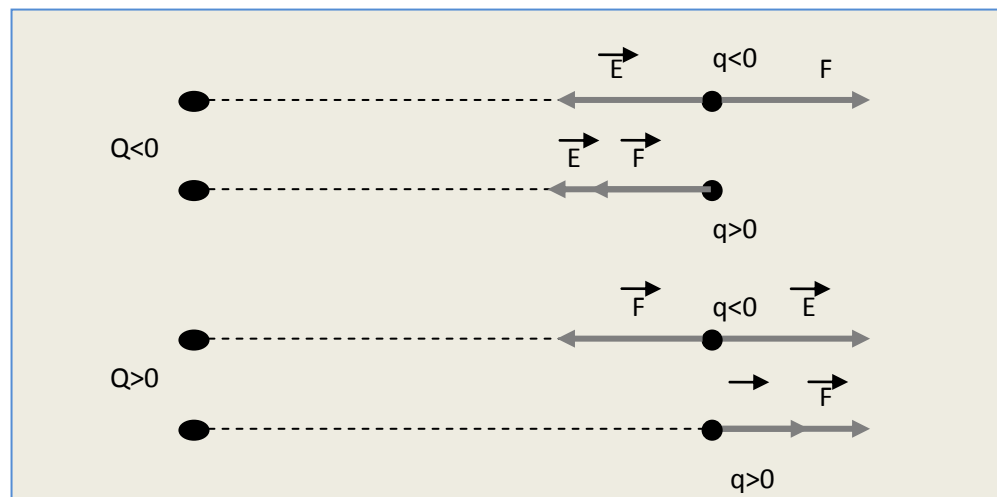
Lorsqu'on connaît le champ électrique en un point donné, on peut déterminer la force électrique exercée sur une charge q placée en ce point par :

$$\vec{F} = q \vec{E}$$

I.3.2 Orientation du champ électrique

Le champ électrique en un point donné est orienté vers la charge source Q si elle est négative, et il est diamétralement opposé à Q si elle est positive.

Si une charge q (se trouvant à un point de champ créé par la charge Q) est positive, la force agissant sur elle est orientée dans le même sens que le vecteur champ ; si la charge q est négative, la force agissant sur elle est orientée dans le sens opposé au vecteur champ.

**I.3.3 Le principe de superposition**

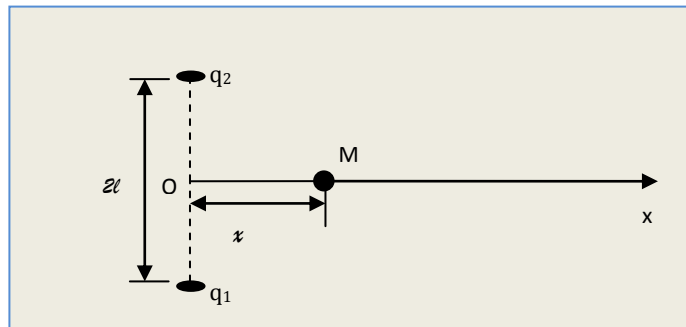
Le principe de superposition qui s'applique à la loi de Coulomb s'applique aussi au champ électrique. Pour calculer le champ créé en un point par un système de n charges, on détermine d'abord séparément les champs : $\vec{E}_1, \vec{E}_2, \dots, \vec{E}_n$ créés par les charges : $Q_1, Q_2, \dots, Q_n$ respectivement, le champ résultant est égal à la somme vectorielle des champs $\vec{E}_i$ individuels :

$$\vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_n = \sum_i^n \vec{E}_i$$

I.3.4 Exemple

Soient deux charges ponctuelles fixes, $q_1 > 0$ et $q_2 < 0$ agissant sur une troisième charge $q > 0$ placée au point M.

- Déterminer le champ électrique créé par les deux charges au point M et la force électrique exercée par les deux charges sur la charge q .



Solution :

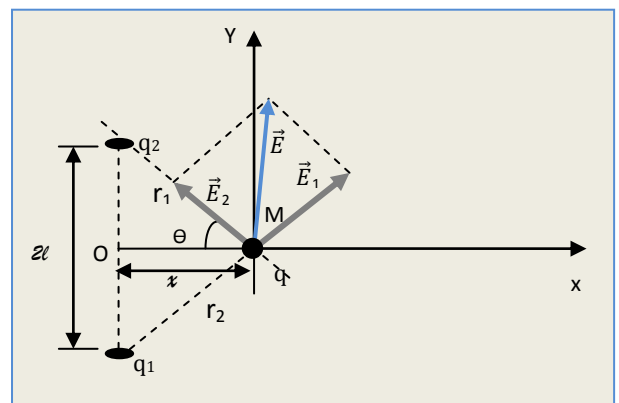
Le champ $\vec{E}$ créé au point M par les deux charges ponctuelles est la somme des deux champs $\vec{E}_1$ et $\vec{E}_2$ créés par chacune des charges q_1 et q_2 .

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

$$\text{On a : } \vec{E}_1 = k \frac{q}{r^2} \vec{u}$$

$$\text{On écrit : } E_1 = k \frac{|q_1|}{r_1^2} \quad \text{et} \quad E_2 = k \frac{|q_2|}{r_2^2}$$

$$\text{Avec : } r_1^2 = r_2^2 = l^2 + x^2$$



Les composantes du champ résultant $\vec{E}$:

$$\vec{E} = \begin{cases} E_x = E_{1x} + E_{2x} = E_1 \cos \theta - E_2 \cos \theta = (E_1 - E_2) \cos \theta \\ E_y = E_{1y} + E_{2y} = E_1 \sin \theta + E_2 \sin \theta = (E_1 + E_2) \sin \theta \end{cases}$$

La force exercée par les deux charges sur la charge q :

$$\vec{F} = q \vec{E} ; \quad \vec{F} = \begin{cases} q(E_1 - E_2) \cos \theta \\ q(E_1 + E_2) \sin \theta \end{cases}$$

I.3.5 Les distributions continues de charges

On considère un objet chargé comme constitué d'une infinité de charges ponctuelles élémentaires. Pour décrire la distribution de charge sur un objet on utilise souvent la densité de charge qui est :

1. Linéique notée (λ) sur un objet qui a la forme d'un fil. Un élément infinitésimal de fil de longueur dl aura une charge infinitésimale : $dq = \lambda dl$.
La densité linéique de charge s'exprime en Coulomb par mètre (C/m).
Si le fil est uniformément chargé $\lambda = \text{constante}$.
2. Surfaique ou superficielle notée (σ) sur une surface. Un élément infinitésimal de surface ds aura une charge infinitésimale : $dq = \sigma ds$.
La densité surfaique de charge s'exprime en (C/m²).
Si la surface est uniformément chargée $\sigma = \text{constante}$.
3. Volumique notée (ρ) dans un volume. Un élément infinitésimal de volume dv aura une charge infinitésimale : $dq = \rho dv$.
La densité volumique de charge s'exprime en (C/m³).
Si le volume est uniformément chargé $\rho = \text{constante}$.

Pour évaluer le champ électrique produit par une charge électrique distribuée sur un objet qui n'est pas ponctuel, on peut diviser la charge de l'objet en petits éléments infinitésimaux dq qui peuvent être considérées comme des charges ponctuelles. Par la loi de Coulomb, le module du champ électrique infinitésimal produit par chaque élément dq est :

$$dE = k \frac{|dq|}{r^2}$$

Pour trouver le champ électrique total, il faut faire la somme (l'intégrale) de tous les éléments $\vec{dE}$, en tenant compte de la nature vectorielle de champ:

$$\vec{E} = \int \vec{dE}$$

Exemple :

Un fil rectiligne uniformément chargé de deux mètres de long est situé sur l'axe des x , entre $x = 3m$ et $x = 5m$, sa charge totale est de $10\mu C$.

Calculer le champ électrique au point $x = 1m$.

Solution :

Soit une portion de longueur dx de charge $dq=\lambda dx$, comme la charge est positive alors le champ créé par cette portion est :

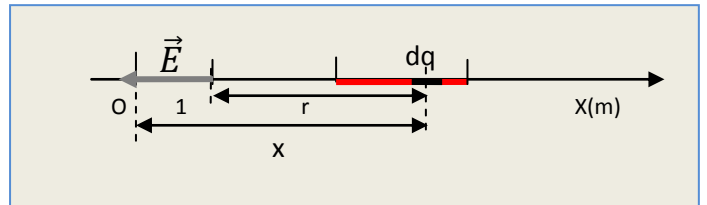
$$\vec{dE} = -k \frac{dq}{r^2} \vec{i} = -k \frac{\lambda dx}{r^2} \vec{i}$$

Le champ total créé par le fil : $\vec{E} = \int \vec{dE} = -\int k \frac{\lambda dx}{r^2} \vec{i}$

On a : $x = r + 1$ alors :
$$\begin{cases} x = 3; r = 2 \\ x = 5; r = 4 \\ dx = dr \end{cases}$$

D'où

$$\vec{E} = -\int_2^4 k \frac{\lambda dr}{r^2} \vec{i} = -k\lambda \left(-\frac{1}{r}\right) \Big|_2^4$$



$$\vec{E} = -4,5 \cdot 10^4 \text{ (N/C)} \vec{i}$$

I.4 Potentiel électrique

I.4.1 Définition

En mécanique l'énergie potentielle gravitationnelle d'une masse m dans un champ gravitationnel $\vec{g}$ constant et orienté de haut vers le bas est donnée par :

$$U = m g y$$

Avec la valeur de y est donnée par rapport à un axe vertical orienté vers le haut, son origine est $y=0$, et l'énergie potentielle par unité de masse représente le potentiel gravitationnel :

$$V = \frac{U}{m} = g y$$

De même, le potentiel électrique est défini comme l'énergie potentielle électrique:

$U_e = (q E y)$ que possède un objet chargé par unité de charge d'où :

$$V = \frac{U_e}{q} = E y$$

L'unité SI du potentiel électrique est le volt (V) avec : $1V=1J/C$.

I.4.2 Le potentiel électrique créé par une charge ponctuelle

a) La relation entre le champ et le potentiel

La force électrique est une force conservative donc : $\Delta U = -W$,

d'un autre côté : le long d'un déplacement infinitésimal $\vec{dl}$, le travail infinitésimal effectué par la force électrique conservative sur une charge positive est :

$$dW = \vec{F} \cdot \vec{dl} = q\vec{E} \cdot \vec{dl} = -dU$$

$$d'où : dU = -q\vec{E} \cdot \vec{dl}$$

$$on a : dV = \frac{dU}{q} = -\vec{E} \cdot \vec{dl}$$

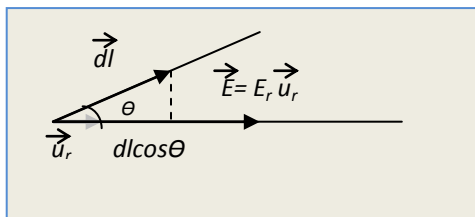
La différence de potentiel $V_B - V_A$ entre le point A et le point B est égale à la somme (l'intégrale) de ces variations infinitésimales :

$$V_B - V_A = - \int q \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

b) Expression du potentiel électrique créé par une charge ponctuelle

Le produit scalaire : $\vec{E} \cdot d\vec{l} = E_r \cdot dl \cos \theta$

$dl \cos \theta = dr$ représente la projection de dl dans la direction du champ $\vec{E}$, ce qui permet d'écrire :



$$\vec{E} \cdot d\vec{l} = E_r dr$$

$$V_B - V_A = - \int_A^B E_r dr$$

$$V_B - V_A = - \int_A^B k \frac{Q}{r^2} dr$$

$$= - \left[-k \frac{Q}{r} \right]_A^B$$

On pose $V=0$ pour : $r \longrightarrow \infty$

et $r_A \longrightarrow \infty$, $r_B = r$

Ce qui implique : $V_A = 0$, $V_B = V$

D'où : le potentiel d'une charge Q à la distance r est :

$$V = k \frac{Q}{r}$$

Remarque :

Le signe du potentiel dépend du signe de la charge Q :

- Si $Q > 0$ alors $V > 0$
- Si $Q < 0$ alors $V < 0$

c) Le principe de superposition

Le potentiel de plusieurs charges $q_1, q_2, \dots, q_n$ en un point M est la somme de leurs potentiels individuels :

$$V_M = V_1 + V_2 + \dots + V_n$$

$$V_M = k \frac{q_1}{r_1} + k \frac{q_2}{r_2} + \dots + k \frac{q_n}{r_n} = \sum_i^n k \frac{q_i}{r_i}$$

d) Le potentiel d'une distribution continue de charges

Pour évaluer le potentiel électrique produit par une charge électrique distribuée sur un objet qui n'est pas ponctuel, on peut diviser la charge de l'objet en petits éléments infinitésimaux dq qui peuvent être considérées comme des charges ponctuelles. Par la loi de Coulomb, le potentiel électrique infinitésimal produit par chaque élément dq est :

$$dV = k \frac{dq}{r}$$

Pour trouver le potentiel électrique total, il faut faire la somme (l'intégrale) de tous les éléments dV :

$$V = \int dV$$

I.4.3 Passage du champ au potentiel et du potentiel au champ

En considérant les composantes cartésiennes des vecteurs $\vec{E}$ et $\vec{dl}$ on écrit :

$$-dV = \vec{E} \cdot \vec{dl} = E_x dx + E_y dy + E_z dz$$

Et la différentielle d'une fonction à plusieurs variables : $dV = \frac{\partial V}{\partial x} dx + \frac{\partial V}{\partial y} dy + \frac{\partial V}{\partial z} dz$

Par identification on obtient :

$$\vec{E} = \begin{cases} E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} \\ E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} \\ E_z = -\frac{\partial V}{\partial z} \end{cases}$$

On définit l'opérateur $\overrightarrow{grad}$ d'une fonction $f(x,y,z)$ par : $\overrightarrow{grad}f(x,y,z) = \frac{\partial f}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial f}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial f}{\partial z}\vec{k}$

Ce qui permet d'écrire : $\boxed{\vec{E} = -\overrightarrow{grad}V}$

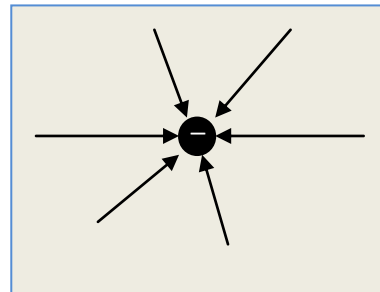
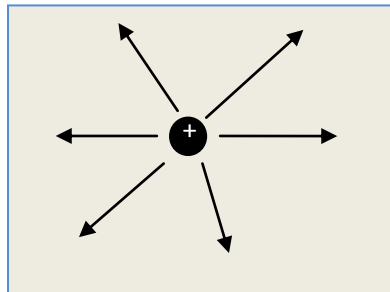
I.5 Topographie de l'espace électrique

I.5.1 Les lignes de champ électrique

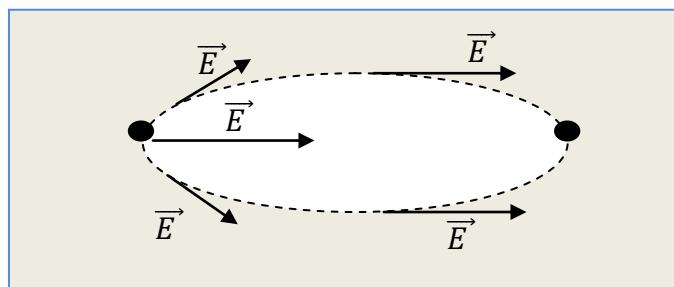
Les lignes de champ ont été introduites pour mieux visualiser le champ électrique et peuvent renseigner sur son intensité.

Les propriétés :

- Les lignes de champ sont plus rapprochées là où le champ est intense et elles sont plus espacées là où le champ est faible.
- Les lignes de champ vont toujours des charges positives vers les charges négatives.



- La direction du champ électrique en un point est tangente à la ligne de champ.



- Le nombre de lignes qui partent d'une charge ou qui se dirigent vers elle est proportionnel à la grandeur de la charge.
- Les lignes de champ ne se coupent jamais.
- Le potentiel décroît le long d'une ligne de champ.
- À tout point situé au-dessus de la ligne joignant les deux charges correspond un point équivalent en dessous de la ligne (symétrie).

I.5.2 Les surfaces équipotentielles

On appelle surface équipotentielle le lieu des points qui ont tous le même potentiel électrique.

Les propriétés :

- Les lignes de champ sont perpendiculaires aux surfaces équipotentielles.
- Les surfaces équipotentielles se resserrent lorsqu'on passe d'une région de l'espace où le champ est peu intense à une région de champ plus intense.

I.6 Énergie potentielle électrique d'un système de plusieurs charges

L'énergie potentielle électrique U emmagasinée dans un système de charges ponctuelles se définit comme le travail qu'il faut fournir pour constituer ce système (rassembler des charges) en déplaçant les charges à partir d'une distance infinie sans variation d'énergie cinétique :

$$U = W = \sum_{i < j} k \frac{q_i q_j}{r_{ij}}$$

Exemple :

Dans le cas de trois charges :

$$\begin{aligned} U &= k \frac{q_1 q_2}{r_{12}} + k \frac{q_1 q_3}{r_{13}} + k \frac{q_2 q_3}{r_{23}} \\ &= k \left(\frac{q_1 q_2}{r_{12}} + \frac{q_1 q_3}{r_{13}} + \frac{q_2 q_3}{r_{23}} \right) \end{aligned}$$

Remarque :

1. On retrouve le même résultat en utilisant l'expression:

$$U = \frac{1}{2} k \sum_{ij} \frac{q_{ij}}{r_{ij}}$$

Dans le cas de trois charges :

$$\begin{aligned} U &= \frac{1}{2} k \left(\frac{q_1 q_2}{r_{12}} + \frac{q_1 q_3}{r_{13}} + \frac{q_2 q_1}{r_{21}} + \frac{q_2 q_3}{r_{23}} + \frac{q_3 q_1}{r_{31}} + \frac{q_3 q_2}{r_{32}} \right) \\ &= \frac{1}{2} k \left(2 \frac{q_1 q_2}{r_{12}} + 2 \frac{q_1 q_3}{r_{13}} + 2 \frac{q_2 q_3}{r_{23}} \right) \end{aligned}$$

D'où

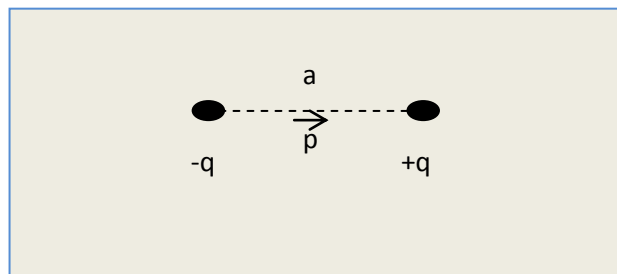
$$U = k \left(\frac{q_1 q_2}{r_{12}} + \frac{q_1 q_3}{r_{13}} + \frac{q_2 q_3}{r_{23}} \right)$$

2. Lorsque les deux charges sont de même signe, leur énergie potentielle est positive et il faut fournir un travail positif pour les rassembler.
3. Lorsque les deux charges sont de signes opposés, leur énergie potentielle est négative et il faut fournir un travail négatif pour les rassembler.

I.7 Le dipôle électrique

Un dipôle électrique est un ensemble constitué par deux charges de même grandeur et de signes opposés séparées par une petite distance a .

Le moment dipolaire est un vecteur $\vec{p}$ défini par: $\vec{p} = q\vec{a}$, où $\vec{a}$ représente le déplacement de la charge négative vers la charge positive.



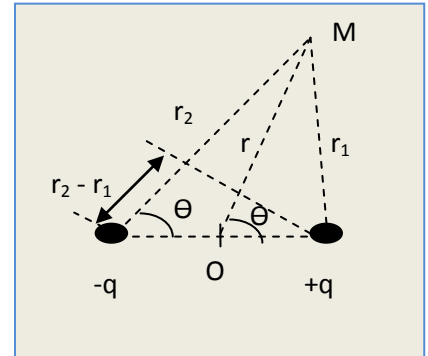
I.7.1 Le potentiel créé par un dipôle

Le potentiel au point M dû au dipôle s'écrit :

$$V = k \left(\frac{q}{r_1} - \frac{q}{r_2} \right) = kq \left(\frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2} \right)$$

Si la distance (r) est grande par rapport à a alors :

$r_2 - r_1 = a \cos\theta$ et $r_1 r_2 = r^2$ ce qui donne :



$$V = \frac{k q a \cos\theta}{r^2} = \frac{k p \cos\theta}{r^2}$$

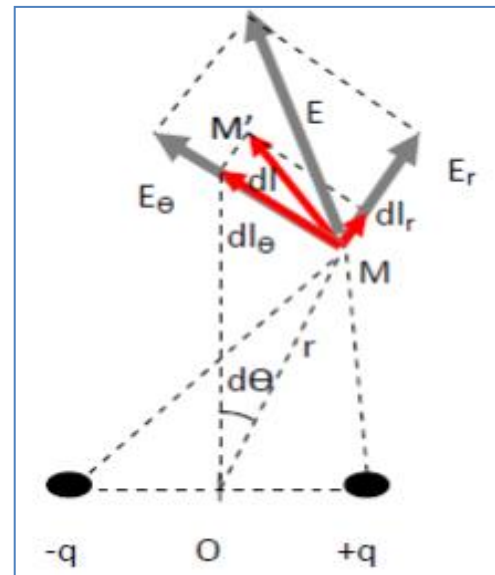
I.7.2 Le champ créé par un dipôle

Le champ est donné par:

$$dV = - \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

En coordonnées polaires :

$$dV = - (E_r dl_r + E_\theta dl_\theta)$$



Avec: $dl_r = dr$ et $dl_\theta = r d\theta$

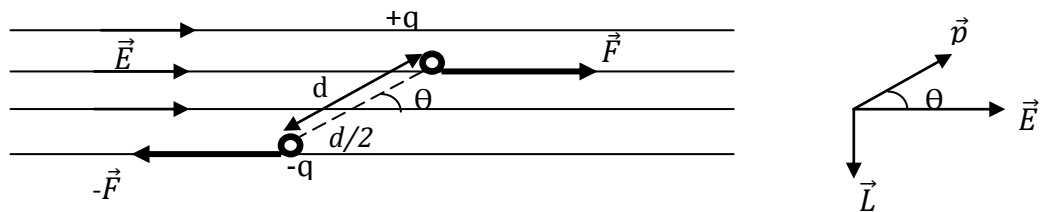
d'où:

$$E_r = - \frac{\partial V}{\partial r} = \frac{2K P \cos\theta}{r^3}$$

$$E_\theta = - \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} = \frac{K P \sin\theta}{r^3}$$

I.7.3 Dipôle placé dans un champ électrique

Dans un champ extérieur produit par d'autres charges, un dipôle est soumis à des forces électriques de même module mais de sens opposés, la force résultante agissant sur le dipôle est nulle mais le dipôle est soumis à deux moments de force, ce couple de moment L tend à aligner le dipôle parallèlement au champ.



Le module du moment de chaque force par rapport au centre est :

$$|\vec{L}_+| = |\vec{L}_-| = |\vec{F} \wedge \vec{r}| = \frac{d}{2} F \sin\theta$$

Le moment total est donc égal à la somme :

$$\begin{aligned} |\vec{L}| &= 2 \frac{d}{2} F \sin\theta \\ &= d F \sin\theta \\ &= d (qE) \sin\theta \\ &= p E \sin\theta \end{aligned}$$

D'où la notation :

$$\vec{L} = \vec{P} \wedge \vec{E}$$

I.7.4 L'énergie potentielle du dipôle

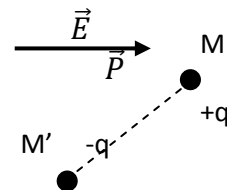
Soient V et V' les potentiels aux points M et M' où sont localisées les charges $+q$ et $-q$, l'énergie potentielle du dipôle s'écrit :

$$E_p = qV - qV' = q(V - V')$$

$$\text{Or } V - V' = [\Delta V] = -\vec{E} \cdot \overrightarrow{MM'} = -\vec{E} \cdot \frac{\vec{P}}{q}$$

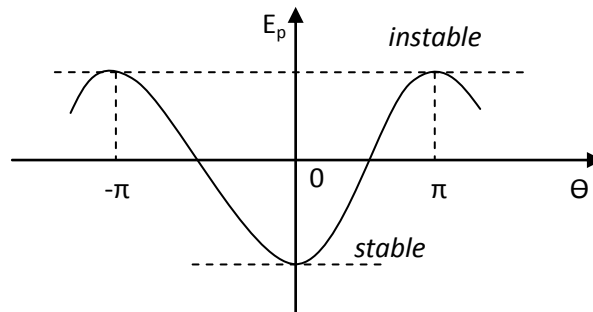
D'où :

$$E_p = -\vec{E} \cdot \vec{P}$$



L'énergie du dipôle est minimale pour $\theta = 0$, ce qui montre que le dipôle est en équilibre stable lorsqu'il est orienté parallèlement au champ.

Pour $\theta = \pi$, l'énergie est maximale, cette orientation correspond à une position d'équilibre instable.



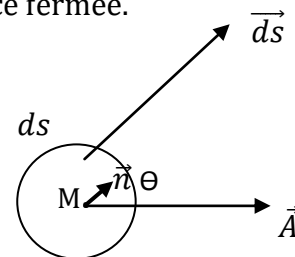
I.8 Le théorème de Gauss

I.8.1 Le flux du vecteur champ électrostatique créé par une charge ponctuelle

a) Flux d'un vecteur à travers une surface

Une surface S réelle ou fictive, est représentée par un ensemble de vecteurs, et peut être considérée comme constituée d'un grand nombre de surfaces élémentaires ds , chaque élément ds entoure un point M de l'espace et représenté par un vecteur $\vec{ds}$ dirigé selon la normale au plan de l'intérieur vers l'extérieur pour une surface fermée.

$$\vec{ds} = ds \vec{n}$$



Soit $\vec{V}$ un vecteur quelconque fonction du point M . On appelle flux élémentaire $d\phi$ du vecteur $\vec{V}$ à travers la surface ds la quantité scalaire définie comme :

$$d\phi = \vec{V} \cdot \vec{ds}$$

b) Flux du vecteur champ électrostatique

On appelle flux de $\vec{E}$ à travers ds , la quantité scalaire $d\phi = \vec{E} \cdot \vec{ds}$. Le flux total de $\vec{E}$ à travers s est l'intégral sur toute la surface :

$$\phi = \iint_S d\phi = \iint_S \vec{E} \cdot \vec{ds}$$

I.8.2 Enoncé du théorème de Gauss

Le théorème de Gauss s'énonce comme suit :

« Le flux du champ électrique à travers une surface fermée entourant des charges q_i est : $\phi = \iint_S \vec{E} \cdot \vec{ds} = \frac{\sum q_i}{\epsilon_0}$ ».

$\sum q_i$: représente la somme algébrique des charges à l'intérieur de la surface fermée.

Remarque:

Dans le cas où la somme algébrique des charges est nulle alors le flux sera nul.

I.8.3 La méthode générale d'application du théorème de Gauss

Le théorème de Gauss est particulièrement utile dans le calcul du champ électrique produit par des distributions de charges ayant une certaine symétrie géométrique.

La méthode comporte les étapes suivantes :

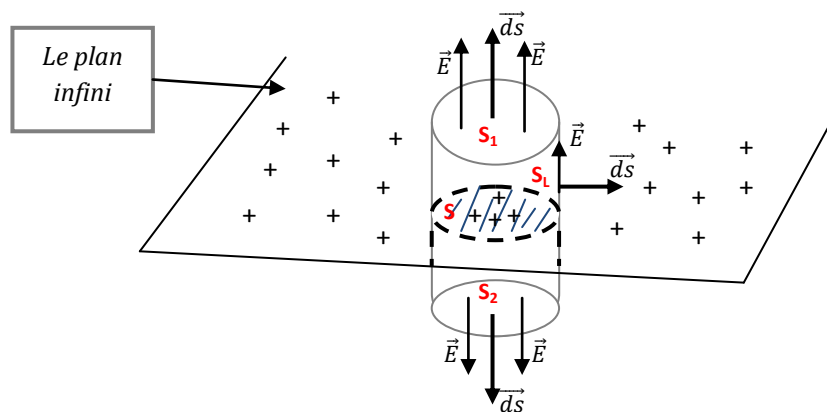
1. Trouver une surface fermée passant par le point M où l'on souhaite calculer le champ.
2. Ecrire la définition du flux : $\phi = \iint_S \vec{E} \cdot \vec{ds} = \frac{\sum q_i}{\epsilon_0}$
3. Appliquer le théorème de Gauss après avoir compté la charge algébrique intérieure à la surface.

I.8.4 Exemples :

A. Le champ électrique créé par un plan infini uniformément chargé :

Soit un plan infini qui porte une charge de densité surfacique $\sigma > 0$. La surface de Gauss convenant à ce problème est un cylindre fermé de section S et de hauteur h qui coupe le plan.

La symétrie indique que les lignes de champ sont perpendiculaires au plan, et comme la charge est positive elles sont orientées comme indiquées sur la figure ci-dessous :



On peut séparer le flux en trois parties :

Les flux à travers les bases S_1 et S_2 , et le flux à travers la surface latérale S_L du cylindre :

$$\phi = \phi_1 + \phi_2 + \phi_3$$

$$\phi = \iint_{S_1} \vec{E} \cdot \vec{ds} + \iint_{S_2} \vec{E} \cdot \vec{ds} + \iint_{S_L} \vec{E} \cdot \vec{ds}$$

$\phi_1 = \phi_2 = ES$ puisque $\vec{E}$ et $\vec{ds}$ sont parallèles,

ϕ_3 est nul puisque $\vec{E}$ et $\vec{ds}$ sont perpendiculaires

Ce qui donne le résultat :

$$\phi = 2ES$$

La charge à l'intérieur de la surface de Gauss est celle portée par la surface du plan hachurée qui est égale à σs .

On appliquant le théorème de Gauss on obtient :

$$\phi = \frac{\sum qi}{\epsilon_0}$$

$$2ES = \frac{\sigma S}{\epsilon_0}$$

Soit :

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

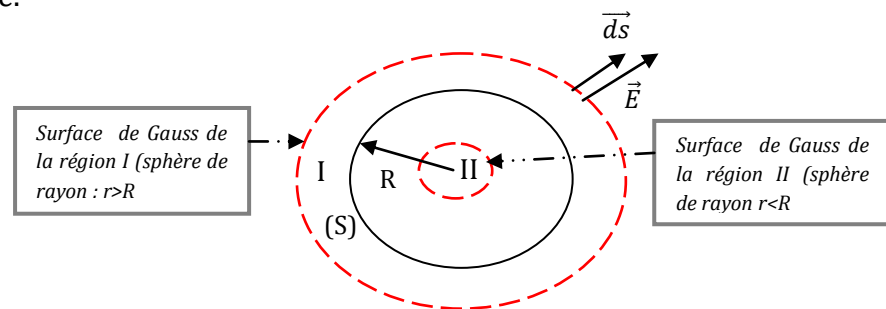
Ce qui indique que le champ électrique est indépendant de la distance au plan et qu'il est par conséquent uniforme.

Le champ est le même pour tous les points situés de chaque côté du plan.

B. Le champ électrique créé par une distribution sphérique de charges :

- Le cas d'une sphère (S) de rayon R uniformément chargée en surface :

La symétrie du problème suggère que le champ en chaque point de l'espace soit radial et ne dépend que de la distance r du point au centre de sphère.



La surface de Gauss (la surface fermée) choisie est une sphère de rayon r concentrique à la sphère chargée (S).

Le flux du champ électrique est :

$$\phi = \iint_S \vec{E} \cdot \vec{ds} = \frac{\sum qi}{\epsilon_0}$$

$\vec{E}$ et $\vec{ds}$ sont parallèles : $\vec{E} \cdot \vec{ds} = E ds$

$$\phi = E \iint ds = \frac{\sum qi}{\epsilon_0}$$

$$E \iint ds = E \cdot S_{\text{sphère}} = E \cdot 4\pi r^2$$

$$E.4\pi r^2 = \frac{\sum q_i}{\epsilon_0}$$

On distingue deux régions différentes de l'espace :

Région I ($r > R$) : la charge totale à l'intérieur de la surface de Gauss est la charge totale Q de la sphère de rayon R ;

$$E.4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

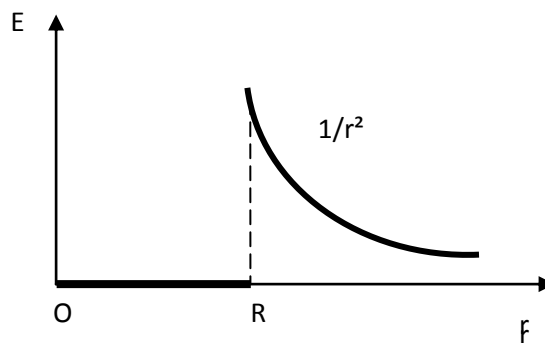
$$D'où: \boxed{E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}}$$

Région II ($r < R$) : la charge totale à l'intérieur de la sphère de Gauss est nulle ; $E.4\pi r^2 = 0$

Et donc :

$$\boxed{E = 0}$$

La représentation graphique de $E(r)$:



- **Le cas d'une sphère (S) de rayon R uniformément chargée en volume :**

Pour $r > R$: la charge totale à l'intérieur de la surface de Gauss est la charge totale Q de la sphère de rayon R :

$$E.4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon_0} ; \quad Q = \rho V = \rho \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$D'où: \boxed{E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{\rho \frac{4}{3}\pi R^3}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{\rho R^3}{3\epsilon_0 r^2}}$$

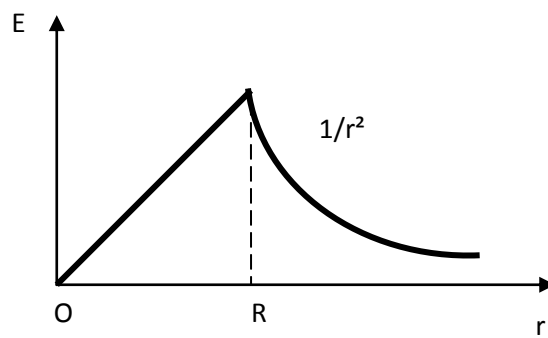
Pour $r < R$: la charge totale à l'intérieur de la sphère de Gauss est :

$$Q = \rho V = \rho \frac{4}{3}\pi r^3 = E \cdot 4\pi r^2 \epsilon_0$$

D'où:

$$E = \frac{\rho}{3\epsilon_0} r$$

La représentation graphique de $E(r)$:



Chapitre II

Les conducteurs

II.1 Influence totale et partielle

II.1.1 Conducteur en équilibre électrostatique

Un conducteur est un corps à l'intérieur duquel les charges libres peuvent se déplacer. Un conducteur est dit en équilibre électrostatique si toutes ses charges sont immobiles, ce qui revient à dire que les charges intérieures ne sont soumises à aucune force.

II.1.2 Propriétés des conducteurs en équilibre

- Le champ est nul à l'intérieur d'un conducteur en équilibre. En effet, si $\vec{E}$ n'était pas nul chaque charge libre serait soumise à une force $\vec{F} = q\vec{E}$ et se déplacerait. Le conducteur ne serait plus en équilibre.
- Le conducteur en équilibre constitue un volume équipotentiel (le potentiel est constant). En effet, la différence de potentiel dV entre deux points quelconques M et M' étant définie par : $dV = \vec{E} \cdot \overrightarrow{MM'}$, si $E = 0$ alors $dV = 0$ d'où $V = C^{te}$.
- La charge est nulle en toute région interne au conducteur. La charge est localisée à la surface. Le champ est nul en tout point M intérieur au conducteur, le flux est donc nul à travers toute surface fermée intérieure au conducteur et entourant M . D'après le théorème de Gauss, la charge intérieure à cette surface est nulle.
- Lorsqu'on relie un conducteur chargé à un autre conducteur il y a échange de charge entre les deux conducteurs de telle manière qu'à l'issue du transport l'ensemble constitue un même volume équipotentiel.

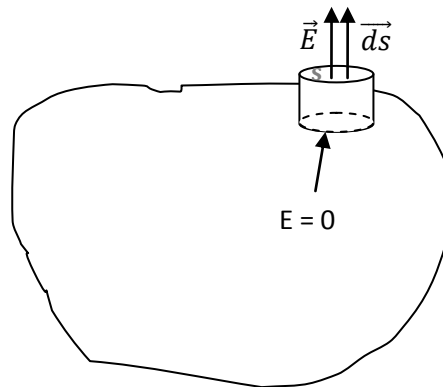
II.1.3 Le champ électrique au voisinage (à la surface) d'un conducteur chargé

Considérons un conducteur de forme arbitraire, pour trouver le champ en un point immédiatement à l'extérieur du conducteur, on choisit comme surface de Gauss un petit cylindre plat de section s .

Puisque le champ $\vec{E}$ est nul partout à l'intérieur du conducteur, il suffit de tenir compte du flux à travers, la surface plane d'aire s qui est située à l'extérieur du conducteur. Aux points situés proches de la surface, $\vec{E}$ est normal à la surface et dirigé vers l'extérieur si la charge est positive.

Le théorème de Gauss s'écrit : $\iint \vec{E} \cdot \vec{ds} = \frac{q}{\epsilon_0}$

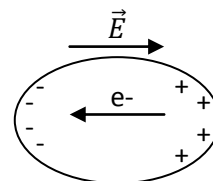
$\vec{E} \cdot \vec{ds} = ES$ Puisque $\vec{E}$ et $\vec{ds}$ sont parallèles, et $q = \sigma s$, on obtient $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$, c'est le théorème de *Coulomb*.



- **Phénomènes d'influence entre conducteurs chargés**

- **Influence d'un conducteur neutre isolé**

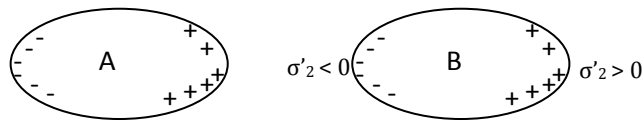
Si un conducteur neutre est placé dans un champ électrique $\vec{E}$, des électrons libres se déplacent en sens inverse du champ. Il apparaît donc de part et d'autre du conducteur des charges positives et négatives en quantités égales sans variation de la charge du conducteur.



- **Influence partielle (mutuelle)**

Soient deux conducteurs : A initialement chargé avec une densité $\sigma_1 > 0$ et B neutre. Il ya influence de A sur B lorsqu'on approche A de B, les charges de A créent un champ au voisinage de B qui modifie la répartition des charges sur celui-ci, il apparaît alors sur la face de B une densité de charge $\sigma'_2 < 0$ sur la partie faisant face à A et une densité $\sigma'_2 > 0$ sur la partie opposée.

Les charges qui se font face sur deux éléments de surface sont égales et opposées « Théorème de Faraday »



- **Influence totale**

Il ya influence totale de A sur B quand ce dernier entoure complètement le conducteur influençant A. Il apparaît sur la paroi intérieure de B une charge égale et opposée à celle de A : $Q_{Bint} = -Q_A$.

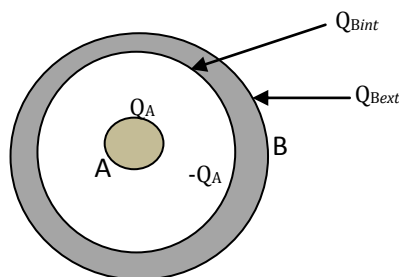
On distingue deux cas :

1) Le conducteur B est neutre on écrit :

$$Q_B = Q_{Bint} + Q_{Bext} = 0 \text{ d'où } Q_{Bext} = -Q_{Bint}$$

2) Le conducteur B porte une charge initiale $Q_B = Q$ on écrit :

$$Q_B = Q_{Bint} + Q_{Bext} = Q \text{ d'où } Q_{Bext} = Q_B - Q_{Bint} = Q + Q_A$$



II.2 Calcul des capacités

II.2.1 Capacité propre d'un conducteur seul dans l'espace

Sur un conducteur dont le potentiel est V , la charge et le potentiel sont proportionnels et on écrit :

$$Q = CV$$

La constante de proportionnalité C est appelée capacité propre du conducteur. Elle ne dépend que de la forme du conducteur ; elle caractérise l'aptitude qu'a un conducteur donné, porté à un potentiel donné, d'emmagasiner la charge :

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{\text{Coulomb}}{\text{Volt}} = \text{Farad}$$

Ses sous multiples sont :

- Le microfarad : $1\mu\text{F} = 10^{-6}\text{F}$
- Le nanofarad : $1\text{nF} = 10^{-9}\text{F}$
- Le picofarad : $1\text{pF} = 10^{-12}\text{F}$

II.2.2 Energie interne d'un conducteur chargé seul dans l'espace

Au cours de la charge d'un conducteur, le transport de chaque charge élémentaire dq s'effectue dans le champ des charges déjà présentes sur le conducteur.

Au fur et à mesure que ce transfert se poursuit, la charge du conducteur augmente, de même que la valeur absolue de son potentiel V .

Au cours du transport de la charge élémentaire dq amenée sur le conducteur au potentiel V depuis une région où le potentiel est nul, subit une variation d'énergie potentielle :

$$dE_p = Vdq - 0$$

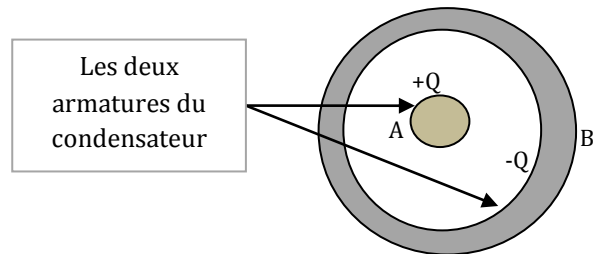
Pour la charge complète du conducteur : $E_p = \int dE_p = \int_0^Q Vdq$

$q=cV \Rightarrow V = \frac{q}{c}$ d'où $E_p = \int_0^Q \frac{q}{c} dq = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{c}$ cette énergie est toujours positive.

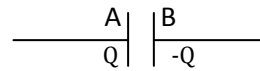
II.2.3 Les condensateurs

Définition

Un condensateur est un système de deux conducteurs en influence totale.



L'ensemble des conducteurs A et B forment un condensateur représenté schématiquement par :



$|Q_A| = |Q_B| = Q$: la charge du condensateur

Soit V la différence de potentiel entre A et B, la capacité du condensateur est :

$$C = \frac{Q}{V}$$

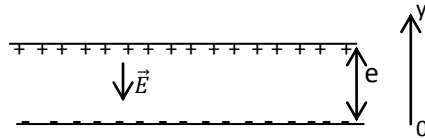
II.2.4 Calcul des capacités

Pour calculer la capacité d'un condensateur ayant une forme donnée, on utilise le théorème de Gauss pour calculer le champ $\vec{E}$ en tout point intérieur au condensateur qu'on intègre pour avoir le potentiel V et enfin on déduit la capacité de la relation $Q = CV$.

II.2.5 Exemple

La capacité d'un condensateur plan

Les deux armatures sont des plans parallèles infinis, l'épaisseur e est petite par rapport à la dimension des armatures.



Chaque plan crée à l'intérieur du condensateur un champ :

$$E_+ = E_- = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

Ce qui indique que le champ créé par les deux plans à l'intérieur du condensateur est :

$$E = E_+ + E_- = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

$$dV = -\vec{E} \cdot d\vec{l} = -Edy \cos\pi \Rightarrow dV = Edy \text{ et donc}$$

$$V = \int_0^e Edy = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}(e - 0) \quad d'où \quad V = \frac{\sigma e}{\varepsilon_0}$$

La capacité du condensateur : $C = \frac{Q}{V} = \frac{\sigma S}{V} \quad d'où \quad C = \frac{\varepsilon_0 S}{e}$

Remarque :

La capacité est d'autant plus grande que les armatures sont plus rapprochées l'une de l'autre.

II.3 Association de condensateurs

Pour atteindre des capacités élevées on fait appel à des associations (groupements) de plusieurs condensateurs. Le condensateur résultant est appelé condensateur équivalent.

- **Association en série :**

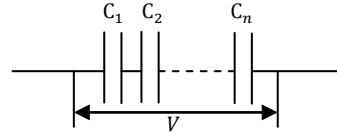
La charge des condensateurs en série est la même : $Q_1=Q_2=\dots=Q$

L'ensemble est soumis à une différence de potentiel V :

$V = V_1 + V_2 + \dots + V_n$, la relation $V = \frac{Q}{C}$ permet d'écrire :

$$\frac{Q}{C_{\text{éq}}} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \dots + \frac{Q}{C_n} \Rightarrow \frac{1}{C_{\text{éq}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n} \text{ d'où}$$

$$C_{\text{éq}} = \frac{C_1 C_2 \dots C_n}{C_1 + C_2 + \dots + C_n}$$



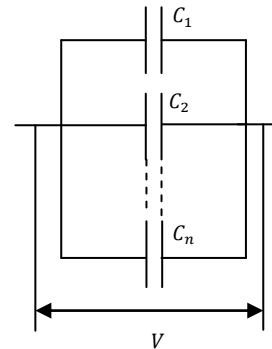
- **Association en parallèle :**

Les condensateurs associés en parallèle n'ont pas la même charge, la somme de ces charges est la charge du condensateur équivalent :

$Q = Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n$, l'ensemble est soumis à une différence de potentiel V : $V = V_1 = V_2 = \dots = V_n$; la relation $Q = CV$ permet d'écrire :

$$C_{\text{éq}} V = C_1 V_1 + C_2 V_2 + \dots + C_n V_n = V(C_1 + C_2 + \dots + C_n) \text{ d'où}$$

$$C_{\text{éq}} = C_1 + C_2 + \dots + C_n$$



II.4 Energie électrique d'un condensateur

L'énergie électrique emmagasinée dans un condensateur de capacité C qui porte une charge Q sous une différence de potentiel V est :

$$W = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} CV^2$$

II.5 Les résistances

II.5.1 Définition

La résistance électrique R est la propriété d'un conducteur soumis à une différence de potentiel (tension) V de s'opposer au passage des électrons. En effet, les atomes dans les conducteurs se transforment en ions positifs après migration des électrons libres et restent fixés à leurs positions initiales, les électrons en mouvement sous l'effet de la différence de potentiel donnent naissance à un courant électrique I , mais ils sont plus ou moins freinés par les ions qui se trouvent sur leurs chemin.

II.5.2 La loi d'Ohm

La définition de la résistance électrique donnée par Georg Simon Ohm en 1827 est : $V = RI$, où R est constante à une température donnée. Un conducteur qui suit cette loi est dit *conducteur Ohmique*.

L'unité de la résistance est l'Ohm (Ω) ; $1\Omega = \frac{1\text{Volt}}{1\text{Ampère}}$

La résistance dépend de la nature du conducteur et de ses dimensions, la *loi de Pouillet* exprime la résistance en fonction de sa longueur l et de sa section s est donnée par :

$$R = \rho \frac{l}{s}$$

où

ρ représente la *résistivité*, une propriété de la nature du conducteur, son unité est ($\Omega.m$)(ex: à 27°C $\rho_{\text{Cu}} = 17.10^{-9}\Omega.m$ et $\rho_{\text{Al}} = 26.10^{-9}\Omega.m$), et $s = \pi r^2$ (dans le cas d'un fil).

La résistivité dépend de la température : $\rho = \rho_0(1 + \alpha\Delta T)$ avec :

ρ_0 : représente la résistivité à 0°C

α : représente une caractéristique propre au conducteur

ΔT : représente l'élévation de la température

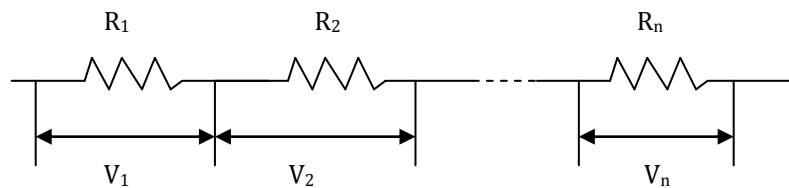
Une résistance électrique est représentée schématiquement par :



II.5.3 Association de résistances

- Association en série :

Les résistances sont traversées par un même courant I , la différence de potentiel de la résistance équivalente est : $V = V_1 + V_2 + \dots + V_n$,



la loi d'Ohm permet d'écrire : $RI = R_1I + R_2I + \dots + R_nI$ d'où la résistance équivalente est égale à la somme des résistances :

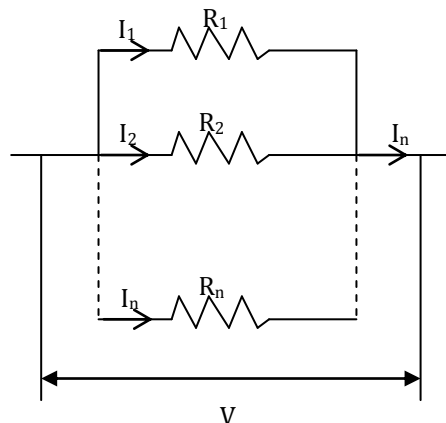
$$R = R_{eq} = R_1 + R_2 + \dots + R_n$$

- Association en parallèle :

La différence de potentiel aux bornes de chaque résistance est la même, le courant qui traverse la résistance équivalente est :

$$I = I_1 + I_2 + \dots + I_n, \text{ la loi d'Ohm permet d'écrire : } \frac{V}{R} = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} + \dots + \frac{V}{R_n}$$

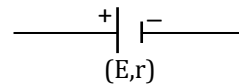
$$\text{d'où } \frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n} \Rightarrow R = R_{eq} = \frac{R_1 R_2 \dots R_n}{R_1 + R_2 + \dots + R_n}$$



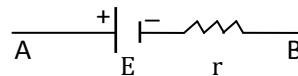
II.5.4 La loi d'Ohm généralisée : application de la loi d'Ohm à un générateur

Un générateur permet de transformer une certaine forme d'énergie en énergie électrique (ex : la pile qui transforme une énergie chimique en énergie électrique).

Un générateur de tension réel est caractérisé par une résistance interne r et une force électromotrice (f.e.m) E . On le représente schématiquement par:



Pour faire apparaître la résistance interne du générateur on le représente par :



Remarque :

La f.e.m du générateur n'est pas vraiment une force mais une tension ; une charge q qui traverse un générateur est soumise à une force qui lui communique une énergie égale à $E.q$, cette énergie par unité de charge représente la f.e.m E .

L'application de la loi d'Ohm donne la tension aux bornes A et B d'un générateur:

$$V_A - V_B = E - rI$$

Où : rI indique la chute de tension à l'intérieur du générateur.

Chapitre III

Electrocinétique

III.1 La loi d'Ohm : formule locale de la loi d'Ohm

On a vu précédemment la loi d'Ohm à l'échelle macroscopique $V = RI$. La formule locale de la loi d'Ohm est une autre façon d'écrire la loi d'Ohm à l'échelle microscopique qui relie le champ électrique $\vec{E}$ et le vecteur densité de courant $\vec{j}$.

III.1.1 Définition du vecteur densité de courant

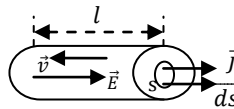
On considère un conducteur cylindrique de longueur l et de section S , le vecteur densité de courant est par définition :

$$\vec{j} = -ne\vec{v}$$

Où n : le nombre d'électrons par unité de volume (la densité volumique de charges: ne),

$\vec{v}$: la vitesse moyenne des électrons.

Le vecteur $\vec{j}$ a la même direction et le même sens que celui du mouvement des charges positives.



L'intensité de courant I représente le flux du vecteur densité de courant $\vec{j}$ à travers S et s'écrit :

$$I = \iint_{(S)} \vec{j} \cdot \vec{ds} = j \cdot S \quad (\vec{j} \text{ est considéré uniforme dans tout le conducteur})$$

La différence de potentiel aux bornes du conducteur est : $V = El$, selon la loi d'Ohm $V = RI$ et la résistance $R = \rho \frac{l}{S}$ selon la loi de Pouillet d'où

$$El = \rho \frac{l}{S} I \Rightarrow I = \frac{ES}{\rho} = jS$$

Soit

$$j = \frac{1}{\rho} E$$

$\frac{1}{\rho}$: représente la conductivité électrique du conducteur notée σ en $(\Omega^{-1}\text{m}^{-1})$.

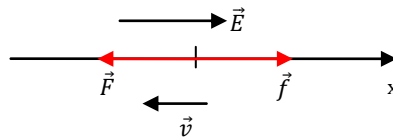
Le vecteur densité de courant peut alors s'écrire :

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}$$

C'est la loi d'Ohm locale.

III.1.2 Etude du mouvement d'un électron dans un conducteur

L'électron en mouvement dans un conducteur sous l'effet du champ électrique $\vec{E}$ est soumis à une force de frottement $\vec{f}$ proportionnelle à la vitesse $\vec{v}$ de l'électron : $\vec{f} = -k \vec{v}$.



L'application du PFD sur un électron en mouvement donne :

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} = -e\vec{E} - k\vec{v} \Rightarrow m \frac{d\vec{v}}{dt} = -e\vec{E} - k\vec{v} ,$$

On obtient une équation différentielle du premier ordre avec second membre :

$$\frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{k}{m} \vec{v} = -\frac{e\vec{E}}{m}$$

La solution générale de cette équation est égale à la somme de deux solutions:

1. La solution de l'équation sans second membre : $\frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{k}{m} \vec{v} = 0$:

$$\vec{v} = A e^{-\frac{k}{m}t} \vec{i}$$

2. La solution particulière de l'équation complète : $\vec{v} = -\frac{e}{k} \vec{E}$

soit

$$\vec{v} = (A e^{-\frac{k}{m}t} - \frac{e}{k} E) \vec{i}$$

La condition initiale : $v(0) = 0$, permet de déduire :

$$A = \frac{e}{k} E$$

d'où

$$\vec{v} = -\frac{eE}{k} (1 - e^{-\frac{k}{m}t}) \vec{i}$$

Quand $t \rightarrow \infty$ la vitesse tend à une valeur limite et le mouvement de l'électron devient uniforme :

$$\vec{v}_l = -\frac{e}{k} E \vec{l} \Rightarrow \vec{v} = v_l (1 - e^{-\frac{k}{m}t}) \vec{l}$$

- **Expression de la conductivité :**

Par définition : $\vec{j} = -ne\vec{v}$, on remplace la vitesse par l'expression de $\vec{v}_l$ et on obtient :

$$\vec{j} = \frac{ne^2}{k} E \vec{l} = \sigma E \vec{l}$$

d'où

$$\sigma = \frac{ne^2}{k} E$$

III.2 Lois de Kirchhoff (en régime continu)

III.2.1 Définitions

a) Un réseau :

Un réseau, est un ensemble de générateurs, résistances et récepteurs électriques reliés entre eux pour former un circuit fermé.

On appelle :

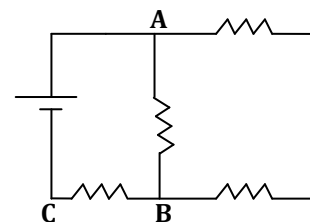
- **Branche** partie du réseau parcourue par un même courant.
- **Nœud** un point commun à plus de deux branches.
- **Maille** un contour fermé, formé d'une suite de branches.

Exemple :

Les points **A** et **B** sont des nœuds

AB est une branche

ABCA est une maille



b) Un récepteur :

Contrairement au générateur, un récepteur transforme l'énergie électrique en une autre forme d'énergie (ex : un moteur qui transforme l'énergie électrique en énergie mécanique).

Un récepteur se caractérise par une force contre électromotrice E' et une résistance interne r' .

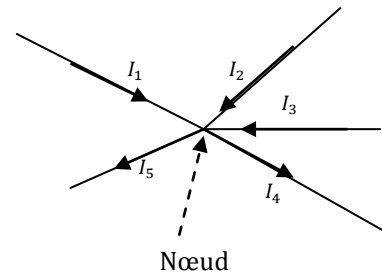
L'application de la loi d'Ohm donne la tension aux bornes A et B d'un récepteur: $V_A - V_B = E' + r'I$.

III.2.2 La première loi de Kirchhoff (loi des nœuds)

Cette loi traduit le principe de conservation de l'électricité : « la somme des intensités des courants qui arrivent à un nœud du circuit est égale à la somme des intensités des courants qui partent ».

$$\sum_i (I_i)_{\text{qui arrivent}} = \sum_i (I_i)_{\text{qui partent}}$$

$$I_1 + I_2 + I_3 = I_4 + I_5$$

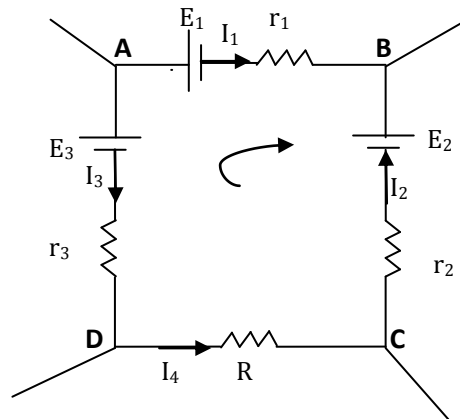
**III.2.3 La deuxième loi de Kirchhoff (loi des mailles)**

L'énoncé de la loi des mailles est : « le long d'une maille, la somme algébrique des tensions est égale à zéro » :

$$\sum_i V_i = 0$$

On considère la maille ABCD. Pour appliquer la loi des mailles :

- On choisit d'abord un sens de parcours positif pour la maille.
- La différence de potentiel aux bornes d'une résistance est $+RI$ si le sens du parcours coïncide avec le sens du courant, $-RI$ dans le cas contraire.
- Pour un générateur ou un récepteur on note $+E_i$ si on le traverse du pôle positif au pôle négatif, dans le cas contraire on note $-E_i$



$$\sum_i V_i = 0 \Rightarrow (V_A - V_B) + (V_B - V_C) + (V_C - V_D) + (V_D - V_A) = 0$$

Avec

- $(V_A - V_B) = E_1 + r_1 I_1$
- $(V_B - V_C) = E_2 - r_2 I_2$
- $(V_C - V_D) = -R I_4$
- $(V_D - V_A) = -E_3 - r_3 I_3$

L'addition des différences de potentiel donne :

$$E_1 + E_2 - E_3 + r_1 I_1 - r_2 I_2 - R I_4 - r_3 I_3 = 0$$

Exemple :

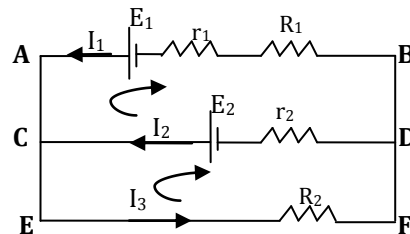
On calcule les courants I_1, I_2 et I_3 du circuit suivant :

On donne :

$$E_1 = 2V, r_1 = 0,5\Omega$$

$$E_2 = 2,5V, r_2 = 1\Omega$$

$$R_1 = 3\Omega, R_2 = 2,5\Omega$$



La loi des nœuds donne :

$$I_1 + I_2 = I_3$$

La loi des mailles donne :

Maille ABCD :

$$E_1 - r_1 I_1 - R_1 I_1 - E_2 + r_2 I_2 = 0$$

Maille CDEF :

$$E_2 - r_2 I_2 - R_2 I_3 = 0$$

On obtient le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} I_1 + I_2 - I_3 = 0 \\ -(R_1 + r_1)I_1 + r_2 I_2 = E_2 - E_1 \\ -r_2 I_2 - R_2 I_3 = -E_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} I_1 + I_2 - I_3 = 0 \dots \dots \dots (1) \\ -3,5I_1 + I_2 = 0,5 \dots \dots (2) \\ -I_2 - 2,5I_3 = -2,5 \dots (3) \end{cases}$$

La méthode de substitution donne :

$$\begin{cases} I_1 = 0,05A \\ I_2 = 0,68A \\ I_3 = 0,73A \end{cases}$$

III.3 Lois de Thévenin – Norton

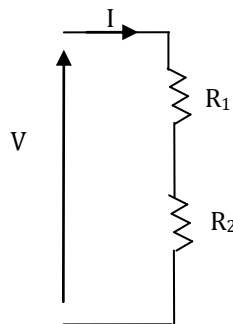
Les lois de Thévenin et de Norton sont très importantes en électrocinétique, et permettent de résoudre et de simplifier des problèmes complexes.

III.3.1 Les ponts diviseurs

Les principes du pont diviseur de tension ou de courant sont très simples et utiles, ils permettent de simplifier les calculs.

a) Les ponts diviseurs de tension

Soit un pont de deux résistances en série :



La dénomination de pont diviseur de tension est due au fait que la tension aux bornes de chaque résistance représente une fraction de la tension V.

L'application de la loi d'Ohm donne:

$$V_1 = R_1 I; V_2 = R_2 I \text{ et } V = V_1 + V_2 = (R_1 + R_2) I$$

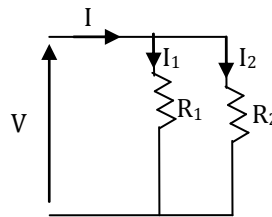
D'où

$$V_1 = V \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$V_2 = V \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

b) Les ponts diviseurs de courant

Soit un pont de deux résistances en parallèle :



La dénomination de pont diviseur de courant est due au fait que le courant qui parcourt chaque résistance représente une fraction du courant I.

L'application de la loi d'Ohm donne :

$$V = R_{\text{eq}} I \text{ où } R_{\text{eq}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

$$V_1 = R_1 I_1 = V \Rightarrow I_1 = \frac{V}{R_1}$$

$$V_2 = R_2 I_2 = V \Rightarrow I_2 = \frac{V}{R_2}$$

D'où

$$I_1 = \frac{V}{R_1} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I$$

$$I_2 = \frac{V}{R_2} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I$$

III.3.2 La loi de Thévenin

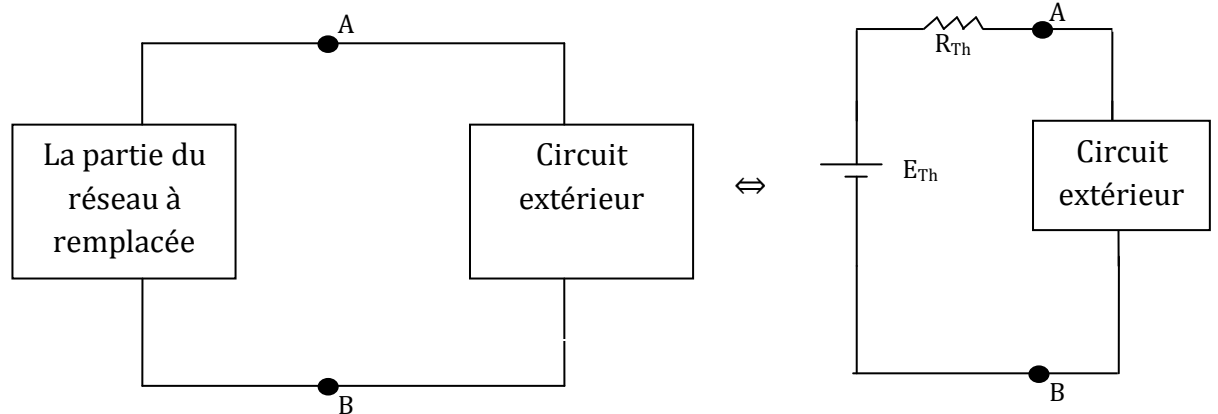
Enoncé de la loi de Thévenin : « On peut remplacer une partie du réseau électrique (générateurs ou récepteurs et résistances) comprise entre deux points A et B par une source de tension de Thévenin E_{Th} associée en série à une résistance de Thévenin R_{Th} »

Avec

$E_{Th} = V_A - V_B$ calculée entre les bornes A et B lorsque l'autre partie du réseau (circuit extérieur) est déconnectée (circuit ouvert),

R_{Th} est égale à la résistance équivalente entre A et B (en considérant les résistances internes des générateurs et des récepteurs) lorsque le circuit est ouvert et que les générateurs et les récepteurs sont éteints.

La loi de Thévenin est utile et permet de simplifier les calculs nécessaires pour déterminer une grandeur électrique (ex : le courant qui traverse une résistance).



III.3.3 La loi de Norton

a) Notion de générateur de courant

Un générateur de tension délivre une tension constante lorsque la résistance du circuit extérieure au générateur est plus importante par rapport à sa résistance interne. Dans le cas contraire le générateur devient un générateur de courant et délivre un courant constant.

Le symbole associé au générateur de courant est :

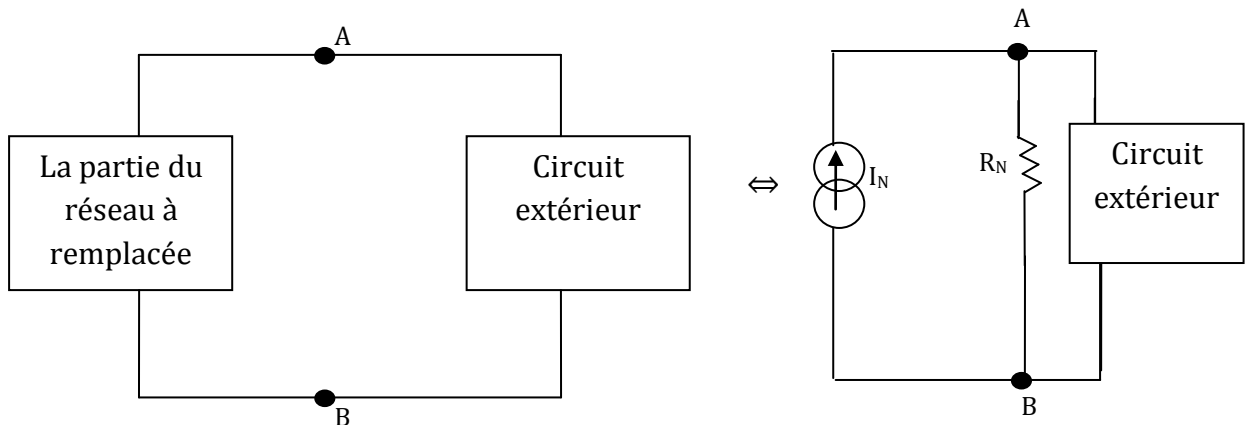


b)Enoncé de la loi de Norton : « On peut remplacer une partie du réseau électrique (générateurs ou récepteurs et résistances) comprise entre deux points A et B par une source de courant de Norton I_N associée en parallèle à une résistance de Norton R_N ».

Avec

I_N représente le courant qui circule entre A et B lorsqu'ils sont reliés (courant de court-circuit),

R_N représente la résistance équivalente entre A et B (en considérant les résistances internes des générateurs et des récepteurs) lorsque le circuit est ouvert et que les générateurs et les récepteurs sont éteints.



Chapitre IV

Magnétostatique

IV.1 Forces magnétostatiques

Les objets qui ont la propriété d'attirer de petits morceaux de fer sont dits magnétiques ou aimants.

L'espace autour d'un aimant est caractérisé par un champ magnétique indiqué en un point donné par le vecteur $\vec{B}$ appelé induction magnétique.

Les charges électriques en mouvement dans un champ magnétique sont soumises à des forces magnétiques contrairement aux charges immobiles.

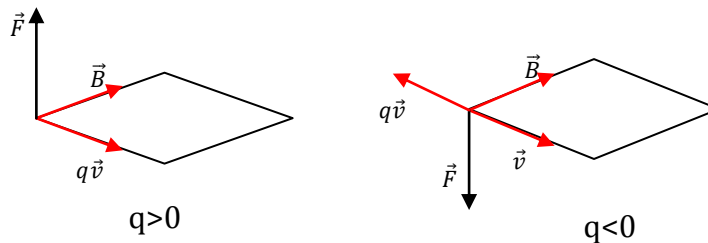
IV.1.1 Force de Lorentz

Considérant une charge ponctuelle q libre de se déplacer à une vitesse $\vec{v}$ dans un champ magnétique $\vec{B}$.

Le champ $\vec{B}$ exerce sur la charge une force :

$$\vec{F} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$$

$\vec{F}$, $\vec{v}$ et $\vec{B}$ forment un trièdre direct, le sens de $\vec{F}$ change avec le signe de la charge :



Le module de $\vec{F}$ est :

$$|\vec{F}| = q|\vec{v}| \cdot |\vec{B}| \sin \alpha$$

Où α : est l'angle entre les directions des vecteurs $\vec{B}$ et $\vec{v}$

Dans le cas où le champ magnétique et la vitesse de la charge sont perpendiculaires ($\alpha = \frac{\pi}{2}$), la force est maximum : $|\vec{F}| = qvB$.

Lorsque la charge est soumise à la fois à un champ électrique et à un champ magnétique, la force résultante qui lui est appliquée est :

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}) \quad \text{C'est la force de Lorentz}$$

Remarque :

Si la charge est immobile la force se résume au premier terme : $\vec{F} = q\vec{E}$

IV.1.2 Force de Laplace

La force de Laplace exprime l'action d'un champ magnétique sur un courant électrique.

Considérant un fil conducteur de section S parcouru par un courant I et placé dans un champ magnétique $\vec{B}$, un élément de volume de longueur dl est traversé à chaque instant par une quantité de charge $dQ = \rho dV$ et subit une force magnétique:

$$\vec{dF} = dQ(\vec{v} \wedge \vec{B})$$

$$\vec{dF} = \rho dV(\vec{v} \wedge \vec{B}) = \rho s dl \left(\frac{d\vec{l}}{dt} \wedge \vec{B} \right)$$

$$v = \frac{dl}{dt}, J = \rho v \text{ et } I = J.S \text{ d'où:}$$

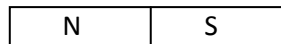
$$\vec{dF} = I(\vec{dl} \wedge \vec{B})$$

C'est la force que subit un élément de courant placé dans un champ magnétique.

IV.2 Champs magnétiques

Les champs magnétiques sont créés par des aimants ou par des courants électriques (charges en mouvement).

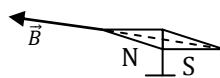
- Un aimant possède deux pôles différents : pôle nord (N) et pôle sud (S).



Un aimant droit

- Si on casse un aimant en deux on obtient deux petits aimants ayant chacun deux pôles (N et S) il est donc impossible de séparer les pôles nord et sud d'un aimant.
- L'action d'un aimant sur un autre aimant suit la loi suivante :
Deux pôles de même nature se repoussent et deux pôles de natures différentes s'attirent.

Un aimant libre de s'orienter s'appelle une boussole. Par convention, la direction du vecteur champ magnétique $\vec{B}$ en un point donné est indiquée par la direction SN d'une boussole placée en ce point, et le sens de $\vec{B}$ est le même que celui du vecteur $\overrightarrow{SN}$.



Une boussole

L'intensité du champ magnétique est définie par le module du vecteur $\vec{B}$ et se mesure en Tesla (T).

Un champ magnétique est uniforme si sa direction et son intensité sont les mêmes en chacun de ses points.

IV.2.1 Superposition de deux champs magnétiques

En un point donné, le champ magnétique résultant des deux champs $\vec{B}_1$ et $\vec{B}_2$ créés chacun par un aimant différent est égal à la somme vectorielle des deux champs:

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$$

IV.2.2 Les lignes de champ magnétique

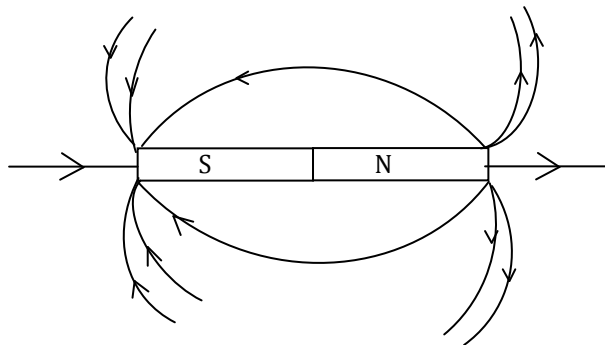
On utilise les lignes de champ pour représenter le champ magnétique. Ces lignes ont les propriétés suivantes :

- Ces lignes quittent l'aimant par le pôle Nord et se referment sur le pôle sud,
- Le champ magnétique $\vec{B}$ est toujours tangent à la ligne de champ,
- Plus les lignes se rapprochent les unes des autres plus le champ magnétique est fort.

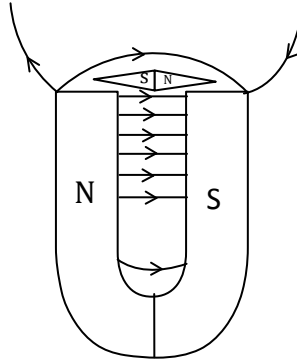
IV.2.3 Les spectres magnétiques

Les lignes de champ dépendent de la forme géométrique de l'aimant ou de la source du champ magnétique. L'ensemble des lignes de champ forment un spectre magnétique.

a) Champ créé par un aimant droit



Les lignes de champ ont les mêmes propriétés citées ci-dessus.

b) Champ créé par un aimant en U

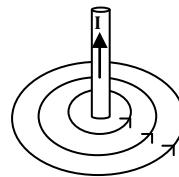
Le champ magnétique est uniforme entre les branches de l'aimant.

c) Champ créé par un conducteur parcouru par un courant (circuit)

Un circuit électrique parcouru par un courant crée autour de lui un champ magnétique ayant les mêmes propriétés que le champ créé par un aimant.

- **Champ créé par un conducteur rectiligne parcouru par un courant**

Les lignes de champ sont des cercles concentriques centrés sur le conducteur.



L'intensité du champ magnétique augmente avec l'intensité du courant et diminue lorsqu'on s'éloigne du conducteur.

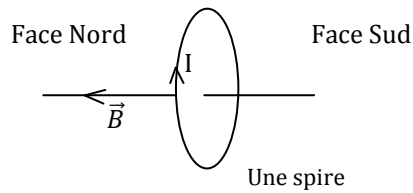
Le sens du champ magnétique $\vec{B}$ dépend du sens du courant $\vec{I}$. On retrouve le sens du champ magnétique en utilisant la règle de la main droite qui est valable dans tous les cas :

Le pouce indique le sens du courant,

Les doigts courbés indiquent le sens de $\vec{B}$.

- **Champ créé par un conducteur circulaire (une spire) parcouru par un courant**

On désigne les deux faces du conducteur par : face Nord (N) et face Sud (S).



Toutes les lignes de champ sortent par la face Nord (N) et entrent par la face Sud (S).

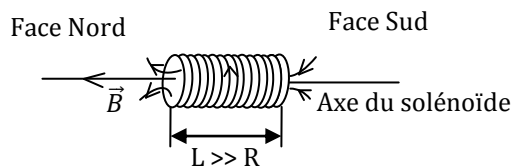
Au centre l'intensité du champ magnétique est d'autant plus importante que l'intensité du courant est plus élevée et que le rayon est plus petit.

Le sens du champ magnétique $\vec{B}$ dépend du sens du courant $\vec{I}$. On retrouve le sens du champ magnétique en utilisant la règle de la main droite.

- **Champ créé par un solénoïde (une bobine très longue)**

Un solénoïde est constitué de N spires jointives enroulées sur un cylindre de rayon R et de longueur L. Les spires sont parcourues par un même courant I.

Un solénoïde est une bobine très longue ($L \gg R$), on définit dans ce cas le nombre de spires par unité de longueur : $n = \frac{N}{L}$



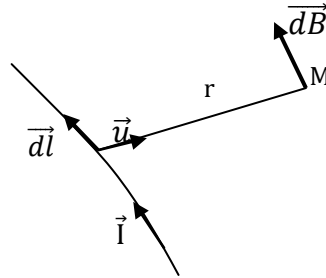
On désigne les deux faces du conducteur par : face Nord (N) et face Sud (S).

Toutes les lignes de champ sortent par la face Nord (N) et entrent par la face Sud (S).

Le champ est uniforme à l'intérieur d'un solénoïde et parallèle à l'axe du solénoïde.

IV.3 Loi de Biot et Savart

La loi de Biot et Savart donne l'expression du champ magnétique élémentaire $\vec{dB}$ créé en un point M par un élément de circuit $d\vec{l}$ parcouru par un courant I.



$$\vec{dB} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \wedge \vec{u}}{r^2}$$

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ mA}^{-1}$ est la perméabilité magnétique du vide et les vecteurs $\vec{dl}, \vec{r}$ et $\vec{dB}$ forment un trièdre direct.

Cette expression qui est le résultat de nombreuses expériences permet de calculer les champs créés par différents circuits parcourus par un courant.

Exercices

Exercices

Exercice 1

Deux sphères conductrices identiques portent des charges q_1 et q_2 , on les met en contact puis on les sépare. Calculer les charges q'_1 et q'_2 qu'elles prennent pour les cas suivants :

1. $q_1 = +3 \cdot 10^{-8} \text{ C}$ et $q_2 = 0$
2. $q_1 = +3 \cdot 10^{-8} \text{ C}$ et $q_2 = +8 \cdot 10^{-8} \text{ C}$
3. $q_1 = +3 \cdot 10^{-8} \text{ C}$ et $q_2 = -8 \cdot 10^{-8} \text{ C}$

Préciser chaque fois le sens du transfert des électrons.

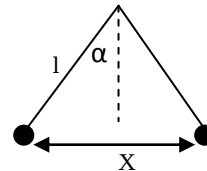
Exercice 2

Une pièce en cuivre a une masse de 3,1g. Comme elle est neutre, elle renferme autant d'électricité négative que d'électricité positive. Quelle est, en coulombs, la valeur q de ces charges électriques ? Sachant que l'atome de cuivre a une charge positive (noyau) de $4,6 \cdot 10^{-18} \text{ C}$ et une charge négative (électrons) de même valeur.

Exercice 3

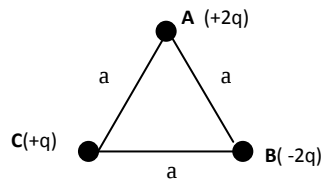
Deux billes identiques de masse m sont suspendues en un même point et portent des charges égales q . En supposant que l'angle α est suffisamment petit pour que $\tan \alpha = \sin \alpha$.

Montrer que : $x = \left(\frac{q^2 l}{2\pi \epsilon_0 m g} \right)^{1/3}$



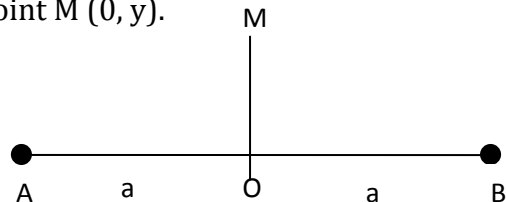
Exercice 4

Dans l'assemblage de charges suivant, quelle est la résultante des forces qui s'applique à la charge située au sommet A du triangle.

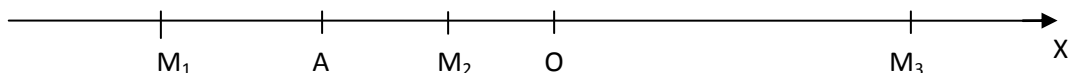


Exercice 5

1. Deux charges ponctuelles de même valeur $q > 0$ sont placées en deux points A et B. Déterminer le champ électrique créé par les deux charges au point M.
2. Calculer le potentiel électrostatique au point M (0, y).
3. Que devient $E(y)$ si $y \gg a$.



4. On considère sur un axe OX deux particules fixes de charges $-q$ et $6q$ situées aux points O et A d'abscisses respectives 0 et $-a$. Déterminer le champ électrique aux points M_1 , M_2 et M_3 .

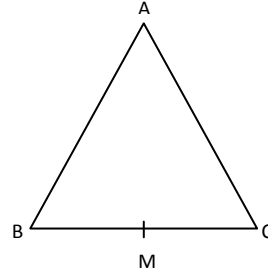


Exercices

Exercice 6

Trois charges ponctuelles de $2\ \mu\text{C}$, $3\ \mu\text{C}$ et $4\ \mu\text{C}$ sont fixées aux sommets A, B et C d'un triangle équilatéral de 3 cm de côté.

1. Quels sont le champ et le potentiel électriques au point M milieu du côté BC.
2. On apporte lentement à partir de l'infini, une charge de $1,5\ \mu\text{C}$ jusqu'au point M. Quel travail doit-on fournir ?
3. A quelle force est-elle soumise lorsque cette charge est fixée au point M ?



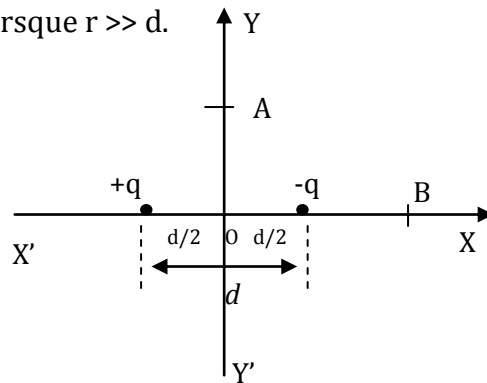
Exercice 7

1. Montrer que le champ électrique créé par un dipôle au point A est parallèle à ox et a pour module :

$$E = \frac{K q d}{r^3} \text{ lorsque } r \gg d.$$

2. Montrer qu'au point B le champ est parallèle à ox et a pour module :

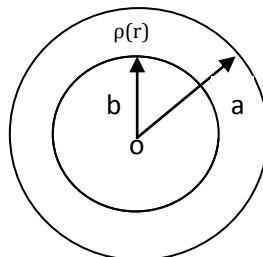
$$E = \frac{2K q d}{r^3} \text{ lorsque } r \gg d.$$



Exercice 8

Une distribution volumique comprise entre les sphères de centre O et de rayons a et b, la densité volumique ρ est nulle si $r < b$ et $r > a$, égale à $\rho(r)$ entre les deux sphères. ($b < a$)

- 1- Déterminer le champ et le potentiel en un point quelconque de l'espace.
- 2- Déterminer le champ et le potentiel si ρ est constante entre les deux sphères.



Exercices

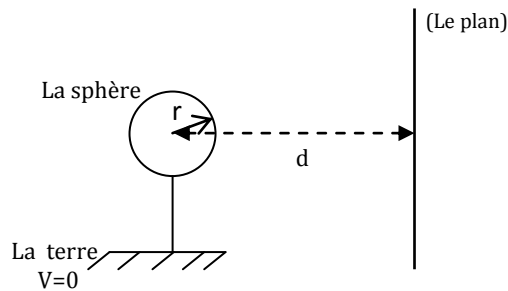
Exercice 9

On considère deux plans parallèles distants de d . Le premier plan est chargé positivement avec une densité surfacique de charge $+\sigma$, le second plan est chargé négativement avec une densité surfacique de charge $-\sigma$. Déterminer le champ électrostatique créé par les deux plans en un point quelconque de l'espace.

Exercice 10

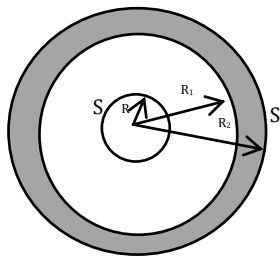
Soit une sphère conductrice de rayon r reliée à la terre et placée à une distance $d \gg r$ d'un plan conducteur chargé.

Calculer la charge q de la sphère de rayon r en négligeant son influence sur le plan.



Exercice 11

1. Calculer le potentiel d'une sphère métallique (S), de rayon R et qui porte une charge Q positive de densité superficielle σ . Donner le champ à sa surface.
2. La sphère S est entourée d'une sphère creuse (S'), initialement neutre, de rayon intérieur R_1 et de rayon extérieur R_2 . Déterminer les nouvelles charges des sphères et leurs potentiels.



Exercice 12

1. Donner l'expression de la capacité d'un condensateur plan dont les armatures de surface S sont séparées par une distance y .
2. Qu'elle est l'énergie emmagasinée par un tel condensateur en fonction du champ qui règne entre les armatures ?
3. Exprimer la variation de la capacité dans le cas où y varie?

Exercice 13

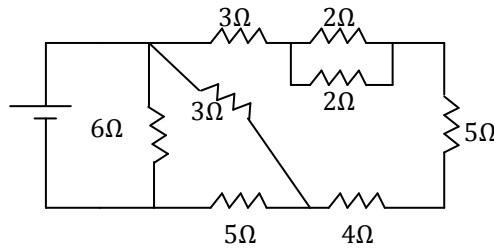
On associe en série un condensateur de capacité $C_1 = 4\mu\text{F}$ et un condensateur de capacité $C_2 = 5\mu\text{F}$. On applique à ce groupement une différence de potentielle de 200V.

1. Déterminer la capacité équivalente à ce groupement.
2. Quelles sont les charges Q_1 et Q_2 correspondant à C_1 et C_2 .
3. Quelle est la différence de potentiel aux bornes de chaque condensateur.
4. Déterminer la capacité équivalente et les charges Q_1 et Q_2 correspondant à C_1 et C_2 s'ils sont associés en parallèle.

Exercices

Exercice 14

Calculer la résistance équivalente du groupement suivant :



Exercice 15

Un fil conducteur de cuivre de diamètre 1,2mm est parcouru par un courant de 5A.

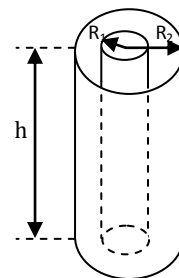
1. Calculer la densité de courant.
2. Sachant que dans le cuivre il ya $2,3 \cdot 10^{29}$ électrons libres/m³, calculer la vitesse des électrons libres dans ce conducteur.

On donne : La charge de l'électron $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C

Exercice 16

On considère une colonne conductrice comprise entre deux cylindres coaxiaux de hauteur h et de rayon R_1 et R_2 reliés à un générateur de telle sorte que le potentiel cylindre de rayon R_1 soit V_1 et le potentiel cylindre de rayon R_2 égal à 0.

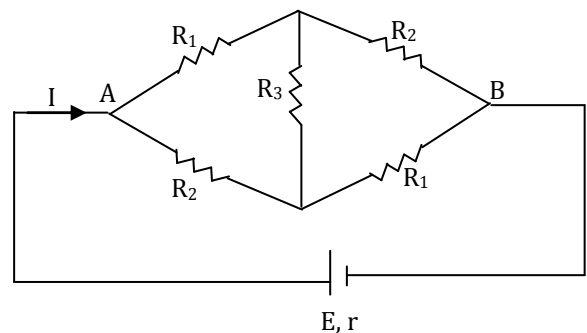
1. Calculer le courant I qui passe entre les deux cylindres.
2. Calculer la résistance de cette colonne sachant que la capacité d'un condensateur cylindrique $c = \frac{2\pi\epsilon_0 h}{\log(\frac{R_2}{R_1})}$.



Exercice 17

Calculer les courants dans les différentes branches et la résistance équivalente du réseau suivant.

Déterminer la résistance équivalente dans le cas où $R_3 \rightarrow \infty$.



Exercices

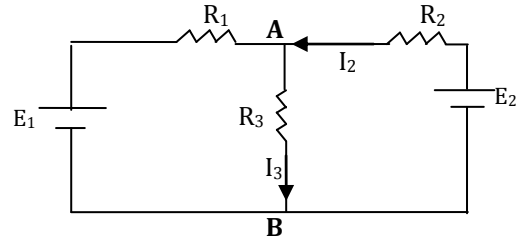
Exercice 18

- Déterminer le courant I_2 traversant la résistance R_2 en utilisant la loi de Thévenin.
- Déterminer le courant I_3 traversant la résistance R_3 en utilisant la loi de Norton.

On donne :

$$E_1 = 6 \text{ V} ; E_2 = 3 \text{ V} ;$$

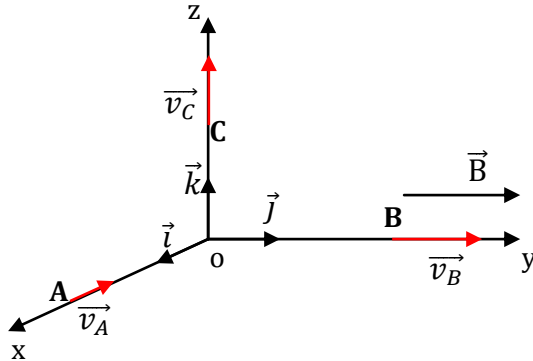
$$R_1 = 8 \text{ K}\Omega ; R_2 = 5 \text{ K}\Omega ; R_3 = 3 \text{ K}\Omega.$$



Exercice 19

Chacun des points A, B, C est initialement occupé par une charge $q > 0$ se déplaçant dans un champ magnétique $\vec{B}$ uniforme et parallèle à l'axe oy avec une vitesse v dans les directions indiquées sur la figure ci-dessous.

Déterminer la force magnétique appliquée sur chaque charge.



Exercice 20

Etudier le mouvement d'une particule de masse m et de charge q dans un champ magnétique $\vec{B}$ uniforme sachant que la direction de déplacement de la charge est perpendiculaire à la direction du champ magnétique.

Exercice 21

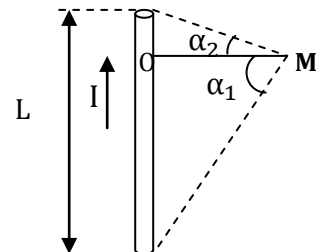
On considère un fil rectiligne indéfini, parcouru par un courant I . Calculer le champ magnétique créé par le fil en un point M.

Exercice 22

- Montrer que le champ magnétique créé en un point M par un conducteur rectiligne de longueur finie L parcouru par un courant I est :

$$|\vec{B}| = \frac{\mu_0 I}{4\pi h} (\sin \alpha_2 - \sin \alpha_1)$$

Où h est la distance OM.



Exercices

2. Déterminer le champ magnétique au centre d'un carré de côté L parcouru par un courant I .

Exercice 23

On considère une spire circulaire de rayon R , parcourue par un courant I . Calculer le champ magnétique créé par la spire en un point de son axe.

Corrigés

Corrigés

Exercice 1

Après contacte, les deux sphères porteront la même charge puisqu'elles sont identiques:

$$q_1' = q_2'$$

Le principe de conservation de la charge permet d'écrire :

$$q_1' + q_2' = q_1 + q_2$$

On obtient :

$$q_1 + q_2 = 2q_1' = 2q_2'$$

d'où :

$$q_1' = q_2' = \frac{q_1 + q_2}{2}$$

On applique ce résultat aux différents cas :

1. $q_1 = + 3.10^{-8}C$ et $q_2 = 0$: c'est la sphère neutre qui peut libérer des électrons ; le sens du transfert des électrons est donc : de la sphère de charge q_2 vers la sphère de charge q_1 .

$$q_1' = q_2' = \frac{3.10^{-8}}{2} = 1,5.10^{-8}C$$

2. $q_1 = + 3.10^{-8}C$ et $q_2 = + 8.10^{-8}C$: les deux charges sont positives et c'est la sphère de charge q_1 qui peut libérer des électrons ; le sens du transfert des électrons est donc : de la sphère de charge q_1 vers la sphère de charge q_2 .

$$q_1' = q_2' = \frac{11.10^{-8}}{2} = 5,5.10^{-8}C$$

3. $q_1 = + 3.10^{-8}C$ et $q_2 = - 8.10^{-8}C$: c'est la sphère de charge négative qui peut libérer des électrons ; le sens du transfert des électrons est donc : de la sphère de charge q_2 vers la sphère de charge q_1 .

$$q_1' = q_2' = \frac{-5.10^{-8}}{2} = -2,5.10^{-8}C$$

Corrigés

Exercice 2

La charge à déterminer est égale au produit :

$$q = \text{Le nombre d'atomes de cuivre dans la pièce} \times 4,6 \cdot 10^{-18}$$

Le nombre N d'atomes de cuivre dans la pièce est déterminé par le rapport :

$$\frac{N}{N_0} = \frac{m}{M} \quad \text{d'où} \quad N = \frac{mN_0}{M}$$

Où N_0 est le nombre d'Avogadro, $N = \frac{3,1 \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}{64} = 2,9 \cdot 10^{22}$ atomes
m est la masse de la pièce,
M est la masse atomique du cuivre.

La charge q est donc :

$$q = 2,9 \cdot 10^{22} \times 4,6 \cdot 10^{-18} = 1,3 \cdot 10^5 \text{ C}$$

Exercice 3

Le système est en équilibre, chaque bille est soumise aux mêmes forces :

On applique le principe fondamental de la dynamique (PFD) à l'une des deux billes :

$$\sum \vec{F} = 0$$

$$\vec{F}_e + \vec{P} + \vec{T} = 0$$

La projection sur l'axe ox : $F_e - T_x = 0$

$$F_e = T_x = \frac{kq^2}{x^2} = T \sin \alpha$$

La projection sur l'axe oy : $P - T_y = 0$

$$P = T_y = T \cos \alpha$$

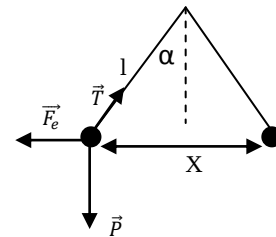
On obtient le rapport : $\frac{F_e}{P} = \tan \alpha = \sin \alpha$

Avec $\sin \alpha = \frac{(\frac{x}{2})}{l}$, $F_e = \frac{kq^2}{x^2}$, $P = mg$

$$\frac{kq^2}{x^2 mg} = \frac{x}{2l}$$

$x^3 = \frac{2klq^2}{mg}$ on remplace k par : $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ d'où

$$x = \left(\frac{lq^2}{2\pi\epsilon_0 mg} \right)^{1/3}$$



Corrigés

Exercice 4

On applique le principe de superposition :

$$\vec{F} = \vec{F}_B + \vec{F}_C$$

$$\vec{F}_B = \vec{F}_{Bx} + \vec{F}_{By} = F_B \sin 30^\circ \vec{i} - F_B \cos 30^\circ \vec{j}$$

$$F_B = \frac{4kq^2}{a^2}$$

$$\text{d'où } \vec{F}_B = F_B (\sin 30^\circ \vec{i} - \cos 30^\circ \vec{j}) = \frac{4kq^2}{a^2} (\sin 30^\circ \vec{i} - \cos 30^\circ \vec{j})$$

$$\vec{F}_C = \vec{F}_{Cx} + \vec{F}_{Cy} = F_C \sin 30^\circ \vec{i} + F_C \cos 30^\circ \vec{j}$$

$$F_C = \frac{2kq^2}{a^2}$$

$$\text{d'où } \vec{F}_C = F_C (\sin 30^\circ \vec{i} + \cos 30^\circ \vec{j}) = \frac{2kq^2}{a^2} (\sin 30^\circ \vec{i} + \cos 30^\circ \vec{j})$$

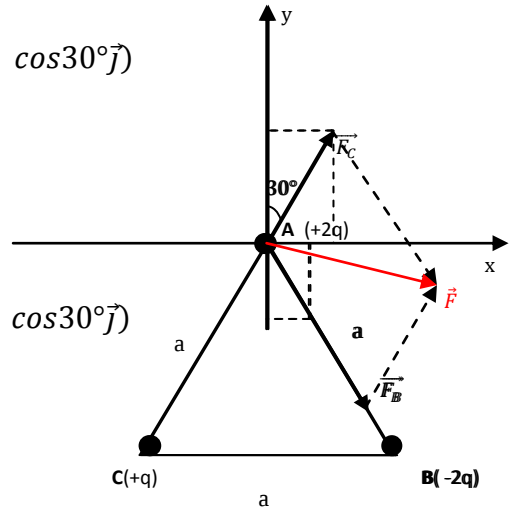
La résultante :

$$\vec{F} = \vec{F}_x + \vec{F}_y$$

$$F_x = F_{Bx} + F_{Cx} = \frac{4kq^2}{a^2} \sin 30^\circ + \frac{2kq^2}{a^2} \sin 30^\circ = \frac{6kq^2}{a^2} \sin 30^\circ = \frac{3kq^2}{a^2}$$

$$F_y = F_{By} + F_{Cy} = -\frac{4kq^2}{a^2} \cos 30^\circ + \frac{2kq^2}{a^2} \cos 30^\circ = -\frac{2kq^2}{a^2} \cos 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}kq^2}{a^2}$$

$$\text{d'où } \vec{F} = \frac{3kq^2}{a^2} \vec{i} - \frac{\sqrt{3}kq^2}{a^2} \vec{j}$$



Exercice 5

1. Le champ électrique au point M :

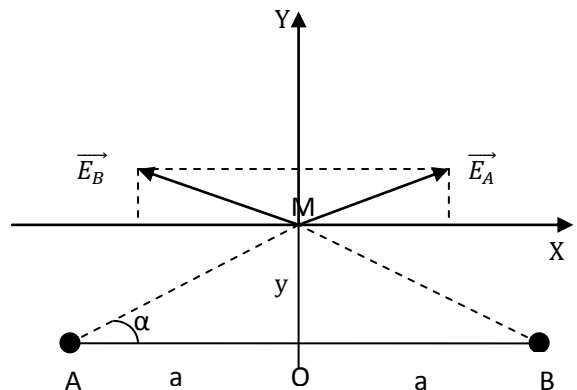
On applique le principe de superposition :

$$\vec{E}_M = \vec{E}_A + \vec{E}_B$$

$$\vec{E}_A = \vec{E}_{Ax} + \vec{E}_{Ay} = E_A \cos \alpha \vec{i} + E_A \sin \alpha \vec{j}$$

$$E_A = \frac{kq}{y^2 + a^2}$$

$$\text{d'où } \vec{E}_A = E_A (\cos \alpha \vec{i} + \sin \alpha \vec{j}) = \frac{kq}{y^2 + a^2} (\cos \alpha \vec{i} + \sin \alpha \vec{j})$$



Corrigés

$$\vec{E}_B = \vec{E}_{Bx} + \vec{E}_{By} = -E_B \cos \alpha \vec{i} + E_B \sin \alpha \vec{j}$$

$$E_B = \frac{kq}{y^2 + a^2}$$

$$\text{d'où } \vec{E}_B = E_B (-\cos \alpha \vec{i} + \sin \alpha \vec{j}) = \frac{kq}{y^2 + a^2} (-\cos \alpha \vec{i} + \sin \alpha \vec{j})$$

La résultante :

$$\vec{E} = \vec{E}_x + \vec{E}_y$$

$$E_x = E_{Ax} + E_{Bx} = 0$$

$$E_y = E_{Ay} + E_{By} = \frac{2kq}{y^2 + a^2} \sin \alpha$$

$$\text{avec } \sin \alpha = \frac{y}{\sqrt{y^2 + a^2}}$$

d'où

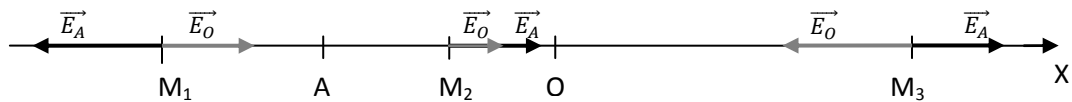
$$\vec{E}_M = \frac{2kq}{(y^2 + a^2)^{3/2}} \vec{j}$$

2. Le potentiel au point M :

$$V_M = V_A + V_B = \frac{2kq}{\sqrt{y^2 + a^2}}$$

3. Si $y \gg a$ alors : $E_M = \frac{2kq}{y^3}$

4. Le champ électrique au point M_1 :



$$\vec{E}_{M_1} = \vec{E}_O + \vec{E}_A = (E_O - E_A) \vec{i}$$

$$E_O = \frac{kq}{|x_1|^2} \text{ et } E_A = \frac{6kq}{(|x_1| - |a|)^2} \text{ où : } x_1 = OM_1 ; x_1 < 0$$

$$\vec{E}_{M_1} = kq \left(\frac{1}{|x_1|^2} - \frac{6}{(|x_1| - |a|)^2} \right) \vec{i} = kq \left(\frac{1}{x_1^2} - \frac{6}{(|x_1| - a)^2} \right) \vec{i}$$

Le champ électrique au point M_2 :

$$\vec{E}_{M_2} = \vec{E}_O + \vec{E}_A = (E_O + E_A) \vec{i}$$

Corrigés

$$E_O = \frac{kq}{|x_2|^2} \text{ et } E_A = \frac{6kq}{(a-|x_2|)^2} \text{ où : } x_2 = OM_2 ; x_2 < 0$$

$$\vec{E}_{M_2} = kq \left(\frac{1}{|x_2|^2} + \frac{6}{(a-|x_2|)^2} \right) \vec{i} = kq \left(\frac{1}{x_2^2} + \frac{6}{(a-|x_2|)^2} \right) \vec{i}$$

Le champ électrique au point M_3 :

$$\vec{E}_{M_3} = \vec{E}_O + \vec{E}_A = (-E_O + E_A) \vec{i}$$

$$E_O = \frac{kq}{x_3^2} \text{ et } E_A = \frac{6kq}{(a+x_3)^2} \text{ où : } x_3 = OM_3 ; x_3 > 0$$

$$\vec{E}_{M_3} = kq \left(-\frac{1}{x_3^2} + \frac{6}{(a+x_3)^2} \right) \vec{i}$$

Exercice 6

1. Le champ électrique au point M :

$$\vec{E}_M = \vec{E}_A + \vec{E}_B + \vec{E}_C$$

Avec

$$\vec{E}_A = -\frac{kq_A}{AM^2} \vec{j} = -\frac{kq_A}{a^2 + (\frac{a}{2})^2} \vec{j}$$

$$\vec{E}_B = \frac{kq_B}{BM^2} \vec{i} = \frac{4kq_B}{a^2} \vec{i}$$

$$\vec{E}_C = -\frac{kq_C}{CM^2} \vec{i} = -\frac{4kq_C}{a^2} \vec{i}$$

Où

$$AM^2 = a^2 + (\frac{a}{2})^2, BM^2 = (\frac{a}{2})^2, CM^2 = (\frac{a}{2})^2$$

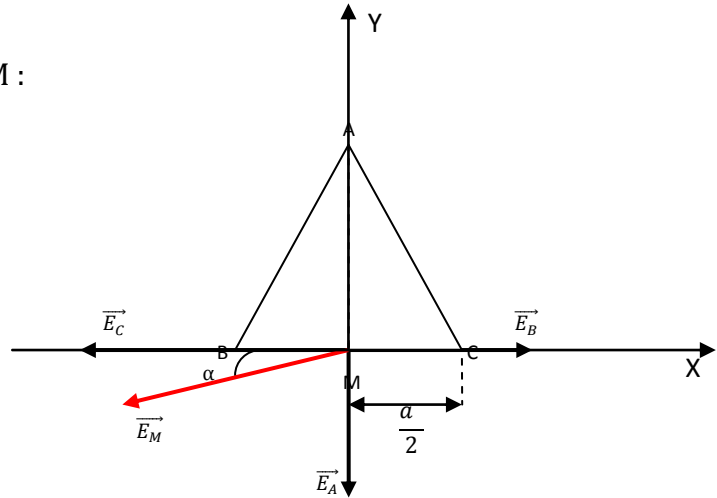
Les composantes de $\vec{E}_M$:

$$\vec{E}_M = \vec{E}_{Mx} + \vec{E}_{My} = \frac{4k}{a^2} (q_B - q_C) \vec{i} - \frac{4kq_A}{5a^2} \vec{j}$$

$$\vec{E}_M = -4 \cdot 10^7 \vec{i} - \frac{8}{5} \cdot 10^7 \vec{j}$$

D'où :

$$|\vec{E}_M| = 4,30 \cdot 10^7 \left(\frac{N}{C} \right)$$



Corrigés

La direction de $\vec{E}_M$ est indiquée par l'angle α tel que :

$$\tan \alpha = \frac{E_{My}}{E_{Mx}} = 0,40 \text{ d'où } \alpha = 22$$

Le potentiel électrique au point M :

$$V_M = V_A + V_B + V_C = \frac{kq_A}{AM} + \frac{kq_B}{BM} + \frac{kq_C}{CM}$$

$$V_M = 47,36 \cdot 10^5 V$$

2. Le travail à fournir :

$$W = q\Delta V = q(V_M - V_\infty) = qV_M \text{ puisque } V_\infty = 0$$

$$W = 7,10 J$$

3. La force :

$$|\vec{F}_M| = q |\vec{E}_M|$$

$$|\vec{F}_M| = 64,5 N$$

Exercice 7

1. Le champ créé par le dipôle au point A :

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

$$\vec{E}_1 = \vec{E}_{1x} + \vec{E}_{1y} = E_1 \cos \alpha \vec{i} + E_1 \sin \alpha \vec{j}$$

$$\vec{E}_2 = \vec{E}_{2x} + \vec{E}_{2y} = E_2 \cos \alpha \vec{i} - E_2 \sin \alpha \vec{j}$$

$$E_1 = E_2 = \frac{kq}{r^2 + \frac{d^2}{4}}$$

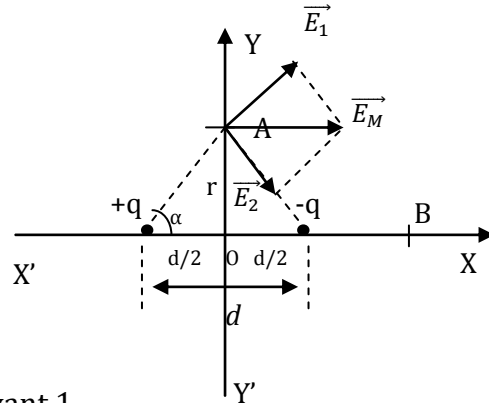
Comme $r \gg d$ alors $\frac{d}{r} \ll 1$

$$E_1 = E_2 = \frac{kq}{r^2(1 + \frac{d^2}{4r^2})} = \frac{kq}{r^2} \text{ en négligeant } \frac{d^2}{4r^2} \text{ devant } 1$$

$$\vec{E} = \vec{E}_x + \vec{E}_y = (E_{1x} + E_{2x})\vec{i} + (E_{1y} + E_{2y})\vec{j}$$

$$\vec{E} = \frac{kq}{r^2} (2 \cos \alpha) \vec{i} + \frac{kq}{r^2} (\sin \alpha - \sin \alpha) \vec{j} = \frac{kq}{r^2} (2 \cos \alpha) \vec{i}$$

$$\cos \alpha = \frac{\left(\frac{d}{2}\right)}{\left[r^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2\right]^{1/2}} = \frac{\left(\frac{d}{2}\right)}{r \left[1 + \frac{d^2}{4r^2}\right]^{1/2}} = \frac{d}{2r} \text{ Comme } \frac{d^2}{4r^2} \ll 1 \text{ on peut écrire :}$$



Corrigés

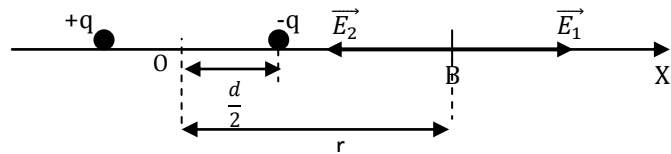
$$\vec{E} = \frac{K q d}{r^3} \vec{t} \quad \text{d'où} \quad \boxed{E = \frac{K q d}{r^3}}$$

2. Le champ créé par le dipôle au point B :

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

$$\vec{E}_1 = E_1 \vec{t} \quad \text{et} \quad \vec{E}_2 = -E_2 \vec{t}$$

$$E_1 = \frac{kq}{\left(r + \frac{d}{2}\right)^2} \quad \text{et} \quad E_2 = \frac{kq}{\left(r - \frac{d}{2}\right)^2}$$



$$\text{d'où} \quad \vec{E} = kq \left[\frac{1}{\left(r + \frac{d}{2}\right)^2} - \frac{1}{\left(r - \frac{d}{2}\right)^2} \right] \vec{t} = kq \left(-\frac{2rd}{r^4 - \frac{r^2 d^2}{2} + \frac{d^4}{16}} \right) \vec{t}$$

$$\vec{E} = -\frac{kq}{r^4} \left(\frac{2rd}{1 - \frac{d^2}{2r^2} + \frac{d^4}{16r^4}} \right) \vec{t} \quad \text{Comme} \quad \frac{d^2}{2r^2} \ll 1 \quad \text{et} \quad \frac{d^4}{16r^4} \ll 1 \quad \text{on peut écrire :}$$

$$\vec{E} = -\frac{2kqd}{r^3} \vec{t} \quad \text{d'où} \quad \boxed{E = \frac{2K q d}{r^3}}$$

Exercice 8

1. Le champ électrique est radial à cause de la symétrie sphérique : $\vec{E} \parallel \vec{ds}$

Le théorème de Gauss s'écrit pour toutes les régions :

$$\phi = E \iint ds = \frac{\sum qi}{\epsilon_0}$$

$$E \iint ds = E \cdot S_{\text{sphère}} = E \cdot 4\pi r^2$$

$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{\sum qi}{\epsilon_0}$$

Où : $\sum qi$ représente pour chaque région la charge q à l'intérieur de la surface de Gauss:

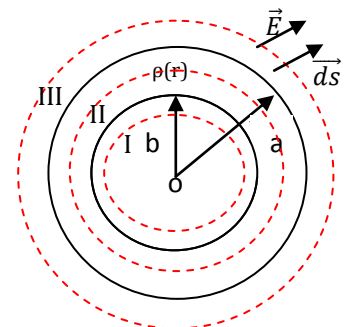
$q = \int dq$ avec : $dq = \rho dv = \rho \cdot 4\pi r^2 dr$.

On distingue trois différentes régions dans l'espace :

Région I ($0 < r < b$) : $\rho = 0$ et donc $q = 0$

$E \cdot 4\pi r^2 = 0$ d'où :

$$\boxed{E_1 = 0}$$



Corrigés

Région II ($b < r < a$) :

$$q = \int_b^r \rho \cdot 4\pi r^2 dr \text{ sachant que } \rho \text{ est une fonction de } r : E_2 \cdot 4\pi r^2 = \frac{\int_b^r \rho \cdot 4\pi r^2 dr}{\epsilon_0}$$

Après simplification on obtient :

$$E_2(r) = \frac{\int_b^r \rho r^2 dr}{\epsilon_0 r^2}$$

Région III ($r > a$) : $\rho = 0$ et la sphère de Gauss de rayon r entoure la charge comprise entre les deux sphères de rayon a et b : $q = \int_b^a \rho \cdot 4\pi r^2 dr$ ce qui permet d'écrire :

$$E_3(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

Le potentiel :

$$\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}} V ; E(r) = -\frac{dV}{dr} \text{ d'où } V(r) = -\int E(r) dr + C \text{ où } C \text{ est une constante.}$$

Région I : $E_1 = 0$ et le potentiel est constant : $V_1 = C_1$

$$\text{Région II : } E_2(r) = \frac{\int_b^r \rho \cdot r^2 dr}{\epsilon_0 r^2} \text{ et le potentiel : } V_2(r) = -\frac{1}{\epsilon_0} \int \left[\frac{1}{r^2} \left(\int_b^r \rho \cdot r^2 dr \right) \right] dr + C_2$$

$$\text{Région III : } E_3(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \text{ et le potentiel : } V_3(r) = -\int \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr + C_3$$

Après intégration on obtient : $V_3(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} + C_3$ où $C_3 = 0$ puisque $V_3(\infty) = 0$

2. Si la densité volumique ρ est constante :

Le champ :

$$E_1 = 0$$

$$E_2(r) = \frac{\int_b^r \rho \cdot r^2 dr}{\epsilon_0 r^2} = \frac{\rho}{\epsilon_0 r^2} \left(\frac{r^3 - b^3}{3} \right) = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \left(r - \frac{b^3}{r^2} \right)$$

$$E_3(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{\rho}{3\epsilon_0 r^2} (a^3 - b^3) \text{ où } q = \frac{\rho 4\pi}{3} (a^3 - b^3)$$

Le potentiel :

$$V_1 = C_1$$

$$V_2(r) = -\frac{\rho}{3\epsilon_0} \int \left(r - \frac{b^3}{r^2} \right) dr + C_2 = -\frac{\rho}{3\epsilon_0} \left(\frac{r^2}{2} + \frac{b^3}{r} \right) + C_2$$

$$V_3(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} = \frac{\rho}{3\epsilon_0 r} (a^3 - b^3)$$

On détermine les constantes C_1 et C_2 :

Corrigés

La continuité du potentiel aux limites a et b des deux sphères permet d'écrire :

- $V_2(a) = V_3(a)$

$$-\frac{\rho}{3\varepsilon_0} \left(\frac{a^2}{2} + \frac{b^3}{a} \right) + C_2 = \frac{\rho}{3\varepsilon_0 a} (a^3 - b^3) \text{ d'où } C_2 = \frac{\rho a^2}{2\varepsilon_0}$$

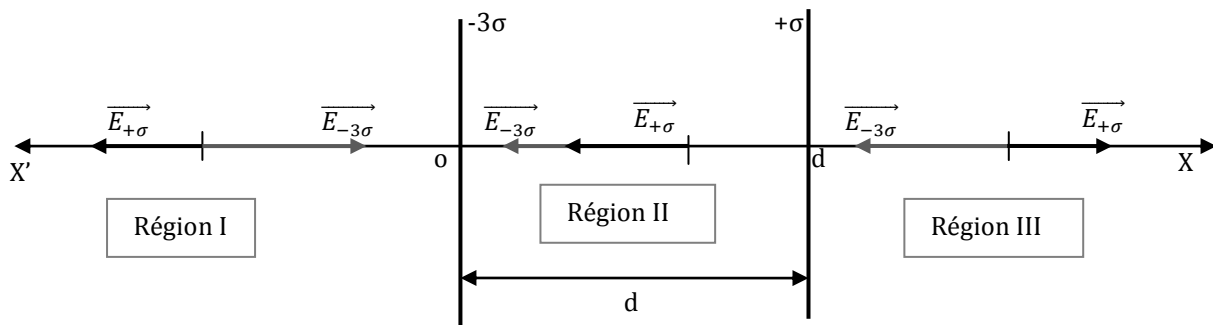
L'expression de $V_2(r)$:
$$V_2(r) = -\frac{\rho}{3\varepsilon_0} \left(\frac{r^2}{2} + \frac{b^3}{r} \right) + \frac{\rho a^2}{2\varepsilon_0}$$

- $V_2(b) = V_1(b) = C_1$ d'où

$$V_1 = -\frac{\rho}{3\varepsilon_0} \left(\frac{b^2}{2} + b^2 \right) + \frac{\rho a^2}{2\varepsilon_0} = \frac{\rho}{2\varepsilon_0} (a^2 - b^2)$$

Exercice 9

On distingue trois régions différentes :



Région I ($x < 0$) :

$$\vec{E} = \vec{E}_{(+\sigma)} + \vec{E}_{(-3\sigma)} = (-E_{(+\sigma)} + E_{(-3\sigma)})\vec{t}$$

Le champ créé par un plan de densité σ vaut : $\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

$$\vec{E} = \left(-\frac{\sigma}{2\varepsilon_0} + \frac{3\sigma}{2\varepsilon_0} \right) \vec{t}$$

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \vec{t}$$

Corrigés

Région II ($0 < x < d$) :

$$\vec{E} = \overrightarrow{E_{(+\sigma)}} + \overrightarrow{E_{(-3\sigma)}} = (-E_{(+\sigma)} - E_{(-3\sigma)})\vec{t}$$

$$\vec{E} = \left(-\frac{\sigma}{2\varepsilon_0} - \frac{3\sigma}{2\varepsilon_0}\right)\vec{t}$$

$$\vec{E} = -2 \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \vec{t}$$

Région III ($x > d$) :

$$\vec{E} = \overrightarrow{E_{(+\sigma)}} + \overrightarrow{E_{(-3\sigma)}} = (E_{(+\sigma)} - E_{(-3\sigma)})\vec{t}$$

$$\vec{E} = \left(\frac{\sigma}{2\varepsilon_0} - \frac{3\sigma}{2\varepsilon_0}\right)\vec{t}$$

$$\vec{E} = -\frac{\sigma}{\varepsilon_0} \vec{t}$$

Exercice 10

Le plan chargé crée un champ et une distribution de charges apparaît sur la sphère (influence du plan sur la sphère), le potentiel de la sphère dû aux charges réparties et le plan est nul car elle est reliée à la terre :

Le potentiel dû à la charge q répartie sur la surface de la sphère de rayon r : $\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$

Le potentiel dû au plan est V ,

La somme de ces deux potentiels est nulle :

$$\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} + V = 0 \Rightarrow q = -4\pi\varepsilon_0 r V$$

Exercice 11

1. Le potentiel de la sphère (S) : $V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r} = \frac{\sigma S}{4\pi\varepsilon_0 r} = \frac{\sigma 4\pi r^2}{4\pi\varepsilon_0 r} \Rightarrow V = \frac{\sigma r}{\varepsilon_0}$

Le champ à la surface d'un conducteur : $E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$

Corrigés

2. La sphère (S') est initialement neutre : $Q_{S'int} + Q_{S'ext} = 0 \Rightarrow Q_{S'ext} = -Q_{S'int}$
L'influence est totale : $Q_{S'int} = -Q$ et donc $Q_{S'ext} = Q$

Les deux sphères forment un condensateur sphérique.

Les potentiels V_s et $V_{s'}$:

On applique le théorème de Gauss pour déterminer le champ :

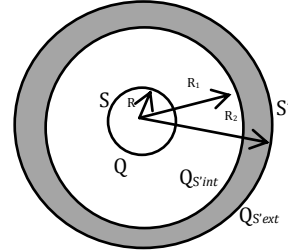
$$\phi = E \iint ds = \frac{\sum qi}{\epsilon_0} \Rightarrow \phi = E \cdot 4\pi r^2 = \frac{\sum qi}{\epsilon_0}$$

Pour $0 < r < R$: la charge est nulle $\Rightarrow E_1 = 0$

Pour $R < r < R_1$: la charge est égale à $Q \Rightarrow E_2 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$

Pour $R_1 < r < R_2$: la charge est nulle $\Rightarrow E_3 = 0$

Pour $r > R_2$: la charge est égale à $Q \Rightarrow E_4 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$



Le potentiel :

$$E(r) = -\frac{dV}{dr} \Rightarrow V(r) = -\int E(r) dr + C$$

Pour $0 < r < R$: $E_1 = 0$ et le potentiel est constant : $V_1 = C_1$

Pour $R < r < R_1$: $E_2 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \Rightarrow V_2(r) = -\int \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr + C_2$

Pour $R_1 < r < R_2$: $E_3 = 0$ et le potentiel est constant : $V_3 = C_3$

Pour $r > R_2$: $E_4 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \Rightarrow V_4(r) = -\int \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr + C_4$

$V_4(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} + C_4$ où $C_4 = 0$ puisque $V_4(\infty) = 0$

$$\Rightarrow V_4(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

Le potentiel de la sphère (S') : $V_{s'} = V_4(R_2) \Rightarrow V_{s'} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R_2}$

La sphère conductrice est équipotentielle donc $V_3 = V_{s'}$

$$V_2(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} + C_2$$

$$V_2(R_1) = V_3 = V_{s'}$$

$$\text{D'où } C_2 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right) \Rightarrow V_2(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right)$$

Le potentiel de la sphère (S) : $V_s = V_1 = V_2(R) \Rightarrow V_s = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right)$

On peut déduire la capacité du condensateur : $C = \frac{Q}{V_s - V_{s'}} = 4\pi\epsilon_0 \left(\frac{RR_1}{R_1 - R} \right)$

Corrigés

Exercice 12

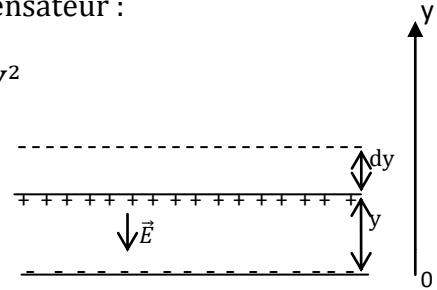
1. L'expression de la capacité d'un condensateur plan est :

$$C = \frac{\epsilon_0 S}{y}$$

2. L'énergie électrique emmagasinée dans un condensateur :

$$W = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{\epsilon_0 S}{2y} V^2$$

Le potentiel $V = Ey \Rightarrow W = \frac{\epsilon_0 S y}{2} E^2$



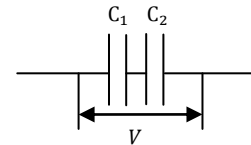
3. La variation de la capacité :

$$\frac{dC}{dy} = -\frac{\epsilon_0 S}{y^2} \Rightarrow dC = -\frac{\epsilon_0 S}{y^2} dy = -\frac{C}{y} dy$$

Exercice 13

La charge des deux condensateurs en série est la même : $Q_1 = Q_2$

L'ensemble est soumis à une différence de potentiel V : $V = V_1 + V_2$



1. La capacité équivalente :

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \Rightarrow C_{eq} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = 2,22 \mu F$$

2. Les condensateurs ont la même charge $Q_1 = Q_2$ égale à la charge Q du condensateur équivalent :

$$Q = C_{eq} V = 2,22 \cdot 10^{-6} \cdot 200 = 444 \cdot 10^{-6} C$$

3. La différence de potentiel aux bornes de chaque condensateur :

$$V_1 = \frac{Q}{C_1} = \frac{444}{4} = 111 V$$

$$V_2 = \frac{Q}{C_2} = \frac{444}{5} = 88,8 V \approx 89 V$$

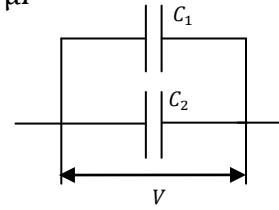
On peut aussi utiliser la relation $V = V_1 + V_2$ pour calculer V_2 :

$$V_2 = V - V_1 = 200 - 111 = 89 V$$

Corrigés

4. La différence de potentiel aux bornes de chaque condensateur est la même :
 $V = V_1 = V_2$

- La capacité équivalente : $C_{\text{eq}} = C_1 + C_2 = 9\mu F$



- Les charges des deux condensateurs sont différentes, la charge Q de C_{eq} est : $Q = Q_1 + Q_2$

$$Q = C_{\text{eq}} V = 9 \cdot 10^{-6} \cdot 200 = 1800 \cdot 10^{-6} \text{C}$$

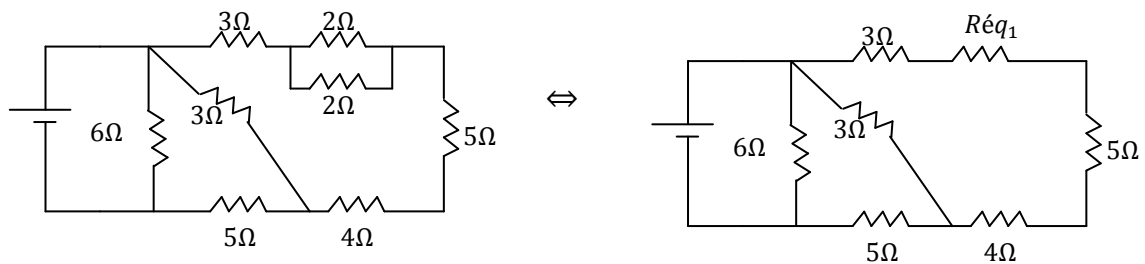
$$\text{La charge du condensateur } C_1 : Q_1 = C_1 V = 800 \cdot 10^{-6} \text{C}$$

$$\text{La charge du condensateur } C_2 : Q_2 = C_2 V = 1000 \cdot 10^{-6} \text{C}$$

Exercice 14

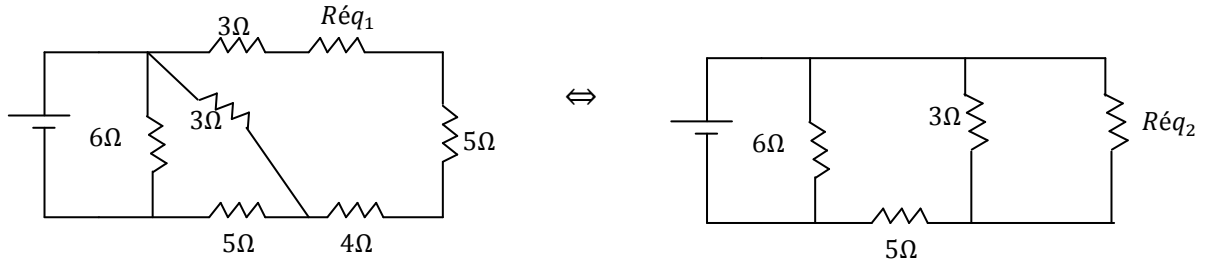
On détermine la résistance équivalente R_{eq} :

Les résistances de 2Ω sont groupées en parallèle : $\frac{1}{R_{\text{eq}_1}} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 \Rightarrow R_{\text{eq}_1} = 1\Omega$

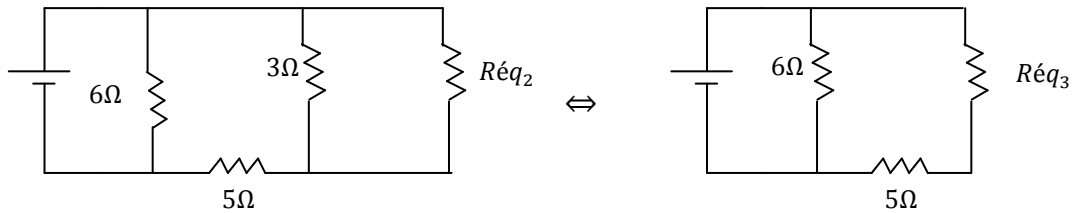


Corrigés

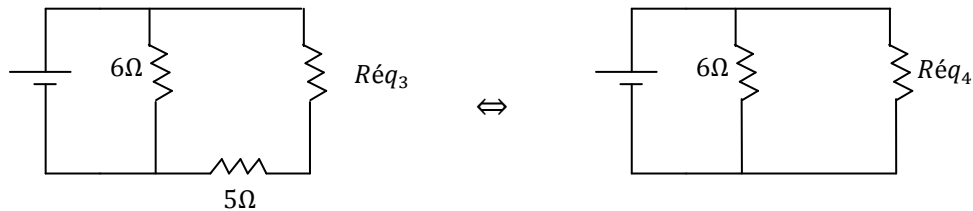
Les résistances : $3\ \Omega$, R_{eq_1} , $5\ \Omega$ et $4\ \Omega$ sont en série : $R_{\text{eq}_2} = 13\ \Omega$:



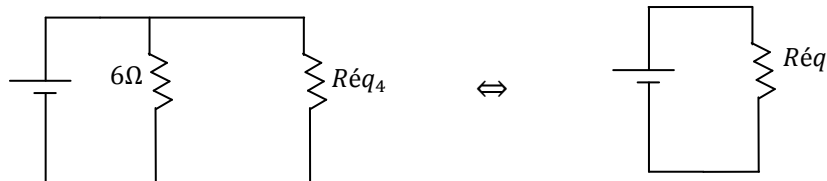
Les résistances : $3\ \Omega$ et R_{eq_2} sont en parallèle : $\frac{1}{R_{\text{eq}_3}} = \frac{1}{3} + \frac{1}{13} \Rightarrow R_{\text{eq}_3} = \frac{39}{16} = 2,44\ \Omega$:



Les résistances : R_{eq_3} et $5\ \Omega$ sont en série : $R_{\text{eq}_4} = 7,44\ \Omega$:



Les résistances : $6\ \Omega$ et R_{eq_4} sont en parallèle : $\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \frac{1}{6} + \frac{1}{7,44} \Rightarrow R_{\text{eq}} = \frac{44,64}{13,44} = 3,32\ \Omega$:



Corrigés

Exercice 15

1. L'intensité de courant I représente le flux du vecteur densité de courant $\vec{j}$ à travers S et s'écrit :

$$I = \iint_{(S)} \vec{j} \cdot \vec{ds}$$

$\vec{j}$ est uniforme dans tout le fil : $I = j \cdot S \Rightarrow j = \frac{I}{S}$; la section du fil : $S = \pi R^2$
 $\Rightarrow j = \frac{I}{\pi R^2} = 4,4 \cdot 10^6 \text{ A/m}^2$

2. Le module du vecteur densité de courant est par définition :

$$j = nev \Rightarrow v = \frac{j}{ne}$$

$$\Rightarrow v = 1,2 \cdot 10^{-4} \text{ m/s}$$

Exercice 16

1. On considère une surface fermée S comprise entre les deux cylindres. Q est la charge à l'intérieur de la surface.

Le théorème de Gauss donne le flux du champ $\vec{E}$ à travers S :

$$\iint_{(S)} \vec{E} \cdot \vec{ds} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

La d'Ohm : $\vec{j} = \sigma \vec{E} \Rightarrow \vec{E} = \frac{\vec{j}}{\sigma}$, le flux de $\vec{E}$ à travers S devient :

$$\iint_{(S)} \frac{\vec{j}}{\sigma} \cdot \vec{ds} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$\frac{1}{\sigma} \iint_{(S)} \vec{j} \cdot \vec{ds} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$\iint_{(S)} \vec{j} \cdot \vec{ds} = I \Rightarrow \frac{I}{\sigma} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$Q = CV \Rightarrow I = \frac{\sigma CV}{\epsilon_0}$$

Corrigés

2. La relation entre la résistance R et la capacité C :

On remplace $V = RI$ dans l'expression de I , après simplification on obtient :

$$RC = \frac{\epsilon_0}{\sigma}$$

d'où la résistance du conducteur compris entre les deux cylindres :

$$R = \frac{\epsilon_0}{\sigma C} \Rightarrow R = \frac{1}{\sigma} \frac{\log\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}{2\pi h}$$

Exercice 17

On applique les lois de Kirchhoff :

La loi des nœuds :

- Nœuds A et B : $I = I_1 + I_2$ (1)
- Nœuds C et D : $I_2 = I_1 + I_3$ (2)

La loi des mailles :

- Mailles ADBA et ACBA : $V_A - V_B = R_2 I_2 + R_1 I_1$ (3)
- Maille ACDA : $R_1 I_1 - R_3 I_3 - R_2 I_2 = 0$ (4)
- Maille CBDC : $R_3 I_3 + R_2 I_2 - R_1 I_1 = 0$ (5)

On a aussi :

$$V_A - V_B = (V_A - V_C) + (V_C - V_D) + (V_D - V_B) \Rightarrow V_A - V_B = R_1 I_1 - R_3 I_3 + R_1 I_1 \text{(6)}$$

$$(3) = (6) \Rightarrow R_2 I_2 + R_1 I_1 = 2R_1 I_1 - R_3 I_3 \text{(7)}$$

$$\text{L'équation (1)} \Rightarrow I_2 = I - I_1$$

$$\text{L'équation (2)} \Rightarrow I_3 = I_2 - I_1 = I - 2I_1$$

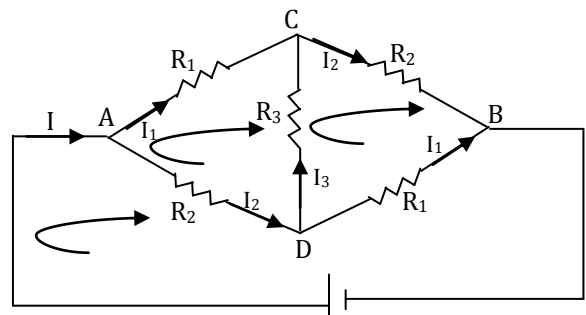
En remplaçant I_2 et I_3 dans l'équation (7) on obtient :

$$I_1 = \frac{(R_3 + R_2)}{R_1 + R_2 + 2R_3} I$$

Et donc

$$I_2 = \left[1 - \frac{(R_3 + R_2)}{R_1 + R_2 + 2R_3} \right] I$$

$$I_3 = \left[1 - 2 \frac{(R_3 + R_2)}{R_1 + R_2 + 2R_3} \right] I$$



Corrigés

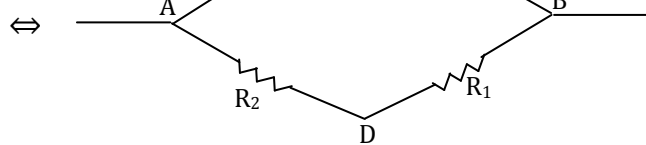
La résistance équivalente R_{eq} :

La loi d'Ohm : $V_A - V_B = R_{\text{eq}} I \Rightarrow R_{\text{eq}} = \frac{V_A - V_B}{I}$

L'expression de $V_A - V_B$ en fonction de I :

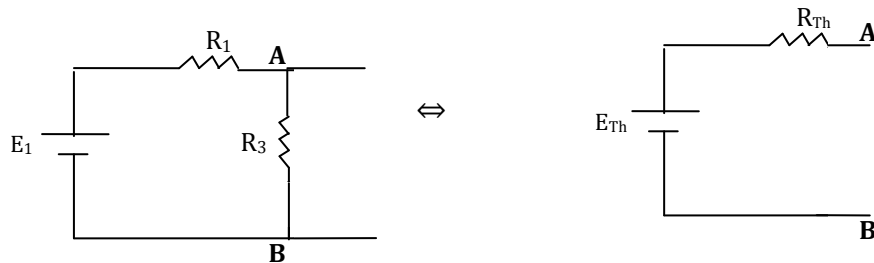
$$V_A - V_B = \left[\frac{(R_1 - R_2)(R_3 + R_2)}{R_1 + R_2 + 2R_3} + R_2 \right] I \Rightarrow R_{\text{eq}} = \frac{R_3(R_1 + R_2) + 2R_1R_2}{R_1 + R_2 + 2R_3}$$

Dans le cas où $R_3 \rightarrow \infty$, $R_{\text{eq}} = \frac{R_1 + R_2}{2}$



Exercice 18

- Pour déterminer le courant I_2 en appliquant le théorème de Thévenin, on retire d'abord R_2 et E_2 ,



Le principe du pont diviseur de tension permet de calculer E_{Th} :

$$E_{\text{Th}} = V_A - V_B = E_1 \frac{R_3}{R_1 + R_3}$$

$$\Rightarrow E_{\text{Th}} = 0,54 \text{ V}$$

La résistance R_{Th} :

$$R_{\text{Th}} = R_{\text{eq}} = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3}$$

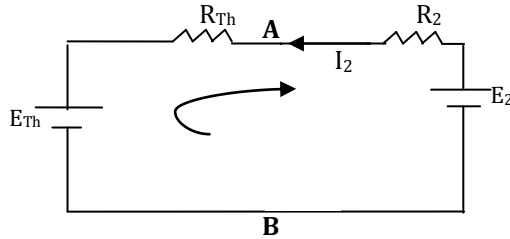
$$\Rightarrow R_{\text{Th}} = 2,18 \text{ K}\Omega$$

Corrigés

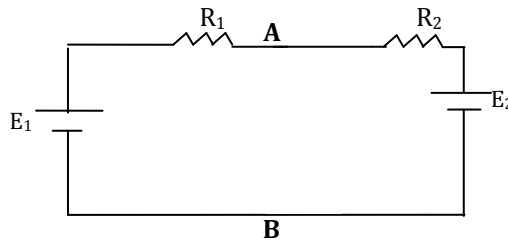
On reprend R_2 et E_2 et on utilise la loi des mailles pour calculer le courant I_2 :

$$-E_{Th} - (R_{Th} + R_2)I_2 + E_2 = 0 \Rightarrow I_2 = \frac{E_2 - E_{Th}}{R_{Th} + R_2}$$

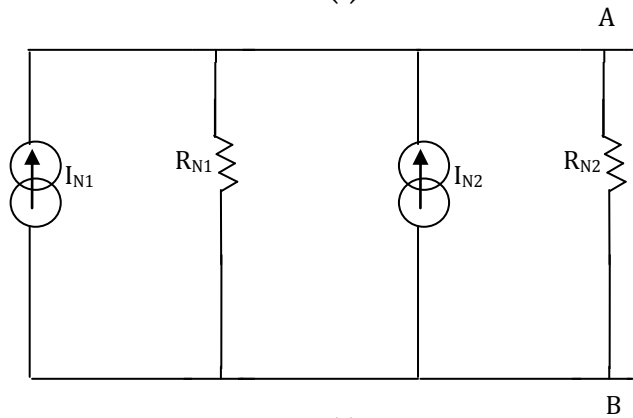
D'où $I_2 = 3,43 \text{ mA}$



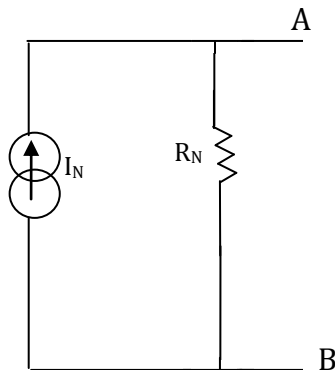
2. Pour déterminer le courant I_3 en appliquant le théorème de Norton, on retire d'abord R_3 :



$\Leftrightarrow$



$\Leftrightarrow$



Corrigés

Avec

$$\begin{cases} R_{N1} = R_1 \\ I_{N1} = \frac{E_1}{R_1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R_{N1} = 8K\Omega \\ I_{N1} = 0,75 \text{ mA} \end{cases}$$

$$\begin{cases} R_{N2} = R_2 \\ I_{N2} = \frac{E_2}{R_2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R_{N2} = 5K\Omega \\ I_{N2} = 0,60 \text{ mA} \end{cases}$$

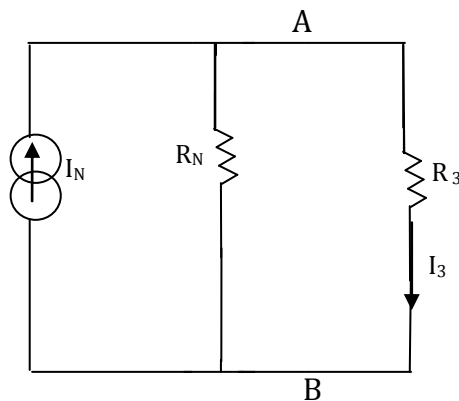
D'où

$$\begin{cases} R_N = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \\ I_N = I_{N1} + I_{N2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R_N = 3K\Omega \\ I_N = 1,350 \text{ mA} \end{cases}$$

On reprend la résistance R_3 et on utilise le principe du pont diviseur de courant pour calculer le courant I_3 :

$$I_3 = \frac{R_N}{R_N + R_3} I_N$$

$$\Rightarrow I_3 = 0,675 \text{ mA}$$



Exercice 19

Chaque charge est soumise à la force :

$$\vec{F} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$$

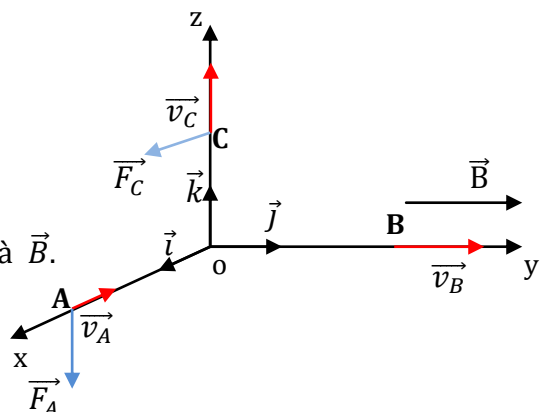
$$|\vec{v}_A| = |\vec{v}_B| = |\vec{v}_C| = v$$

$$\text{En A : } \vec{F}_A = q\vec{v}_A \wedge \vec{B} = qvB (-\vec{i} \wedge \vec{j})$$

$$\Rightarrow \vec{F}_A = -qvB \vec{k} \text{ et } |\vec{F}_A| = qvB$$

$$\text{En B : } \vec{F}_B = q\vec{v}_B \wedge \vec{B} = 0 \text{ puisque } \vec{v}_B \text{ est parallèle à } \vec{B}.$$

$$\text{En C : } \vec{F}_C = q\vec{v}_C \wedge \vec{B} = qvB (\vec{k} \wedge \vec{j})$$



Corrigés

$$\Rightarrow \vec{F}_c = -qvB \vec{t} \text{ et } |\vec{F}_c| = qvB$$

Exercice 20

La force agissant sur la particule est :

$$\vec{F} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$$

La vitesse est perpendiculaire au champ magnétique $\Rightarrow F = qvB$

Cette force est perpendiculaire à la vitesse de la particule, elle a donc un effet sur le changement de direction de la vitesse de la particule sans varier son module. Le mouvement de la particule est alors circulaire uniforme.

D'après ce qu'on a vu en mécanique, la force responsable du mouvement circulaire uniforme est centripète dont le module est :

$$F = \frac{mv^2}{R}$$

Où R est le rayon du cercle décrit par la particule,

$$qvB = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow R = \frac{mv}{qB}$$

Une particule en mouvement circulaire uniforme est caractérisée par une vitesse angulaire : $\omega = \frac{v}{R}$

D'où la vitesse angulaire de la particule est : $\omega = \frac{q}{m}B$ appelée fréquence de cyclotron.

Exercice 21

D'après la loi de Biot et Savart :

Chaque élément $d\vec{l}$ crée au point M un champ élémentaire $d\vec{B}$ exprimé par la formule :

$$\begin{aligned} d\vec{B} &= \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{l} \wedge \vec{u}}{r^2} \\ \Rightarrow |d\vec{B}| &= \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \sin \alpha}{r^2} \end{aligned}$$

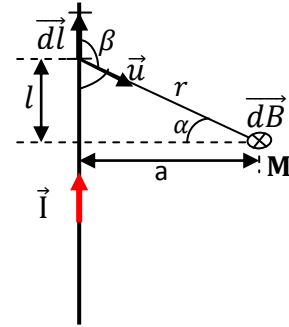
Corrigés

Les champs élémentaires $\vec{dB}$ sont perpendiculaires au plan de la figure et dirigés dans le même sens, le champ $|\vec{B}|$ créé par le fil est la somme des modules des inductions élémentaires $|\vec{dB}|$:

$$|\vec{B}| = \int |\vec{dB}|$$

Soit

$$|\vec{B}| = \int \frac{\mu_0 I \cdot dl \sin \beta}{4\pi r^2}$$



On a $\sin \beta = \sin(\pi - \beta) = \frac{a}{r}$ et $\cos \alpha = \frac{a}{r} \Rightarrow \sin \beta = \cos \alpha$ et $r = \frac{a}{\cos \alpha}$

$$\frac{l}{a} = \tan \alpha \Rightarrow l = a \tan \alpha \text{ d'où } \frac{dl}{d\alpha} = \frac{a}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow dl = \frac{a}{\cos^2 \alpha} d\alpha$$

On remplace r et dl dans l'intégrale on obtient :

$$\begin{aligned} |\vec{B}| &= \frac{\mu_0}{4\pi a} I \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos \alpha \, d\alpha \\ \Rightarrow |\vec{B}| &= \frac{\mu_0}{4\pi a} I \left[2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos \alpha \, d\alpha \right] \end{aligned}$$

D'où

$$|\vec{B}| = \frac{\mu_0}{2\pi a} I$$

Exercice 22

1. On reprend l'intégrale obtenue dans l'exercice 3 :

$$|\vec{B}| = \frac{\mu_0}{4\pi h} I \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \cos \alpha \, d\alpha$$

En remplaçant a par h et les bornes par α_1 et α_2 on obtient l'expression du champ magnétique créé en un point M par un conducteur rectiligne de longueur finie L parcouru par un courant I :

$$|\vec{B}| = \frac{\mu_0 I}{4\pi h} (\sin \alpha_2 - \sin \alpha_1)$$

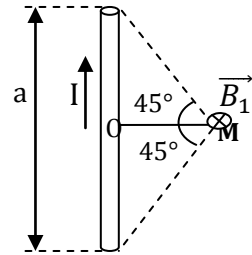
Corrigés

2. Le champ créé par un côté du carré en son centre :

La longueur d'un côté du carré étant a alors $OM = h = \frac{a}{2}$, $\alpha_1 = \alpha_2 = 45^\circ$ d'où

$$|\vec{B}_1| = \frac{\mu_0}{2\pi a} I \left[2 \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos \alpha \, d\alpha \right]$$

$$\Rightarrow |\vec{B}_1| = \frac{\mu_0}{\pi a} \frac{\sqrt{2}}{2} I$$



Le champ magnétique créé par le carré en son centre est égale à la somme des champs créés par chaque côté au point M :

$$|\vec{B}| = 4|\vec{B}_1|$$

$$\Rightarrow |\vec{B}| = 2\sqrt{2} \frac{\mu_0}{\pi a} I$$

Exercice 23

Le champ élémentaire $\vec{dB}$ créé par un élément de longueur $\vec{dl}$ est donné par la formule de Biot et Savart :

$$\vec{dB} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \cdot \vec{dl} \wedge \vec{u}}{r^2}$$

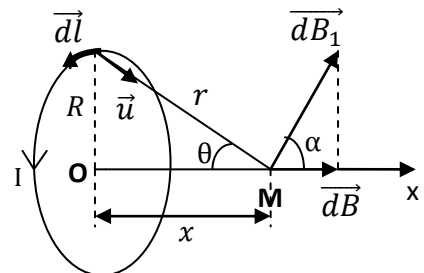
En prenant deux éléments symétriques qui produisent deux champs élémentaires $\vec{dB}_1$ et $\vec{dB}_2$ au point M, on constate que le champ résultant est porté par l'axe de symétrie ox.

Soit $\vec{dB}_1$ un champ élémentaire :

$$\vec{dB}_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \wedge \vec{u}}{r^2}$$

En tout point de la spire : $\vec{dl}$ est perpendiculaire à $\vec{r}$ d'où

$$|\vec{dB}_1| = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I dl}{r^2}$$



Corrigés

On peut alors écrire :

$$\begin{aligned} |\overrightarrow{dB}| &= |\overrightarrow{dB_1}| \cos \alpha \\ \Rightarrow |\overrightarrow{dB}| &= \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl}{r^2} \cos \alpha \end{aligned}$$

Le champ créé par toute la spire est :

$$|\overrightarrow{B}| = \int |\overrightarrow{dB}|$$

Soit

$$|\overrightarrow{B}| = \int \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl}{r^2} \cos \alpha$$

$\cos \alpha = \sin \theta = \frac{R}{r}$, $r = \sqrt{x^2 + R^2}$, et en intégrant sur toute la spire : $\int dl = 2\pi R$

D'où

$$|\overrightarrow{B}| = \frac{\mu_0}{2} \frac{IR^2}{(x^2 + R^2)^{3/2}}$$

Au centre de la spire $x = 0$ ce qui permet de déduire que le champ magnétique au centre de la spire est :

$$|\overrightarrow{B}| = \frac{\mu_0}{2R} I$$

Références bibliographiques

1. J.L. Caubarrere, J. Fourny, H. Ladjouze, Electricité et Ondes OPU.
2. Physique 2, Électricité et Magnétisme, Harris Benson, 1996.
3. J. Boutigny, Exercices de sciences physiques, électricité 1, 2^{ème} édition, Vuibert, Paris, 1978.
4. A. Brelot, N. Hulin-Jung, J. Klein, E. Saltiel, Électricité Magnétisme Travaux Dirigés, Collection Méthodes, Hermann, Paris.